

КИНЕТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГРАДИЕНТНО НЕОДНОРОДНЫХ
СПЛАВОВ Bi-Sb В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ
(МАГНЕТОТЕРМОЭДС)

Бочегов В.И.^{1,2}, Грабов В.М.¹, Куликов В.А.², Парахин А.С.²

¹Российский государственный педагогический университет им. А.И.
Герцена, Санкт Петербург Россия,

²Курганский государственный университет, г. Курган Россия
E-mail: max_vib@mail.ru

В магнитотермоэлектрических явлениях аналогом поперечного эффекта Холла является поперечный эффект Нернста-Эттингсгаузена, описываемый линейным соотношением:

$$E_2 = Q \cdot B_3 \cdot \nabla_1 T \quad (1)$$

где E_2 – поперечная составляющая напряженности электрического поля по отношению к градиенту температуры $\nabla_1 T$ и индукции магнитного поля B_3 , Q – коэффициент Нернста-Эттингсгаузена. Если величина $Q=Q(x_1)$ меняется с изменением продольной координаты x_1 , то можно предположить, что подобно описанному в работе [1] изменению поля потенциала и тока гальваноманнитного эффекта, возникнет изменение потенциала магнитотермоэлектрического эффекта, приводящее к появлению вихревого электрического тока в объеме градиентно-неоднородного материала.

На рис. 2 представлены полученные авторами настоящей публикации и ранее не публиковавшиеся результаты измерения одной из компонент коэффициента Нернста-Эттингсгаузена Q для различных температур в зависимости от состава сплава $Bi_{100-C}Sb_C$, где C – концентрация сурьмы в сплаве (at%), из которого видно, что этот коэффициент зависит как от температуры, так и от состава сплава. Следовательно, величина $Q(x_1)$ может меняться с координатой x_1 как вследствие наличия градиента температуры, так и вследствие изменения состава вдоль этой координаты.

Сформулируем исходные посылки для формирования математической модели расчета поля потенциала и тока в образце, имеющем в общем случае температурную неоднородность, оцениваемую

градиентом температуры – $\nabla T \neq 0$, и неоднородность состава, оцениваемую градиентом концентрации сурьмы – $\nabla C \neq 0$.

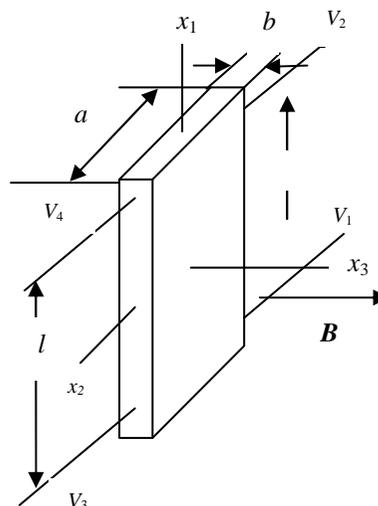


Рис. 1 Схема измерения сигналов термомагнитных эффектов на образце с продольной градиентной неоднородностью состава и температуры в поперечном магнитном поле.

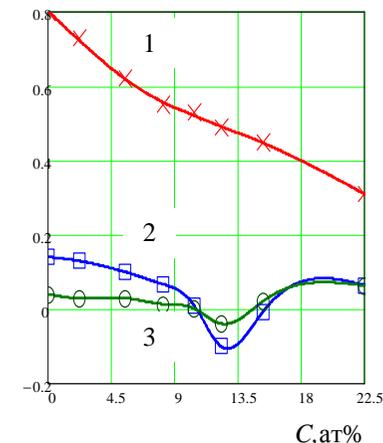


Рис. 2 Экспериментальная зависимость коэффициента Нернста-Эттингсгаузена $Q_{23,1}$ от концентрации сурьмы C в сплаве $Bi_{100-C}Sb_C$ при температурах: $T=80$ К – кривая 1; $T=200$ К – кривая 2; $T=300$ К – кривая 3.

Схема расположения такого образца, вырезанного по осям симметрии кристалла, в декартовых координатах (x_1, x_2, x_3) представлена на рис. 1. С учетом наличия поперечных эффектов и при совпадении кристаллографических осей монокристаллического образца с осями координат тензоры проводимости σ_{ij} и коэффициента термоэдс α_{kl} будут иметь вид:

$$\sigma_{ij}(x_1, B) = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{vmatrix} \quad \alpha_{kl}(x_1, B) = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{33} \end{vmatrix} \quad (2)$$

На обобщенный закон проводимости

$$J_i = \sigma_{ij} (-\nabla_j V + \alpha_{ji} \nabla_j T) \quad (3)$$

наложим требования закона непрерывности тока

$$\operatorname{div} \mathbf{J} = 0, \quad (4)$$

где \mathbf{J} – вектор плотности тока, J_i – его компоненты. Ограничимся решением двумерной задачи, считая $\nabla_3 V = 0$, $\nabla_3 T = \nabla_2 T = 0$ и $\nabla T = \nabla_1 T \neq 0$. Проводимость будем считать постоянной в объеме образца, $\sigma(x_1, x_2, x_3) = \text{const}$, а компоненты тензора термоэдс представим в виде линейной зависимости от координаты x_1 :

$$\alpha_{11} = \alpha_0 + b x_1; \quad \alpha_{12} = (Q_0 + q x_1) B, \quad (5)$$

где α_0 , b , Q_0 и q – некоторые константы, B – индукция магнитного поля. Далее учтем, что оси координат совпадают с главными осями кристалла, и, следовательно, в соответствии с принципом Онзагера недиагональные компоненты тензоров (2) подчиняются соотношениям:

$$\alpha_{21} = -\alpha_{12}; \quad \sigma_{21} = -\sigma_{12}, \quad (6)$$

Подставив выражения (5) и (6) в уравнения (3) и (4), получим уравнение в частных производных относительно термоэлектрического потенциала V вида:

$$\sigma_{11} \cdot \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x_1^2} \right) + \sigma_{22} \cdot \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x_2^2} \right) = (b \cdot \sigma_{11} + q \cdot B \cdot \sigma_{12}) \cdot \nabla T. \quad (7)$$

Граничные условия формулируем так: 1) – поперечная плотность тока на боковых границах образца отсутствует; 2) – интегральный продольный ток также равен нулю, то есть:

$$J_2(x_1, x_2 = \pm a/2) = 0; \quad \int_{-a/2}^{a/2} J_1(x_1, x_2) dx_2 = 0, \quad (8)$$

где a – ширина образца. Такая краевая задача дает нам следующее решение с точностью до константы интегрирования:

$$V = \nabla T \left[\left(\frac{b x_1}{2} + \alpha_0 + \frac{q B x_2}{2} \right) x_1 + \left(x_1 + \frac{2 Q_0}{q} + \frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}} x_2 \right) \frac{q B x_2}{2} \right] \quad (9)$$

Подставим данное решение (9) в (3) и получим:

$$J_2(x_1, x_2, x_3) = 0; \quad J_1 = - \left(\sigma_{11} + \sigma_{12}^2 / \sigma_{22} \right) \cdot (x_2) \cdot q \cdot B \cdot \nabla T. \quad (10)$$

Из выражения (10) видно, что вектор плотности тока в образце носит вихревой характер

$$\operatorname{rot} \mathbf{J} = - \left(\sigma_{11} + \sigma_{12}^2 / \sigma_{22} \right) \cdot q \cdot B \cdot \nabla T = q \cdot B \cdot \nabla T / \rho_{11} \neq 0. \quad (11)$$

Оценим разности потенциалов, измеряемые на разных парах зондов, и соответствующие им продольные и поперечные коэффициенты термоэдс. Введем обозначения (см. рис. 1): $V_1 = V(x_1 = -l/2, x_2 = a/2)$; $V_2 = V(x_1 = l/2, x_2 = a/2)$; $V_3 = V(x_1 = -l/2, x_2 = -a/2)$; $V_4 = V(x_1 = l/2, x_2 = -a/2)$. Тогда продольные и поперечные разности потенциалов (рис. 1) можно обозначить так: $V_{12}^{\parallel} = V_2 - V_1$; $V_{34}^{\parallel} = V_4 - V_3$; $V_{13}^{\perp} = V_3 - V_1$; $V_{24}^{\perp} = V_4 - V_2$. С учетом этих обозначений из решения (9) получим:

$$V_{12}^{\parallel} \neq (\alpha_0 + q B a / 2) \Delta T; \quad V_{34}^{\parallel} \neq (\alpha_0 - q B a / 2) \Delta T; \\ V_{13}^{\perp} = B \cdot a (Q_0 / l - q / 2) \cdot \Delta T; \quad V_{24}^{\perp} = B \cdot a (Q_0 / l + q / 2) \cdot \Delta T. \quad (12)$$

Здесь $\Delta T = l \cdot \nabla T$ – разность температур между уровнями зондов 1 и 2 или зондов 3 и 4 (между точками со значениями координат $x_1 = \pm l/2$). Из четырех выражений (12) можно видеть, что, во первых, продольные разности потенциалов в соответствии с предлагаемой расчетной моделью должны существенно различаться, то есть $V_{12}^{\parallel} \neq V_{34}^{\parallel}$ во вторых, это различие оказывается точно таким же, как между поперечными разностями потенциалов V_{13}^{\perp} и V_{24}^{\perp} . Различаются они на одну и ту же величину:

$$\Delta V = q \cdot B \cdot a \cdot \Delta T. \quad (13)$$

Измеренные таким образом продольные коэффициенты термоэдс α_{11} будут зависеть от того, на какой боковой грани измерялся сигнал:

$$\alpha_{11}(x_2 = \pm a/2) = (\alpha_0 \pm q \cdot B \cdot a / 2). \quad (14)$$

Как следует из (9), поперечная разность потенциалов $V^{\perp} = V(x_1, a/2) - V(x_1, -a/2)$ для любого заданного значения x_1 между точками на грани $x_2 = a/2$ и на грани $x_2 = -a/2$, отнесенная к ширине образца, будет равна $V^{\perp} / a = E^{\perp} = (Q_0 + q \cdot x_1) \cdot B \cdot \nabla T$, где E^{\perp} – напряженность поперечного поля. Отсюда следует выражение для поперечного коэффициента термоэдс $\alpha_{12} = (Q_0 + q x_1) B$, которое в точности соответствует второму аппроксимационному выражению из формул (5).

Для выполнения эксперимента, результаты которого представлены на рис. 3а) и рис. 3б), градиентно-неоднородный кристалл был получен по методу [2]. Ширина исследованного неоднородного образца $a \approx 2$ мм, расстояние между зондами на боковых гранях $l = 5$ мм. Среднее содержание сурьмы в этом неоднородном образце $C = 9,0$ ат.%, величина градиента концентрации $\nabla C = 3,4$ ат.%/см. Градиент температуры в этом образце, в одном случае противоположен градиенту концентрации сурьмы (сплошные линии), а в другом случае эти градиенты сонаправлены

(пунктирные линии). В том и другом случае значение градиента температуры одинаково $\nabla T = 28,3 \text{ K/cm}$. Бинарная ось симметрии кристалла направлена вдоль оси x_1 , тригональная – вдоль x_2 . На рисунке 3 представлена экспериментальная зависимость от индукции поперечного магнитного поля B продольных разностей потенциалов, отнесенных к разности температур $V^{\parallel}/\Delta T$, измеренных на противоположных боковых гранях, (рис.3а) и такая же зависимость для отношения поперечных разностей потенциалов к продольному перепаду температуры $V^{\perp}/\Delta T$ (рис.3б).

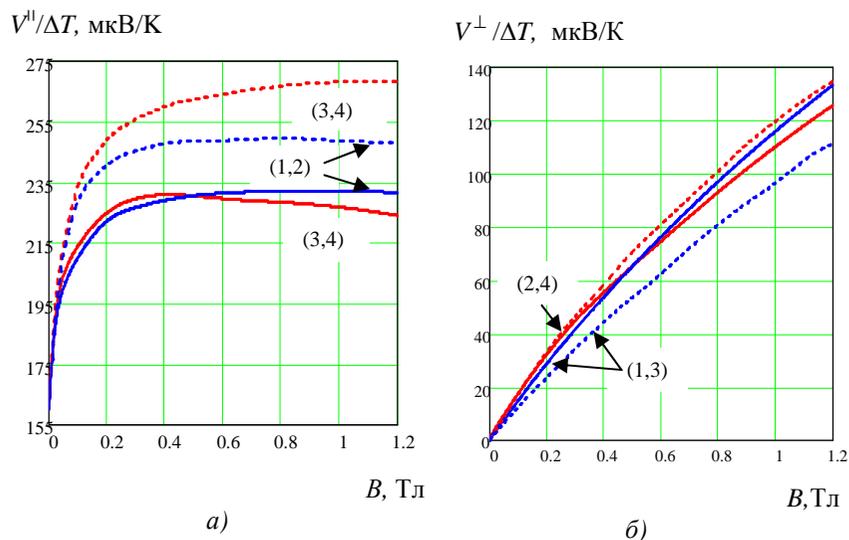


Рис. 3 Зависимость величин $V^{\parallel}/\Delta T$ – а) и $V^{\perp}/\Delta T$ – б) от индукции поперечного магнитного поля при условиях $\nabla T \uparrow \uparrow \nabla C$ – пунктирные линии, и $\nabla T \uparrow \downarrow \nabla C$ – сплошные линии. Цифры у кривых обозначают пары зондов, на которых измеряется разность потенциалов.

Как следует из рис. 3, для произвольно заданной величины магнитной индукции различия между значениями, соответствующими параллельной и антипараллельной ориентациям градиентов температуры и состава для продольной термоэдс, рис. 3а, и поперечной термоэдс, рис. 3б, оказываются примерно одинаковыми в полном соответствии с формулой (13), полученной на основании описанной выше простой модели. Из этих

графиков видно, что действие неоднородности, определяемое градиентом коэффициента Нернста-Эттингсгаузена $q = \partial Q / \partial x_1$ зависит от взаимной ориентации градиентов температуры и состава. Это следует из того, что в соответствии с экспериментальными данными, рис. 2, величина Q зависит как от температуры T , так и от концентрации сурьмы в сплаве C . Тогда справедливо следующее:

$$q \equiv \partial Q / \partial x_1 = (\partial Q / \partial T) \cdot \nabla_1 T + (\partial Q / \partial C) \cdot \nabla_1 C. \quad (15)$$

Из выражения (15) видно, что эффект неоднородности будет усиливаться, если слагаемые в правой части выражения (15) будут одного знака, и, наоборот, будет ослабляться, если эти слагаемые будут иметь противоположные знаки, вплоть до полного исчезновения при равенстве их модулей, что наблюдается при $\nabla T \uparrow \downarrow \nabla C$ для $B \approx 0,5 \text{ Тл}$.

Выводы

Анализ влияния градиентной неоднородности, обусловленной наличием градиентов состава и температуры, на магнитотермоэлектрические и термомагнитные свойства кристаллов висмут-сурьма выполнен в приближении независимого от координат тензора проводимости.

Указанное приближение, несмотря на простоту, при сравнении с результатами эксперимента обеспечило возможность установления физического механизма влияния неоднородности состава и градиента температуры на продольную и поперечную магнетотермоэдс, обоснование возможности оптимизации свойств исследуемых кристаллов путем компенсации негативного воздействия неоднородностей различной природы на их термоэлектрические параметры.

Учет координатной зависимости электропроводности планируется осуществить на следующем этапе численного моделирования магнитотермоэлектрических и термомагнитных явлений в градиентно-неоднородных кристаллах системы висмут-сурьма.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках базовой части государственного задания №2014/376 на выполнение государственных работ в сфере научной деятельности, проект № 59.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bate R.T. and Beer A.C. // J. Appl. Phys. 1961. V. 32. P. 800 – 806.
2. Бочегов В.И., Налётов В.Л. Способ получения термоэлектрических бинарных сплавов. Описание изобретения к А.С. № 957585, 1980.