

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе

---

*На правах рукописи*

**ЛЮБИНСКИЙ Илья Семенович**

**ЭФФЕКТЫ ПАМЯТИ В СПИНОВОЙ  
ДИНАМИКЕ ДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ**

**Специальность:**

01.04.10 — физика полупроводников

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург

2006

Работа выполнена в Физико-техническом институте  
им. А. Ф. Иоффе РАН

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник  
В. Ю. Качоровский

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор Н. С. Аверкиев  
доктор физико-математических наук, профессор Ю. А. Мамаев

Ведущая организация: Петербургский институт ядерной физики  
им. Б. П. Константинова РАН

Защита состоится «\_\_» \_\_\_\_\_ 2006 г. в \_\_\_\_ часов на заседании  
диссертационного совета К 002.205.02 Физико-технического института  
им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021, Санкт-Петербург, Политехническая 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Отзывы об автореферате в двух экземплярах, заверенные печатью,  
просьба высылать по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря  
диссертационного совета.

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2006 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук

Г. С. Куликов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Спиновые эффекты в полупроводниковых гетероструктурах представляют интерес как с теоретической точки зрения, так и с точки зрения возможных приложений в области спинтроники [1]. Основным предметом изучения спинтроники являются механизмы генерации поляризованных по спину носителей, динамика спина в полупроводниковых гетероструктурах, а также механизмы детектирования спиновой поляризации. С практической точки зрения целью таких исследований является создание нового типа электронных устройств, в которых, наряду с зарядом, используется спин частиц. Для эффективного управления спином в таких устройствах необходимо, чтобы время жизни поляризованных по спину носителей было достаточно большим. В связи с этим особую важность представляет изучение динамики спина и, в частности, спиновой релаксации в полупроводниковых гетероструктурах.

В настоящее время известен ряд механизмов, приводящих к релаксации спина электронов в полупроводниковых гетероструктурах, например, рассеяние на магнитных примесях, взаимодействие с ядерным спином и т.д. В гетероструктурах, не обладающих центром инверсии, основным механизмом спиновой релаксации как правило является механизм Дьяконова-Переля, обусловленным спиновым расщеплением. В двумерных квантовых ямах расщепление спектра по спину может быть связано как с отсутствием центра инверсии в объемном материале, из которого выращена квантовая яма (эффект Дрессельхауза [3]), так и с асимметрией квантовой ямы (эффект Бычкова-Рашба [4]). В обоих случаях расщепление спектра линейно зависит от вектора импульса электрона:  $\Omega \sim \mathbf{p}$ , где  $\Omega$  - частота прецессии в эффективном магнитном поле, обусловленном спиновым расщеплением.

Вектор импульса и, как следствие, направление эффективного магнитного поля хаотически меняются за счет рассеяния на примесях. В результате, угловое движение вектора спина за счет вращения в эффективном магнитном поле носит диффузионный характер, причем коэффициент угловой диффузии спина пропорционален коэффициенту диф-

фузии электрона и, соответственно, проводимости  $D_S \approx \Omega^2 \tau \sim D \sim \sigma$ . Скорость спиновой релаксации совпадает с характерным временем угловой диффузии на угол порядка единицы [2]:

$$1/\tau_S \approx D_S \sim D \sim \sigma, \quad (1)$$

где  $\tau_S$  - время спиновой релаксации.

Наличие связи между скоростью спиновой релаксации и проводимостью предполагает, что ряд широко известных в проводимости эффектов также влияет и на скорость спиновой релаксации. К таким эффектам можно отнести:

1. Эффект слабой локализации, который обусловлен интерференцией электронных волн, обошедших замкнутую траекторию в противоположных направлениях.
2. Переход из металлической в диэлектрическую фазу по мере увеличения беспорядка (переход металл-диэлектрик).
3. Классические эффекты памяти, обусловленные процессами баллистического или диффузионного возврата электронов к некоторой примеси.

Изучение аналогичных эффектов в спиновой динамике представляют как теоретический, так и практический интерес, так как данные эффекты могут приводить к замедлению спиновой релаксации. В частности, эффекты памяти могут приводить к долговременным корреляциям в спиновой динамике, в том числе на временах, превышающих время спиновой релаксации по механизму Дьяконова-Переля. Локализация электронов приводит к переходу системы в диэлектрическую фазу и экспоненциальному подавлению проводимости с уменьшением температуры, что также предполагает подавление спиновой релаксации.

В связи с этим представляется актуальным:

1. Исследовать влияние эффекта слабой локализации на спиновую релаксацию.

2. Исследовать динамику спиновой поляризации во внешнем магнитном поле в режиме слабой локализации для разного вида спинового расщепления. Изучить влияние слабой локализации на зависимость стационарной спиновой поляризации от внешнего магнитного поля (эффект Ханле).
3. Исследовать влияние классических эффектов памяти на динамику спина на временах, превышающих классическое время спиновой релаксации по механизму Дзяконова-Переля.
4. Исследовать влияние пространственной локализации электронов на спиновую релаксацию.
5. Изучить релаксацию спина электронов в примесной зоне полупроводника с расщепленным по спину спектром. Исследовать связь спиновой релаксации с проводимостью в такой системе.

Цель работы:

1. Теоретически изучить влияние эффектов локализации и эффектов памяти на динамику спина в режиме металлической проводимости.
2. Исследовать влияние внешнего магнитного поля на динамику спина, а также на стационарную спиновую поляризацию с учетом данных эффектов.
3. Исследовать релаксацию спина в полупроводниковых структурах с расщепленным по спину спектром в случае, когда проводимость носит активационный характер.

Научная новизна работы заключается в том, что:

1. Развита метод кинетического описания динамики спиновой поляризации в режиме слабой локализации. Показано, что эффект слабой локализации может быть учтен путем введения в кинетическое уравнение, описывающее динамику спина, нелокальной по времени поправки к интегралу столкновений.

2. Описана долговременная динамика спиновой поляризации с учетом квантовых и классических эффектов памяти. Показано, что такие эффекты приводят к замедлению релаксации спина на временах, превышающих классическое время спиновой релаксации по механизму Дьяконова-Переля. Показано, что на таких временах релаксация спина носит неэкспоненциальный характер.
3. Исследовано влияние внешнего магнитного поля на долговременную динамику спиновой поляризации, а также на стационарную спиновую поляризацию в режиме слабой локализации. Показано, что в области слабых полей чувствительность стационарной спиновой поляризации к внешнему магнитному полю может существенно повышаться за счет квантово-интерференционных эффектов.
4. Показано, что в двумерных системах ограничение классического движения электрона областью малых размеров может приводить к существенному подавлению спиновой релаксации.
5. Исследована релаксация спина в примесной зоне полупроводника с расщепленным по спину спектром. Разработан подход, позволяющий использовать результаты теории протекания для описания спиновой релаксации в указанной системе.

Практическая ценность работы заключается в том, что полученные результаты позволили предложить новые механизмы замедления спиновой релаксации, а также предсказать режим с повышенной чувствительностью стационарной спиновой поляризации к внешнему магнитному полю.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Слабая локализация приводит к замедлению спиновой релаксации в двумерных полупроводниковых структурах с расщепленным по спину спектром. При этом на больших временах спиновая поляризация спадает как  $1/t$ . Долговременная асимптотика подавляется

- за счет неупругого рассеяния и внешнего магнитного поля, как параллельного, так и перпендикулярного плоскости квантовой ямы.
2. В условиях стационарной накачки спина в образец эффект слабой локализации приводит к неаналитической зависимости стационарной спиновой поляризации от внешнего магнитного поля.
  3. Классические эффекты памяти, связанные с повторными рассеяниями на примеси, приводят к замедлению спиновой релаксации. При этом спиновая поляризация спадает на больших временах как  $1/t^2$ .
  4. В двумерной диффузионной системе конечных размеров с характерными размерами, много меньшими длины спиновой релаксации  $L_S = \sqrt{D\tau_S}$ , скорость спиновой релаксации параметрически мала по сравнению со скоростью релаксации в бесконечной системе. При этом тензор скорости спиновой релаксации оказывается сильно анизотропен - его компоненты различаются параметрически.
  5. При низких температурах в примесной зоне полупроводника с расщепленным по спину спектром реализуется несколько различных режимов спиновой релаксации. При очень слабых спиновых расщеплениях спиновая релаксация определяется редкими нетипичными конфигурациями примесей, где релаксация происходит гораздо быстрее, чем в остальной системе. С усилением спинового расщепления реализуется режим, при котором релаксация происходит за счет ухода электронов на бесконечный протекательный кластер, где релаксация происходит гораздо быстрее, чем в остальной системе.

#### Апробация работы.

Основные результаты работы докладывались на международных конференциях: «Nanostructures: Physics And Technology» (Санкт-Петербург, 2004-2006 гг.), «Fundamentals of Electronic Nanosystems NATO Advanced Workshop» (Санкт-Петербург, 2005-2006 гг.), а также на

семинарах сектора теории конденсированного состояния ПИЯФ им. Б. П. Константинова РАН (2006 г.) и сектора теории электрических и оптических явлений в полупроводниках ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН (2004-2006 гг.).

Исследования в данном направлении были поддержаны Российским Фондом Фундаментальных Исследований, фондом некоммерческих программ «Династия», а также грантами РАН и грантами ведущих научных школ РФ.

По результатам исследований, выполненных в диссертационной работе, опубликовано семь научных работ, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы и 2 приложений. Объем диссертации составляет 118 страниц, включая 16 рисунков. Список литературы содержит 61 наименование.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы исследований, сформулированы цель и научная новизна работы, перечислены основные положения, выносимые на защиту, а также кратко изложено содержание диссертации.

В первой главе — «Влияние слабой локализации на спиновую релаксацию» — рассмотрено влияние слабой локализации на релаксацию спина в двумерных полупроводниковых структурах с расщепленным по спину спектром. Показано, что релаксация спина замедляется за счет интерференции электронных волн, распространяющихся вдоль замкнутых траекторий в противоположных направлениях. В результате, средний спин электрона затухает на больших временах как  $1/t$ . Получено строгое выражение, описывающее долговременную асимптотику спиновой поляризации для произвольного соотношения членов Дрессельхауза и Бычкова-Рашба в спиновом расщеплении, а также с учетом внешнего магнитного поля. Показано, что динамика спина может быть описана с помощью уравнения больцмановского типа для спиновой функции рас-



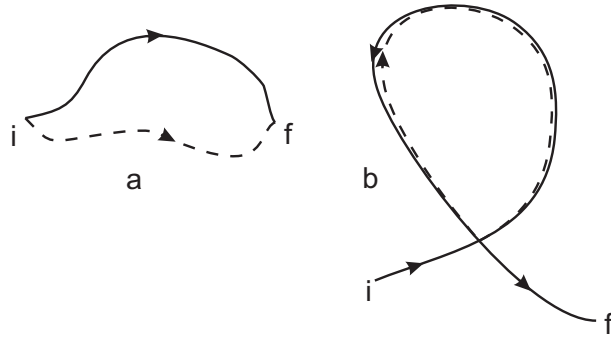


Рис. 1: Эффект слабой локализации. В произвольном случае набег фаз при переходе из начальной точки в конечную для разных траекторий не скоррелирован (a). В случае когда две волны обходят замкнутую траекторию в противоположных направлениях, длины траекторий совпадают и набег фаз скоррелирован (b). В результате, в вероятности перехода появляется интерференционное слагаемое. Наличие такого слагаемого приводит к появлению дополнительного, по отношению к классическому, вклада в проводимость.

пределения, в котором эффект слабой локализации учтен как нелокальная по времени поправка к интегралу столкновений. Данная поправка выражается через зависящую от спина вероятность возврата.

В начале главы приведен обзор эффекта слабой локализации в проводимости. Эффект слабой локализации был открыт в 1979 году в работе Горькова, Ларкина и Хмельницкого [5]. В этой работе исследовалась проводимость двумерного электронного газа в системе со слабым примесным беспорядком при низких температурах. В рамках больцмановского подхода проводимость такой системы описывается формулой Друде, которая получается в классическом пределе  $\lambda \rightarrow 0$ , где  $\lambda$  - длина волны. Эффект слабой локализации дает первый порядок в разложении квантовых поправок к проводимости по малому параметру  $\lambda/l$  (здесь  $l$  - длина свободного пробега) и обусловлен усилением рассеяния назад за счет конструктивной интерференции электронных волн, обошедших замкнутую траекторию в противоположных направлениях (рис.1). Так

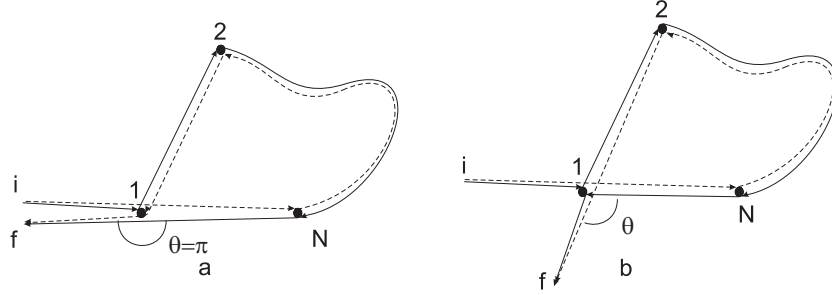


Рис. 2: Процессы рассеяния, дающие интерференционный вклад в дифференциальное сечение рассеяния. (а) Процесс, отвечающий за рассеяние назад. (б) Процесс, отвечающий за рассеяние на произвольный угол. Во втором случае одна волна дважды рассеивается на примеси 1, а другая проходит вблизи примеси 1 без рассеяния. В результате, набег фаз для двух волн различается на  $\pi$ , что приводит к деструктивной интерференции.

как возврат в исходную точку происходит диффузионно, интерференционная поправка пропорциональна вероятности диффузионного возврата в исходную точку за промежуток времени  $(\tau, \tau_{\text{ph}})$ :

$$\Delta\sigma/\sigma \sim \int_{\tau}^{\tau_{\text{ph}}} dt/Dt, \quad (2)$$

где  $\tau$  - транспортное время (минимальное время, за которое может произойти возврат),  $\tau_{\text{ph}}$  - время сбоя фазы (время, за которое разрушается интерференция двух волн).

В работе [7] было показано, что эффект слабой локализации можно описать в терминах малой поправки к сечению рассеяния, обусловленной процессами рассеяния на комплексах из нескольких примесей. В этом случае амплитуда волны в конечной точке  $\mathbf{r}_f$  складывается из суммы двух волн, обошедших примеси в противоположном порядке:

$$\psi(\mathbf{r}_f) = \psi_1(\mathbf{r}_f) + \psi_2(\mathbf{r}_f). \quad (3)$$

Дифференциальное сечение рассеяния пропорционально квадрату ам-

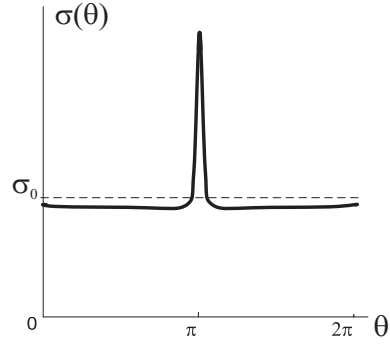


Рис. 3: Угловая зависимость сечения рассеяния с учетом поправки, обусловленной слабой локализацией. Узкий пик при  $\theta = \pi$  соответствует когерентному рассеянию назад, показанному на рис.2а. Усиление рассеяния назад сопровождается подавлением рассеяния во всех остальных направлениях за счет процесса, показанного на рис.2б. При этом полное сечение рассеяния не меняется.

плитуды рассеянной волны:

$$\sigma(\theta) \sim |\psi(\mathbf{r}_f)|^2 = |\psi_1(\mathbf{r}_f)|^2 + |\psi_2(\mathbf{r}_f)|^2 + 2\text{Re}[\psi_1(\mathbf{r}_f)\psi_2^*(\mathbf{r}_f)]. \quad (4)$$

Первые два слагаемых в правой части (4) описывают последовательные рассеяния на нескольких примесях. Такие процессы учтены в рамках классического кинетического уравнения. Последнее слагаемое описывает интерференцию двух волн и отвечает за эффект слабой локализации. Для того чтобы интерференционное слагаемое давало существенный вклад, необходимо, чтобы выполнялось условие стационарности разности фаз двух волн по отношению к малым отклонениям начальной и конечной точек. На рис.2 приведены траектории, для которых это условие выполняется.

Сечение рассеяния с учетом интерференционной поправки схематически изображено на рис.3. Поскольку процесс рассеяния на нескольких примесях занимает определенное время, соответствующая поправка к интегралу столкновений, входящему в кинетическое уравнение, оказы-

вається нелокальної по часу:

$$\delta\hat{J}[f] = \frac{1}{\tau} \frac{\lambda l}{\pi} \int_{-\infty}^t W(0, t-t') f_a(-\mathbf{p}, t') \frac{dt'}{\tau}, \quad (5)$$

де  $f$  - функція розподілення,  $f_a = f - f_i$  - анізотропна частина функції розподілення,  $f_i$  - ізотропна частина функції розподілення, отримана усередненням  $f$  по напрямку імпульсу,  $W(0, t) = 1/4\pi Dt$  - густина ймовірності, описувальна дифузійний поворот в початкову точку через час  $t$ , а  $\lambda l$  - ефективна площа, в яку відбувається поворот.

Як показано в дисертації, запропоноване в [7] якісне описання може бути узагальнено на випадок системи з розщепленим по спіну спектром. В цьому випадку аналогом функції розподілення  $f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$  є спінова матриця густоти  $\hat{f}(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ , залежна від імпульсу і координат електрона. Матриця  $\hat{f}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  пов'язана з функцією розподілення  $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  і функцією розподілення спіна<sup>1</sup>  $\mathbf{s}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$  наступними співвідношеннями:

$$\hat{f} = fI/2 + \boldsymbol{\sigma}\mathbf{s}/\hbar, \quad f = \text{tr}\{\hat{f}\}, \quad \mathbf{s} = \frac{\hbar}{2}\text{tr}\{\boldsymbol{\sigma}\hat{f}\}, \quad (6)$$

де  $\boldsymbol{\sigma}$  - вектор, складений з матриць Паулі.

Для того щоб знайти поправку до інтегралу зіткнень в системі з розщепленим по спіну спектром, необхідно врахувати в (5) вплив випадкового магнітного поля, обумовленого спіновим розщепленням, на спин електрона в процесі обходу по замкнутій траєкторії. Як відомо, класический поворот спіна описується наступним перетворенням матриць густоти:

$$\hat{f}' = e^{-i\boldsymbol{\sigma}\phi/2} \hat{f} e^{i\boldsymbol{\sigma}\phi/2}, \quad (7)$$

де  $\phi$  - кут повороту, а  $\mathbf{n} = \boldsymbol{\phi}/\phi$  - напрямку осі обертання. В ході процесу розсіяння, показаного на рис.2, дві хвилі обходять певну замкнуту траєкторію в протилежних напрямках. Оскільки

<sup>1</sup>Функція розподілення спіна визначається як спин, що ділиться на одиницю фазового об'єму.

эффективное магнитное поле является нечетной функцией импульса  $\mathbf{B}_{-\mathbf{p}} = -\mathbf{B}_{\mathbf{p}}$ , угол поворот для двух волн различается только знаком. В результате, преобразование матрицы плотности, описывающей интерференцию двух волн, может быть получено с помощью замены  $\phi \rightarrow -\phi$  в одной из экспонент, входящих в (7), что соответствует изменению направления поворота на противоположное для одной из двух волн:

$$\hat{f}'_{\text{int}} = 2\text{Re} \left\{ e^{i\sigma\phi/2} \hat{f} e^{i\sigma\phi/2} \right\}. \quad (8)$$

Используя (5) и (8), а также учитывая приведенные выше рассуждения, мы находим поправку к интегралу столкновений:

$$\delta\hat{J}[\hat{f}] = \frac{1}{\tau} \frac{\lambda l}{\pi} \int W(0, \phi, t - t') \text{Re} \left\{ e^{i\sigma\phi/2} \hat{f}_a(-\mathbf{p}, t') e^{i\sigma\phi/2} \right\} d^3\phi \frac{dt'}{\tau}, \quad (9)$$

где  $W(\mathbf{r}, \phi, t)$  - классическая плотность вероятности для электрона оказаться в момент времени  $t$  в точке  $\mathbf{r}$  со спином, повернутым на угол  $\phi$  вокруг оси  $\mathbf{n} = \phi/\phi$ , а интегрирование ведется по углам  $\phi < \pi$ .

Динамика спина в рассматриваемой системе описывается с помощью кинетического уравнения для функции распределения спина [2]:

$$\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} = [\Omega_{\mathbf{p}} \times \mathbf{s}] - \frac{\mathbf{s}_a}{\tau} + \delta\hat{J}[\mathbf{s}], \quad (10)$$

где  $\Omega_{\mathbf{p}}$  - частота прецессии в эффективном магнитном поле. Используя уравнения (6) и (9), а также выражение для классической плотности вероятности  $W(0, \phi, t)$ , вывод которой приведен в диссертации, мы находим поправку к интегралу столкновений, входящему в (10):

$$\delta\hat{J}[\mathbf{s}] = \frac{1}{\tau} \frac{\lambda l}{2\pi} \int_{-\infty}^t W(0, t - t') \mathbf{s}_a(-\mathbf{p}, t') \frac{dt'}{\tau}. \quad (11)$$

На малых временах уравнение (10) дает классический закон спиновой релаксации [2]  $\mathbf{S}(t) = \exp(-\hat{\Gamma}t)\mathbf{S}_0$ , где  $\mathbf{S} = \int \mathbf{s} d\mathbf{p} / (2\pi\hbar)^2$  - плотность спина,  $\hat{\Gamma}$  - тензор скорости спиновой релаксации. Решение уравнения (10) на больших временах записывается как:

$$\mathbf{S}(t) = \frac{1}{2\pi k l} \frac{1}{t} \hat{\Gamma}^{-1} \mathbf{S}_0, \quad (12)$$

В диссертации также получено более общее выражение, которое учитывает влияние внешнего магнитного поля на орбитальное движение электрона, вращение спина во внешнем магнитном поле в ходе описанного выше процесса рассеяния, а также процессы сбоя фазы.

Во **второй главе** — «Влияние слабой локализации на эффект Ханле» — рассмотрено влияние слабой локализации на зависимость стационарной спиновой поляризации от внешнего магнитного поля. Показано, что в слабых магнитных полях данная зависимость полностью определяется квантово-интерференционными эффектами.

В данной главе рассматривается ситуация, когда спин «вбрасывается» в систему с постоянной скоростью, например, за счет возбуждения электронно-дырочных пар циркулярно-поляризованным светом. В ходе таких процессов угловой момент фотона передается электронно-дырочной паре, приводя к возникновению спиновой поляризации [8]. Так как скорость спиновой релаксации в валентной зоне гораздо выше, чем в зоне проводимости, спиновая поляризация сохраняется только в электронной подсистеме. Межзонная рекомбинация поляризованных по спину электронов и неполяризованных дырок приводит к поляризации фотолюминисценции. Изменение стационарной спиновой поляризации и, соответственно, поляризации излучаемого света под действием внешнего магнитного поля называется эффектом Ханле.

Рассмотрим простейшую ситуацию, когда внешнее поле параллельно оси  $z$ , а накачка происходит в направлении оси  $x$ . Проекция спина поляризованного электрона на ось  $y$  описывается формулой  $\sin(\Omega t)\nu(t)$ , где  $t$  - время, прошедшее с момента, когда электрон был вброшен в зону проводимости,  $\nu(t)$  - доля спина, сохранившаяся за время  $t$ . Стационарная спиновая поляризация получается суммированием вкладов от электронов, вброшенных в зону проводимости во все предыдущие моменты времени. В результате, отклонение стационарной спиновой поляризации под действием внешнего магнитного поля:

$$\theta = S_x/S_0 = \int \sin(\Omega_0 t)\nu(t)dt/\tau_S, \quad (13)$$

где  $S_0 = I\tau_S$  - стационарный спин в отсутствие внешнего магнитно-

го поля,  $I$  - интенсивность накачки. Подставляя в (13) классический закон релаксации  $\nu(t) = \exp(-t/\tau_S)$ , находим величину классического эффекта Ханле  $\theta = \Omega_0\tau_S$ . Как показано в предыдущей главе, слабая локализация приводит к степенному закону спиновой релаксации на больших временах  $\nu(t) = (\lambda/l)(\tau_S/t)$  (см. уравнение (12)). Подставляя данное  $\nu(t)$  в (13), находим<sup>2</sup>:

$$\theta \approx (\lambda/l) \int dt \sin(\Omega_0 t)/t \approx (\lambda/l)(\Omega_0/|\Omega_0|). \quad (14)$$

В слабых полях  $\Omega_0\tau_S \ll \lambda/l$  классический вклад оказывается пренебрежимо малым. В результате, эффект Ханле оказывается полностью обусловлен слабой локализацией. При этом зависимость отклонения стационарной спиновой поляризации от внешнего магнитного поля становится неаналитичной.

В **третьей главе** — «Классические эффекты памяти в спиновой релаксации» — рассмотрено влияние классических эффектов памяти, обусловленных многократными рассеяниями на одной и той же примеси. Показано, что такие эффекты могут приводить к замедлению спиновой релаксации.

Как и в режиме слабой локализации, в рассматриваемом случае эффекты памяти могут быть учтены с помощью нелокальной по времени поправки к интегралу столкновений в кинетическом уравнении для спиновой функции распределения:

$$\delta \hat{J}[\mathbf{s}] = vn \int_0^\infty dt' d\theta' \delta\sigma(\theta - \theta', t') [\mathbf{s}(\theta', t - t') - \mathbf{s}(\theta, t - t')], \quad (15)$$

где:

$$\begin{aligned} \delta\sigma(\theta - \theta', t) &= v \int [\sigma(\theta - \phi) - \sigma_0\delta(\theta - \phi)] \\ &\times G(0, \phi - \phi', t) [\sigma(\phi' - \theta') - \sigma_0\delta(\phi' - \theta')] d\phi d\phi'. \end{aligned} \quad (16)$$

---

<sup>2</sup>Данная формула оказывается применимой только в случае, когда эффективное магнитное поле направлено вдоль фиксированной оси для любого  $\mathbf{p}$ . В противном случае изменение спина в ходе сложного рассеяния, описанного в первой главе, нельзя рассматривать как классическое вращение.

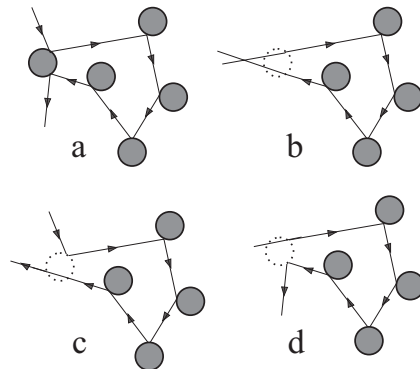


Рис. 4: Четыре процесса, дающие поправку к интегралу столкновений, обусловленную немарковскими процессами.

Четыре члена в (16), получающиеся в результате перемножения скобок  $[\sigma(\theta - \phi) - \sigma_0\delta(\theta - \phi)]$  и  $[\sigma(\phi' - \theta') - \sigma_0\delta(\phi' - \theta')]$ , соответствуют четырем процессам [9], показанным на рис.4. При этом члены, пропорциональные дифференциальному сечению рассеяния  $\sigma$ , в каждой скобке отвечают рассеянию на примеси, а члены, пропорциональные дельта-функции - прохождению соответствующей области пространства без рассеяния. Поправка (15) к интегралу столкновений «подправляет» вероятность указанных процессов, которые неправильно учитываются в приближении Друде-Больцмана. Так, вероятность процессов, показанных на рис.4a,b, в приближении Друде-Больцмана оказывается занижена. Кроме того, приближение Друде-Больцмана допускает несуществующие процессы, показанные на рис.4c,d.

В данной главе рассматривается случай, когда эффективное магнитное поле направлено вдоль фиксированной оси для любого  $\mathbf{p}$ . В этом случае операторы поворотов коммутируют и возвраты электрона в исходную точку сопровождаются восстановлением исходного направления спина. В результате функция Грина  $G(0, \phi - \phi', t)$ , входящая в (15), не содержит экспоненциальной малости  $\exp(-t/\tau_S)$ .

Решение кинетического уравнения для функции распределения спи-



на с учетом поправки (15), отвечающей случаю независимых рассеивателей, дает следующую долговременную асимптотику:

$$\mathbf{s}_0(t) = \frac{\sigma_{tr}}{l} \frac{\tau\tau_S}{4\pi t^2} \mathbf{s}_i. \quad (17)$$

В системе с плавным беспорядком с характерным масштабом  $d$ :

$$\mathbf{s}_0(t) = \frac{d^2}{l^2} \frac{\tau\tau_S}{t^2} \mathbf{s}_i. \quad (18)$$

В четвертой главе — «Релаксация спина в ограниченном объеме» — рассмотрена классическая релаксация спина в конечной двумерной системе. Показано, что пространственное ограничение движения электронов приводит в такой системе к параметрическому замедлению спиновой релаксации. При этом тензор скорости спиновой релаксации становится сильно анизотропным, а именно его компоненты различаются параметрически.

Вращение спина электрона  $\mathbf{S}$  в эффективном магнитном поле описывается уравнением:

$$d\mathbf{S}/dt = [\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{p}(t)} \times \mathbf{S}], \quad (19)$$

где  $\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{p}(t)} = \hat{\alpha}\mathbf{v}(t)/L_S$  для двумерной системы,  $\hat{\alpha}$  - безразмерный тензор  $3 \times 2$  с компонентами порядка единицы, зависимость  $\mathbf{v}(t) = \mathbf{p}(t)/m$  задает траекторию электрона. Рассмотрим эволюцию вектора  $\mathbf{S}$  на малых масштабах времени, таких, что некоммутативностью поворотов можно пренебречь. В этом случае:

$$\mathbf{S}(t) = \hat{T}[\hat{\alpha}\Delta\mathbf{r}(t)/L_S]\mathbf{S}_0 \approx \mathbf{S}_0 + [\hat{\alpha}\Delta\mathbf{r}(t)/L_S \times \mathbf{S}_0], \quad (20)$$

где  $\Delta\mathbf{r}(t)$  - смещение электрона в пространстве за время  $t$ ,  $\hat{T}[\phi]$  - матрица  $3 \times 3$ , описывающая поворот вектора на угол  $\phi$  вокруг оси  $\mathbf{n} = \phi/\phi$ . Если движение электрона не ограничено в пространстве, то характерное смещение  $\Delta r$  и, соответственно, характерное отклонение спина  $\Delta S$  нарастают по диффузионному закону  $\Delta r, \Delta S \sim \sqrt{t}$ . Диффузионное распыление вектора  $\mathbf{S}$  по сфере приводит к релаксации спина, при этом обратное время спиновой релаксации [2]:

$$1/\tau_S \approx D_S \approx D/L_S^2. \quad (21)$$

Пусть теперь движение электрона ограничено областью с характерным размером  $a \ll L_S$ . Тогда, как следует из (20), на временах  $t > t_D$ , где  $t_D = a^2/D$  - время диффузионного расплывания по данной области, характерное отклонение спина  $\Delta S \sim \Delta r/L_S \sim a/L_S \ll 1$ . Как мы видим, диффузионное расплывание вектора  $\mathbf{S}$  по сфере в рассматриваемом приближении отсутствует. Таким образом, для того чтобы оценить время спиновой релаксации, необходимо учесть в (20) следующие порядки по  $a/L_S$ , для чего удобно воспользоваться преобразованием:

$$\mathbf{S}(t) = \hat{T}[\hat{\alpha}\Delta\mathbf{r}(t)/L_S]\mathbf{S}'(t). \quad (22)$$

Подставляя (22) в (19), находим с точностью до второго порядка по  $\alpha$ :

$$d\mathbf{S}'/dt = \frac{1}{2}[\boldsymbol{\Omega}'(t) \times \mathbf{S}'], \quad (23)$$

где  $\boldsymbol{\Omega}'(t) = [\hat{\alpha}\mathbf{v}(t) \times \hat{\alpha}\Delta\mathbf{r}(t)]/L_S^2$ . Так как векторы  $\mathbf{p}(t)$  и  $\Delta\mathbf{r}(t)$  всегда лежат в одной плоскости (допустим, в плоскости  $(x, y)$ ), вектор  $\boldsymbol{\Omega}'(t)$  всегда направлен вдоль оси  $\mathbf{e}_0 = [\hat{\alpha}\mathbf{e}_x \times \hat{\alpha}\mathbf{e}_y]$ . В результате, компонента спина, параллельная  $\mathbf{e}_0$ , в данном приближении сохраняется, а две другие компоненты релаксируют за счет угловой диффузии, при этом скорость спиновой релаксации пропорциональна  $(a/L_S)^4$ . Релаксация компоненты спина, параллельной  $\mathbf{e}_0$ , может быть получена в шестом порядке по  $a/L_S$ . Таким образом:

$$1/\tau_S = c_k(a/L_S)^{2k}1/\tau_S^{(0)}, \quad (24)$$

где  $1/\tau_S^{(0)} = D/L_S^2$  - характерная скорость спиновой релаксации в бесконечной системе,  $k = 1$  для компонент спина, перпендикулярных вектору  $\mathbf{e}_0$ ,  $k = 2$  для компоненты спина, параллельной  $\mathbf{e}_0$ , а  $c_k$  - численный коэффициент, зависящий от конкретного вида тензора  $\hat{\alpha}$  и формы локализованной области. В диссертации получено точное решение задачи для локализованной области в форме диска и для  $\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{p}} = [\mathbf{e}_z \times \mathbf{v}]/L_S$  (такое соотношение реализуется в случае, когда расщепление спектра по спину обусловлено эффектом Бычкова-Рашбы).

В **пятой главе** — «Релаксация спина в режиме прыжковой проводимости» — рассмотрена релаксация спина в примесной зоне полупроводника в режиме прыжковой проводимости. В этом случае движение

электрона происходит за счет фоновых переходов с одной примеси на другую. Эффективное магнитное поле, обусловленное спиновым расщеплением, не действует на неподвижные частицы. Поэтому вращение спина происходит только в момент прыжка с одной примеси на другую. При этом угол поворота спина связан со смещением электрона в пространстве  $\Delta r$  соотношением:

$$\Delta\phi \approx \Delta r/L_S, \quad (25)$$

где  $L_S = v_0/\Omega(p_0)$ ,  $v_0 = p_0/m$  - подбарьерная скорость,  $p_0 = \hbar/a$  - подбарьерный импульс,  $a$  - борковский радиус для мелких донорных центров, а  $\Omega(p_0)$  - характерная величина частоты прецессии спина при движении под барьером. В начале главы рассмотрен модельный случай, когда температура много больше ширины примесной зоны, но забросы в зону проводимости запрещены. В этом случае время ожидания прыжка с одной примеси на другую разбросано по экспоненциальному закону  $\tau_{ij} = \tau_0 \exp(2r_{ij}/a)$ , где  $\tau_0$  - некоторый предэкспоненциальный множитель.

В работе [10] было предсказано, что в рассматриваемой системе при сколь угодно слабом спиновом расщеплении ( $L_S \rightarrow \infty$ ) по-прежнему выполняется соотношение (1) для скорости спиновой релаксации:

$$1/\tau_S \approx D_S \sim D \sim \sigma. \quad (26)$$

Действительно, в двумерных системах при  $L_S \rightarrow \infty$  отклонение вектора спина на малых временах связано со смещением электрона в пространстве жестким соотношением  $\Delta\mathbf{S}(t) = \hat{\alpha}\Delta\mathbf{r}(t)/L_S$ . В результате [10]:

$$1/\tau_S \approx D_S \approx D/L_S^2. \quad (27)$$

Как показано в диссертации, соотношение (27) выполняется только в двумерном случае при экспоненциально слабых спиновых расщеплениях  $L_S \geq L_d \exp(CL_d/a)$ , где  $L_d = n_d^{-d}$ ,  $n_d$  - концентрация примесей, а  $C$  - число порядка единицы. Нарушение соотношения (27) связано с релаксацией на комплексах из небольшого числа примесей, расположенных на расстоянии порядка  $a$  друг от друга. Такие комплексы могут давать

существенный вклад в спиновую релаксацию за счет экспоненциально частых прыжков, несмотря на то, что доля времени, проводимого на них электронами, мала. В то же время прыжки по таким комплексам не приводят к смещению электрона в пространстве и, соответственно, не дают вклада в диффузию.

В трехмерном случае скорость спиновой релаксации на одном таком примесном комплексе можно оценить как:

$$1/\tau_{S\Delta} \approx D_{\Delta}/L_S^2, \quad (28)$$

где  $D_{\Delta} = a^2/\tau_0$  - коэффициент диффузии для примесей, расположенных на расстоянии порядка  $a$  друг от друга. В двумерном случае ограничение движение электрона в пространстве приводит к подавлению спиновой релаксации, как описано в четвертой главе. В результате:

$$1/\tau_{S\Delta} \approx (a/L_S)^{2(m-1)} D_{\Delta}/L_S^2, \quad (29)$$

где  $m = 2, 3$  для различных направлений спина. Минимальное число примесей, для которого можно использовать соотношения (28) и (29), равно трем.

Для пар примесей ситуация несколько сложнее. Действительно, в квазиклассическом приближении поворот спина строго пропорционален смещению электрона. В результате в данном приближении поворот при прыжке с одной примеси на другую сокращается поворотом при прыжке в обратном направлении. Тем не менее, релаксация возможна за счет флуктуаций угла поворота, связанных с квантовой неопределенностью траектории. Формулы (28) и (29) в данном случае применимы только в качестве верхней оценки. Более точный расчет скорости релаксации на паре примесей является предметом дальнейших исследований.

Концентрацию треугольников с размером порядка  $a$  (оптимальных треугольников) можно грубо оценить как

$$n_{\Delta} \approx n_d(n_d a^d)^2 = a^{2d}/L_d^{3d}, \quad (30)$$

где  $n_d a^d$  - вероятность найти вторую примесь на расстоянии порядка  $a$  от первой (эта величина входит в квадрате, так как для построения

треугольника необходимо найти две примеси на расстоянии порядка  $a$  от первой). Вклад оптимальных треугольников в скорость спиновой релаксации имеет вид:

$$\frac{1}{\tau_S} \approx \frac{n_\Delta}{n_d} \frac{1}{\tau_{S\Delta}} \approx \frac{1}{\tau_0} \left( \frac{a}{L_S} \right)^{2m} \left( \frac{a}{L_d} \right)^{2d}, \quad (31)$$

где  $m = 1$  в трехмерном случае,  $m = 2, 3$  в двумерном случае. Для пар примесей можно привести только следующую верхнюю оценку:  $1/\tau_S \leq 1/\tau_0 (a/L_S)^{2m} (a/L_d)^d$ .

По мере дальнейшего увеличения спинового расщепления в системе начинают появляться примеси и комплексы примесей, изолированные от остальной системы на масштабах времени, превышающих среднее время спиновой релаксации (изолированные кластеры). Вероятность найти оптимальную конфигурацию на изолированном кластере мала. Поэтому спин на таких кластерах практически не релаксирует. Когда доля изолированных кластеров становится большой, релаксация спина определяется уходом с изолированных кластеров в остальную систему, где релаксация по-прежнему происходит по описанному выше механизму.

Для того чтобы найти закон спиновой релаксации в этом режиме, воспользуемся следующим вспомогательным построением. Разобьем систему на кластеры, считая примеси связанными, если время ожидания прыжка между ними короче, чем текущее время  $t$  (при этом расстояние между напрямую связанными примесями должно быть короче чем  $L(t) = a \ln[t/\tau_0]$ ). Будем считать, что  $t \gg \tau_S$ , где  $\tau_S$  определяется по формуле (31). Тогда часть связанных примесей образует бесконечный кластер, а часть - изолированные кластеры. Спин электронов, принадлежащих бесконечному кластеру, можно считать равным нулю, так как  $t \gg \tau_S$ . Таким образом, спин в системе пропорционален доле примесей, принадлежащих изолированным кластерам  $1 - P(t)$ , где  $P(t)$  - доля примесей принадлежащих бесконечному кластеру. Эта доля зависит только от отношения  $L(t)/L_d$ . Учитывая приведенные рассуждения, мы нахо-

дим:

$$\mathbf{S}(t) \approx \mathbf{S}_0 \left[ 1 - P \left( \frac{a}{L_d} \ln \frac{t}{\tau_0} \right) \right]. \quad (32)$$

Отметим, что в рамках использованного приближения спиновая динамика не зависит от силы спинового расщепления.

При очень сильном спиновом расщеплении спин поворачивается на большой угол уже после первого прыжка на типичное расстояние  $L_d$ . В этом случае спин в момент времени  $t$  пропорционален доле одиночных примесей, изолированных на масштабе времени  $t$ :

$$\mathbf{S}(t) \approx \mathbf{S}_0 \exp \left[ - \left( \frac{a}{L_d} \ln \frac{t}{\tau_0} \right)^d \right]. \quad (33)$$

Как и в предыдущем случае, спиновая динамика определяется единственным параметром  $(a/L_d) \ln(t/\tau_0)$ .

В реальных полупроводниковых структурах примесную зону можно рассматривать как независимую подсистему только при  $T \ll W$ , так как в противоположном случае электроны перемещаются в основном за счет выброса в зону проводимости, а не за счет прыжков внутри примесной зоны. В этом случае прыжки происходят по примесям, находящимся внутри оптимальной полоски по энергии, «ширина» которой зависит от энергии [11]. Полученные выше результаты по-прежнему верны с учетом замены  $L_d \rightarrow L_d(T)$ , где  $L_d(T)$  - характерное расстояние между примесями, находящимися внутри оптимальной полоски, и замены  $d \rightarrow d + 1$ , которая отражает эффективное увеличение размерности системы за счет движения электронов по оси энергии (кроме того, в режиме релаксации на оптимальных комплексах, появляется дополнительная степень  $T$  за счет рассталкивания уровней, которое становится существенным при низких температурах).

В **Заключении** обобщены основные результаты работы и перечислены положения, выносимые на защиту.

В диссертации также имеется **2 приложения**, в которые вынесены следующие материалы: «Выражение оператора момента через угол поворота спина  $\phi$ » и «Подавление долговременной асимптотики спиновой поляризации во внешнем магнитном поле».

## ПУБЛИКАЦИИ

- [A1]. I. S. Lyubinskiy and V. Yu. Kachorovskii, Slowing down of spin relaxation in two-dimensional systems by quantum interference effects //Phys. Rev. B **70**, 205335 (2004).
- [A2]. I. S. Lyubinskiy and V. Yu. Kachorovskii, Suppression of spin relaxation by quantum interference effects //in proceedings of 12th international symposium «Nanostructures: Physics and Technology», St Petersburg, Russia, June 21-25, 2004.
- [A3]. I. S. Lyubinskiy and V. Yu. Kachorovskii, Hanle Effect Driven by Weak Localization //Phys. Rev. Lett. **94**, 076406 (2005).
- [A4]. I. S. Lyubinskiy and V. Yu. Kachorovskii, Weak-localization-induced anomaly in Hanle effect //in proceedings of 13th international symposium «Nanostructures: Physics and Technology», St Petersburg, Russia, June 20-25, 2005.
- [A5]. I. S. Lyubinskiy and V. Yu. Kachorovskii, Classical memory effects on spin dynamics in two-dimensional systems //Phys. Rev. B **73**, 041301 (2006).
- [A6]. И. С. Любинский, Релаксация спина в двумерных системах малых размеров //Письма в ЖЭТФ **83**, 395 (2006).
- [A7]. I. S. Lyubinskiy and V. Yu. Kachorovskii, Spin dynamics in the regime of hopping conductivity //in proceedings of 14th international symposium «Nanostructures: Physics and Technology», St Petersburg, Russia, June 26-30, 2006.

## Список литературы

- [1] Semiconductor Spintronics and Quantum Computation, eds. D. D. Awschalom, D. Loss, and N. Samarth (Springer-Verlag, Berlin, 2002).
- [2] М. И. Дьяконов, В. И. Перель, ФТТ, **13**, 3581 (1971).
- [3] G. Dresselhaus, Phys. Rev., **100**, 580 (1955).
- [4] Ю. А. Бычков, Е. И. Рашба, Письма в ЖЭТФ, **39**, 66 (1984).
- [5] Л. П. Горьков, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий, Письма в ЖЭТФ, **30**, 248(1979).
- [6] P. A. Lee and T. V. Ramakrishnan, Rev. Mod. Phys., V. 57, 287 (1985).
- [7] A. P. Dmitriev, I. V. Gornyi, and V. Yu. Kachorovskii, Phys. Rev. B, **56**, 9910 (1997).
- [8] Optical orientation, eds. F. Meier and B. P. Zakharchenya, (North Holland, Amsterdam, 1984).
- [9] V. V. Cheianov, A. P. Dmitriev, V. Yu. Kachorovskii, Phys. Rev. B **68**, 201304(R) (2003); Phys. Rev. B **70**, 245307 (2004).
- [10] B. I. Shklovskii, cond-mat/0602221.
- [11] B. I. Shklovskii and A. L. Efros, Electronic Properties of Doped Semiconductors (Springer-Verlag, Berlin, 1984).