

# Релаксация при установлении стационарного стохастического процесса с $1/f$ -спектром и статистика низкочастотных выбросов

© В.П. Коверда, В.Н. Скоков

Институт теплофизики УрО РАН,  
620016 Екатеринбург, Россия  
e-mail: koverda@itp.uran.ru

(Поступило в Редакцию 31 июля 2006 г. В окончательной редакции 29 марта 2007 г.)

Теория показывает, что флуктуации со спектром мощности, обратно пропорциональным частоте ( $1/f$ -процессы), могут возникать в физических системах благодаря одновременному протеканию разнородных фазовых переходов в присутствии белого шума достаточной интенсивности.

Подробно исследуются релаксационные процессы при установлении стационарного стохастического процесса при неравновесных фазовых переходах в системе двух нелинейных стохастических дифференциальных уравнений. Такая информация дает сведения о статистических закономерностях отдельных крупномасштабных низкочастотных выбросов. Отмечено скачкообразное „забывание“ начальных условий. Численными методами показано, что распределение длительности и максимальных значений низкочастотных экстремальных выбросов имеют степенной вид.

PACS: 05.10.Gg, 05.70.-a, 64.10.+h

## Введение

Стационарные случайные процессы со спектром мощности, обратно пропорциональным частоте ( $1/f$ -процессы), часто наблюдаются в природных явлениях. Такие процессы привлекают масштабно инвариантным распределением флуктуаций. Хорошо известным примером масштабно инвариантного поведения является колмогоровская турбулентность, когда в текущей жидкости возникают потоки различных масштабов длины, подчиняющиеся единым универсальным законам подобия [1]. Но не все случайные процессы сводятся к турбулентности. Почти 80 лет назад в электронных устройствах были обнаружены флуктуации электрического напряжения, обратно пропорциональные частоте — фликкер-шум [2]. Масштабная инвариантность случайного процесса может быть связана с критическим поведением или самоорганизацией в сложных системах [3–7]. Не только токовые и магнитные флуктуации в физике твердого тела, но и многие случайные процессы в астрофизике, геофизике, биологии, информатике имеют обратно пропорциональный частоте спектр мощности [8]. Случайные процессы с таким спектром характеризуются пониженной устойчивостью, в них происходит перекачка энергии от высокочастотных флуктуаций к низкочастотным и существует возможность крупномасштабных катастрофических выбросов.

Свойства случайных процессов с  $1/f$ -спектром изучаются в теории самоорганизованной критичности [3–6], которая по существу является теорией лавин, а для моделирования случайных процессов используются алгоритмы с клеточными автоматами. При этом предполагается, что система является пространственно распределенной, а ее поведение определяется большим числом взаимодействий. Эволюция такой сложной системы про-

исходит в отсутствие характерного временного и пространственного масштаба подобно флуктуациям в критическом состоянии. Но в отличие от термодинамической критической точки не требуется тонкой подстройки параметров состояния, и самоорганизованная критичность является основным состоянием, к которому приходит система в результате своей эволюции. Другое отличие состоит в том, что лавины при самоорганизованной критичности не перекрываются, а термодинамические флуктуации в термодинамической критической точке могут перекрываться.

Случайные процессы с  $1/f$ -спектром мощности можно получить и в системе двух стохастических нелинейных уравнений, которые описывают взаимодействие гетерогенных фазовых переходов [9]. Причем в этом случае пространственная распределенность системы необязательна. Флуктуации с  $1/f$ -спектром могут наблюдаться при взаимодействии закритического и докритического фазовых переходов в присутствии белого шума и в точечной модели. Система характеризуется сильно растянутым критическим состоянием индуцированного шумом перехода [10]. В этом состоянии в низкочастотном пределе флуктуации становятся самоподобными, т. е. исчезает характерный масштаб времени для функции распределения флуктуаций. Также в низкочастотном пределе распределения флуктуаций становятся негауссовыми [11]. При этом наблюдается отличие от поведения функций распределения турбулентных пульсаций, для которых масштабное преобразование при огрублении приводит к гауссовому распределению, а нелинейность наиболее выражена для высокочастотной части спектра [12].

Подход к моделированию случайных процессов с  $1/f$ -спектром с помощью стохастических уравнений, детерминированная часть которых соответствует потенциалу

взаимодействующих фазовых переходов теории Ландау, не вполне совпадает с результатами теории самоорганизованной критичности, где для моделирования процессов используются клеточные автоматы. Но уже проведенные экспериментальные исследования процессов тепломассообмена, сопровождающихся неравновесными фазовыми переходами, позволяют надеяться на перспективность этого подхода [13]. Для определения подходящей модели в экспериментах по тепломассообмену следует проводить огрубляющие масштабные преобразования в наблюдаемых реализациях случайных процессов и подробно исследовать статистику экстремальных пульсаций. А в теории для решения этой задачи может быть использовано то, что релаксационные закономерности при установлении стационарного случайного процесса в ансамбле реализаций с произвольными начальными условиями совпадают со статическими закономерностями отдельных крупномасштабных низкочастотных выбросов.

Настоящая работа посвящена изучению релаксации случайного процесса при установлении масштабно инвариантного распределения флуктуаций. На этой основе будет определена статистика низкочастотных экстремальных пульсаций в стационарном стохастическом процессе, которые ответственны за возрастающую часть спектра мощности. Такой подход также может показать, как работает стохастическая система и как генерируется  $1/f$ -спектр флуктуаций при взаимодействии фазовых переходов.

## Релаксация при установлении масштабно инвариантного распределения флуктуаций

В теории  $1/f$ -флуктуаций при неравновесных фазовых переходах [9] для описания динамики флуктуаций в сосредоточенной системе используются стохастические уравнения, которые в простейшем случае имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= -\varphi\psi^2 + \psi + \Gamma_1(t), \\ \frac{d\psi}{dt} &= -\varphi^2\psi + 2\varphi + \Gamma_2(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\varphi$ ,  $\psi$  — динамические переменные (параметры порядка);  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  — гауссовы,  $\delta$  — коррелированные шумы, которые в системе уравнений (1) могут иметь разные реализации, но одинаковые дисперсии. Коэффициент 2 при переменной  $\varphi$  во втором уравнении делает уравнения системы (1) неэквивалентными и означает наличие некоторого некомпенсированного потока.

Для численного решения детерминирования часть системы (1) переписывается в виде

$$\frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{\Delta t} = -\varphi_i\psi_i^2 + \psi_i,$$

$$\frac{\psi_{i+1} - \psi_i}{\Delta t} = -\varphi_i^2\psi_i + 2\varphi_i,$$

где  $\varphi_i$  и  $\psi_i$  — значения  $\varphi$  и  $\psi$ , взятые в начальной точке каждого конечного интервала времени  $\Delta t_i$ , выбранного при численном интегрировании системы. Отсюда можно получить

$$\begin{aligned} \varphi_{i+1} &= \varphi_i - \varphi_i\psi_i^2\Delta t + \psi_i\Delta t + \xi_i(\Delta t)^{0.5}, \\ \psi_{i+1} &= \psi_i - \varphi_i^2\psi_i\Delta t + 2\varphi_i\Delta t + \eta_i(\Delta t)^{0.5}, \end{aligned}$$

где к правой части добавлены случайные числа, моделирующие при численном интегрировании белый шум. Характерная особенность стохастических уравнений состоит в том, что дифференциал времени имеет второй порядок малости относительно дифференциала стохастической переменной [14, стр. 293]. Поэтому, чтобы не корректировать значения стандартного отклонения  $\sigma$  гауссовских случайных чисел  $\xi_i$  и  $\eta_i$  при выборе другого шага интегрирования, дифференциалы  $\xi_i(\Delta t)^{0.5}$  и  $\eta_i(\Delta t)^{0.5}$  содержат интервал времени в степени 0.5. Полученные уравнения для численного интегрирования системы (1) начинают удовлетворительно работать только для очень малых интервалов разбиения  $\Delta t$  из-за неустойчивости интегрирования детерминированной части. Для устойчивости численного интегрирования вместо значений  $\varphi_i$  и  $\psi_i$  в нелинейных слагаемых соответственно первого и второго уравнений системы (1) следует взять значения  $\varphi_{i+1}$  и  $\psi_{i+1}$ , которые соответствуют конечной точке интервала разбиения  $\Delta t_i$ . Тогда детерминированная часть системы (1) запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{\Delta t} &= -\varphi_{i+1}\psi_i^2 + \psi_i, \\ \frac{\psi_{i+1} - \psi_i}{\Delta t} &= -\varphi_i^2\psi_{i+1} + 2\varphi_i. \end{aligned}$$

Отсюда находим  $\varphi_{i+1}$  и  $\psi_{i+1}$ :

$$\varphi_{i+1} = \frac{\varphi_i + \psi_i\Delta t}{1 + \psi_i^2\Delta t}, \quad \psi_{i+1} = \frac{\psi_i + 2\varphi_i\Delta t}{1 + \varphi_i^2\Delta t}.$$

Добавив к правым частям полученных уравнений стохастические дифференциалы  $\xi_i(\Delta t)^{0.5}$  и  $\eta_i(\Delta t)^{0.5}$ , получим другой вариант системы (1), который устойчив при произвольных начальных условиях и любых выбранных шагах интегрирования  $\Delta t$ :

$$\begin{aligned} \varphi_{i+1} &= (\varphi_i + \psi_i\Delta t)(1 + \psi_i^2\Delta t)^{-1} + \xi_i\Delta t^{0.5}, \\ \psi_{i+1} &= (\psi_i + 2\varphi_i\Delta t)(1 + \varphi_i^2\Delta t)^{-1} + \eta_i\Delta t^{0.5}. \end{aligned} \quad (2)$$

Заметим, что к такому же виду системы (2) для численного интегрирования можно прийти более строго, суммируя при интегрировании детерминированной части скачки за конечный интервал времени  $\Delta t$  не только первой, но и всех последующих производных  $\varphi(t)$  и  $\psi(t)$ . Соответствующие ряды Тейлора можно аппроксимировать бесконечно убывающими геометрическими прогрессиями. Просуммировав скачки всех производных, получим систему (2).

Система (1) и ее расчетный вариант (2) имеют индуцированный шумом переход по отношению к плотности вероятности  $P(\sqrt{\varphi^2\psi^2})$  [10]. Окрестность критичности этого перехода определяет интенсивность внешнего шума ( $\sigma \simeq \sigma_c$ ), при которой система генерирует стохастические процессы  $\varphi(t)$  и  $\psi(t)$  со спектрами мощности, соответственно обратно пропорциональным частоте  $S_\varphi \sim f^{-1}$  и обратно пропорциональным квадрату частоты  $S_\psi \sim f^{-2}$ . Но обратная по отношению к  $\psi(t)$  функция  $\chi(t)$  имеет спектр, обратно пропорциональный первой степени частоты  $S_\chi \sim f^{-1}$ , совпадающий со спектром  $S_\varphi$ . Чтобы исключить большие выбросы у функции  $\chi(t)$ , она должна быть определена как обратная к  $\psi(t)$  всюду, за исключением окрестности нулей функции  $\psi(t)$ , например

$$\chi_i = \frac{\psi_i}{\varepsilon + \psi_i^2}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon \simeq 0.01-0.02$  — малая константа, определяющая окрестность нулей функции  $\psi(t)$ . Таким образом,  $\chi(t) \simeq 1/\psi(t)$  почти везде, а когда  $\psi(t) \rightarrow 0$ , то  $\chi(t) \rightarrow 1/\varepsilon < \infty$ . Функция  $\chi(t)$  интересна тем, что является масштабно инвариантной для любых интервалов огрубления времени, так же как и лавины в теории самоорганизованной критичности. Заметим, что функция  $\varphi(t)$  становится масштабно инвариантной в пределе больших времен огрубления [11].

Наша цель изучить процесс релаксации системы (1) при установлении масштабно инвариантного распределения параметров при различных начальных условиях. Для этого рассмотрим поведение разностей функций  $\Delta\varphi = \varphi^\alpha(t) - \varphi^\beta(t)$  и  $\Delta\psi = \psi^\alpha(t) - \psi^\beta(t)$ , соответствующих различным начальным условиям. Численным интегрированием системы (2) были рассмотрены самые различные начальные условия.

На рис. 1 приведены примеры реализаций случайных процессов  $\varphi^\alpha(t), \psi^\alpha(t)$  (рис. 1, *a*) и  $\varphi^\beta(t), \psi^\beta(t)$  (рис. 1, *b*) с различными начальными условиями. Обнаружилось, что при задании одних и тех же последовательностей гауссовых случайных чисел  $\{\xi_i\}$  и  $\{\eta_i\}$  случайные процессы сходятся к одним и тем же случайным функциям  $\varphi(t)$  и  $\psi(t)$  при любых начальных условиях по истечении некоторого времени  $t$ . Из рис. 1 видно, что в начале расчета случайные функции  $\varphi^\alpha(t)$  и  $\psi^\alpha(t)$  отличаются соответственно от функций  $\varphi^\beta(t)$  и  $\psi^\beta(t)$ , но в конце расчета ведут себя одинаково. Более отчетливо этот процесс иллюстрирует рис. 2, *a* для разности функций  $\Delta\varphi(t)$  и  $\Delta\psi(t)$ . По истечении некоторого времени разность отдельных реализаций с различными начальными условиями скачком становится нулевой. Случайные функции  $\varphi(t)$  и  $\psi(t)$  „забывают“ свои начальные условия. Это отличает релаксацию в системе (1) от линейных стохастических уравнений, например, типа диффузионного уравнения, в которых релаксация отдельных разностей случайных реализаций с различными начальными условиями следует гладкой экспоненциальной зависимости.

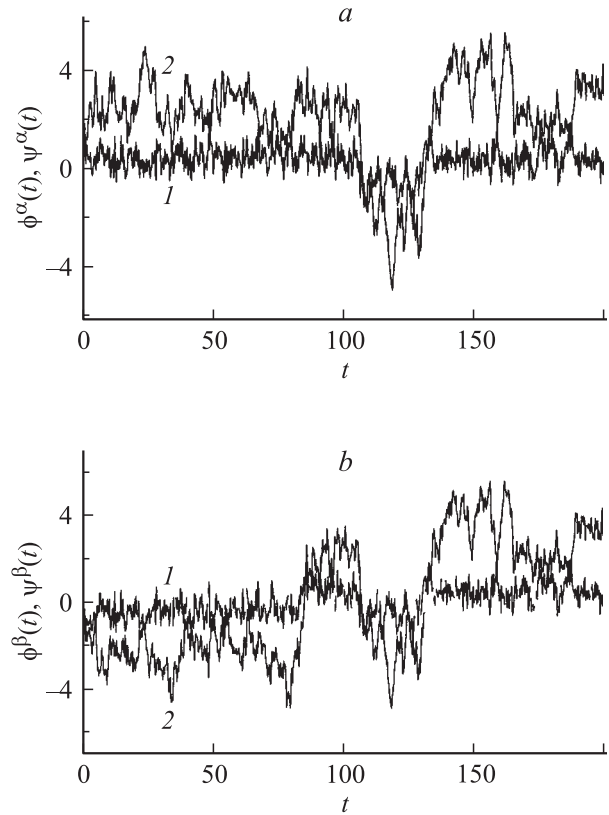
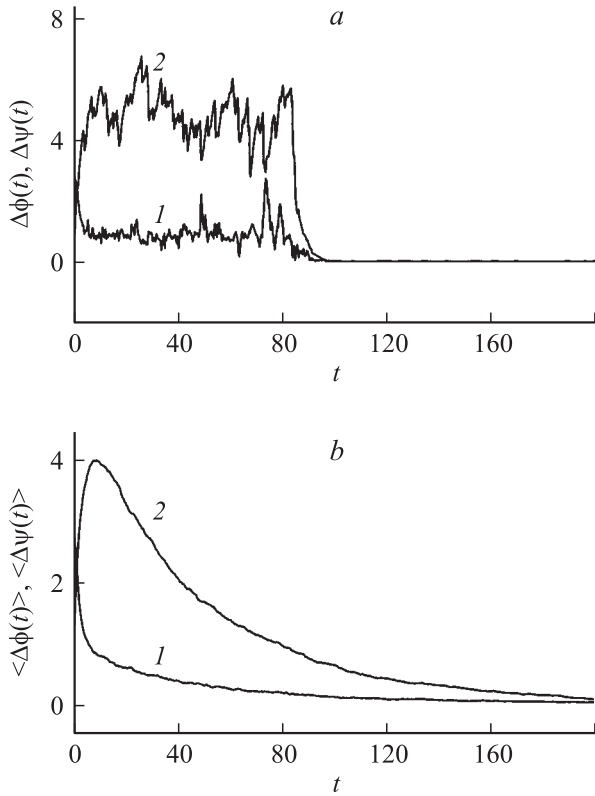


Рис. 1. Примеры отдельных реализаций случайных процессов с различными начальными условиями; *a*: 1 —  $\varphi^\alpha(t)$ , 2 —  $\psi^\alpha(t)$ ; *b*: 1 —  $\varphi^\beta(t)$ , 2 —  $\psi^\beta(t)$ .

При усреднении релаксации по большому числу реализаций можно получить гладкую релаксационную зависимость  $\langle \Delta\varphi(t) \rangle$  и  $\langle \Delta\psi(t) \rangle$ , где угловые скобки обозначают усредненную по ансамблю различных реализаций зависимость от времени (т.е. усредненную по различным последовательностям случайных чисел  $\{\xi_i\}$  и  $\{\eta_i\}$ ). Типичные усредненные функции  $\langle \Delta\varphi(t) \rangle$  и  $\langle \Delta\psi(t) \rangle$  приведены на рис. 2, *b*. Для получения данных этого рисунка использованы следующие расчетные значения параметров системы (2):  $\sigma = 0.85$ ,  $\Delta t = 0.15$ , число шагов  $N = 4000$ , начальные условия:  $\varphi^\alpha(0) = \psi^\alpha(0) = 0$ ,  $\varphi^\beta(0) = \psi^\beta(0) = 0.3$ . Кривые на рис. 1, *b* получены усреднением по 500 случайным реализациям процесса. А вообще в расчетах релаксации использовались шаги интегрирования от 0.06 до 0.3 при числе шагов интегрирования до 16 000 и усреднение до 1000 реализаций.

Теперь можно выделить общие черты релаксации при установлении масштабно инвариантного распределения флуктуаций в случайных процессах с  $1/f$ -спектром. При больших разностях начальных условий начальная стадия релаксации  $\langle \Delta\varphi(t) \rangle$  следует степенной зависимости  $\sim t^{-0.5}$ . На рис. 3 это продемонстрировано в двойных логарифмических координатах. В самый начальный период релаксация  $\langle \Delta\psi(t) \rangle$  следует зависимости  $\sim t^{0.5}$ , т.е. начинает даже возрастать. Но это возрастание быстро сме-



**Рис. 2.** Начальные участки релаксации системы (2); *a* — релаксации отдельных реализаций: 1 —  $\Delta\varphi = \varphi^\alpha(t) - \varphi^\beta(t)$ , 2 —  $\Delta\psi = \psi^\alpha(t) - \psi^\beta(t)$ ; *b* — релаксация усредненных по ансамблю реализаций: 1 —  $\langle\Delta\varphi(t)\rangle = \langle\varphi^\alpha(t) - \varphi^\beta(t)\rangle$ , 2 —  $\langle\Delta\psi(t)\rangle = \langle\psi^\alpha(t) - \psi^\beta(t)\rangle$ .

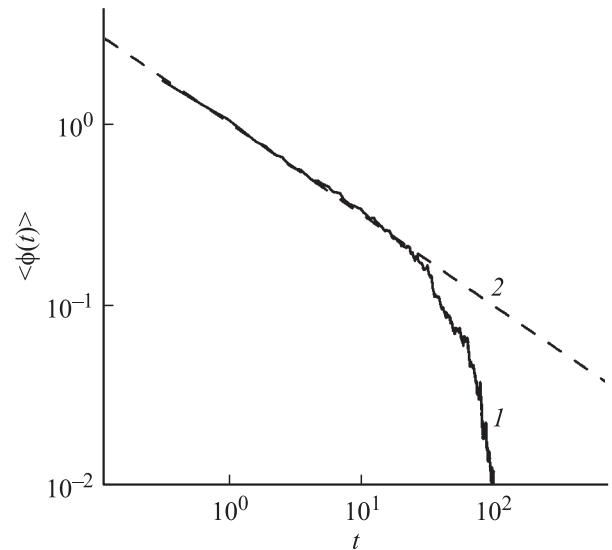
няется последующей экспоненциальной релаксационной зависимостью (на рис. 3 поведение  $\langle\psi(t)\rangle$  не показано). Таким образом, в самый начальный период релаксации  $\langle\varphi(t)\rangle$  и  $\langle\Delta\psi(t)\rangle$  следует степенной зависимости, как и у системы без шума [9].

По прошествии некоторого переходного времени  $t_0$  для  $t > t_0$  усредненная релаксация  $\langle\Delta\varphi(t)\rangle$  и  $\langle\psi(t)\rangle$  начинает подчиняться экспоненциальной форме  $\langle\Delta\varphi(t)\rangle \sim \langle\Delta\psi(t)\rangle \sim \exp(-t/\tau)$ , где  $\tau$  — характерное время. Характерное время экспоненциальной релаксации оказывается обратно пропорциональным квадрату шага интегрирования:  $\tau \sim \Delta t^{-2}$  и одинаковым для обоих процессов  $\langle\Delta\varphi(t)\rangle$  и  $\langle\Delta\psi(t)\rangle$ . От разности начальных условий зависит сама величина релаксационного отклонения, но характерное время релаксации  $\tau$  не зависит от начальных условий.

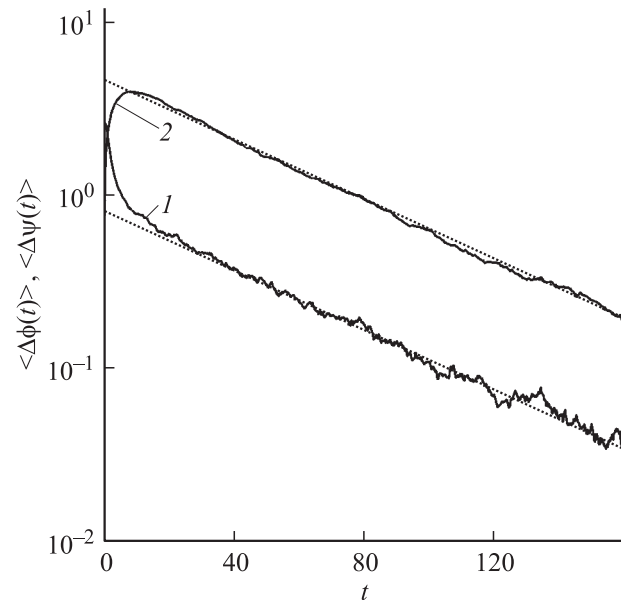
На рис. 4 релаксация усредненных разностей  $\langle\Delta\varphi(t)\rangle$  и  $\langle\Delta\psi(t)\rangle$  изображена в полулогарифмических координатах. Оценка времени релаксации дает  $\tau \simeq 2\Delta t^{-2}$  для использованных шагов интегрирования. Для достижения стационарности случайного процесса общее время наблюдения должно быть больше характерного времени нестационарности, т.е.  $t \gg \tau$ . Заметим также, что релаксация функции  $\langle\Delta\chi(t)\rangle$ , где  $\chi(t)$  определена форму-

лой (3), практически полностью совпадает с поведением релаксации функции  $\langle\Delta\varphi(t)\rangle$  (поэтому релаксация  $\langle\Delta\chi(t)\rangle$  на рисунках не приведена).

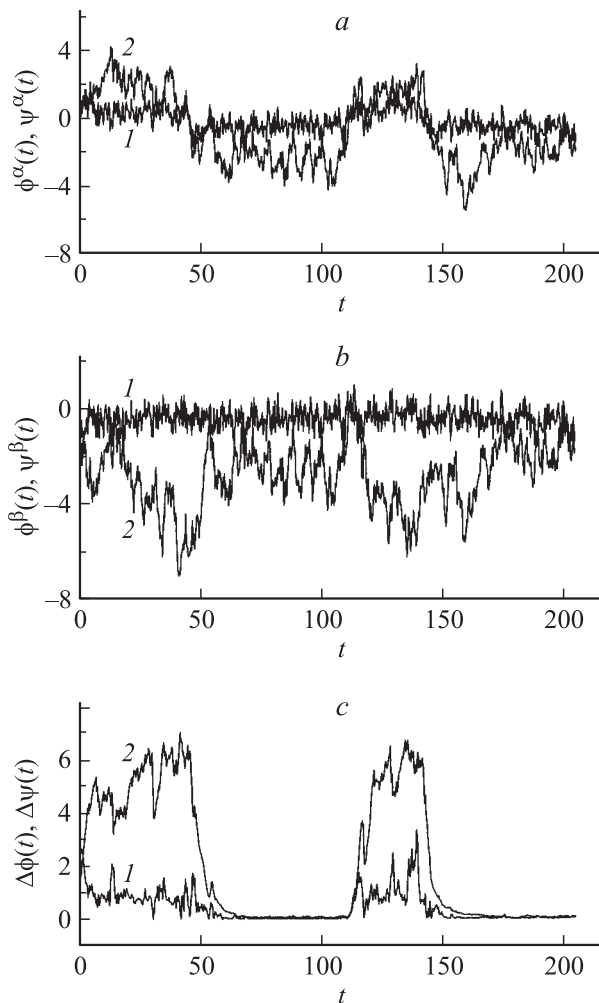
Проведенный анализ релаксации при установлении стационарного случайного процесса показывает, как работает система (1), описывающая генерацию  $1/f$ -флуктуаций при фазовых переходах. Чем больше отклонение от нуля параметров  $\varphi$  и  $\psi$ , тем большую роль играют детерминированные слагаемые, и система (1) релаксирует соответственно степенной зависимости  $\sim t^{-0.5}$  и  $t^{0.5}$ , как и система без шума [9]. При средних отклонениях от нуля переменных  $\varphi$  и  $\psi$  релаксация следует экспоненциальной зависимости. В этом случае



**Рис. 3.** Релаксация случайного процесса: 1 —  $\langle\Delta\varphi(t)\rangle$  для больших разностей начальных условий; 2 — зависимость  $t^{-0.5}$ .



**Рис. 4.** Релаксация случайных процессов: 1 —  $\langle\Delta\varphi(t)\rangle$ , 2 —  $\langle\Delta\psi(t)\rangle$ , пунктир — зависимость  $\exp(t/\tau)$  при  $\tau \simeq 2\Delta t^{-2}$ .



**Рис. 5.** Примеры отдельных реализаций случайных процессов с различными начальными условиями и отличающимися на 0.02 средними стандартными отклонениями гауссовых случайных чисел; *a*: 1 —  $\varphi^\alpha(t)$ , 2 —  $\psi^\alpha(t)$ ; *b*: 1 —  $\varphi^\beta(t)$ , 2 —  $\psi^\beta(t)$ ; *c* — разность функций: 1 —  $\Delta\varphi = \varphi^\alpha(t) - \varphi^\beta(t)$ , 2 —  $\Delta\psi = \psi^\alpha(t) - \psi^\beta(t)$ .

поведение системы аналогично поведению линейных систем стохастических уравнений. Появляется характерное время релаксации. С уменьшением переменных  $\varphi$  и  $\psi$  детерминированные слагаемые системы (1) становятся настолько малыми, что в течение последующего шага интегрирования эволюция системы (1) определяется только внешним белым шумом, и система „забывает“ начальные условия. И так продолжается до тех пор, пока белый шум не даст больших выбросов параметров  $\varphi$  и  $\psi$ . А дальше стадии релаксации повторяются. Конечно, о дальнейшем поведении низкочастотных пульсаций в стохастических системах  $\alpha$  и  $\beta$ , отличающихся только начальными условиями, можно только догадываться. Но некоторые последующие низкочастотные пульсации можно продемонстрировать, если в системах стохастических уравнений (2) помимо различных начальных условий задать небольшое различие в стандартном от-

клонении  $\sigma$  гауссовых случайных чисел, которые моделируют белый шум.

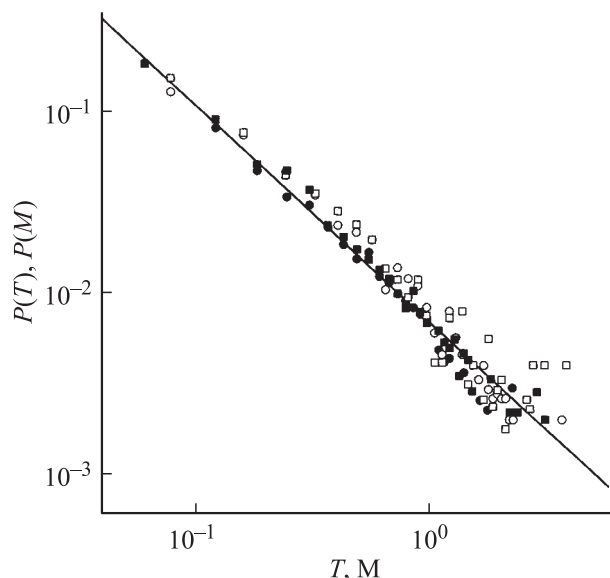
На рис. 5, *a* и *b* приведены примеры отдельных реализаций случайных процессов  $\varphi^\alpha(t)$ ,  $\psi^\alpha(t)$  и  $\varphi^\beta(t)$ ,  $\psi^\beta(t)$  не только с различными начальными условиями, но и с отличающимися на 0.02 значениями стандартных отклонений ( $\sigma^\alpha = 1.02\sigma^\beta$ ). Наличие сильного нелинейного механизма усиления малых возмущений в системе (1) или (2) позволяет сделать заметными некоторые последующие низкочастотные пульсации. Они хорошо заметны для разностей отдельных функций  $\Delta\varphi(t)$  и  $\Delta\psi(t)$  (рис. 5, *c*). Точно такие же стадии релаксации наблюдаются не только при малом варьировании внешнего белого шума, но и при варьировании значений постоянных коэффициентов или при введении малых дополнительных линейных слагаемых в систему (1).

### Статистика низкочастотных экстремальных выбросов

Фактически исследование релаксации на начальной стадии случайного процесса при различных условиях позволяет выделить в ансамбле реализаций низкочастотные высокоэнергетические пульсации. Поскольку характер релаксации не зависит от начальных условий, то релаксационные закономерности при установлении стационарного стохастического процесса в ансамбле реализаций совпадают со статистическими закономерностями отдельных крупномасштабных низкочастотных выбросов. Такие выбросы ответственны за возрастающую часть спектра мощности, и в теории самоорганизованной критичности [5] их называют лавинами. Для отдельных случайных процессов  $\varphi(t)$  и  $\psi(t)$  в системе (2) хорошо определенными являются начальные стадии релаксации (см. рис. 2, *a*), их длительность и максимальные значения выбросов. В силу описанных свойств этих низкочастотных релаксационных выбросов их можно отождествить с лавинами в самоорганизованной критичности. Таким образом, и для системы стохастических уравнений (2) можно исследовать статистику „лавин“ — неперекрывающихся низкочастотных экстремальных флуктуаций.

Для нахождения статистических распределений по длительности и максимальным значениям выбросов численным интегрированием системы (2) рассматривались ансамбли случайных процессов, содержащих по 500 и 1000 пар реализаций с различными начальными условиями. Строились гистограммы распределений по длительностям и максимальным выбросам. Обнаруживалась независимость этих распределений от выбранных начальных условий и даже от размера ансамбля реализаций.

На рис. 6 приведено распределение длительности низкочастотных пульсаций в ансамбле реализаций случайного процесса  $\varphi(t)$ . Темными кружками на этом рисунке обозначены данные, полученные из ансамбля,



**Рис. 6.** Функция распределения  $P(T)$  длительности  $T$  низкочастотных пульсаций (кружки) и функция распределения  $P(M)$  максимальных значений  $M$  выбросов (квадратики) в ансамбле случайных процессов  $\varphi(t)$ .

содержащего 1000 пар реализаций, светлыми — 500 пар реализаций. Видно, что данные в пределах статистической погрешности описывают степенное распределение. Понятно, что такое же распределение по длительности имеет и  $\psi(t)$ .

На рис. 6 квадратиками показано распределение максимальных выбросов в начальной стадии релаксации случайного процесса  $\varphi(t)$ , полученное в тех же условиях, что и для длительности низкочастотных пульсаций. Распределение также соответствует степенной зависимости. Хотя гистограммы распределения показывают большой статистический разброс, а значение оцениваемой величины содержит немногим более одного порядка величины, полученные результаты для функции  $\varphi(t)$  качественно соответствуют концепции самоорганизованной критичности. В нашем случае распределения приблизительно обратно пропорциональны первой степени самой оцениваемой величины — длительности пульсации или ее максимальному значению. Между этими величинами имеется корреляция. Коэффициент пирсоновской корреляции соответствует примерно 0.35–0.40.

## Заключение

В работе исследована релаксация низкочастотных экстремальных выбросов в случайных процессах с  $1/f$ -спектром. Релаксация начинается как степенная зависимость, затем с уменьшением параметров превращается в экспоненту. Появляется характерное время релаксации. При дальнейшем уменьшении параметров релаксация скачком прекращается, система „забывает“

начальные условия. Скачкообразное „забывание“ начальных условий и сходимость к случайному процессу, определяемому только белым шумом, говорит об отсутствии тонкой подстройки и самоорганизации системы. Но в отличие от результатов самоорганизованной критичности в стохастической системе имеется растянутая критичность индуцированного шумом перехода.

Релаксационные процессы дают сведения о статистических закономерностях низкочастотных пульсаций. Полученные результаты о длительности пульсаций и их максимальном значении свидетельствуют о степенной зависимости в распределении этих величин.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 06-08-00034а) и Программы фундаментальных исследований ОЭММПУ РАН.

## Список литературы

- [1] Колмогоров А.Н. // ДАН. 1941. Т. 30. С. 299–303.
- [2] Коган Ш.М. // УФН. 1985. Т. 145. № 2. С. 285–328.
- [3] Bak P., Tang C., Wiesenfeld K. // Phys. Rev. A. 1988. Vol. 38. N 1. P. 364–374.
- [4] Jensen H.J. Self-organized criticality. NY: Cambridge UP, 1998.
- [5] Davidsen J., Paczuski M. // Phys. Rev. E. 2002. Vol. 66. N 5 (5). P. 050101.
- [6] Гинзбург С.Л. // ЖЭТФ. 1994. Т. 106. Вып. 2(8). С. 607–626.
- [7] Матизен Э.В., Ишикаев С.М., Обознов В.А. // ЖЭТФ. 2004. Т. 126. Вып. 5(11). С. 1221–1131.
- [8] Климонтович Ю.Л. Статистическая теория открытых систем. М.: ТОО „Янус“, 1995.
- [9] Коверда В.П., Скоков В.Н., Скрипов В.П. // ЖЭТФ. 1998. Т. 113. № 5. С. 1748–1757.
- [10] Коверда В.П., Скоков В.Н. // ДАН. 2002. Т. 386. № 2. С. 187–189.
- [11] Коверда В.П., Скоков В.Н. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 9. С. 4–8.
- [12] Carbone V., Cavazzana R., Antoni V. et al. // Europhysics Lett. 2002. Vol. 58. P. 349–355.
- [13] Skokov V.N., Koverda A.V., Reshetnikov A.V. et al. // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2003. Vol. 46. P. 1879–1883.
- [14] Олемской А.И. // УФН. 1998. Т. 168. № 3. С. 287–321.