

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. А.Ф. ИОФФЕ

На правах рукописи

Зюзин Александр Юрьевич

**МЕЗОСКОПИЧЕСКИЕ
КОГЕРЕНТНЫЕ И КОЛЛЕКТИВНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В
НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СРЕДАХ.**

Специальность 01.04.07 - физика конденсированного состояния

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург

2006

Работа выполнена в Физико-техническом институте им. А.Ф.
Иоффе Российской Академии наук.

Официальные оппоненты: член-корреспондент РАН, доктор
физико-математических наук,
профессор Гуревич В.Л.
доктор физико-математических наук,
профессор Соколов А.И.
доктор физико-математических наук
профессор Паршин Д.А.

Ведущая организация: Санкт-Петербургский Государственный
Университет

Защита состоится «_____» _____ 2006 г. в _____ часов
на заседании диссертационного совета Д 002.205.01 Физико-
технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021, Санкт-
Петербург, Политехническая ул. 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физико-
технического института им. А.Ф. Иоффе РАН.

Автореферат разослан «_____» _____ 2006 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физико-математических наук

Петров А.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы.

Масштабы, существенные при изучении низкотемпературного электронного транспорта, - длина сбоя фазы и длина когерентности увеличиваются при понижении температуры {1*,2*}. При гелиевых температурах типичные их значения составляют порядка микрона.

В середине восьмидесятых годов обнаружилось, что, когда эти длины сравниваются с размерами исследуемых проводящих структур, начинает проявляться новое явление – оказалось, что кинетические свойства маленьких систем не являются самоусредняющимися величинами {3*,4*}. Кондактансы (полная проводимость) в среднем одинаковых систем отличаются на

величину порядка e^2/h . Зависимость кондактанса маленькой

системы от магнитного поля и изменения других внешних факторов наряду с монотонной частью имеет случайные осцилляции

величины порядка e^2/h {5*,6*}. Эти осцилляции получили

название “универсальные флуктуации кондактанса”. Самоусреднение наступает только тогда, когда размеры системы превосходят длину когерентности или длину сбоя фазы.

Объяснение этого явления состоит в том, что кондактанс содержит поправку, возникающую из-за случайной интерференции электронных волн, распространяющихся по диффузионным траекториям в образце {5*,6*}. Универсальность величины случайной поправки связана с тонкими корреляциями в коэффициентах прохождения электронов через образец. Большой размер траекторий делает интерференционные поправки очень чувствительными к механизмам, приводящим к сдвигу фаз. Отсутствие пространственной симметрии в маленьких неупорядоченных системах {7*} делает возможным существование эффектов, которые запрещены в макроскопических системах.

Интерес к исследованию кинетических и термодинамических явлений в маленьких проводящих системах с этими и другими

необычными свойствами не ослабевает. Сформировалось целое направление – мезоскопика {8*}. Начав в середине восьмидесятых годов с мезоскопических систем микронных и субмикронных размеров, в настоящее время экспериментаторы подошли к нанометровому диапазону.

Надо отметить, что понятие мезоскопика непрерывно расширяется. В настоящий момент оно зачастую означает – промежуточный между микро и макро, без определения последних. Мы будем придерживаться первичного представления о том, что в мезоскопике исследуются индивидуальные свойства проводящих систем с размерами порядка длин сбой фазы или длины когерентности.

Ближайшая область, аналогичная когерентному электронному транспорту и доступная экспериментальному изучению, это распространение электромагнитных волн в неупорядоченных средах. Идеи и подходы, позаимствованные из мезоскопика, оказались плодотворными и стимулировали ряд новых экспериментов {9*} и в такой изучаемой многие десятилетия области, как распространение волн в неупорядоченных средах {10*}.

Актуальность мезоскопических исследований не исчерпана. С развитием технологии появляются (например - углеродные нанотрубки) и будут появляться новые объекты, при изучении которых могут возникнуть новые интересные направления физики мезо-систем.

Диссертация посвящена изучению мезоскопических явлений в распространении волн в неупорядоченных средах, включая нелинейные и когерентно усиливающие среды, в низкотемпературном электронном транспорте, а также проявлению мезоскопических флуктуаций в коллективных явлениях в многослойных структурах.

В диссертации рассмотрен ряд актуальных в мезоскопике вопросов. В задаче о распространении волн в неупорядоченных средах рассмотрены флуктуации коэффициента прохождения и распределение интенсивности внутри системы. Оказывается, что в задаче существует разделение масштабов на микроскопические –

порядка длины свободного пробега и макроскопические. Последние можно изучать при помощи диффузионных уравнений, источниками в которых служат флуктуации потоков на малых масштабах. В таком ланжевенском подходе удастся описать как дальнедействующие корреляции флуктуаций коэффициента прохождения, так и дальнедействующие флуктуации плотности внутри системы.

В работе рассматривается распространение волн в нелинейных средах на примере нелинейного уравнения Шредингера. Решение этого уравнения представляет общий интерес, поскольку оно встречается при изучении широкого класса явлений.

Естественным образом к этому кругу вопросов примыкает вопрос о лазерном действии в неупорядоченной системе. Он поднимался еще в середине шестидесятых годов {11*}. Новая волна интереса к случайным лазерам появилась в середине девяностых годов. Заметной оказалась экспериментальная работа {12*}, в которой наблюдалось возникновение генерации при добавлении в усиливающую среду рассеивателей. Другой, часто цитируемой экспериментальной работой, было исследование отражения назад от усиливающей неупорядоченной среды {13*}. Работа была выполнена с целью экспериментальной проверки теории {11}, включенной в диссертацию.

Ланжевенский метод удастся обобщить и на задачи кинетики. Здесь этот подход важен для анализа измерений кинетических коэффициентов в многозондовых схемах, а также для изучения флуктуаций электронных плотностей возникающих при прохождении тока. В диссертации показано, что эти флуктуации определяют линейный по магнитному полю вклад в нелинейную проводимость.

Наиболее ярко мезоскопические явления обнаруживают себя в термоэлектричестве. Хотя при низких температурах термоэлектрические явления изучать гораздо сложнее, чем проводимость, однако, как показано в диссертации, мезоскопическое термоэлектричество не имеет характерной для металлов малости и вполне поддается экспериментальному изучению {14*}.

В диссертации также рассматривается вопрос о проявлении мезоскопических флуктуаций нелокальных восприимчивостей. В качестве примера рассмотрены кооперативные явления из категории “порядок из беспорядка” в интересных с точки зрения эксперимента системах -магнитных слоях и джозефсоновских контактах.

Основной целью работы является решение следующих конкретных задач:

1. Построение теории флуктуаций интенсивности и коэффициента прохождения волн в диффузионных средах.
2. Решение нелинейного уравнения Шредингера в рассеивающей среде.
3. Изучение влияния рассеяния на генерацию в усиливающих неупорядоченных средах.
4. Построение теории линейного по магнитному полю вклада в нелинейную проводимость.
5. Построение теории биквадратичного обмена в неупорядоченных магнитных мультислоях и $\pi/2$ состояния в джозефсоновских контактах.

Научная новизна.

Впервые получены дальнедействующие вклады в корреляционные функции флуктуаций интенсивности и коэффициента прозрачности диффузионных сред.

Впервые предложено представление, позволяющее проанализировать решения нелинейного уравнения Шредингера в неупорядоченной среде.

Впервые рассчитаны флуктуации коэффициента прохождения в неупорядоченных усиливающих средах.

Впервые рассчитан коэффициент отражения от неупорядоченных усиливающих сред вблизи порога генерации.

Впервые рассмотрен механизм линейного по магнитному полю вклада в нелинейную проводимость мезоскопических систем.

Впервые получены выражения для корреляционных функций термоэлектрических коэффициентов мезоскопических проводников.

Впервые получены выражения для мезоскопических вкладов в обменную энергию магнитных слоев, рассмотрен

механизм ответственный за $\pi/2$ состояние джозефсоновских контактов.

Научная и практическая ценность.

Подход к кинетике, описываемый в диссертации, основан на рассмотрении локальных распределений токов и электронных плотностей. Он обладает физической наглядностью и дополняет подход, основанный на теории случайных матриц. Подход естественным образом позволяет обобщить теорию измерения на нелокальные и много зондовые схемы изучения кинетических процессов.

В работе развиты теоретические методы, позволяющие эффективно исследовать нелинейные волновые задачи в неупорядоченных средах.

Предложен ряд доступных экспериментальному исследованию эффектов, выясняющих роль электронных взаимодействий в нелинейной проводимости мезоскопических систем, влияние нарушения электрон-дырочной симметрии на термоэлектрические свойства маленьких систем.

Предсказано сужение пика в отражении назад от усиливающих неупорядоченных сред. Экспериментальное изучение его заметно стимулировало развитие физики случайных лазеров.

Отмеченная в работе аналогия между “неколлинеарными” состояниями в магнитных слоях и джозефсоновских контактах может стимулировать их экспериментальное изучение.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. С помощью разработанной теории распространения когерентных волн в неупорядоченных средах ланжевеновского типа показано, что пространственные флуктуации интенсивности в среде имеют дальнедействующий характер, а корреляции флуктуаций коэффициента прохождения, возникающих при изменении угла падения спадают обратно пропорционально изменению угла падения.

2. Для нелинейного уравнения Шредингера найдено представление, которое позволило проанализировать решения и показать, что число решений экспоненциально растет с увеличением интенсивности падающей волны.

3. Ланжевеновская теория обобщена на когерентно усиливающие неупорядоченные среды. Это позволило рассчитать флуктуации коэффициентов прохождения и порогового значения коэффициента усиления, необходимого для генерации случайных лазеров.

4. Предсказано сужение пика в отражении назад от усиливающих сред.

5. Исследовано влияние рассеяния на условия генерации и коллективные эффекты в излучении неупорядоченных сред. Показано, что в диффузионном режиме уменьшение длины свободного пробега приводит к уменьшению порогового значения коэффициента усиления и увеличению числа кооперированных атомов. В квазибаллистическом случае для поддержания генерации нужно с увеличением числа примесей увеличивать коэффициент усиления. Число кооперированных атомов падает с ростом числа примесей в квазибаллистическом случае.

6. Разработана теория линейной по магнитному полю нелинейной проводимости мезоскопических систем. Показано, что эффект связан с рассеянием электронов на неравновесных мезоскопических флуктуациях плотности, содержащих нечетные по магнитному полю вклады.

7. Рассчитаны мезоскопические флуктуации термоэлектрических коэффициентов. Показано, что нарушение электрон-дырочной симметрии приводит к тому, что флуктуационный вклад в термоэлектрические коэффициенты мезоскопических систем много больше средних значений. Это означает, что уравнение Больцмана не применимо для рассмотрения термоэлектрических величин в маленьких системах.

8. Показано, что вольт-амперные характеристики и зависимости от магнитного поля сопротивления точечных туннельных контактов, определяются масштабами много большими, чем размер контакта. Поэтому исследование мезоскопических флуктуаций сопротивления контакта дает информацию не только о поверхности, но и об области размером порядка длины когерентности под поверхностью.

9. Показано, что из “беспорядка” мезоскопических флуктуаций в слоистых структурах могут возникать упорядоченные коллективные состояния, такие как неколлинеарные состояния в магнитных мультислоях и $\pi/2$ состояния джозефсоновских контактов сверхпроводник-ферромагнитный металл-сверхпроводник.

Достоверность полученных результатов.

Основные результаты предлагаемой теории получены в рамках хорошо разработанных и проверенных математических методов теории неупорядоченных проводников. Ряд результатов подтверждается расчетами других авторов, а некоторые выводы были проверены и экспериментально. Даны простые качественные объяснения.

Апробация работы.

Материалы диссертации докладывались на конференциях: XVIII Международная школа-семинар Новые магнитные материалы микроэлектроники Москва 2002 , Advances Research Workshop Nano-Питер 05, Decoherence at the Crossroads. 20-23 Feb. University of British Columbia, Canada, 2006, Quantum nanoscience, Jan. 22-26, Nosa Blue, Quinsland, Australia, 2006, Jan. 11-15, 2005, Trends in nolinear physics, Los Alamos, USA, November 13, 2005, Argon USA Transport in Disordered Electronic Systems

А также докладывались на семинарах ФТИ им.А.Ф.Иоффе, ПИЯФ РАН, ИТФ им. Л.Д.Ландау, физических факультетов Университета г. Цинциннати (США), Вашингтонского Университета г. Сиэттла (США), Лаборатории низких температур Технологического Института г. Хельсинки (Финляндия), Лаборатории сильных магнитных полей г.Гренобль (Франция), Института Макса-Планка г. Дрезден (Германия).

Публикации.

Основное содержание диссертации изложено в 26 статьях, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, списка литературы из 112 наименований и заключения. Объем работы 189 страниц. Диссертация содержит 41 рисунок.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе описана модель случайной рассеивающей среды.

В диссертации применяется стандартная примесная диаграммная техника.

Рассмотрены фундаментальные для дальнейшего вопросы случайной интерференции когерентных волн. Значение плотности (интенсивности) $n(\vec{r})$ скалярной волны, прошедшей от границы среды в точку наблюдения \vec{r} дается выражением

$$n(\vec{r}) \propto \left| \sum_k \Psi_k \right|^2 = \sum_k |\Psi_k|^2 + \sum_{k \neq k'} \Psi_k \Psi_{k'}^* \equiv n_{cl}(\vec{r}) + \delta n(\vec{r}) \quad (1.1)$$

Здесь Ψ_k есть амплитуда волны, прошедшей в точку наблюдения \vec{r} по некоторому пути k . В случае многократного рассеяния амплитуда содержит фазовый множитель $\exp(2\pi i L_k / \lambda)$, где $L_k \gg l$ есть длина пути k . l есть длина свободного пробега, λ есть длина волны.

Первый член в правой стороне равенства (1.1) $n_{cl}(\vec{r})$ соответствует классической диффузии. Флуктуации его малы и не рассматриваются.

Второй член в (1.1) $\delta n(\vec{r})$ описывает интерференцию волн, пришедших в точку наблюдения по отличающимся друг от друга путям, $k \neq k'$. Для большинства путей их длины отличаются больше, чем на длину волны, поэтому фазы амплитуд Ψ_k существенно отличаются друг от друга. В следствие этого второй член в (1.1) при усреднении по положению рассеивателей обращается в ноль. (Мы не учитываем поправки от слабой локализации.). Он ответственен за пространственные флуктуации плотности. Порядок величины флуктуации можно оценить, усредняя квадрат второго члена в (1.1) по реализациям рассеивателей. Эта операция обозначается угловыми скобками.

$$\left\langle (\delta n(\vec{r}))^2 \right\rangle \approx \sum_{k \neq k'} \Psi_k \Psi_{k'}^* \sum_{m \neq m'} \Psi_m \Psi_{m'}^* \propto \left(\sum_k \Psi_k \Psi_k^* \right)^2 \approx n_{cl}^2(\vec{r}) \quad (1.2)$$

Здесь мы удержали лишь члены с сокращающимися фазовыми множителями $k = m'$ и $k' = m$.

Из оценки (1.2) следует, что плотность (интенсивность) $n(\vec{r}) = \delta n(\vec{r}) + \langle n(\vec{r}) \rangle$ флуктуирует по порядку величины как $|\delta n(\vec{r})| \approx \langle n(\vec{r}) \rangle$. Локальные значения плотности потока $\bar{J}(\vec{r}) = \delta \bar{J}(\vec{r}) + \langle \bar{J}(\vec{r}) \rangle$ можно оценить, как $\bar{J}(\vec{r}) \approx \bar{c} \delta n(\vec{r})$, поскольку фаза амплитуды перехода меняется на величину порядка π на масштабе длины волны λ . Здесь c есть скорость волны. Типичные значения плотностей потока существенно превышают среднюю величину. Представления, приводящие к соотношению (1.2), являются ключевыми при изучении мезоскопических явлений.

В диссертации показано, что флуктуации плотности имеют дальнедействующий характер. При $|\vec{r} - \vec{r}_1| \gg l$ они спадают как {4}

$$\left\langle \delta n(\vec{r}) \delta n(\vec{r}_1) \right\rangle = \frac{1}{6} \left(\frac{\lambda c \langle n \rangle}{2\pi D} \right)^2 \frac{l}{|\vec{r} - \vec{r}_1|}. \quad (1.3)$$

Здесь $D = cl/3$ есть коэффициент диффузии.

Этот результат имеет важное приложение во второй главе в определении критерия больших интенсивностей.

В связи с приложениями в электронной кинетике интересны свойства коэффициента прохождения. При обсуждении свойств корреляционных функций коэффициента прохождения сопоставляются стандартный диаграммный подход и ланжевеновский, основанный на идее о разделении масштабов пространственных флуктуаций плотности. Флуктуации

коэффициента прозрачности оказываются много большими, чем флуктуации кондактанса {4,5}

$$\left\langle (\delta T)^2 / \langle T \rangle^2 \right\rangle \sim \langle g \rangle^{-1} .$$

Здесь T коэффициент прохождения, проинтегрированный по всем направлениям прошедшей волны. $\langle g \rangle \gg 1$ есть средний кондактанс

в единицах e^2 / h . Его относительные флуктуации равны {5*,6*}

$$\left\langle (\delta g)^2 / \langle g \rangle^2 \right\rangle \sim \langle g \rangle^{-2} .$$

В заключительной части главы показано, что имеющиеся экспериментальные данные согласуются с теорией.

Во второй главе рассматривается распространение волн в неупорядоченных средах, описываемых нелинейным уравнением Шредингера

$$\left(-\frac{1}{2m} \vec{\nabla}^2 + V(\vec{r}) + \beta n(\vec{r}) - \omega \right) \Psi(\vec{r}) = 0 .$$

Здесь $V(\vec{r})$ есть рассеивающий потенциал, имеющий гауссовское распределение. ω есть энергия. Нелинейная часть имеет вид

$\beta n(\vec{r}) = \beta |\Psi(\vec{r})|^2$. Рассматривается случай, когда на

неупорядоченную систему размером $L \gg l$ падает когерентная волна с плотностью n_0 .

Основная цель главы - обобщение представлений о мультистабильности, полученных в одномерных моделях, на случай трехмерных систем. Показано, что если плотность падающей волны больше, чем

$$n_0 > n_{cr} \equiv \frac{\omega}{\beta} \left(\frac{l}{L} \right)^{3/2} \quad (1.4)$$

то на длине диффузионной траектории из-за нелинейности набирается фаза порядка единицы. С этого момента необходим строгий учет нелинейности. Решение нелинейного уравнения Шредингера становится неоднозначным. Критерий (1.4) получается

при учете дальнедействующего характера флуктуаций плотности (1.3). Найдено представление, которое позволяет проанализировать уравнение и описать свойства решений. Показано, что число решений экспоненциально растет с увеличением интенсивности падающей волны как {21,25}

$$\sim \exp \left[\frac{2}{3} (n_0 / n_{cr})^{3/2} \right]$$

В третьей главе рассматривается распространение волн в неупорядоченных когерентно усиливающих средах. В результате инверсии электронной заселенности мнимая часть диэлектрической проницаемости ε_2 отрицательна. Процесс размножения фотонов

удобно характеризовать временем $\tau_0^{-1} = \frac{2\pi c}{\lambda} |\varepsilon_2|$. Возникает

понятие критического размера (для пластины критическая толщина равна $L_{cr} \equiv \pi \sqrt{D\tau_0}$), при котором уход фотонов равен приходу из-за усиления. Близость к порогу удобно определять величиной

$$\Delta = \frac{L - L_{cr}}{L_{cr}} \ll 1.$$

В диссертации рассмотрены корреляционные функции коэффициента прохождения вблизи порога генерации. Показано, что относительные флуктуации усилены вблизи порога генерации {12,15}

$$\left\langle \frac{(\delta T)^2}{\langle T \rangle^2} \right\rangle \sim \frac{1}{g\Delta^2}.$$

По-видимому, усиление флуктуаций связано с тем, что вблизи порога возникает резонансное рассеяние на лазерных состояниях.

Обсуждаются флуктуации значения коэффициента усиления, необходимого для установления генерации. Показано, что

$$\text{флуктуации имеют величину } \sqrt{\left\langle \delta \left(\frac{1}{\tau_0} \right)^2 \right\rangle} \sim \frac{1}{\sqrt{g}} \tau_0^{-1} \quad \{12\}.$$

Вблизи порога генерации рассмотрен локализационный эффект в отражения назад. Показано, что на фоне обычного пика в отражении формируется узкий пик, ширина которого стремится к нулю по мере приближения порога генерации.

Выражение для альбеда имеет вид {11}

$$\alpha(\bar{q}) = \frac{3}{4\pi} [1 - p(0) - p(\bar{q})] \quad (1.5)$$

$$\text{где } p(\bar{q}) = \frac{\pi l}{L_{cr}} \sqrt{1 - \left(\frac{q L_{cr}}{\pi} \right)^2} \operatorname{ctg} \left\{ \pi(1 - \Delta) \sqrt{1 - \left(\frac{q L_{cr}}{\pi} \right)^2} \right\}.$$

Как следует из (1.5), вблизи порогового состояния на импульсах $L_{cr}q < 1$ альбеда равно

$$\alpha(\bar{q}) = \frac{3}{4\pi} \left\{ 1 + \frac{l}{\Delta L_{cr}} \left(1 + \frac{\Delta}{\Delta + (L_{cr}q)^2 / 2\pi^2} \right) \right\}$$

Таким образом, ширина пика равняется $\sqrt{\Delta} / L_{cr}$, и стремится к нулю, когда толщина пластины близка к критической. Этот пик можно интерпретировать как флуктуационное усиление слабой локализации вблизи фазового перехода в неупорядоченной оптической системе.

Для $L_{cr}q > 1$ альбеда имеет выражение

$$\alpha(\bar{q}) = \frac{3}{4\pi} \left\{ 1 + \frac{l}{L_{cr}\Delta} - ql \right\}$$

Зависимость от q здесь такая же, как и в случае обычной неупорядоченной среды.

Рассматривается влияние рассеяния на порог генерации и коллективные эффекты в излучении неупорядоченных сред. Показано, что в диффузионном режиме уменьшение длины свободного пробега приводит к уменьшению порогового значения коэффициента усиления и увеличению числа кооперированных атомов $N_c \propto l^{-1}$. В квазибаллистическом случае (пластина с толщиной меньшей длины пробега) рассеяние “выбивает” свет из системы.

Чтобы поддерживать генерацию в этом случае нужно с увеличением числа примесей увеличивать коэффициент усиления. Число кооперированных атомов падает с ростом числа примесей в этом случае $N_c \sim l$.

В заключение главы обсуждаются результаты экспериментальной работы {13*} по изучению отражения назад.

В четвертой главе рассмотрен ряд вопросов электронной кинетики.

Многие свойства мезоскопических флуктуаций связаны с тем, что связь флуктуационного тока и вызывающего его электрического поля имеет дальнедействующий характер. Так при нулевой температуре в трехмерных системах нелокальная проводимость убывает как {2}

$$\left\langle \left(\sigma_{ij}(\vec{r}, \vec{r}') \right)^2 \right\rangle \sim \left(\frac{\sigma_D}{l^2 |\vec{r} - \vec{r}'|} \right)^2$$

Здесь σ_D есть друдевская проводимость. Отсюда следует, что локальные значения электрического тока много больше среднего.

Выражения для корреляционных функций флуктуаций плотности электрического тока и электрохимического потенциала в трехмерном случае имеют вид {4}

$$\langle \delta J_i(\vec{r}) \delta J_j(\vec{r}') \rangle = 8 \left(\frac{e^2 \vec{E}}{2\pi^2 \hbar} \right)^2 L_T \left\{ \delta_{ij} \delta(\vec{r} - \vec{r}') - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial^2}{\partial r_i \partial r_j} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right\}$$

$$\langle \delta \phi(\vec{r}) \delta \phi(\vec{r}') \rangle = 2 (e \vec{E} \lambda)^2 \frac{L_T \lambda^2}{l^2 |\vec{r} - \vec{r}'|}$$

Здесь $L_T = \sqrt{\frac{D}{T}}$ – есть длина когерентности нормального металла.

\vec{E} есть электрическое поле.

Помимо мезоскопических флуктуаций плотности при протекании электрического тока возникают и флуктуации спиновой поляризации. В тонкой проволоке с площадью поперечного сечения S флуктуации в случае, когда ее поперечные размеры меньше длины когерентности и длины спин-орбитального рассеяния, флуктуации поляризации имеют вид {7} ($L_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi}$ и τ_φ есть длина и время сбойа фазы, соответственно.)

$$\langle \delta P^{(i)}(\vec{r}) \delta P^{(j)}(\vec{r}') \rangle = \frac{L_\varphi V_0}{3ST} \delta_{ij} \left(\frac{e \vec{E}}{4} \right)^2 \times \begin{cases} 1 & T\tau_{so} < 1 \\ 1 - \left(1 + \frac{\tau_\varphi}{\tau_{so}} \right)^{-1/2} & T\tau_{so} > 1 \end{cases}$$

τ_{so} есть время спин-орбитального рассеяния. V_0 есть плотность состояний на уровне Ферми. При достаточно низких температурах, когда длина когерентности превышает длину спин-орбитального рассеяния, величина мезоскопических флуктуаций не зависит от скорости спин-орбитального рассеяния.

Неравновесные флуктуации электронной зарядовой $\delta n(\vec{r}, \vec{H}) \neq \delta n(\vec{r}, -\vec{H})$ и спиновой плотностей $\delta \vec{P}(\vec{r}, \vec{H}) \neq \delta \vec{P}(\vec{r}, -\vec{H})$ не являются четными функциями внешнего магнитного поля

Подчеркнем, что флуктуации обоого типа имеют статический характер.

При учете электрон-электронного взаимодействия они приводят к появлению дополнительного рассеяния электронов на потенциале

$$V_{\alpha\beta} = u_e(\vec{r})\delta_{\alpha\beta} + \vec{h}_e(\vec{r})\vec{\sigma}_{\alpha\beta},$$

где $u_e(\vec{r}) = \left(V(0) - \frac{1}{2} \overline{V(p_F(\bar{n} - \bar{n}'))} \right) \delta n(\vec{r}, \vec{H}, U)$ и

$$\vec{h}_e(\vec{r}) = \frac{1}{2} \overline{V(p_F(\bar{n} - \bar{n}'))} \delta \vec{P}(\vec{r}, \vec{H}, U). \quad V(q) \text{ есть экранированный}$$

кулоновский потенциал. Черта сверху означает усреднение по углам векторов. U есть напряжение на образце.

Тот факт, что электроны распространяются в потенциале, нечетном по магнитному полю приводит к нечетному по магнитному полю вкладу в проводимость. В мезоскопической системе он имеет случайный знак. В двумерной системе размером L поправка к току составляет {24}

$$\frac{\langle \delta I^2 \rangle}{U^2} \sim \left(\frac{e^2 L^2}{h D} \right)^2 (V(0)UD)^2 \left(\frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2.$$

Последний множитель содержит отношение магнитного потока через систему к кванту потока.

В диссертации рассмотрены мезоскопические флуктуации термоэлектрических коэффициентов. В металлах термоэлектрические коэффициенты имеют характерную малость $T/\mu \ll 1$, где μ - химический потенциал. Это, как известно, связано с тем, что под влиянием градиента температуры частицы над уровнем Ферми и дырки под уровнем Ферми двигаются в одну сторону и поэтому электрический ток, создаваемый каждым из этих потоков порознь, компенсируется с точностью до членов порядка T/μ .

В мезоскопических металлических системах случайный рассеивающий потенциал полностью снимает симметрию между электронами и дырками, поэтому компенсации токов не происходит. Мезоскопические флуктуации термоэлектрических коэффициентов в этом смысле аномально велики {3}.

Удобно ввести термоэлектрический кондактанс согласно соотношению

$$J = \frac{1}{e} B (T_1 - T_2)$$

Для тонкой проволоки длиной L корреляционная функция $\langle (B - \langle B \rangle)^2 \rangle$ есть

$$\langle (B - \langle B \rangle)^2 \rangle \sim \left(\frac{e^2}{h} \right)^2 \frac{L_T^2 L \varphi}{L^3}$$

Флуктуации сильно зависят от температуры. В случае образца размером $L \leq L_T$ имеем

$$\langle (B - \langle B \rangle)^2 \rangle \approx \left(\frac{e^2}{\pi \hbar} \frac{L^2}{L_T^2} \right)^2 \propto T^2$$

Как и положено, при низких температурах термоЭДС линейно зависит от температуры. Сравнение величины флуктуаций термоэлектрического коэффициента со средним значением $\sim \frac{T \sigma_D}{e \mu}$

приводит к соотношению {3}

$$\frac{\sqrt{\langle (\delta B)^2 \rangle}}{\langle B \rangle} \sim \frac{L \lambda}{l^2}$$

Отсюда следует, что типичные значения термоЭДС мезоскопических систем имеют случайный знак и по величине много больше, чем их средние значения.

Величина флуктуаций термоэлектрического кондактанса при $L \geq L_T$ порядка величины флуктуаций обычного электрического кондактанса.

Выводы теории подтверждаются экспериментально {14*}.

В диссертации обосновывается предположение о немонотонной температурной зависимости мезоскопических составляющих кинетических коэффициентов. Эти составляющие набираются от вкладов электронов с различными энергиями. Эти вклады имеют разные знаки. При конечной температуре существенный интервал энергий составляет порядка T , поэтому с ростом температуры происходит усреднение вкладов и мезоскопические составляющие кинетических коэффициентов убывают с ростом температуры. Но с другой стороны при этом возможна немонотонная зависимость кинетических коэффициентов от температуры.

Корреляционные функции кондактанса при $L > L_{T_1}$ имеют вид

$(T_1 > T_2)$ {26}

$$\langle \delta g(T_1) \delta g(T_2) \rangle \sim \langle (\delta g(T_1))^2 \rangle \sim \left(\frac{e^2}{h} \right)^2 \frac{L_{T_1}}{L}$$

При монотонной температурной зависимости $\delta g(T)$ следовало бы ожидать разных температурных показателей в корреляционных функциях (например, зависимости вида $\delta g(T) \sim AT^{-\gamma}$ не удовлетворяют соотношениям даже при случайном значении коэффициента A).

В диссертации показано, что полевые зависимости сопротивления точечного туннельного контакта определяется пространственными масштабами много большими размеров контакта. В этом смысле исследование мезоскопических флуктуаций дает информацию не только о поверхности, но и области размером порядка длины когерентности под поверхностью.

Корреляционная функция кондактансов контактов в точках \vec{r} и \vec{r}' , находящихся на расстоянии большем длины свободного пробега имеет вид (ν – плотность состояний исследуемого проводника на уровне Ферми) {8}

$$\frac{\langle \delta g(\vec{r}) \delta g(\vec{r}') \rangle}{\langle g \rangle^2} = \frac{1}{(\hbar D \pi^2 v)^2 |\vec{r} - \vec{r}'|^2}$$

Локальная плотность состояний может быть исследована путем измерения кондактанса, как функции напряжения. При этом корреляционная функция имеет вид {8}

$$\frac{\langle [\delta g(U) - \delta g(0)]^2 \rangle}{\langle g \rangle^2} \sim \frac{\sqrt{eU}}{D^{3/2} \hbar^{3/2} \langle v \rangle}$$

В пятой главе рассмотрены коллективные эффекты, возникающие из-за мезоскопических флуктуаций нелокальных восприимчивостей.

В структуре, состоящей из двух ферромагнитных металлических пленок, разделенных слоем немагнитного металла, знак обменной энергии из-за осцилляций Рудермана-Киттеля намагниченностей ферромагнитных пленок осциллирует как функция толщины с периодом порядка фермиевской длины. В результате, магнитная структура системы осциллирует между ферромагнитной и антиферромагнитной относительной направленностью намагниченностей.

Известно, что, когда расстояние между магнитными слоями L становится больше длины свободного пробега, РККИ взаимодействие, усредненное по реализациям случайного потенциала, $\langle J(L) \rangle$ экспоненциально убывает с увеличением L .

Флуктуации локального обмена не содержат экспоненциального убывания, поэтому обмен между слоями имеет следующий вид – вдоль поверхности локально он флуктуирует между положительными и отрицательными значениями. Это приводит к отклонению локальных направлений намагниченности от среднего направления. Поэтому для нахождения последнего необходимо минимизировать энергию, включающую в себя и энергию деформации направления намагниченностей ферромагнитных

пленок $\frac{\alpha}{2} \sum_{p=1,2} \int dV_p \left(\frac{\partial \bar{M}_p}{\partial r_i} \right) \left(\frac{\partial \bar{M}_p}{\partial r_i} \right)$ {15*}. В результате для

обменной энергии системы получается выражение (d есть толщина ферромагнитных слоев)

$$F = \cos \varphi \int dV_1 dV_2 J(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + \frac{\cos^2 \varphi}{\alpha d} \int dV_1 dV_1' dV_2 dV_2' \left\langle J(\vec{r}_1, \vec{r}_2) J(\vec{r}_1', \vec{r}_2') \right\rangle$$

Второй член называется биквадратичным. Когда он превышает билинейный вклад, магнитная система упорядочивается в структуру, в которой направления намагниченностей пленок ортогональны $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Расчет величины биквадратичного вклада сделан в модели, где ферромагнетик описывается гамильтонианом $\vec{H}_{eff}(\vec{r}, \varphi) \vec{\sigma}$.

$\vec{H}_{eff} = \omega_S \vec{n}$ — это эффективное магнитное поле, действующее только на электронные спины, ω_S — энергия обменного расщепления электронного газа.

При $L > L_s = \sqrt{D/\omega_S}$ расчет корреляционной функции мезоскопических флуктуации обмена приводит к выражению для биквадратичного вклада {19}

$$F \sim \frac{\cos^2 \varphi}{\alpha d} \frac{S}{L^2} \left(\frac{D}{8L^2} \right)^2$$

S — площадь системы.

В противоположном пределе, когда $L_s > L$, величина биквадратичного обмена убывает с уменьшением ферромагнитного расщепления как

$$F \sim \frac{S}{L^2} \frac{\cos^2 \varphi}{\alpha d} \omega_S^2$$

Оказывается, что помимо флуктуационного вклада существует и прямой, связанный с тем, что энергия спиновых флуктуаций электронов проводимости парамагнитного слоя в магнитных мультислоях зависит от взаимной ориентации

намагниченностей. Этот вклад убывает медленнее, чем флуктуационный с увеличением L {22}

$$F = \frac{\eta S}{(4\pi L)^2} \frac{D}{L^2} \cos^2 \varphi$$

и в обратном случае - малого ферромагнитного расщепления имеет вид

$$F = - \frac{\eta S}{8(4\pi L)^2} \frac{\omega_s^2 L^2}{D} \cos \varphi$$

Здесь η есть константа электрон-электронного взаимодействия.

Флуктуационный и прямой вклады могут быть одного порядка.

С изменением толщины ферромагнитного слоя в структурах сверхпроводник-ферромагнитный металл-сверхпроводник (СФС) знак энергии Джозефсона осциллирует, а вместе с ним и разность фаз между сверхпроводящими берегами в основном состоянии меняется между 0 и π {16*}. Такое поведение есть следствие того, что волновая функция куперовской пары в ферромагнитном металле испытывает пространственные осцилляции по мере проникновения в ферромагнетик. Недавно π - контакты в СФС структурах были реализованы экспериментально {17*}.

В неупорядоченной системе, когда длина свободного пробега электрона в ферромагнитном металле мала, средние значения энергии Джозефсона экспоненциально малы при

$L > L_s = \sqrt{\frac{D}{\omega_s}}$. Это, как и в случае осцилляций Фриделя, связано с

тем, что осцилляции сверхтекучей волновой функции в неупорядоченном ферромагнетике имеют стационарную фазу, зависящую от координаты случайным образом. Фаза меняется на величину порядка π на длине порядка длины зеемановской прецессии спина в обменном поле ферромагнетика L_s . При усреднении по реализациям случайного потенциала получается экспоненциальное убывание амплитуды куперовских пар при

$L > L_s$. В этом пределе энергия джозефсоновской связи вдоль контакта локально флуктуирует по знаку, т.е. контакт состоит из локальных 0- и π -контактов, соединенных параллельно. Основное состояние такой системы содержит некоторое распределение токов. В результате минимизации энергии контакта, включающей в себя кинетическую энергию конденсата,

$$F = \int d^3\vec{r} \frac{\rho_s \vec{v}_s^2(\vec{r})}{2} - \int d^2\vec{\rho} J(\vec{\rho}) \cos \varphi(\vec{\rho}) \quad \text{возникает вклад,}$$

аналогичный биквадратичному в магнитных мультислоях. (Здесь

ρ_s и $\vec{v}_s(\vec{r}) = \frac{1}{m} \vec{\nabla} \varphi(\vec{r})$ есть плотность и скорость конденсата,

соответственно. $\varphi(\vec{\rho}) = \varphi(\vec{\rho}, z = +0) - \varphi(\vec{\rho}, z = -0)$ есть локальная разность фаз между сверхпроводниками.)

$$F = - \int d^2\vec{\rho} J(\vec{\rho}) \cos \varphi - J_{eff} S \sin^2 \varphi$$

Оценка величины второго вклада, полученная в модели, где сверхпроводник отделен от ферромагнитного слоя туннельным контактом, имеет вид

$$J_{eff} \sim \frac{\xi m}{\pi n_S} \left(\frac{g}{8\pi v_0 D} \right)^4 \left(\frac{D}{2\pi^2 L^2} \right)^2 \ln \left(\frac{\xi}{l} \right)$$

ξ есть длина когерентности сверхпроводника. g есть кондактанс на единицу площади.

В заключении диссертации перечислены основные оригинальные результаты.

Основные результаты диссертации изложены в следующих работах

1. Зюзин А.Ю., Спивак Б.З. Фриделевские осцилляции и взаимодействие Рудермана-Киттеля в неупорядоченных проводниках. Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43. В. 4. С. 185-187.

2. Аронов А.Г., Зюзин А.Ю., Спивак Б.З., Низкотемпературные пространственные флуктуации тока в неупорядоченных проводниках. Письма в ЖЭТФ. 1986. Т.43, В.9, С. 431-434.

3. Анисович А.В., Альтшулер Б.Л., Аронов А.Г., Зюзин А.Ю. Мезоскопические флуктуации термоэлектрических коэффициентов. Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 45. В.5, С. 237-239.
4. Зюзин А.Ю., Спивак Б.З. Ланжевеновское описание мезоскопических флуктуаций в неупорядоченных средах. ЖЭТФ. 1987. Т. 93. В.3(9). С. 994-1006.
5. Spivak B.Z., Zyuzin A.Yu. Fluctuations of coherent light transmission through disordered media. Solid State Commun. 1988. V. 65, N.5. P. 311-313.
6. Spivak B.Z., Zyuzin A.Yu. Mesoscopic fluctuations of the current density in intricate geometry samples. Solid State Commun. 1988 V. 67. N.2. P. 75-79.
7. Zyuzin A.Yu. Spin polarization effects in mesoscopic conductors. Europhys.Lett. 1990. V. 12 N.6. P. 529-532.
8. А.Ю. Зюзин, Б.З. Спивак. Мезоскопические флуктуации сопротивления точечных контактов. ЖЭТФ. 1990. Т. 98. В.3(9). С. 1011-1017.
9. Spivak B., Zyuzin A.Yu. Mesoscopic fluctuations of current density in disordered conductors. in "Mesoscopic phenomena in solids", ed. by B.L.Al'tshuler, P.A.Lee and R.A.Webb, (1991). P. 37-80
10. Zyuzin A.Yu., Serota R.A. Mesoscopic fluctuations of electron spin polarization in disordered conductors. Phys. Rev.B. 1992. V.45. N.20. P. 12094-12097.
11. Zyuzin A.Yu. Weak localization in backscattering from an amplifying medium. Europhys.Lett. 1994. V. 26. N. 7. P. 517-520.
12. Zyuzin A.Yu. Transmission fluctuations and spectral rigidity in a random amplifying medium. Phys.Rev.E. 1995. V. 51. N.6. P. 5274-5278.
13. Зюзин А.Ю. Интерференционное усиление рассеяния волн на усиливающей неупорядоченной среде. Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 61. В.12. С. 961-964.
14. Burkov A.A., Zyuzin A.Yu. Correlation function of speckle in reflection from photonic paint. Письма в ЖЭТФ. 1996. Т. 63. В.11. С. 841-843.

15. Burkov A.A., Zyuzin A.Yu. Correlations in transmission of light through a disordered amplifying medium. *Phys. Rev. B.* 1997. V.55. N.9. P. 5736–5741.
16. Zyuzin A.Yu. Superfluorescence of photonic paint. *ЖЭТФ.* 1998. Т.113. В. 3. С. 816-824.
17. Zyuzin A.Yu. Superfluorescent decay in quasiballistic disordered systems. *Europhys.Lett.* 1999. V. 46. N. 2. P. 160-163.
18. Zyuzin A.Yu., Spivak B. Theory of $\pi/2$ superconducting Josephson junctions. *Phys.Rev.B.* 2000. V. 61. N. 9. P. 5902-5905.
19. Zyuzin A.Yu., Spivak B., Vagner I., Wyder P. Mesoscopic mechanism of exchange interaction in magnetic multilayers. *Phys.Rev. B.* 2000. V. 62 .N. 21. P. 13899-13902.
20. Spivak B., Zyuzin A.Yu. Mesoscopic sensitivity of speckles in disordered nonlinear media to changes of the scattering potential. *Phys.Rev.Lett.* 2000. V.84. N.9. P. 1970-1973.
21. Zyuzin A.Yu. Theory of exchange coupling in disordered magnetic multilayers. *Письма в ЖЭТФ.* 2002. Т. 76. В. 8. С. 576-578.
22. Hruska M., Spivak B., Zyuzin A. Mesoscopic effects in superconductor-ferromagnet-superconductor junctions. *Europhys. Lett.* 2003. V. 62. N. 1. P. 97-102.
23. Spivak B., Zyuzin A. Signature of the Electron-Electron Interaction in the Magnetic-Field Dependence of Nonlinear I –V Characteristics in Mesoscopic Systems. *Phys.Rev.Lett.* 2004. V. 93. P. 226801-(1-4).
24. Spivak B., Zyuzin A.Yu. Propagation of nonlinear waves in disordered media. *Journal of Optical Society of America B.* 2004. V. 21. N. 1. P. 177-182.
25. Spivak B., Zyuzin A., Cobden D.H. Mesoscopic Oscillations of the Conductance of Disordered Metallic Samples as a Function of Temperature. *Phys.Rev.Lett.* 2005, V. 95. P. 226804.

Цитируемая литература

- 1*. Altshuler B.L., Aronov A.G. in *Electron-Electron Interaction in Disordered Conductors*, edited by A. L. Efros and M. Pollak (Elsevier, Amsterdam, 1985).
- 2*. Lee P.A., Ramakrishnan T.V. *Disordered electronic systems.* *Rev.Mod.Phys.* 1985. V. 57. N.2. P. 287-337.

3*. Umbach C.P., Washburn S., Laibowitz R.B. , Webb R.A. Magnetoresistance of small, quasi-one-dimensional, normal metal rings and lines. *Phys.Rev.B.* 1984. V. 30. N. 7. P. 4048-4051.

4*. Webb R.A., Washburn S., Umbach C.P., Laibowitz R.B. Observation of $\frac{h}{e}$ Aharonov-Bohm oscillations in normal-metal rings. *Phys.Rev.Lett.* 1985. V.54. N. 25. P. 2696-2699.

5*. Альтшулер Б.Л. Флуктуации остаточной проводимости неупорядоченных проводников. Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 41 В.12. С. 530-533.

6*. Lee P. A., Stone A.D. Universal Conductance Fluctuations in Metals. *Phys.Rev.Lett.*1985. V.55. N. 15, P.1622–1625.

7*. Альтшулер Б.Л., Хмельницкий Д.Е. Флуктуационные свойства проводников малых размеров. Письма в ЖЭТФ. 1985. Т.42. В.7. С. 291-293.

8*. Editors: Altshuler B.L., Lee P.A., Webb R.A. Mesoscopic phenomena in solids. 1991, North-Holland, P.1-556.

9*. Genack A.Z., Garcia N., Polkosnik W. Long-range intensity correlation in random media. *Phys.Rev.Lett.* 1990. V. 65. N. 17. P.2129-2132.

10*. Барабаненков Ю.Н., Кравцов Ю.А., Рытов С.М., Татарский В.И. Состояние теории распространения волн в случайно-неоднородной среде. Успехи физических наук. 1970. Т. 102. В.1. С.1-42.

11*. Летохов В.С. Генерация света рассеивающей средой с отрицательным резонансным поглощением. ЖЭТФ. 1967. Т. 53. В. 4(10). С. 1442-1452.

12*. Lavandy N.M., Balachandran R.M., Gomes A.S.L., Sauvain E. Laser action in strongly scattering media. *Nature.* 1994. V. 368. P. 436-438.

13*. Wiersma D.S., Albada M.P., Lagendijk A. Coherent Backscattering of Light from an Amplifying Random Medium. *Phys.Rev.Lett.* 1995. V.75. N. 9. P. 1739-1742.

14*. Гусев Г.М., Квон З.Д., Погосов А.Г. Термоэлектрические эффекты в мезоскопических проводниках. Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 51. В. 3. С. 151-153.

15*. Slonczewski J.C. Fluctuation mechanism of biquadratic exchange coupling in magnetic multilayers. *Phys.Rev.Lett.* 1991. V. 67. N.22. P. 3172-3175.

16*. Buzdin A. I. Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures. *Rev.Mod.Phys.* 2005. V.77. N.3. P. 935-976.

17*. Ryazanov V.V., Oboznov V.A., Rusanov A.Yu., Veretennikov A.V., Golubov A.A., Aarts J. Coupling of Two Superconductors through a Ferromagnet: Evidence for a π Junction. *Phys.Rev.Lett.* 2001. V.86. N. 11. P.2427-2430.