

ПРАВИЛО ЛЕНЦА ДЛЯ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ, РАБОТАЮЩИХ В РЕЖИМЕ
МАКСИМАЛЬНОЙ МОЩНОСТИ

Коржуев М.А.

ФГБУН ИМЕТ им. А.А.Байкова РАН, Москва,
E-mail: korzhuev@imet.ac.ru¹

Правило достижения режима максимальной мощности (W_{\max}) в электрических цепях, питаемых от источника напряжения U , впервые получил академик СПб АН Э. Х. Ленц (1804- 1865)¹

$$M = R / r_i = 1, \quad (1)$$

где R – электрические сопротивления полезной нагрузки, r_i - внутреннее электрическое сопротивление источника тока и обмотки [1, 2].

Формальное подобие процессов переноса электричества и тепла (табл.1) позволяет распространить правило Ленца также на тепловые цепи, где оно имеет тот же вид, что и для электрических цепей

$$\Psi = \zeta / \zeta_i = 1, \quad (2)$$

где ζ и ζ_i - тепловые сопротивления полезной нагрузки, а также источника тепла и теплообменников (рис.1) [3-5]. Соотношения (1) и (2) определяют максимальные доли мощности W_{\max} , и «теплого напора» $(Q\Delta T)_{\max}$, которые источники напряжения U и тепла ΔT могут передать полезной электрической R , либо тепловой нагрузке ζ , при работе в режимах W_{\max} , и $(Q\Delta T)_{\max}$, соответственно (здесь Q – тепловой поток) (рис.1).² В табл.2 приведены параметры изолированных (не взаимодействующих друг с

¹ Исследуя нагрев металлических проволок, Ленц установил, что «...при наиболее выгодном для выделения тепла устройстве цепи сопротивление нагреваемой проволоки должно быть равно сопротивлению гальванической батареи» [1].

² Основные режимы работы цепей (рис.1): 1) «короткого замыкания» (к.з.) ($R, \zeta = 0$); 2) «холодного хода» (х.х.) ($R, \zeta = \infty$); 3) «максимальной мощности» W_{\max} ($R = r_i$) и «максимального теплового напора» $(Q\Delta T)_{\max}$ ($\zeta = \zeta_i$); 4) максимального КПД $\eta_{\max} = (W/Q_r)_{\max}$ [6, 7].

другом) электрических и тепловых цепей (рис.1), оптимизированных по правилам Ленца (1) и (2) для режимов W_{\max} и $(Q\Delta T)_{\max}$. Сравнение величин W_{\max} и $(Q\Delta T)_{\max}$ (табл.2) с мощностями $W_{\text{расп}} = U^2 / r_i$ и $(Q\Delta T)_{\text{расп}} = \Delta T^2 / \zeta_i$, выделяющихся в цепях в режимах к.з., показывает, что в режимах W_{\max} и $(Q\Delta T)_{\max}$ электрические и тепловые цепи (рис.1) переносят к полезной нагрузке (R и ζ) только $1/4$ от располагаемых мощностей.

Таблица 1

Соотношения подобия изолированных электрических (Э) и тепловых (Т) цепей

Цепь	Движущая сила	Поток	Сопротивление	Закон Ома	Правило Кирхгофа
Э	U	I	R	$U = IR$	$\Sigma I = 0$
Т	ΔT	Q	ζ	$\Delta T = Q\zeta$	$\Sigma Q = 0$

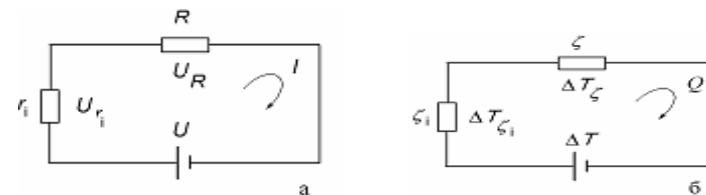


Рис.1. Изолированные электрическая (а) и тепловая (б) цепи (б).

Таблица 2

Оптимальные параметры изолированных электрических (Э) и тепловых (Т) цепей, соответствующие режиму W_{\max} и $(Q\Delta T)_{\max}$ [5 - 7]

Цепь	$U_R^{\text{опт}}$ и $\Delta T^{\text{опт}}$	$I_{\text{опт}}$ и $Q_{\text{опт}}$	Правило Ленца	W_{\max} и $(Q\Delta T)_{\max}$
Э	$U/2$	$I_{\text{к.з.}}/2$	$M = 1; R = r_i$	$U^2 / 4r_i$
Т	$\Delta T/2$	$Q_{\text{кз.}}/2$	$\Psi = 1; \zeta = \zeta_i$	$\Delta T^2 / 4\zeta_i$

Термоэлектрические генераторы Термоэлектрические генераторы (ТЭГ) являются тепловыми и электрическими машинами одновременно [6, 7]. Поэтому правило Ленца должно применяться к ТЭГ дважды, а именно сначала к тепловым, а затем и к их электрическим цепям [4, 5]. В режиме х.х. (электрический ток $I = 0$) электрические и тепловые цепи ТЭГ не взаимодействуют друг с другом, поэтому для их расчетов можно использовать правила Ленца для изолированных цепей (1) и (2) (табл.2). Однако при работе в режимах генерации энергии ($I > 0$) тепловые и электрические цепи ТЭГ начинают взаимодействовать друг с другом, изменяя свои оптимальные тепловые и электрические параметры ($U_R^{\text{опт}}$,

$\Delta T_{\text{онт}}^{\circ}$ и др.) вследствие выделения тепла Пельтье ($Q_{\text{П}}$) и Джоуля ($Q_{\text{Дж}}$) на стыках термопар [6, 7].

Целью настоящей работы было изучение действия правила Ленца для изолированных тепловых цепей, а также для электрических и тепловых цепей ТЭГ, взаимодействующих друг с другом в режиме W_{max} .

Изолированные тепловые цепи ТЭГ. На рис.2 показаны основные типы тепловых цепей, используемых для питания ТЭГ [6, 7]. В табл. 3 приведены характеристики цепей (рис.2) и указаны граничные условия (ГУ), используемые для их численных расчетов [6, 7]. Для схем (а, в, г, рис.2) приведены также выражения для правил Ленца, учитывающие вклады побочных тепловых сопротивлений цепей (горячего и холодного теплообменников ($\zeta_{\text{ГТ}}$ и $\zeta_{\text{ХТ}}$), и внутреннего сопротивления источника тепла ($\zeta_{\text{Н}}$). При выполнении правил Ленца имеем $\Delta T' = T_{\text{Г}} - T_{\text{Х}} = \Delta T / 2$ (табл.3), при этом «тепловые напоры» на тепловом сопротивлении нагрузки ζ для цепей (а, в, г, рис.2) достигают своего максимума $(Q\Delta T)_{\text{max}} = (\Delta T)^2 / 4\zeta$ [4, 5]. В то же время, для модели Иоффе ($\zeta_{\text{Н}}, \zeta_{\text{ГТ}}, \zeta_{\text{ХТ}} = 0$) (б, рис.2) перепад температур на полезной нагрузке ζ определяется не правилом Ленца, а ГУ (табл.3). В результате для модели Иоффе (б, рис.2) имеем $\Delta T' = \Delta T$, при этом «тепловой напор» на полезной нагрузке ζ - $(Q\Delta T)_{\text{max}} = (\Delta T)^2 / \zeta$, оказывается в 4 раза большим, чем для цепей (а, в, г, рис.2), оптимизированных по правилу Ленца [6, 7].

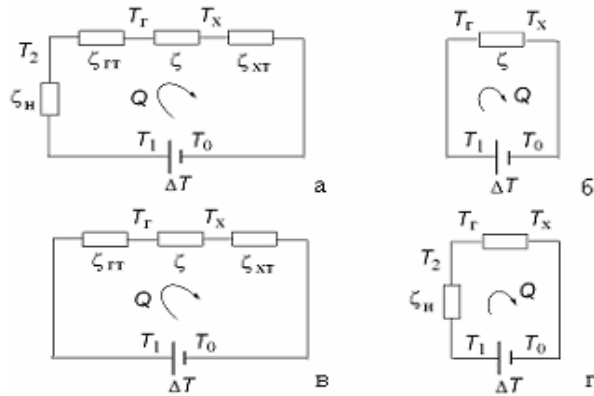


Рис.2. Модели тепловых цепей ТЭГ: а – общий случай (о.с.); б – модель Иоффе [6]; в – модель Охотина [7]; г – изотопный источник тепла [7].

На рис.3 показаны отношения удельных «тепловых напоров» $(Q\Delta T)_{\text{max}}$ для моделей с $\zeta_{\text{Н}}, \zeta_{\text{ГТ}}, \zeta_{\text{ХТ}} \neq 0$ (а, б, в, рис.2) к максимальному «тепловому

напору» $(Q\Delta T)^0 = \Delta T^2 / \zeta$, достигаемому в модели Иоффе ($\zeta_{\text{Н}}, \zeta_{\text{ГТ}}, \zeta_{\text{ХТ}} = 0$) [6, 7]. Из рис.3 видно, что при $\zeta = \text{const}$ для моделей с $\zeta_{\text{Н}}, \zeta_{\text{ГТ}}, \zeta_{\text{ХТ}} \neq 0$ (рис.2) с ростом суммы побочных тепловых сопротивлений $\sum \zeta_i$ ($i = \text{н, вт, хт}$) отношение $(Q\Delta T)_{\text{max}} / (Q\Delta T)^0$ резко снижается ($1 \rightarrow 5$, рис.3).

Таблица 3

Характеристики изолированных тепловых цепей ТЭГ (рис.2) [5, 7]

Цепь	Характеристики	Правило Ленца	$\Delta T'$ *)	ГУ
а	$\zeta_{\text{Н}}, \zeta_{\text{ГТ}}, \zeta_{\text{ХТ}} \neq 0$	$\zeta = \zeta_{\text{Н}} + \zeta_{\text{ГТ}} + \zeta_{\text{ХТ}}$	$\Delta T / 2$	$T_0, T_1 - \text{const}$
б	$\zeta_{\text{Н}}, \zeta_{\text{ГТ}}, \zeta_{\text{ХТ}} = 0$	-	ΔT	$T_{\text{Г}}, T_{\text{Х}} - \text{const}$
в	$\zeta_{\text{ГТ}}, \zeta_{\text{ХТ}} \neq 0, \zeta_{\text{Н}} = 0$	$\zeta = \zeta_{\text{ГТ}} + \zeta_{\text{ХТ}}$	$\Delta T / 2$	$T_0, T_1 - \text{const}$
г	$\zeta_{\text{Н}} \gg \zeta_{\text{ГТ}}, \zeta_{\text{ХТ}}$	$\zeta = \zeta_{\text{Н}}$ **)	$\Delta T / 2$	$Q, T_0, - \text{const}$

*) - $\Delta T' = T_{\text{Г}} - T_{\text{Х}}$ – рабочий перепад температур; **) - в реальных ТЭГ условие может не достигаться из-за чрезмерного расхода материала.

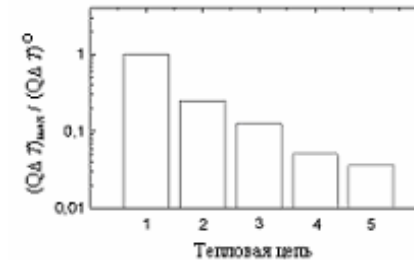


Рис.3. Отношение удельных «тепловых напоров» $(Q\Delta T)_{\text{max}}$ и $(Q\Delta T)^0 = \Delta T^2 / \zeta$ для различных тепловых цепей ТЭГ (рис.2), оптимизированных по правилу Ленца (2). 1 – б; 2 – в, при $\zeta_{\text{ХТ}} = 0$; 3 – с; 4 – г; 5 – а ($\zeta_{\text{Г}} = \zeta_{\text{Х}} = \zeta_{\text{Н}} / 5$).

Взаимодействие электрических и тепловых цепей ТЭГ. На рис.4 показано, как происходит взаимодействие электрических и тепловых цепей при работе ТЭГ в режиме генерации энергии ($I > 0$) [6, 7]. ТЭГ на рис.3 представлен в виде четырехполюсника с двумя электрическими и двумя тепловыми входами/выходами. Рассмотрены общая модель тепловой цепи ТЭГ ($\zeta_{\text{Н}}, \zeta_{\text{ГТ}}, \zeta_{\text{ХТ}} \neq 0$) (рис.4а) и модель Иоффе ($\zeta_{\text{Н}} = \zeta_{\text{ГТ}} = \zeta_{\text{ХТ}} = 0$) (рис.4б). Во всех случаях работа электрической цепи ($I > 0$) меняет режимы работы тепловой цепи ТЭГ ($Q_{\text{Г}}, Q_{\text{Х}}, Q_{\text{С}}$) (рис.4) за счет выделения теплот $Q_{\text{П}}$ и $Q_{\text{Дж}}$ на стыках термопар [6, 7]. В табл. 4 и 5 приведены параметры моделей (рис.4), соответствующие различным режимам работы ТЭГ. Из табл.4 и 5 видно, что для различных моделей ТЭГ (рис.4) условия оптимизации в режиме W_{max} с помощью правила Ленца существенно различаются. В модели Иоффе (рис.4а) правило Ленца для электрических цепей ТЭГ в режиме W_{max} сохраняется и имеет вид, соответствующий электрическим изолированным цепям ($M = 1, V_{\text{R}} = U / 2$) (табл.4, ячейки затемнены). Это связано с тем, что выделение $Q_{\text{П}}$ и $Q_{\text{Дж}}$ при $I > 0$ не

меняет $\Delta T' = \Delta T$ на стыках термопар, а, следовательно, не меняется и термоэлектрическое напряжение $U = \alpha \Delta T$ ТЭГ (табл.4) [6, 7]. В то же время, в случае (рис.4а) правила Ленца (1) и (2) для изолированных электрических и тепловых цепей ТЭГ сохраняются только в режиме х.х. При $I > 0$ для модели ТЭГ (рис.4а) правила Ленца (1) и (2) существенно нарушаются ($M, \xi \neq 1$) из-за изменения $\Delta T'$ на стыках термопар (табл.5). Таким образом, достижение режима W_{\max} ТЭГ требует дополнительной оптимизации тепловой цепи по длине ветвей $\Psi = 1 \rightarrow M_0$, а электрической цепи - по сопротивлению нагрузки $M = 1 \rightarrow A \rightarrow M_0$ (табл.5) [7]. Результаты оптимизации (табл.5, ячейки затемнены) показывают, что в режиме W_{\max} ТЭГ в качестве инвариантов правила Ленца сохраняются параметры изолированных тепловых и электрических цепей $\Delta T' = \frac{1}{2} \Delta T$ и $V_R = U' / 2$, ответственные за потоки энергии на входе/ выходе ТЭГ [6, 7].

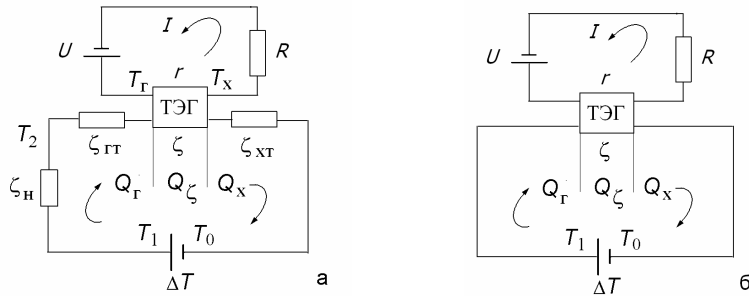


Рис.4. Схемы совместного включения электрических и тепловых цепей ТЭГ. а – модель Охотина (о.с.) [7]; б - модель Иоффе [6].

Выводы

1. Показано, что правило Ленца применимо к изолированным (невзаимодействующим) электрическим ($M = R / r_i = 1$) и тепловым ($X = \zeta / \zeta_i = 1$) цепям ТЭГ, работающим в режиме максимальной мощности W_{\max} и максимального теплового напора $(Q \Delta T)_{\max}$, соответственно.

2. Обнаружено, что взаимодействие электрических и тепловых цепей ТЭГ в режиме генерации энергии ($I > 0$), приводит к нарушению правил Ленца, соответствующим изолированным электрическим ($M \neq 1$) и тепловым цепям ($\Psi \neq 1$), в результате режим W_{\max} ТЭГ при $M = \Psi = 1$ не достигается (исключение составляет модель Иоффе).

3. Для достижения режима W_{\max} необходима дополнительная оптимизация тепловой цепи ТЭГ по длине ветвей $\Psi = 1 \rightarrow M_0$ и электрической цепи по сопротивлению нагрузки $M = 1 \rightarrow A \rightarrow M_0$.

Оптимизация восстанавливает значения перепада температур $\Delta T' = T_r - T_x = \frac{1}{2} \Delta T$ и выходного напряжения $V_R = U' / 2$, отвечающие правилу Ленца для изолированных цепей ТЭГ ($M = \Psi = 1$).

Таблица 4

Параметры модели Иоффе (рис.4, б) в различных режимах работы ТЭГ [7]*)

Режим	$\Delta T'$	$M = R / r$	V_R	I	W
О. с.	ΔT	$[0, \infty]$	$U M D$	$U D / r$	$(U^2 / r) M D^2$
Х. х.	ΔT	∞	U	0	0
К. з.	ΔT	0	0	U / r	0
W_{\max}	ΔT	1	$U / 2$	$U / (2r)$	$U^2 / (4r)$

* - расчет выполнен для $(Z T) = 1$, где $M_0 = (1 + Z T)^{1/2}$; $T = (T_r - T_x) / 2$, $r = \sum r_k$ - сопротивление ветвей, контактов и арматуры; $D = (M + 1)^{-1}$; $B = (M + A)^{-1}$; $A = 1 + Z T_r (\zeta_H + \zeta_{GT}) / \sum \zeta_k + Z T_x \zeta_{XT} / \sum \zeta_k$; $\sum \zeta_k$ - полное тепловое сопротивление ТЭГ.

Таблица 5

Параметры модели о.с. (рис.4, а) в различных режимах работы ТЭГ [7]

Режим	$\Delta T'$	$M = R / r$	V_R	I	W
О. с.	$\frac{1}{2} \Delta T B / D$	$[0, \infty]$	$U' M B$	$(U' / r) B$	$(U'^2 / r) M B^2$
Х. х.	$\Delta T_{XX} = \frac{1}{2} \Delta T$	∞	U'	0	0
К. з.	$\Delta T_{XX} / A$	0	0	U' / r	0
W_{\max}	$\frac{1}{2} \Delta T$	$A = \Psi = M_0$	$U' / 2$	$U' / (2r M_0)$	$(U')^2 / (4r M_0)$

ЛИТЕРАТУРА

1. Ленц Э.Х. Избранные труды. М., Изд-во АН СССР, 1950, с.361- 449.
2. Льюиси М. История физики. М., Мир, 1970, 464 с.
3. Кириллин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.В. Техническая термодинамика. М., Энергия, 1974. 448 с.
4. Snyder G. J. Thermoelectric Power Generators. Efficiency and Compatibility. Thermoelectric Handbook. Macro to Nano. Ed: D.M.Rowe, CRC Press, Boca Rato, London, N.Y., 2006. p. 9.1 – 9.26.
5. Коржув М.А., Гранаткина Ю.В., Свечникова Т.Е. Термоэлектричество, 2012. №1. с.81- 94; 2013. №3. с.58- 75.
6. Иоффе А.Ф. Полупроводниковые термоэлементы. М.-Л., Изд-во АН СССР. 1956. 104 с.
7. Охотин А.С., Ефремов А.А., Охотин В.С., Пушкарский А.С. Термоэлектрические генераторы. М., Атомиздат, 1976. 320 с.