

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе,
Дагестанский научный центр Институт физики

На правах рукописи

Абдуллаев Магомед Абдуллаевич

**КВАЗИЛАНДАУСКОЕ МАГНИТОПОГЛОЩЕНИЕ
«РИДБЕРГОВСКИХ» СОСТОЯНИЙ ЭКСИТОНА
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ**

01.04.10 – физика полупроводников

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург
2006

Работа выполнена в Физико-техническом институте им. А. Ф. Иоффе и
Институте физики Дагестанского НЦ РАН.

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук,
Профессор Иванов-Омский Владимир Иванович
Доктор физико-математических наук,
Профессор Немов Сергей Александрович
Доктор физико-математических наук,
Профессор Сибельдин Николай Николаевич

Ведущая организация:

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет.

Защита состоится «__» _____ 200__ г. в __ часов на заседании
диссертационного совета Д 002.205.02 ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021,
Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФТИ им. А. Ф. Иоффе
РАН.

Автореферат разослан «__» _____ 200__ г.

Отзывы об автореферате в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба
высылать по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
доктор физико-математических наук,
профессор

Сорокин Л. М

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

К настоящему времени осцилляции магнитопоглощения (ОМП) наблюдались в спектрах поглощения многих полупроводниковых кристаллов. Во всех случаях на основе анализа спектров ОМП удалось получить важные данные о зонной структуре полупроводников. Однако, в большинстве случаев многие детали спектра осцилляций магнитопоглощения остались не интерпретированными, как не укладывающиеся в рамки обычных представлений о «диамагнитных экситонах», образовавшихся в условиях применимости критерия Элиота-Лудона (ЭЛ) [1]:

$$\beta = \hbar\Omega / 2R^* = (a^{экс} / L)^2 \gg 1, \quad (1)$$

где $\Omega = \omega_u^c + \omega_u^v = eB / \mu c$ - сумма циклотронных частот электронов и дырок, μ - приведенная масса, $R^* = e^4 \mu / 2\hbar^2 \chi_0^2$ - энергия связи основного состояния экситона, $a^{экс}$ - его радиус, $L = (c\eta / eB)^{1/2}$ - магнитный радиус и χ_0 - статическая диэлектрическая проницаемость. Интерпретацию затрудняла также сложная структура зон, принципиально учтенная в случае выполнимости критерия ЭЛ для алмазоподобных полупроводников в [2]. В ряде полупроводников, весьма интенсивно применяемых на практике, например, *CdSe*, *GaN*, *ZnO*, относящихся к гексагональным кристаллам, интерпретация спектров диамагнитного экситона требует определенной модификации известных теорий, не говоря уже о том, что, вследствие невыполнения критерия ЭЛ часть регистрируемого спектра оказывается соответствующей режиму слабого поля, тогда как другая демонстрирует квази-ландтауское поведение. Это создает уникальную ситуацию: две части магнитооптического спектра требуют применения принципиально различающихся теоретических подходов к их описанию. Особенно актуальны случаи наблюдения межзонных магнитооптических спектров кристаллов, в которых энергия связи экситона и эффективная масса носителей заряда столь велики, что критерий сильного поля (1) в условиях эксперимента практически недостижим. Тем не менее, в кристаллах с ярко выраженными возбужденными состояниями при $B = 0$ оказывается возможным наблюдение обеих ситуаций, т.е. и образование спектра ОМП, требующая сильного поля ($\beta > 1$), и магнитооптических эффектов слабого поля ($\beta < 1$).

Подобная ситуация схожа с наблюдаемой в спектроскопии ридберговских атомов, получившей развитие в атомной физике и астрофизике. В специальных лабораторных условиях можно наблюдать высоковозбужденные «ридберговские» состояния в спектрах водорода, а также и в других газообразных материалах. Эти состояния получили название «ридберговских» [3], так как главное квантовое число в этом случае может достигать гигантских величин (вплоть до $n = 500$). Высоковозбужденный электрон,

находясь на значительном расстоянии от атомного остова, слабо взаимодействует с другими электронами. Таким образом оказывается, что высоковозбужденные состояния любого атома в электрическом или магнитном полях ведут себя почти аналогично атому водорода.

Экситонные явления в полупроводниковых кристаллах также можно рассматривать с позиций ридберговской спектроскопии, т.е. поведение возбужденных состояний экситона может оказаться аналогичным поведению ридберговского атома в соответствующих условиях. При этом высоковозбужденным состояниям атома водорода с $n > 30$ вполне могут соответствовать “ридберговские” состояния экситона в полупроводнике с $n_0 = 2, 3$. Здесь и далее используются следующие обозначения квантовых чисел: число Ландау электрона - l и дырки - n ; квантовые числа трехмерного экситона - n_0, l_0, m и диамагнитного экситона - v, L, M .

К числу наиболее трудно разрешимых проблем относится проблема генезиса или соответствия уровней диамагнитного экситона (ДЭ) и экситона Ванье-Мотта, выражения для которых происходят от двух крайних предельных случаев: $B \rightarrow \infty$ и $B = 0$, а также расчет энергии связи экситона, учитывающий ситуацию промежуточного поля.

Разрешив перечисленные проблемы можно надеяться, что спектроскопия “ридберговских” состояний экситона внесет свою лепту в исследование энергетической зонной структуры полупроводников, уточнение полученных ранее зонных параметров, а также в решение других научных и технических задач.

Основной целью работы является исследование физических процессов образования межзонных магнитооптических «осциллирующих» спектров края поглощения относительно широкозонных полупроводников в случае существования возбужденных (ридберговских) состояний экситона в исходных спектрах без магнитного поля. Так как такие спектры образуются без выполнения условия (критерия) ЭЛ, возникает проблема нахождения и обоснования адекватного метода расчета энергий связи всех состояний диамагнитного экситона, и, затем, после восстановления гипотетического спектра переходов между подзонами Ландау, установления деталей зонной структуры полупроводниковых кристаллов. Процедура расчета параметров зонной структуры свободных и напряженных кристаллов для такого случая актуальна не только для алмазоподобных полупроводников, но и – в особенности – для широкозонных гексагональных кристаллов. Выбор материала для исследования диктовался стремлением проверки основных положений на полупроводниковых кристаллах, имеющих наибольшее прикладное и научное значение. Так как нас интересовали фундаментальные свойства, исследование велось на наиболее чистых и совершенных кристаллах из числа изготовленных промышленностью и исследовательскими лабораториями.

Научная новизна и практическая ценность.

Развиты основы спектроскопии диамагнитных экситонов в полупроводниковых кристаллах с экситонными спектрами, включающими возбужденные (ридберговские) состояния. Обоснован метод расчета спектров ОМП в промежуточных полях, выполнены оценки параметров зонной структуры различных полупроводниковых кристаллов, обладающих исходными экситонными спектрами края поглощения, аналогичными магнитооптическим спектрам для ридберговских атомов. Проведен анализ линий, имеющих форму резонансов Фано; такие линии, их возникновение и исчезновение, рассматриваются, как и в атомной спектроскопии, с позиций взаимодействия дискретных состояний серии диамагнитного экситона с их континуумом состояний, и дают, таким образом, основания для выводов о переходе ДЭ в квантовых ямах, при усилении магнитного поля, из одномерного состояния в нуль-мерное.

Разработанные методы расчета и анализа спектров ОМП как спектров ДЭ дают возможность вычисления наиболее полных, точных и, в то же время, самосогласованных наборов параметров, характеризующих зонную структуру кристаллов, а также уточнения параметров, полученных прежде из различных межзонных магнитооптических экспериментов.

Практическая ценность настоящей работы состоит в формулировке необходимых экспериментальных условий для прямого наблюдения спектров ДЭ свободных и напряженных образцов, в обнаружении “тонкой” структуры ДЭ и ее зависимости от температуры и магнитного поля, позволяющих восстановить спектры переходов между подзонами Ландау исследованных кристаллов, включая и зону V_3 , отщепленную спин-орбитальным взаимодействием, а также ряд существенных новых научных фактов:

- впервые в алмазоподобных полупроводниках (*GaAs*, *InP*, *CdTe* и др.) обнаружена экситонная серия на краю поглощения при $B = 0$ и определены ее энергетические параметры;
- в кристаллах с хорошо детектируемым $n_0 \geq 2$ состоянием экситона впервые зарегистрированы и исследованы спектры осциллирующего магнитопоглощения в полях, слабых по отношению к критерию “сильного поля” $\beta \gg 1$, обоснован новый метод расчета и установлено, что полевая граница наблюдения эффекта характерна для спектроскопии “ридберговских” атомов водорода с $n \sim 30$;
- определена роль экситон-фононного взаимодействия в формировании спектров диамагнитного экситона в кристаллах A^2B^6 ;
- в спектрах контролируемо деформированных кристаллов *GaAs*, *CdTe* зарегистрированы спектры ДЭ, образованные “ридберговскими” состояниями экситона Ванье-Мотта, при этом положения максимумов в зависимости от магнитного поля сходятся при $B = 0$ к двум положениям E_g^\pm ,

соответствующим расщеплению валентной зоны, серии включают в себя возбужденные состояния, водородоподобны и позволяют независимо и точно установить энергию связи экситона;

- определен способ разделения вкладов состава и различных по источникам видов напряжений в оптические свойства $In_{1-x}Ga_xAs$ вблизи края поглощения и получены зависимости от состава и напряжений для E^\pm и эффективной массы электрона;

- обнаружено уширение экситонного максимума поглощения в магнитном поле и впервые для твердых растворов системы A^3B^5 надежно доказана существенность экситонной локализации на флуктуациях потенциала, а также получены важные данные для понимания механизма фотолуминесценции в $In_{1-x}Ga_xAs$.

Правильное понимание природы квазилендановского магнитопоглощения “ридберговских” состояний экситона в полупроводниках позволяет не только усовершенствовать методы спектроскопического исследования, но и высказать предположение о возможности прикладных реализаций изучаемого явления в интегральной оптике и экспериментальной физике.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Согласно экспериментальным наблюдениям, условие сильного поля для образования «квазилендановских» (КЛ) спектров диамагнитного экситона $\beta \gg 1$ ослабляется при наличии возбужденных («ридберговских») состояний экситона Ванье-Мотта, приблизительно в n_0^2 раз для $n_0 \rightarrow 1$ и в n_0^3 раз для $n_0 \rightarrow \infty$.
2. Диамагнитный экситон, образованный “ридберговскими” состояниями экситона, экспериментально обнаруживает характерные черты квазиодномерного (1D) экситона.
3. При взаимодействии 1D континуума состояний диамагнитного экситона с числом Ландау L и дискретного спектра (главное квантовое число $\nu = 0, 1, \dots$) диамагнитного экситона с числом Ландау $L+1$ возникает эффект Фано, что обнаруживается в экспериментах характерной формой соответствующих максимумов поглощения ДЭ.
4. Для расчета параметров зонной структуры кристалла через переходы между подзонами Ландау, при использовании спектров ДЭ образованных из “ридберговских” состояний экситона, следует вводить поправки на энергии связи состояний ДЭ, рассчитываемые вариационно. При этом сами переходы между подзонами Ландау в спектрах никак явно не обозначены.
5. Генезис серий ДЭ с одномерными квантовыми главными числами $\nu = 0, 1, 2, \dots$, возникающих из состояний трехмерного экситона Ванье-Мотта $n_0 = 1, 2, 3, \dots$ и принадлежащих различным числам Ландау электрона $l = 0, 1, 2, \dots$, имеет определенную закономерность.

- Переходы между подзонами Ландау образуют край диссоциации серии ДЭ таким образом, что $L = l = n_0 - 1$, где l – число Ландау свободного электрона. Притом, серия ДЭ уместается между подзонами Ландау, отличающимися на единицу.
 - Основное состояние экситона Ванье-Мотта $n_0 = 1$ при росте магнитного поля и переходе в квазиодномерное состояние ДЭ, имеет слабо растущую энергию связи и ни при каком поле с уровнем Ландау не пересекается.
 - Возбуждённые (ридберговские) состояния экситона Ванье-Мотта пересекают уровни Ландау в определённой последовательности: $l^* = n_0 - 2$, где l^* – номер уровня Ландау электрона, пересекаемого соответствующим возбуждённым состоянием. Притом, пересекает уровень Ландау только состояние экситона с наибольшей проекцией магнитного момента (магнитное квантовое число m^*), переходя в режиме сильного поля в основное состояние ДЭ с $\nu = 0$, и замыкая серию, сгущающуюся к положению перехода между подзонами Ландау с $l^* + 1$.
 - Величина приведённого магнитного поля β^* , при котором образуются состояния ДЭ, быстро уменьшается с ростом n_0 , и для «простого» полупроводника является корнем уравнения

$$\beta^{*2} \Delta(n_0) - \beta^*(l^* + 1/2) - 1/n_0^2 = 0, \quad (2)$$
 где $\Delta(n_0)$ – коэффициент диамагнитного сдвига самого быстрорастущего по энергии состояния трёхмерного экситона с магнитным квантовым числом m^* .
 - Возбуждённые состояния серии ДЭ (ν, L, M) образуются из состояний континуума, имеющих число Ландау $L = l^* = n_0 - 1$, либо из высоковозбуждённых трёхмерных состояний $n_0 = l^* + 2$ с магнитным квантовым числом, меньшим m^* .
6. Типичные спектры ДЭ, образованные “ридберговскими” состояниями экситона Ванье-Мотта, наблюдаются в *GaAs*, *InP* и *CdTe* и характеризуются следующими особенностями: чем более высокое по главному квантовому числу возбужденное состояние n_0^* оказывается детектируемым без магнитного поля, тем ниже значение критического поля, при котором на фоне континуума состояний возникает КЛ спектр; одновременно наблюдаются эффекты слабого и сильного поля: диамагнитный сдвиг, эффект Зеемана и осциллирующее магнитопоглощение. При этом состояние экситона Ванье-Мотта, лежащее ниже ($n_0 < n_0^*$), в образовании спектра ОМП участия не принимают, подчиняясь закономерностям эффектов слабого поля.

7. Спектры ДЭ, образованные «ридберговскими» состояниями экситона Ванье-Мотта, могут наблюдаться в полупроводниковых твердых растворах $InGaAs$, характеризующихся глубокими флуктуациями потенциала. Характерно при этом первоначальное сужение линий ДЭ с увеличением магнитного поля, затем быстрое их уширение. Возбужденные «ридберговские» состояния нулевого спектра при этом не наблюдаются вовсе.
8. В деформированных кубических кристаллах ($GaAs$, $CdTe$ на стекле) наблюдаются спектры ДЭ, образованные «ридберговскими» состояниями экситона Ванье-Мотта, при этом положения максимумов в зависимости от магнитного поля сходятся при $B = 0$ к двум положениям E_g^\pm , соответствующим двум расщепившимся валентным зонам, разность которых равна деформационному расщеплению валентной зоны Δ_e .
9. Спектры ДЭ, образованные «ридберговскими» состояниями экситона Ванье-Мотта в гексагональных кристаллах $CdSe$, (а также и в GaN , ZnO), могут рассматриваться в квазикубическом приближении, притом веерная диаграмма расщепляется на две – подобно кубическому кристаллу с одноосной деформацией, например, $GaAs$ или $CdTe$ на стекле, а деформационное расщепление Δ_e принимается равным $\Delta_{AB} \equiv E_g^B - E_g^A$, где индексы А и В соответствуют ширинам запрещенной зоны для переходов из дырочных подзон А и В, соответственно.

Апробация результатов работы

Основные результаты диссертационной работы докладывались на I Республиканском симпозиуме по дифференциальной спектроскопии, Сухуми, 1973; XII Всесоюзном семинаре “Экситоны в кристаллах”, Кишинев, 1977; Международном совещании “Экситона в полупроводниках”, Ленинград, 1977; Всесоюзной конференции по физике полупроводников, Кишинев, 1988; V Всесоюзной конференции “Тройные полупроводники и их применение”, Ивано-Франковск, 1987; Всесоюзной конференции “Экситоны-88”, Вильнюс, 1988; Международной конференции по физике соединений А2В6, Зап. Берлин, 1989; Всесоюзной конференции по фотоэлектрическим явлениям в полупроводниках, Ташкент, 1989; Международном симпозиуме по магнитооптике, Харьков, 1991, а также на семинарах в ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН и ИФ ДНЦ РАН, Махачкала.

Публикации

Основные результаты диссертации содержатся в 22 печатных работах, список которых приведен в конце реферата.

Структура и объем работы

Диссертационная работа состоит из введения, девяти глав, выводов, списка литературы, включающего 191 наименований. Основная часть рабо-

ты изложена на 306 страницах машинописного текста. Работа содержит 100 рисунков и 14 таблиц.

Краткое содержание работы

Во введении обсуждается современное состояние экспериментального и теоретического исследования ОМП в кристаллах. Обосновывается актуальность исследований осциллирующих спектров края поглощения относительно широкозонных полупроводников в случае существования возбужденных ридберговских состояний экситона в исходных спектрах без магнитного поля, а также нахождение адекватного метода расчета энергий связи всех состояний диамагнитного экситона и вычисления на их основе наиболее полных, точных и самосогласованных наборов параметров, характеризующих зонную структуру кристаллов.

Первая глава диссертации посвящена изложению основных положений теории магнитопоглощения для переходов непосредственно между состояниями свободных носителей на уровнях Ландау. Там же рассматриваются методы теоретического учета кулоновского взаимодействия пары электрон-дырка, образующейся при междузонных оптических переходах, приводится краткий анализ экситонного спектра на краю фундаментального поглощения и осциллирующего поглощения на уровнях диамагнитного экситона.

Кулоновское взаимодействие между электроном и дыркой влияет, главным образом на движение вдоль оси z , в то время как в плоскости x, y , перпендикулярной этому направлению, движение происходит под влиянием магнитного поля. Спектр энергетических состояний диамагнитного (одномерного) экситона, образованного подзонами Ландау, комбинирующими в оптическом переходе, обладает рядом специфических черт и дается выражением:

$$\varepsilon_B = \varepsilon_{1M} - R_{ex}^* / (\nu + \delta\nu_{n,g})^2, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Здесь ε_{1M} представляет обычный спектр энергий для задачи о переходах между уровнями Ландау без учета кулоновского взаимодействия; квантовый дефект $\delta\nu$, являющийся поправкой на конечность магнитного поля, также зависит от числа Ландау L , проекции момента M и магнитного поля B . Функцией L, M и даже B , в наиболее общем случае через одномерную приведенную массу, оказывается также и эффективная постоянная Ридберга для экситона $R_{ex}^* = \mu e^4 / 2h^2 \chi^2$ ($\mu = m_c^* m_v^* / (m_c^* + m_v^*)$ - приведенная масса электрона и дырки, а χ - диэлектрическая проницаемость). Так как уравнение (3) включает, кроме дискретного спектра и сплошной спектр, все кулоновские серии, за исключением наинизшей (самой длинноволновой),

находятся на фоне сплошного спектра, «ответвлявшегося» от каждого из предыдущих уровней Ландау.

Спектр (3) весьма своеобразен, являясь, по сути дела, экситонным спектром, он несет на себе существенные черты спектра переходов в состоянии свободных носителей в диамагнитных подзонах Ландау. В соответствии с этим, в отличие от обычного спектра экситонов Ванье-Мотта в кристаллах:

$$\varepsilon_{ex} = \varepsilon_g - R_{ex}^* / n_0^2 \quad (n_0 = 1, 2, 3 \dots), \quad (4)$$

спектр (3) было предложено [4] называть спектром диамагнитного экситона.

Представляет интерес случай, когда дискретная экситонная структура в кристалле при $B = 0$ подавлена по той или иной причине, а включение магнитного поля приводит к общему «возгоранию» поглощения и наблюдению спектра ОМП. При включении сильного магнитного поля уравнение Шредингера для относительного движения электрона и дырки становится одномерным. Тогда, если исходить из общих положений квантовой механики, связанное состояние должно существовать при любом экранировании. Этот эффект чрезвычайно важен для понимания условий наблюдения осциллирующего магнитопоглощения в большом числе кристаллов, в которых концентрации носителей ниже 10^{16} см^{-3} редко могут быть получены.

Следует отметить далее, что стабилизация экситонных состояний в магнитном поле достаточно эффективна и при иных механизмах разрушения дискретной экситонной структуры – например, при штарковском «гашении» на хаотическом поле ионизированной примеси. Примеры такого поведения можно найти в компенсированном материале, легированном таким образом, что концентрация свободных носителей автоматически делается очень малой в широком диапазоне температур, в то время, как суммарная концентрация примесей велика. Этот случай – типичный для полупроводника в состоянии «полуизолятора» - часто наблюдается, например, в *GaAs* или *CdTe*.

Вторая глава посвящена сравнительному описанию поведения высоковозбужденных «ридберговских» состояний атомов и возбужденных состояний экситона в полупроводниковых кристаллах.

Среди работ, выполненных в последние годы, как имеющие наибольшее значение для дальнейшего развития межзонной магнитооптики можно отметить, прежде всего, исследования, когда условие сильного поля $\beta \gg 1$ не выполняется, но осциллирующая структура с периодом $\hbar\Omega$, типичная для спектроскопии уровней Ландау, тем не менее наблюдается. Уникальные спектры, включающие множество весьма узких линий, регистрировались в кристаллах, где уже при $B = 0$ наблюдались не только основное ($n_0 = 1$), но и возбужденные ($n_0 \geq 2$) состояния экситона Ванье-Мотта.

Детальное изучение области относительно слабых полей показывает, что переход от явлений слабого магнитного поля – таких как квадратичный по полю диамагнитный сдвиг – к линейному по полю осциллирующему магнитопоглощению происходит при полях, соответствующих

$\beta(n_0^* + 1)^2 ; 1$, где n_0^* - самое высокое из наблюдаемых при $B = 0$ состояний экситона Ванье-Мотта.

Здесь прослеживается интересная аналогия со спектроскопией «ридберговских» атомов и молекул, когда ряд новых явлений начинает наблюдаться, если в специальных лабораторных условиях или же в межзвездной материи реализуются условия для детектирования возбужденных состояний с гигантским главным квантовым числом $n_0 \leq 500$. Атом с таким высоковозбужденным состоянием имеет макроскопические размеры, а внешний электрон, двигаясь по орбите весьма удаленной от остова атома, делает возможным квазиклассическое описание возникающих эффектов, среди которых особенно интересны эффекты электрического и магнитного поля. Лабораторные поля, ничтожно малые по сравнению с атомными полями для слабо возбужденных состояний, не обязательно малы по отношению к быстро убывающему кулоновскому полю, действующему на электрон, расположенный вдали от ядра в сильно возбужденном атоме, т.е. чувствительность к внешнему полю оказывается тем выше, чем больше n_0^{*max} , наблюдаемое в условиях эксперимента.

В сильных полях энергия диамагнитного взаимодействия должна быть соизмерима с кулоновской или превосходить ее. Например, для состояния атома водорода с $n_0 = 4$ величину магнитного поля $2 \cdot 10^3$ Тл нельзя считать сильной, поскольку в этом случае диамагнитное взаимодействие мало по сравнению с кулоновским, а для ридберговских состояний атомов Ва с $n_0^{*max} ; 80$ магнитное поле $B = 10$ Тл оказывается достаточным для наблюдения квазиленданауского спектра вблизи континуума и далее – уровней Ландау при $h\nu > \varepsilon_\infty$. Анализ спектров ОМП показал, что экситонные явления в полупроводниковых кристаллах при наличии возбужденных состояний экситонной серии могут оказаться вполне аналогичными поведению ридберговского атома в соответствующих условиях. При этом нет необходимости в «гигантском» квантовом числе n .

Интересно сопоставить спектр и размеры, а также критические поля атома водорода и водородоподобной системы в полупроводниковом кристалле для возбужденных (ридберговских) состояний. Данные для водорода с $n_0 = 30$ и гипотетического полупроводникового кристалла с параметрами $\chi_0 = 10$ и $\mu = 0,05m_0$, близкими к параметрам *InP*, *GaAs*, *CdTe*, приводятся нами в табл. 1.

Ридберговский атом и экситон Ванье-Мотта в полупроводнике
 типа InP ($\mu = 0,05$, $\chi_0 = 10$)

Таблица 1

Параметр	Зависимость от n_0	Единица измерения	Атом водорода		Полупроводник			
			$n_0=1$	$n_0=30$	коэф.	$n_0=1$	$n_0=2$	$n_0=3$
$\langle r \rangle, a^*$	$a_0 n_0^2$	10^{-8} см	0,53	480	χ_0 / μ	106,0	424,0	954,0
v_e	v_0 / n_0	10^6 см·с ⁻¹	220	7,3	$1 / \chi_0$	22,0	11,0	7,3
τ	$\tau_0 n_0^3$	10^{-12} с	10^4	4,1	χ_0^2 / μ	0,2	1,6	5,4
Ry	Ry / n_0^2	10^{-3} эВ	13600	15	μ / χ_0^2	6,8	1,7	0,8
$\Delta\varepsilon (\Delta n_0=1)$	$2Ry \Delta n_0 n_0^{-3}$	10^{-3} эВ	10000	1	μ / χ_0^2	5,0	0,6	0,2
$E^* (\varphi=1)$	$\sim Ry / \alpha_0 n_0^4$	10^3 В·см ⁻¹	$5,1 \cdot 10^6$	6,4	μ^2 / χ_0^3	12,8	0,8	0,16
$B^* (\beta=1)$	$a_0^{-2} n_0^{-2}$	Тл	$2,5 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^2$	μ^2 / χ_0^2	6,25	1,56	0,69

Ввиду того, что кулоновское взаимодействие в полупроводнике происходит в среде с диэлектрической проницаемостью χ_0 , а приведенная масса сильно отличается от массы электрона в вакууме, помимо изменений масштабов величин, связанных с n_0 , необходимо введение коэффициентов, учитывающих различные степени χ_0 и μ . При этом высоковозбужденным состояниям водорода с $n_0 > 30$ вполне соответствуют «ридберговские» состояния экситона в полупроводнике с $n_0 = 2, 3$.

Если электрон и дырка разнесены на столь большое расстояние, что атомной структурой кристалла можно пренебречь, то потенциал их взаимодействия дается в виде:

$$V(r) = -e^2 / \chi r \quad (5)$$

где $r = |r_e - r_h|$ - расстояние между электроном и дыркой, χ - макроскопическая (длинноволновая) диэлектрическая проницаемость. Кулоновский потенциал вида (5) приводит к возникновению бесконечной серии дискретных водородоподобных связанных состояний с энергиями

$$E_n(\kappa) = -e^4 \mu / 2\hbar^2 \chi^2 n_0^2 + \hbar^2 K^2 / 2Me, \quad (6)$$

где $n_0 = 1, 2, \dots, \infty$; $\mu^{-1} = m_e^{-1} + m_h^{-1}$; $M = m_e + m_h$; $\hbar K$ - импульс центра масс, $K = K_c + K_v$; K_c и K_v - квазиимпульсы электрона и дырки, а E_n отсчитывается от края зоны E_g . При этом интенсивность линий в серии, в области дискретного спектра $h\nu < E_g$, падает по мере увеличения главного кван-

тового числа n , как n^{-3} , а при больших n линии сливаются и спектр переходит в квазиконтинуум.

Для расчета энергии связи экситона можно воспользоваться методом Гельмонта и Дьяконова, основанный на частичном пренебрежении гофрированностью изоэнергетических поверхностей. Энергия связи экситона находится как:

$$R^* = (e^4 / 2h^2 \chi_0^2) (4\mu_h / 9 + 5\mu_l / 9), \quad (7)$$

где μ_l и μ_h – приведенные массы электрона и легкой дырки и электрона и тяжелой дырки.

Данный метод достаточно точен и может быть использован при исследовании влияния внешних полей на спектры экситонных состояний с учетом вырождения валентной зоны. В общем случае, как следует из (7), энергия связи образуется приблизительно на 4/9 из «ридберга» экситона на тяжелой дырке и на 5/9 «ридберга» на легкой дырке.

Таким образом, ридберговские состояния атомов могут быть экспериментально исследованы только в весьма сильных магнитных полях – 10^3 Тл. Однако, для водородоподобных состояний в полупроводниках ситуация меняется, поскольку эффективный борковский радиус превосходит обычный борковский радиус в 50÷100 раз. Это приводит к значениям характерных полей ~ 1 Тл. Эти поля легко реализуются экспериментально.

В третьей главе обсуждается образование «квазилендауских» спектров осциллирующего магнитопоглощения кристаллов, для которых условие сильного поля выполняется в классическом виде $\beta \gg 1$ и кристаллов, для которых указанное условие выполняется лишь для возбужденных состояний экситона в виде $\beta n_0^2 \gg 1$ [5].

Условие $\beta \gg 1$ относительно легко достигается в случае *Ge*, *InAs*, *InSb*, *GaSb* и существенно сложнее – для более широкозонных полупроводников. Особенностью спектров ОМП, полученных при низких температурах в узкозонных кристаллах, является возможность прослеживания первого пика вплоть до $B = 0$, демонстрирующая его исходную принадлежность основному состоянию экситона ($n_0=1$). При сравнении экспериментального и теоретического спектров интересным оказывается то обстоятельство, что некоторого согласия между ними можно достичь смещением теоретического спектра в сторону меньших энергий на величину энергии связи основного состояния экситона. Положения подзон Ландау при этом проявляются только через связанные с ними экситонные состояния.

Одним из наиболее принципиальных отличий спектра диамагнитных экситонов от спектра оптических переходов между состояниями свободных носителей в подзонах Ландау является возможность существования в спектре диамагнитных экситонов возбужденных состояний. Возбужденные со-

стояния не имеют никакого аналога в спектре переходов в несвязанные состояния.

Энергии связи возбужденных состояний вычисленные по теории Гельмонта и др. [2], учитывающей вырождение валентной зоны, дают возможность более надежного установления действительных значений энергий, соответствующих краям диссоциации диамагнитного экситона, или переходам между подзонами Ландау.

Анализ спектра *InSb*, проведенный Эфросом и др. [6] показал, что в целом спектры осциллирующего магнитопоглощения узкозонных кристаллов формируются почти исключительно переходами в состояния диамагнитного экситона, которые удовлетворяют основным правилам отбора $\Delta\ell = \pm 1$. Дополнительная структура, появляющаяся в спектре и необъяснимая комбинациями оптических переходов между подзонами Ландау, может быть отнесена в большинстве случаев к переходам в возбужденные состояния диамагнитного экситона.

В результате получения в последнее время довольно чистых и совершенных эпитаксиальных слоев *GaAs*, *InP*, *CdTe* и принятых экспериментальных методов нам все же удалось наблюдать возбужденные состояния в поглощении этих кристаллов. Характерной для всех упомянутых кристаллов является трудность выполнения критерия Эллиота-Лудона в классическом виде $\beta \gg 1$. Тем не менее здесь имеют место ярко выраженные «осциллирующие» спектры края поглощения, наблюдения которых можно связать с модифицированным критерием $\beta n_0^2 \gg 1$. Это неравенство для $n_0 = 2$ выполняется при $B = 2$ Тл, а для $n_0 = 3$ - при $B = 0,9$ Тл. Далее подробно прослежен реальный ход линий осциллирующего магнитопоглощения *GaAs* с ростом магнитного поля, в фарадеевской геометрии эксперимента, исключающего возгорание дополнительных линий, связанных с влиянием электрического поля заряда поверхностных состояний. Начиная уже со столь слабых полей, как $B = 0,08$ Тл, наблюдается отчетливое возгорание состояния $n_0 = 3$ экситона Ванье-Мотта. Затем, при $B \approx 0,2 \div 0,3$ Тл из состояний континуума образуется ряд новых линий, которые к $B = 0,4$ Тл разветвляются, образуя тонкую структуру высоких серий. Напряженность поля B_1 соответствует приближенному достижению равенства энергии зазора между комбинирующими подзонами Ландау и энергии связи 3S-состояния экситона Ванье-Мотта ($9\beta \approx 1$). При этом вначале, возможно, образуется диамагнитный экситон с кулоновским квантовым числом $\nu = 2$, затем в поле $B_2 \approx 0,8 - 1,0$ Тл ($4\beta \approx 1$) становится возможным расширение серии с включением первого возбужденного состояния $\nu = 1$. Образование основного состояния $\nu = 0$ становится возможным при $B_3 > 2 - 3$ Тл

($\beta \approx 1$). Расчетные значения β для регистрации спектров диамагнитного экситона выдвигают требование достижения критических магнитных полей $B_{кр} \approx 11$ Тл в случае наблюдаемости лишь основного состояния экситона Ванье-Мотта и $B_{кр} \approx 2,5$ Тл – в случае кристалла, в котором наблюдается и первое возбужденное состояние с $n_0 = 2$.

Начиная со слабых полей, $B \approx 0,8 - 1,0$ Тл из состояния континуума $CdTe$ образуется ряд новых линий, которые при $B = 1,5$ Тл имеют явно выраженную структуру ОМП. Следует, однако, заметить, что ни при каких экспериментальных значениях B теоретическая кривая $E_{11}(B)$ не пересекает $E_{n=2}(B)$, т.е. возбужденное состояние остается дискретным и расположенным ниже континуума вплоть до $B = 7,5$ Тл. Из этого можно сделать вывод, что за начало возгорания наблюдаемых осцилляций ответственно более высокое состояние, а именно $n_0 = 3$. Действительно, $B^*(1S)/9 \sim 1,1 - 1,2$ Тл, что соответствует модифицированному критерию $\beta n_0^2 \gg 1$.

Особенно показательны здесь эксперименты по изучению края фундаментального поглощения кристаллов Cu_2O и SnO_2 в магнитном поле [7, 8] вследствие наличия ярко выраженной экситонной серии с большим количеством отчетливо выраженных максимумов. В наиболее совершенных кристаллах Cu_2O удается отчетливо наблюдать до 10 линий серии, а в SnO_2 наблюдается серия до 6 экситонных линий.

Вместе с тем достижение условия сильного поля ($\beta \gg 1$) в этих кристаллах – проблема, едва ли разрешимая экспериментально. Так, напряженность критического поля $B_{\beta=1}$ для SnO_2 составит $0,7 \cdot 10^2$ Тл, а для Cu_2O – $6 \cdot 10^2$ Тл. Тем не менее осциллирующее поглощение в этих кристаллах наблюдается. Наблюдению эффекта в этих кристаллах, по-видимому, мы обязаны прежде всего развитой экситонной структуре спектра, дающей возможность удовлетворения модифицированного условия сильного поля $\beta n_0^2 \gg 1$ для членов экситонной серии с $n_0 \gg 1$. Для «нижних» возбужденных состояний $n_0 = 2, 3$ условие $\beta n_0^2 \gg 1$ не выполняется и мы можем ожидать лишь зеemanовское расщепление экситонных линий и их диамагнитный сдвиг, тогда как для «высоких» возбужденных состояний $n_0 > 3$ спектр может описываться закономерностями спектроскопии диамагнитного экситона. Граница явлений сильного и слабого магнитного поля при этом может смещаться, и возможность получения осциллирующих спектров зависит не только от развиваемых в экспериментах значений магнитного поля, но и от высшего экспериментально регистрируемого номера максимума n_0 кулоновского состояния в спектре экситона Ванье-Мотта.

ми самоорганизации в процессах эпитаксиального роста, то этого нет и не может быть для случая квантовых проволок. Поэтому здесь возможно, в первую очередь, лишь теоретическое рассмотрение. Типичный теоретический спектр 1D магнитоэкситона (рис. 1а) имеет полную аналогию со спектром ДЭ в 3D кристалле (рис. 1б). Он состоит из серий дискретных линий, заканчивающихся квазиконтинуумом и континуумом, притом континуумы имея обратную корневую зависимость от энергии, перекрываются с дискретными спектрами последующих состояний с большими числами Ландау. Экспериментально наблюдение подобных спектров практически невероятно, не только в связи со сложной и неосесимметричной формой тех квантовых проволок, которые удастся получить для экспериментального исследования, но и в связи с относительно большой площадью интерфейсов и с соответствующей концентрацией интерфейсных состояний, дестабилизирующих и уширяющих линии оптического спектра. Ясно, что гораздо более полное подобие квантовой проволоке может быть получено в экспериментах с объемными кристаллами в сильном магнитном поле. Для того, чтобы приближение было хорошим, были выбраны высококачественные кристаллы узкозонного *InSb*, для которого, в силу большой диэлектрической проницаемости и малой величины приведенной массы электрона и дырки, величина β легко может превысить 100. На рис. 1в приводится вид первых двух групп максимумов поглощения в магнитном поле 4 Тл в σ^- спектре. На оси энергий отмечены теоретические положения линий серий диамагнитного экситона, позволяющие возбужденному состоянию диамагнитного экситона с $\nu = 1$ приписать только слабый пик, находящийся на крутом длинноволновом склоне максимума Q, вершина которого хорошо соотносится с краем диссоциации ($\nu = \infty$). Величина β , характеризующая при этом степень выполнения условия сильного поля, в случае *InSb* в диапазоне $B > 3 \text{ Тл}$ уже принимает значения, практически недоступные для других, более широкозонных полупроводников. Это делает отчасти понятным тот факт, что о подобном явлении в других кристаллах упоминаний в литературе не содержится и позволяет искать его связь с существенной одномерностью такого экситона. Как можно судить по рис. 1в спектр ДЭ оказывается вполне аналогичным теоретическому спектру квантовой проволоки и имеет ярко выраженный одномерный характер. Тонкая структура серий ДЭ, которую удастся наблюдать в *InSb*, едва ли окажется доступной наблюдению в случае искусственно выращенной квантовой проволоки из того же материала.

В спектрах *GaAs*, со всей определенностью удастся выделить участки, в которых наблюдается необычное поведение спектральных линий, не укладывающихся в обычные представления о спектрах экситонного поглощения. Необычной является резкая оборванность линии с коротковолновой

стороны с ее значительным углублением в фоновое поглощение, а также затянутый «хвост» с длинноволновой стороны.

В атомной и ядерной спектроскопии рассмотрена многочастичная задача взаимодействия состояний континуума с дискретным уровнем и было показано, что существует конструктивно-деструктивная интерференция состояний, приводящая к искажению исходных спектральных форм и дискретной линии, и континуума.

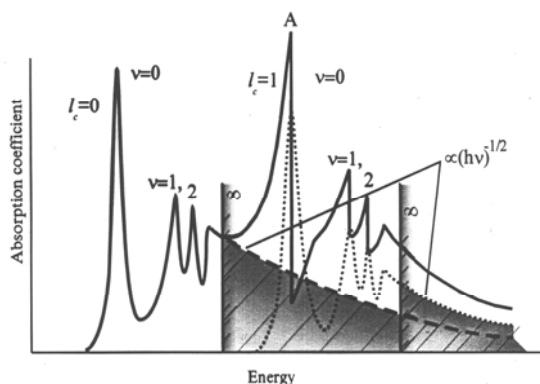


Рис. 2. Схематическая картина образования резонансов Фано в спектрах диамагнитного экситона.

Рассматривается интерференция континуума состояний $b^+(-l)b^c(0)$ с дискретными уровнями следующего — по энергетическому положению — перехода $b^+(0)b^c(l)$. Проинтерферировавшее основное состояние ($v=0$) для перехода $b^+(0)b^c(l)$ обозначено буквой «А». Пунктиром приводится «невозмущенный» спектр ДЭ $b^+(0)b^c(l)$ с сериями основного и возбужденных состояний $v=1, 2, \dots, \infty$. Континуумы налагаются друг на друга и имеют характерную для ДЭ зависимость от энергии $\alpha_0(v) \sim 1/\sqrt{\hbar v - E_\infty}$ (при больших превышениях энергий $\hbar v \gg E_\infty$, приближенно, $\alpha_0(v) \sim (\hbar v)^{-1/2}$). Для локального моделирования экспериментальных данных использована феноменологическая функция Фано в виде:

$$f(E) = \frac{[(E - \Omega)/\Gamma - q]^2}{\left\{1 + [(E - \Omega)/\Gamma]^2\right\}}, \quad (8)$$

где Ω — энергия соответствующего резонанса, а Γ — ширина линии. Полученные в результате подгонки параметры резонансов Фано позволяют уточнить «истинное» положение линий, которые оказываются смещенными

На рис. 2 изображена предполагаемая картина наложения первых двух серий ДЭ. Спектр приближен, например, к ЛСР-спектру *GaAs*, наблюдавшемуся при $B = 7,5$ Тл, при условии значительного его упрощения с исключением всех переходов, кроме $b^+(1-l)b^c(l)$. Рассматривается интерференция континуума состояний $b^+(-l)b^c(0)$ с дискретными уровнями следующего — по энергетическому положению — перехода $b^+(0)b^c(l)$. Проинтерферировавшее основное состояние ($v=0$) для перехода $b^+(0)b^c(l)$ обозначено буквой «А». Пунктиром приводится «невозмущенный» спектр ДЭ $b^+(0)b^c(l)$ с сериями основного и возбужденных состояний $v=1, 2, \dots, \infty$. Континуумы налагаются друг на друга и имеют характерную для ДЭ зависимость от энергии $\alpha_0(v) \sim 1/\sqrt{\hbar v - E_\infty}$ (при больших превышениях энергий $\hbar v \gg E_\infty$, приближенно, $\alpha_0(v) \sim (\hbar v)^{-1/2}$). Для локального моделирования экспериментальных данных использована феноменологическая функция Фано в виде:

на $0,1-1,2$ мэВ к большим энергиям, а также оценить полуширину линий Г как $0,35-0,42$ мэВ и установить фактор асимметрии $-q$.

Таким образом, наблюдаемую в спектрах ОМП *GaAs* форму линий, можно признать следствием эффекта Фано. Проявление этого эффекта прослежено и в спектрах ОМП *InP* и *CdTe*. Экспериментально наблюдаемое присутствие последствий эффекта Фано в спектрах ОМП целого ряда полупроводников указывает на определенную универсальность этого явления.

В пятой главе рассмотрены эффекты слабого и сильного поля и обоснован метод расчета спектров ОМП в промежуточных магнитных полях. Здесь же рассматривается проблема генезиса и линейного соответствия уровней ДЭ и экситона Ванье-Мотта.

Уравнение Шредингера для экситонов в магнитном поле может быть решено аналитически даже для простых зон только в пределах $B = 0$ и $B \rightarrow \infty$. В то же время наибольший интерес представляет поведение экситона в «промежуточных» полях, когда выполняется условие $\beta \geq 1$, или даже $\beta < 1$, а не $\beta \approx 1$.

Благодаря присутствию множителя n_0^2 условие ($\beta n_0^2 \approx 1$) расширяет область применимости решений задачи о диамагнитных экситонах на более слабые магнитные поля. Однако, четкая идентификация структуры осциллирующего магнитопоглощения затруднена, так как очень трудно установить однозначную связь между уровнями водородоподобного экситона при $B = 0$ и уровнями диамагнитных экситонов, которые возникают из основного и возбужденных состояний первого.

Для решения проблемы соответствия следует разделить состояния на две группы: истинно связанные и метастабильные [9]. Действительно, пока M , проекция углового момента является «хорошим» квантовым числом для водородоподобной системы в любом магнитном поле, минимальная энергия, которую может иметь электрон-дырочная пара с моментом M в магнитном поле, будет:

$$\varepsilon_{\min} = \hbar\Omega \left[(|M| + \gamma M) / 2 + \frac{1}{2} \right], \quad \gamma = (m_c^* - m_v^*) / (m_c^* + m_v^*) \quad (9)$$

Поэтому все состояния экситона с моментом M ниже уровня Ландау с $l_v = (|M| - M) / 2$ всегда связаны. Именно эти уровни и имеют аналоги в спектре экситона Ванье-Мотта при $B = 0$, и их энергии можно получить вариационным расчетом. Таблица соответствия для них может быть построена с учетом принципа непересечения для каждого M . А состояния, которые лежат под уровнями Ландау с $l > (|M| + M) / 2$ метастабильны и не имеют аналога при $B = 0$. Эти состояния возникают из континуума.

Согласно правилу непересечения термов, все состояния с данным моментом и четностью (при $B = 0$) перейдут в порядке возрастания энергий в состоянии с тем же M и четностью при $l_c = 0$ ($B \rightarrow \infty$). Несмотря на всю простоту и привлекательность принципа «непересечения» и определенную его пригодность для описания поведения «нижних» уровней, не имеющих фона сплошного спектра, применение его к уровням $l_c \geq 1$ приводит к несоответствию теории и эксперимента и как следствие требует привлечения дополнительных допущений.

Появление работы [1], где получены волновые функции, точные для $B \rightarrow \infty$, а также работ [10, 11], где приводятся волновые функции для $B = 0$, наряду с приведенным выше правилом соответствия, позволяет осуществить вариационный расчет для алмазоподобных полупроводников с вырожденной V-зоной. Такой расчет применительно *GaAs* для переходов с $l_c = 0$ дает результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом в широком диапазоне магнитных полей от $B = 0$ до $B = 20$ Тл.

Измерения края поглощения при $B = 0$ и $T = 2$ К на *GaAs*, *CdTe*, *InP* демонстрируют развитую структуру экситонной серии, включающую в себя помимо основного $n_0 = 1$ возбужденные состояния $n_0 = 2, 3$ (рис. 3).

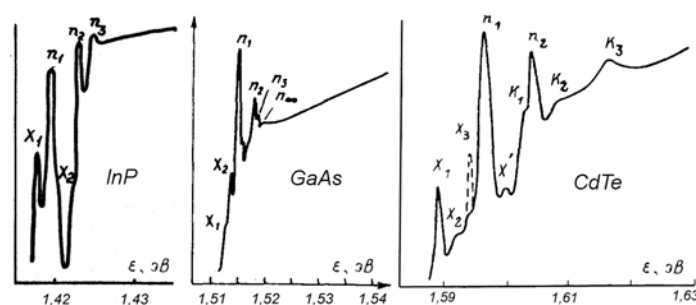


Рис. 3. Край поглощения при $B = 0$ и $T = 2$ К.

В спектрах *GaAs*, *InP*, *CdTe*, зарегистрированных в максимальном поле эксперимента ($B = 7,5$ Тл), наблюдаются многие десятки весьма узких ~ 1 мэВ линий (рис. 4). Наблюдение таких уникальных спектров можно связывать с «выраженностью» экситонной серии при $B = 0$: чем более высокое по главному квантовому числу возбужденное состояние n_0^* оказывается детектируемым без магнитного поля, тем ниже значение критического поля, при котором на фоне континуума состояний возникает КЛ спектр. При включении относительно слабого магнитного поля $B \geq 0,5$ Тл, например, на образцах *InP* отчетливо проступает квазиламбдауская осцилляционная структура (рис. 5), в то время как из общих соображений можно было

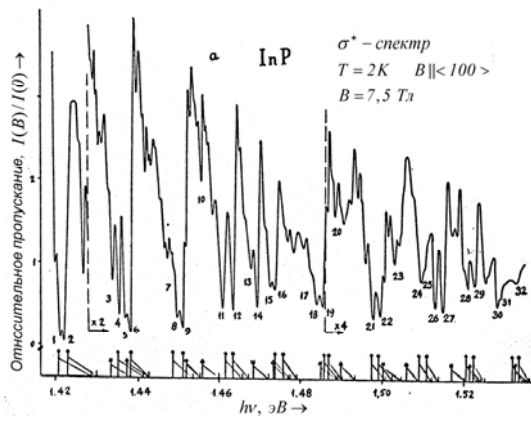


Рис. 4. Спектры ОМП (диамагнитных экситонов) кристаллов *InP*.

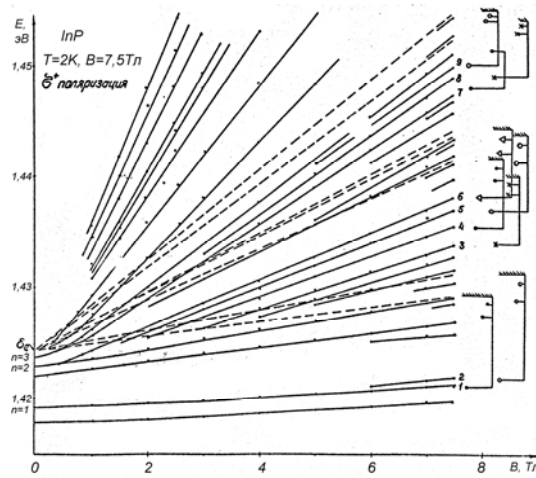


Рис. 5. «Веерная диаграмма» для *InP* в длинноволновой области спектра. Справа прямыми скобками показаны предполагаемые серии диамагнитных экситонов.

соответствия уровней сильного и слабого полей. Согласно этой схеме, серии диамагнитных экситонов, возникают из возгорающихся в магнитном поле

бы ожидать $B_{\beta=1}^* \approx 4,2$ и $7,7$ Тл для перехода с участием легких и тяжелых дырок - соответственно.

Ситуация здесь аналогична возникающей в спектроскопии ридберговских атомов и молекул, когда на фоне континуума ($h\nu > E_{\infty}$, где E_{∞} - энергия края диссоциации) возникает осциллирующая структура в диапазоне магнитных полей, далеких от выполнения классического критерия сильного поля.

Минимальное соблюдение условия $\beta \geq 1$ может рассматриваться как критерий перехода от явлений слабого поля - линейного (эффект Зеемана) и квадратичного (диамагнитный сдвиг) к явлениям сильного поля - ОМП и др., связанным с возникновением уровней Ландау.

Построение веерной диаграммы в двойном логарифмическом масштабе (рис. 6) позволяет хорошо установить момент перехода от явлений слабого поля к явлениям сильного поля, а также предложить схему соответствия

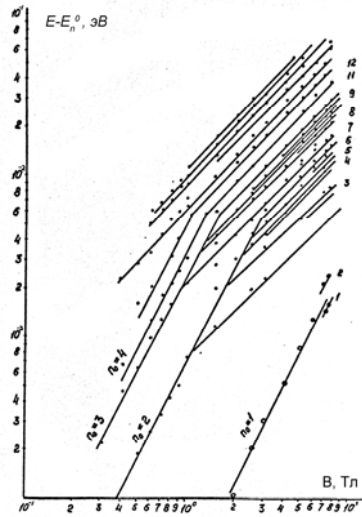


Рис. 6. Та же диаграмма, что и на рис. 5, но в логарифмическом масштабе.

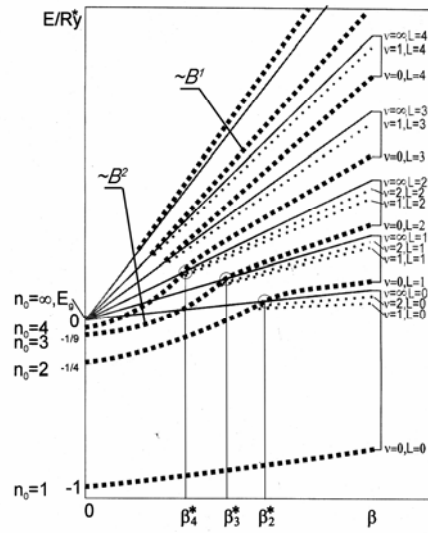


Рис. 7. Экспериментальная схема соответствия уровней диамагнитных экситонов «ридберговским» состояниям экситона

состояний экситона Ванье-Мотта с ненулевой положительной проекцией момента $m \geq 1$. При этом состояния экситона Ванье-Мотта, лежащие ниже ($n_0 < n_0^*$), в образовании спектра ОМП явного участия не принимают, подчиняясь закономерностям эффектов слабого поля – линейного эффекта Зеемана и диамагнитного сдвига. Для основного ($n_0 = 1$) состояния экситона в *GaAs* и *CdTe* в относительно слабых полях характерна линейная зависимость энергетического положения от величины магнитного поля B , сменяющаяся при $B_1^* \approx 1-1,5$ Тл квадратичной, которая затем вновь переходит в линейную, характерную для уровней Ландау, при $B_2^* \approx 6-8$ Тл. По зависимости энергетического положения основного 1S и возбужденного 2S состояния экситона в *CdTe* от квадрата напряженности магнитного поля определены диамагнитные сдвиги $\Delta_{1S} = 2,1 \cdot 10^{-5}$ эВ/Тл²,

$\Delta_{2S} = 3,5 \cdot 10^{-3}$ эВ/Тл², удовлетворительно согласующиеся с теоретическим расчетом, учитывающим вырождение V-зоны.

Зеемановское расщепление на две компоненты в σ^+ -спектре и две в σ^- -спектре удастся наблюдать для возбужденного состояния экситона

$n_0 = 2$ в *GaAs*. Однако, диамагнитный сдвиг не однозначен для всех четырех компонент и его следует рассчитать для $m = \pm 3/2$ и $m = \pm 1/2$ по отдельности, измеряя зеемановское расщепление относительно двух соответствующих центров тяжести. Значение B_2^* для $n_0 = 1$ и $n_0 = 2$ различаются приблизительно в пять раз, что согласуется с изменением критерия ЭЛ в n^2 раз, т.е. в четыре раза.

Принципиальной основой известных подходов к описанию квазилендауского спектра диамагнитных экситонов является предположение о возможности адиабатического разделения переменных, т.е. описания системой двух уравнений [2]:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \Psi(\rho) + \left(\frac{e^2}{\chi_0 \sqrt{p^2 + z^2}} - \frac{\hbar^2 p^2}{8\mu L^4} \right) \Psi(p) = E(z) \Psi(p) \quad (10)$$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + E - E(z) \right) \phi(z) = 0 \quad (11)$$

где в (10) зависимость от $B \parallel z$ рассматривается как параметрическая, а $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ цилиндрическая координата. Это условие эквивалентно требованию о малости расстояния между энергетическими уровнями собственных значений (11) по сравнению с интервалами между собственными значениями (10). Однако, к сожалению, в настоящее время не существует аналитического подхода к решению уравнения (10) при произвольном β . Получить зависимость $E(z)$ можно только по теории возмущений:

$$E(z) = \hbar\Omega(n + (|M| + M + 1)/2) - \frac{e^2}{\chi_0} \int \frac{d^2 p}{\sqrt{p^2 + z^2}} \Psi_{n,m}^2(p), \quad (12)$$

где $\Psi_{n,m}(p)$ - волновая функция на уровне Ландау с номером $l = n + (|M| + M)/2$ и с проекцией момента M . Применимость такого рассмотрения обоснована только для магнитных полей и уровней Ландау, удовлетворяющих либо $\beta = \hbar\Omega/2R_y^* \gg 1$ [1], либо условию $\beta l > 1$ [12].

Считая адиабатическое приближение обоснованным уже физическим фактом существования КЛ последовательности максимумов в экспериментальном спектре, мы сочли возможным получение для уровней энергии с $E \gg E_g$ наиболее достоверных значений энергии связи путем численного расчета одномерного уравнения (10) без наложения ограничений на β . При этом в адиабатическом потенциале $U_{lM_\lambda}(z)$ образуются бесконечные серии одномерных (1D) состояний ($v = 0, 1, \dots$), примыкающих к соответствующему переходу между уровнями Ландау-Латтинжера валентной зоны и зо-

ны проводимости как к краю диссоциации. Спектр переходов между уровнями Ландау-Латтинжера для алмазоподобных полупроводников дается уравнениями Пиджена-Брауна [13] с соответствующими правилами отбора. Нижние состояния каждой серии ДЭ с $\nu = 0, 1, 2$ искались вариационным методом. Как видно из рис. 5 и 6 очевиден весьма сложный характер образования осциллирующего спектра. Энергия состояния $n_0 = 1$ слабо и нелинейно зависит от B ; лишь при $B > 6 \text{ Тл}$ удается разрешить расщепление на два состояния, принадлежащие экситонам с тяжелыми дырками при переходах $b^-(1)b^c(0)$ (нижнее) и $a^-(1)a^c(0)$ (верхнее).

Состояние $n_0 = 2$ имеет явно выраженный короткий нелинейный участок и оказывается «родоначальником» целой серии состояний в спектре диамагнитных экситонов: здесь экситоны, связанные с оптическими переходами $b^+(1)b^c(0)$, $b^-(2)b^c(1)$, $a^+(1)a^c(0)$ и $a^-(2)a^c(1)$, а также возбужденные состояния $\nu = 1$ и $\nu = 2$, принадлежащие «нижним» сериям ДЭ, основное состояние которых ($\nu = 0$), по-видимому, образуется из $n_0 = 1$ только при максимальных значениях поля. Следующая группа линий образуется из $n_0 = 3$. Здесь прослеживается образование ДЭ при переходах $b^-(3)b^c(2)$, $b^+(2)b^c(1)$ и $a^-(3)a^c(2)$. К этой группе тяготеют и возбужденные состояния предыдущей группы. Наконец, при относительно слабых полях $B < 1 \text{ Тл}$ обнаруживаются точки, явно принадлежащие нелинейной зависимости, берущей начало между $E(n_0 = 3)$ и E_g . Из них образуется следующая серия максимумов, в частности, $b^-(4)b^c(3)$ и $a^-(4)a^c(3)$. Для максимумов, принадлежащих большим числам Ландау, не удается выделить нелинейные зависимости в начальном участке веерной диаграммы. Можно лишь утверждать, что остальные линии берут начало близко к E_g и не ниже $n_0 = 4$.

В первом приближении можно считать, что, если при $B = 0$ удается наблюдать состояние n_0^* , то критическому полю $B^*(n_0^*)$, начала осциллирующего спектра, будет соответствовать приблизительно $B_l^* / (n_0^* + 1)^2$. Таким образом, возникновение КЛ спектра, по-видимому, происходит в наших образцах при достижении равенства $\beta^* \approx 1$ для наиболее высокого «ридберговского» состояния экситона, не регистрируемого при $B = 0$, но возгорающегося при включении поля. При $B > B^*(n_0^*)$ спектр для $E > E_\infty$ приобретает квазилендауский характер, что и служит основанием для рассмотрения задачи в рамках адиабатического метода разделения перемен-

ных и определения «экситонного» вклада анализом одномерного уравнения Шредингера.

Анализируя рис. 5 и 6, можно установить определенную закономерность в образовании КЛ спектра ДЭ, схематически (для простых зон) изображенную на рис. 7. Осциллирующая структура возникает, когда высшие возбужденные состояния пересекают соответствующие уровни континуума. Линии расщепляются в области пересечения: ниже края диссоциации, соответственно разрешенным переходам между подзонами Ландау, остаются линии возбужденных состояний предыдущих (ℓ^*-1) ДЭ серий; выше – основные состояния ДЭ, принадлежащие ℓ^* -уровню.

Для определения реальных границ применимости численных решений одномерного уравнения Шредингера можно воспользоваться тем обстоятельством, что вид полученных спектров позволяет предположить наблюдение целого ряда серий диамагнитного экситона, включающих возбужденные состояния ДЭ с $\nu = 1, 2$ помимо основного $\nu = 0$. Считая при этом расчеты для возбужденных состояний вполне обоснованными и допускающими применение аналитического метода, ввиду малости $R_{ДЭ}(\nu)/\hbar\Omega \ll 1$ (здесь $R_{ДЭ}(\nu)$ – энергия связи возбужденного состояния ДЭ), можно совместить экспериментально наблюдаемые энергии возбужденных состояний с теоретическими. Таким образом, могут быть установлены энергии диссоциации или переходов между подзонами Ландау, которые экспериментально не отмечаются. Убедившись в адекватности метода расчета можно произвести реконструкцию всего спектра переходов между подзонами Ландау. Затем, пользуясь например, уравнениями Пиджена и Брауна, определить систему самосогласованных зонных параметров, характеризующих одновременно С и V-зоны.

Шестая глава содержит сведения об изучаемых образцах и методы изготовления тонких свободных и упруго деформированных образцов, а также описание принятой в работе техники экспериментального исследования и методики обработки регистрируемых спектров.

Критерием отбора образцов для исследований служило наличие в спектре поглощения возбужденных состояний серии экситона Ванье-Мотта. Наибольшее внимание здесь уделено технологии приготовления тонких, свободных от механических напряжений, кристаллов, так как именно эта процедура определила успех эксперимента. После механической шлифовки и полировки, для устранения остаточных деформаций образцы подвергались отжигу в нейтральной среде. До необходимой толщины образцы доводились в полирующем травителе. Затем они в свободном виде упаковывались в миниатюрные боксы и помещались для измерений в криостат непосредственно в охлаждаемую среду. Для создания в образцах регулируемых упругих одноосных напряжений был применен метод, за-

ключающийся в подклейке тонкого образца к «толстой» прозрачной подложке с известным коэффициентом теплового расширения.

Экспериментальные установки позволяли с точностью не хуже $3 \cdot 10^{-5}$ эВ регистрировать спектры поглощения в диапазоне 0,6-2,5 эВ. В этом спектральном интервале использовались двойной монохроматор МДР-2 и светосильный монохроматор ДФС-12 с дисперсией $5,2 \text{ \AA}/\text{мм}$ во втором порядке решетки. В качестве приемника сигнала применялись германиевый фотодиод и охлаждаемые фотоэлектрические умножители, позволяющие работать при оптической ширине щели $\sim 3 \cdot 10^{-5}$ эВ.

Магнитооптические исследования проводились в сверхпроводящем соленоиде, развивающем поле до 8 Тл. Для получения поляризованного излучения использовались соответствующие поляризаторы в совокупности с $\lambda/4$ пластинами, создающими циркулярные поляризации.

Методика обработки регистрируемых спектров ОМП включала расчеты на ЭВМ и автоматизированную подгонку параметров теоретического спектра к экспериментальному для получения оптимизированного набора зонных параметров.

В седьмой главе излагаются результаты экспериментов по наблюдению спектров поглощения кристаллов в отсутствие поля и в магнитных полях различной напряженности. Выполняется расчет энергии связи диамагнитных экситонов, выделяется спектр переходов между подзонами Ландау и вычисляются зонные параметры.

Использование тонких ($d \geq 0,5 \text{ мкм}$) сверхчистых кристаллов *GaAs*, *InP*, *CdTe*, которые были подвергнуты отжигу и травлению с целью освобождения их от внутренних механических напряжений, позволило наблюдать при температуре жидкого гелия развитую экситонную структуру края поглощения, включающая в себя основное ($n_0 = 1$) и возбужденные ($n_0 \geq 2$) состояния экситона Ванье-Мотта, экситон-примесные комплексы и ряд других особенностей при $E > E_g$.

Энергии связи экситона Ванье-Мотта и положения максимумов дискретного спектра рассчитывались по теории возмущений:

$$E_{ns} = E_g - R_{ns}^*, \quad R_{ns}^* = R_0 / n_0^2 + \Delta E_d(n_0) + \Delta_{обм} / n_0^3, \quad (13)$$

где $R_0 = e^4 \mu_0 / 2 \hbar^2 \chi_0^2$, $\mu_0^{-1} = m_c^{*-1} + \gamma_1^* m_0^{-1}$ характеризует вклад в энергию связи «изотропной части» дырки, $\Delta E_d(n_0)$ - «анизотропная» поправка, зависящая от $\gamma_{1,2,3}$ и m_c , $\Delta_{обм}$ - константа обменного взаимодействия, m_c^* , m_0 - эффективная масса электрона проводимости и свободного электрона соответственно, χ_0 - статистическая диэлектрическая проницаемость.

Расположение членов серии хорошо соответствует теоретическим расчетам и обнаруживает незначительные отклонения от водородоподобности модели, что свойственно алмазоподобным полупроводникам с вырожденной валентной зоной. Однако, поправки на $\Delta_{обм}$ быстро уменьшаются как n_0^{-3} с увеличением n_0 , так что спектры становятся более близкими к водородоподобным для возбужденных состояний.

Отклонения 1S и 2S состояний от водородоподобности для *InP* и *CdTe* составляют $\Delta E_d^{(1)} = 0,17 \text{ мэВ}$, $\Delta E_d^{(2)} = 0,05 \text{ мэВ}$ и $\Delta E_d^{(1)} = -0,39 \text{ мэВ}$, $\Delta E_d^{(2)} = -0,15 \text{ мэВ}$ соответственно. Таким образом, наблюдение возбужденных состояний позволило нам уточнить значения ширины запрещенной зоны. Положения спектральных линий на краю поглощения при $T = 2 \text{ К}$ и теоретическая оценка соответствующих энергий связи различных состояний свободного экситона и ЭПК приводятся в таблице 2.

Таблица 2

	X_1	X_2	n_1	n_2	n_3	n_∞
<i>GaAs</i>	1513,2	1513,7	1515,0	1518,2	1518,6	1519,1
	5,9	5,37	4,09	0,9	0,5	0
<i>InP</i>	1417,5	1422,0	1419,0	1423,0	1424,0	1424,5
	6,5	2,2	5,0	1,3	0,5	0
<i>CdTe</i>	1569,3	1591,7	1596,5	1604,2	-	1606,5
	7,2	4,8	9,05	2,3	-	0

Линии основного состояния экситона $n_0 = 1$ при комнатной температуре и линии возбужденных состояний $n_0 = 2, 3$ при низких температурах в спектрах поглощения наблюдались нами впервые.

Возможность наблюдения состояния $n_0 = 1$ вплоть до комнатных температур позволило построить зависимость полуширины Γ от температуры и определить механизмы уширения и дальнейшего его разрушения. Оценки показывают, что при низкой температуре преобладают эффекты заряженной примеси $\Gamma_0(N_i)$, а при высокой – аннигиляция при взаимодействии с LO-фононом $\Gamma_\phi(T)$. Тогда

$$\Gamma = \Gamma_0(N_i) + \Gamma_\phi(T) - \delta\Gamma, \quad (14)$$

где $\Gamma_\phi(T) = A_\phi N_q(T)$, а $N_q(T) = [\exp(h\Omega_{LO} / kT) - 1]^{-1}$ - функция заполнения состояний LO-фононов с энергией $h\Omega_{LO}$ (для *InP* и *CdTe* $h\Omega_{LO} = 42,7$ и $21,2 \text{ мэВ}$ соответственно); $\delta\Gamma$ можно связывать с эффектом Штарка в случайном поле заряженной примеси. Из зависимости $\Gamma(T)$ определены кон-

станты экситон-фононного взаимодействия $\alpha_\phi = 1,4$ и $4,5$ для InP и $CdTe$ соответственно.

Установлена природа максимума E_k на фоне сплошного спектра $CdTe$ при $1,6165$ эВ, отстоящего от основного состояния экситона на энергию LO-фонона – $21,2$ мэВ. Вопреки известной интерпретации, за него ответственен не ЭФК Тоязавы, а непрямой оптический переход с излучением фонона во внецентровый минимум экситонной зоны. Линия E_k исчезает одновременно с основным состоянием $n_0 = 1$, что можно рассматривать как аргумент в пользу перехода в несвязанное состояние.

Помещение в магнитное поле образцов, в которых наблюдается развитая экситонная серия при $B = 0$, приводит к появлению спектров ОМП с большим количеством достаточно узких линий (см. рис. 4). Начинается этот спектр в магнитных полях, существенно меньших, чем это требует критерий сильного поля ЭЛ (см. рис. 5). Эти поля для кристаллов InP , $GaAs$, $CdTe$ составляют $0,5; 1,0; 1,5$ Тл в то время как $\beta = 1$ выполняется при $7,5; 8; 11$ Тл соответственно. Явление вполне аналогично поведению ридберговского атома в магнитном поле. Это возможно в связи с большими радиусами возбужденных состояний, которые определяются не только квадратом главного квантового числа n_0 , но и диэлектрической проницаемостью среды χ_0 и приведенной эффективной массой μ , что дает еще два порядка увеличения в радиусе состояния по сравнению с атомом водорода (см. табл. 1).

Для расчета энергий связи была использована методика, примененная нами впервые для InP , суть которого заключается в численном решении одномерного уравнения Шредингера

$$\left(\frac{\hbar^2}{2\mu_{\lambda n}} \frac{d^2}{dz^2} + u_{1M\lambda}(z) \right) \Psi(z) = E\Psi(z) \quad (15)$$

с одномерным адиабатическим потенциалом $u_{1M\lambda}(z)$, «сконструированным» на радиальных волновых функциях Φ_{1M} , описывающих движение экситона в плоскости перпендикулярной магнитному полю B_z :

$$u_{1M\lambda}(z) = -\frac{e^2}{\chi_0} \frac{1}{L} \int_0^{2\pi} d\varphi \int \frac{d\xi}{\sqrt{2\xi + z^2/L^2}} |\Phi_{1M}(\xi, \varphi, \lambda)|^2 \quad (16)$$

Здесь $\xi = \rho^2 / 2L^2$; φ, ρ, z - цилиндрические координаты; $\lambda = \pm 1/2, \pm 3/2$; n - квантовое число Ландау-Латтинжера. При этом Φ_{1M} и $\mu_{\lambda n}$ являются результатом решения методами теории возмущений квазидвумерного уравнения типа

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu_{\perp}} \left(\nabla^2 + \frac{\rho^2}{4L^4} \right) - \frac{e^2}{\chi_0 \sqrt{\rho^2 + z^2}} \right] \Phi_{1M}(\rho) = \varepsilon(z) \Phi_{1M}(\rho), \quad (17)$$

получаемого адиабатическим разделением переменных в исходном «трехмерном» уравнении Шредингера.

Для расчета зонных параметров нами были использованы два основных метода дальнейшей обработки результатов. Первый сводится к автоматизированной подгонке на ЭВМ посредством формул Пиджена-Брауна всей системы переходов между подзонами к экспериментально-наблюдаемой путем одновременного перебора всех параметров (E_g , E_p , Δ_0 , $\gamma_{1,2,3}$, \mathcal{R} , F , N , q), а второй – к вычислению эффективных масс электрона и дырок непосредственно из спектров с учетом энергии связи. Процедура вычисления заключалась в выборе из σ^+ и σ^- спектров переходов, отличающихся на две циклотронные частоты электронов или дырок. Были построены зависимости обратной эффективной массы электрона от квантовых чисел Ландау. Из таких графиков экстраполяцией определялись значения m_c^* эффективной массы электрона на дне зоны проводимости. Массы тяжелых и легких дырок были вычислены аналогичным способом. Коэффициенты непараболичности электронов определялись по наклону зависимости обратной эффективной массы электрона от квантовых чисел l_c .

На наиболее тонких образцах впервые наблюдались максимумы поглощения в области $h\nu > E_g + \Delta_0$, относящихся к переходам из зоны V_3 , позволяющие установить величину спин-орбитального расщепления. Наклон зависимости и спектральные положения линий в максимальном поле B позволяет вычислить эффективные массы и g -факторы отщепленной зоны, уточнить параметры модели зон и правильно учесть влияние высших зон проводимости.

Полученный нами набор параметров кристаллов *GaAs*, *InP*, *CdTe* представлен в таблицах 3, 4, является самосогласованным и полным и не выходит за пределы разброса данных, известных из работ различных авторов. Однако, отдельные параметры заметно расходятся с данными экспериментов по циклотронному резонансу. Это касается в особенности значения m_c^* , полученного для *CdTe*. Относительно сильное экситон-фононное взаимодействие в этом кристалле для описания низкочастотных эффектов требует введения полярных поправок.

Следует заметить, однако, что определяемые из магнитооптических экспериментов эффективные массы являются высокочастотными или же «зонными» массами. В большинстве случаев более существенны низкочастотные «полярные» массы $m_{c,v}^*$, заметно отличающиеся в $A^2 B^6$ от зон-

ных. В частности, вычисление энергий связи экситонных серий следует производить пользуясь «поляронными» параметрами, а не «зонными». Разница между ними не столь существенна, например, для соединений A^3B^5 .

Таблица 3

	m_c^* / m	m_l / m	m_h / m	m_{SO} / m	g_c^*	g_{SO}^*	p_c (мэВ)
<i>GaAs</i>	0,0665	0,09	0,47	0,176	-0,44	-4,7	0,128
<i>InP</i>	0,078	0,13	0,52	0,21	1,26	-4,3	0,13
<i>CdTe</i>	0,09	0,11	0,4	0,36	-1,52	-	0,09

Таблица 4

	E_g , эВ	E_p , эВ	Δ_0 , эВ	F	N	γ_1	γ_2	γ_3	β	q
<i>GaAs</i>	1,5191	28,8	0,346	-1,77	-0,036	7,1	2,32	2,54	1,1	0,44
<i>InP</i>	1,4243	20,6	0,1097	-1,1	-0,015	5,25	1,6	2,1	0,75	0
<i>CdTe</i>	1,6065	23,3	0,953	-1,2	-0,01	5,3	1,9	2,5	0,9	-0,02

В восьмой главе приводятся результаты исследования края поглощения и магнитопоглощения, а также люминесценции эпитаксиальных слоев *InGaAs/InP* при $T = 2 K$. При этом слои находились либо на подложке *InP*, либо после стравливания подложки исследовались в свободном виде. Как видно из рис. 8 наблюдается кривая с максимумом и «ступенькой», характерной для экситонного края поглощения в одноосно деформированном кристалле. Стравливание подложки приводит к виду края поглощения с одним максимумом, соответствующим основному состоянию экситона $n_0 = 1$.

В спектрах фотолюминесценции наблюдается два максимума E_1 и E_2 . Обращает внимание непостоянство длинноволнового смещения максимума E_1 относительно ближайшего экситонного максимума поглощения E_- , возможно, связанное с флуктуациями потенциала краев зон; величина $\delta E = E_- - E_1$ находится для наших образцов в пределах 0-5 мэВ.

Следует заметить, что в большинстве известных из литературы работ главным образом анализировались данные по люминесценции. Однако, обнаруженное нами непостоянство сдвига E_1 относительно края, а также отсутствие в спектрах второго максимума люминесценции, соответствующего зоне V_+ , вынудили обратиться исключительно к спектрам поглощения.

Были исследованы зависимости расщепления $\Delta_e = E_+ - E_-$ и средней энергии максимумов поглощения $\bar{E} = (E_+ + E_-) / 2$ от относительного рас-

согласования решеток слоя и подложки a_{\perp}/a_n ($a_n = a_{InP}$). Эти величины как видно из рис. 9, для образцов вблизи $x = 0,47$ практически линейно растут с увеличением $|a_{\perp}/a_n|$, что подтверждает одноосный характер деформаций слоя вдоль направления $\langle 100 \rangle$. Тогда, согласно [14], спектр экситонов может быть описан выражением:

$$E^{max} = E_g(x, T) + (D_d^c - D_d^v)(2 - \lambda)e \pm \frac{2}{3}|D_u| \cdot |e|(1 + \lambda) - R_0 \approx E_g^0(x^*, T) - R_0 + \delta E(x - x^*) + \delta E(e) \pm \frac{1}{2}\Delta_e \quad (18)$$

где D_d^{ev} , D_u , D'_u - константы деформационного потенциала ($D_d^c - D_d^v = -a$, $D_u = -\frac{3}{2}b$ в обозначениях Бира и Пикуса), e_{ij} - компоненты тензора деформации. Здесь $x^* = 0,4683$ соответствует точному составу, при котором согласно закону Вегарда при росте на InP реализуется полное совпадение

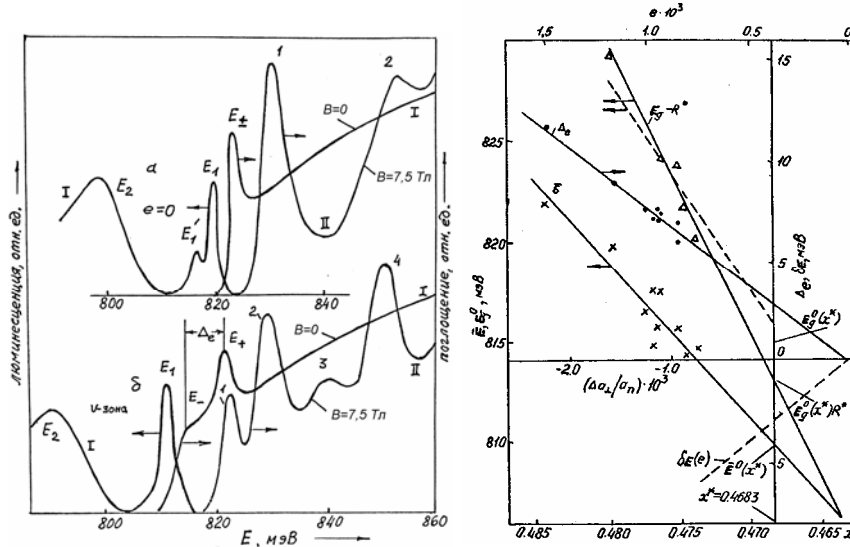


Рис. 8. Общий вид спектров края поглощения и фотолюминесценции свободных (а) и напряженных (б) слоев $In_{0,53}Ga_{0,47}As$

Рис. 9. Зависимости Δ_e , \bar{E} и $E_g - R^*$ от $\Delta a_{\perp}/a_n$, e и x для $In_{1-x}Ga_xAs$ ($x \approx 0,47$, $T = 2 \text{ K}$). Экспериментальные точки: Δ - $E_g - R^*$ для слоев, снятых с подложки ($e \approx 0$), \bullet и \times - для расщепления Δ_e и средней энергии \bar{E} экситонных максимумов слоя на подложке соответственно.

периодов идентичности $a_{InGaAs} = a_{InP}$ и в интересующей нас области $|(x - x^*) / x^*| \leq 10^{-2}$ отсутствует зависимость энергии связи от состава и деформации: $R_+ = R_- = R_0^*$. Таким образом, экспериментально определяемое расщепление Δ_e можно считать мерой реально действующей упругой деформации. Данные для Δ_e хорошо аппроксимируются линейной зависимостью:

$$\Delta_e = -(7,7 \pm 0,6) \cdot [0,5 \cdot (\Delta a_{\perp} / a_n) - (3,9 \pm 0,4) \cdot 10^{-4}] \quad (19)$$

Величину в квадратных скобках можно рассматривать как действующую деформацию $e = 0,5(\Delta a_{\perp} / a_n) - (3,9 \pm 0,4) \cdot 10^{-4}$ независимый от Δa_{\perp} член в выражении для e следует отнести к дополнительным деформациям, связанными с неоднородностями и дефектами слоя, вносимыми в процессе роста, e_p , а также к деформациям e_T , возникающим при охлаждении из-за различных коэффициентов термического расширения слоя a_{cl} и подложки a_T^n .

Ростовые деформации были определены по радиусу изгиба снятых с подложки слоев и составляют $e_p = 10^{-4}$, термические исходя из разницы термических коэффициентов подложки и слоя, $e_T = -3 \cdot 10^{-4}$.

Для ширины запрещенной зоны твердого раствора можно записать:

$$E_g^0_{T=0}(x) = 0,4105 + 0,6337x + 0,475x^2 \quad (20)$$

Однако для точного соответствия $E_g^0(x)$ во всем диапазоне x членов x^2 оказывается недостаточно, но для узкой области $x = x^*$ более адекватно:

$$\begin{aligned} E_0(x) &= 813 \pm 1 - (10,3 \pm 0,7) \frac{\Delta a_{\perp}}{a_n} = \\ &= 813 \pm 1 - (1,4 \pm 0,1) \cdot 10^3 (x - x^*) \text{ мэВ} \end{aligned} \quad (21)$$

Используя то обстоятельство, что при $\Delta_e = 0$, $-e(\Delta a_{\perp} / a_n) = (e_p + e_T) \equiv e_0$ и зависимости для $E_g^0 - R_0^*$ и \bar{E} пересекаются при $e = 0$, удается окончательно разделить по вкладам типы деформаций для данной технологии и получить, что компенсация всех напряжений при комнатной температуре возможна при $x = 0,4668$. Учитывая зависимость $E_g(T)$ для $e \approx 0$, нетрудно получить $E_g(295) \approx 744,5 \text{ мэВ}$, а при $x = x^*$, $E_g = 746,5$, $\bar{E} = 745,7$, $\Delta_e = 0,8 \text{ мэВ}$.

В магнитных полях $B = 0 - 3 \text{ Тл}$ происходит возгорание и диамагнитный сдвиг экситонного максимума $n_0 = 1$. Однако, диамагнитный сдвиг

оказался меньше расчетного для свободных экситонов, что свидетельствует о локализации их на флуктуациях потенциала твердого раствора, при этом локализуется в основном дырка, а экситон напоминает донорный атом.

Для подтверждения донороподобной модели механизма уширения экситонных спектров было исследовано поведение линий краевой фотолюминесценции и полуширины линии основного 1S состояния от магнитного поля. Линия E_l обнаруживает линейный, а линия E_l' сублинейный с насыщением при $B > 2 \text{ Тл}$ рост по амплитуде; наиболее длинноволновая линия E_2 , принадлежащая донорно-акцепторному комплексу, падает по интенсивности соответственно росту E_l' . Эти зависимости можно понять, считая, что E_l принадлежит экситону, локализованному на флуктуациях потенциала в донорной модели, тогда как E_l' является экситон-примесным комплексом на нейтральном центре. Перекачку $E_2 \rightarrow E_l'$ можно связать с магнитным вымораживанием центра, а рост интенсивности E_l - с увеличением концентрации флуктуационных ям, локализуемых экситон в результате магнитного сжатия. Первоначальное сужение линий с ростом магнитного поля, по-видимому, является следствием уменьшения напряженности электрического поля заряженных примесных центров, а с дальнейшим ростом поля происходит общее уширение линий поглощения из-за возрастающего числа разноглубоких ям, локализуемых экситон как целое.

В максимальном поле нашего эксперимента $B = 7,5 \text{ Тл}$ наблюдаются спектры ОМП с большим числом максимумов, которые позволяют получить полный набор параметров С- и V-зон $In_{1-x}Ga_xAs$, для фиксированных x ; x^* , как для свободных образцов, так и для напряженных.

Девятая глава посвящена исследованию оптических и магнооптических экситонных явлений вблизи края фундаментального поглощения кристаллов $GaAs$ и $CdTe$ в условиях слабой упругой ($2\Delta_e < R_0^*$) деформации.

В спектрах межзонного поглощения тонких эпитаксиальных слоев $GaAs$, подвергнутых статической деформации растяжения (сжатия) наблюдаются как смещения экситонных максимумов, так и их расщепление, при этом можно различить длинноволновый (E_l^-) и коротковолновый (E_l^+) пики. Для энергии максимумов согласно [14] в этом случае можно записать:

$$E = E_g^0 + (D_d^c - D_d^v) \sum_i e_{ii} \pm \frac{4}{3} \left[\frac{D_n^2}{2} \sum_{ij} (e_{ii} - e_{jj})^2 + 3D_n'^2 \sum_{ij} e_{ij}^2 \right] - \quad (22)$$

$$- R^\pm(n_0, e) = E_g^0 + \delta E_g(e) \pm \Delta_e - R^\pm(n_0),$$

где E_g^0 – запрещенная зона недеформированного кристалла, D_d^c , D_d^v , D_n , D_n' – константы деформационного потенциала, $R^\pm(n_0)$ – энергия связи экситонов Ванье-Мотта, относящиеся к верхней и нижней расщепившимся зонам и в общем случае зависящие от деформации. Второй член (20), дающий изменение ширины запрещенной зоны δE_g связан с изотропной деформацией кристалла, третий член описывает расщепление валентной зоны кристалла 2Δ .

Если учесть для алмазоподобных полупроводников зонную структуру и реальное соотношение электронных и дырочных масс, мы приходим к слабому эффекту влияния деформации на энергию связи. Поэтому изменения в спектре края фундаментального поглощения обычно рассматривают как следствие одних только изменений в зонной структуре, связывая максимумы поглощения с основным состоянием экситона и считая энергию связи экситона R^* не зависящей от деформации и номера дырочной зоны. При этом расщепление экситонной полосы рассматривается как эквивалент расщепления двукратно вырожденной при $k=0$ валентной зоны алмазоподобного полупроводника. Такой подход неоднократно применялся (например, для *Ge*, *CdTe*, *GaAs*) при оценке констант деформационного потенциала по деформационным расщеплениям экситонных спектров.

По наблюдаемым деформационным расщеплениям произведена оценка КДП: $(D_d^c - D_d^v) = (-8,5 \pm 0,4) \text{ эВ}$, $|D_n'| = (5,7 \pm 0,2) \text{ эВ}$, $D_n = (2,7 \pm 0,4) \text{ эВ}$ хорошо согласующиеся с известными литературными данными.

Спектры ОМП образцов *GaAs*, изотропно деформированных в плоскости подложки, хотя и наблюдаются в магнитных полях значительно больших, чем спектры ОМП свободных образцов, состоят однако из множества узких линий и обладают развитой тонкой структурой. Зависимости положения максимумов поглощения от величины магнитного поля имеют нелинейный характер и можно предположить их сходимость не менее, чем к двум точкам на оси энергий. Однако, ввиду явно нелинейного характера зависимости при малых B и относительно слабого разрешения основных линий, получать на их основании отдельные энергии связи «легкого» и «тяжелого» экситона, связанные с соответствующими деформированными дырочными подзонами выглядит не вполне корректно.

Сравнительно недавно [15] при $T = 2 \text{ K}$ и в магнитных полях до $7,5 \text{ Тл}$ выполнено исследование края поглощения тонких ($d \sim 1 \text{ мкм}$) высокосовершенных образцов *CdTe* в условиях слабой ($A_e < R_0^*$) упругой деформации. Наблюдались уникальные спектры по количеству и полуширинам дискретных линий как в магнитном поле, так и без него.

Следует здесь отметить то обстоятельство, что деформация неожиданным образом приводит не к ухудшению, а к улучшению качества разреше-

ния экситонной серии. В спектре края поглощения слабо упругонапряженного образца $CdTe$ наблюдаются возбужденные состояния $n_0 = 2, 3, 4$. Такая протяженность дискретного спектра, по-видимому, является следствием снятия вырождения, приводящая, в свою очередь, к сужению полос поглощения дискретных состояний. Влияние деформации сказалось лишь на разнесении спектров на две серии переходов, раздвинутых на величину деформационного расщепления Δ_e . При этом величина энергии связи экситона от верхней (+) и нижней (-) отщепленных валентных зон составляет $R^+ = R^- = 10,6 \text{ мэВ}$, которая полностью совпадает с рассчитанной для свободного образца. Это позволяет с высокой точностью установить по экситонному спектру свободного образца положение $E_g(0)$ и далее, учитывая известные компоненты тензора упругой жесткости, величины сдвига и расщепления V-зон $CdTe$: $\delta E_g = -4,6$, $e = 2,5 \text{ мэВ}$ и $\Delta_e = 4,9$ | e | $= 2,1 \text{ мэВ}$.

Включение магнитного поля позволяет наблюдать одновременно эффекты слабого поля (диамагнитный сдвиг и эффект Зеемана) и сильного поля (осциллирующее магнитопоглощение), имеющие краями диссоциации две энергии переходов между подзонами Ландау расщепленных валентных зон с $M = \pm 1/2$ и $\pm 3/2$ и зоны проводимости при тех же правилах отбора, что и в свободном кристалле. Результирующая система переходов образует при $h\nu - E_g^0 > \Delta_e$ две веерные диаграммы, сходящиеся к E_g^+ и E_g^- . Критическое поле $B_{кр}$ начала осцилляций зависит от n_0 , а также от орбитального числа и магнитного квантового числа дырки, участвующей в переходе. Слабая деформация, слегка раздвигающая состояния с $M = \pm 1/2$ и $\pm 3/2$, дает возможность надежнее установить реальное правило соответствия квантовых чисел для переходов в условиях $\beta \ll 1$ и $\beta \gg 1$, т.е. 3D – экситонных состояний и состояний квазиодномерного 1D диамагнитного экситона.

Расчет энергии связи ДЭ, по методу, примененному для InP , дает возможность реконструировать не наблюдаемый экспериментально спектр переходов между подзонами Ландау и установить набор зонных параметров.

В заключении приводятся основные результаты и выводы работы. Они сводятся к следующему:

1. Разработана специальная методика изготовления (путем механической, термической и химической обработки) сверхтонких (до $0,5 \text{ мкм}$), свободных от механических напряжений и контролируемо деформированных, монокристаллических образцов. Выяснено влияние остаточных механических напряжений на спектры экситонного и магнитооптического поглощения в «свободных» тонких образцах, не подвергнутых термической обработке.
2. Исследование тонких сверхчистых кристаллов $GaAs$, InP , $CdTe$, которые были подвергнуты отжигу и травлению с целью освобождения их от внутренних механических напряжений, позволило наблюдать при

температуре жидкого гелия развитую экситонную структуру края поглощения, включающую основное ($n_0 = 1$) и возбужденные ($n_0 \geq 2$) состояния экситона Ванье-Мотта, экситон-примесные комплексы (ЭПК) и ряд других особенностей при $E > E_g$.

Линии основного состояния экситона $n_0 = 1$ при комнатной температуре и линии возбужденных состояний экситонов $n_0 = 2, 3$ при низких температурах наблюдались нами впервые.

3. Исследовано температурное уширение дискретного 1S состояния экситона от 2 до 300 K и показано, что экситон в *GaAs*, *InP*, *CdTe* имеет дискретный спектр вплоть до комнатной температуры, а его разрушение при повышении T происходит за счет взаимодействия с LO-фононом; впервые получены константы этого взаимодействия.

Установлена природа максимума E_k на фоне сплошного спектра *CdTe* при 1,6165 эВ, отстоящего от основного состояния экситона на энергию LO-фонона.

4. В магнитных полях, существенно меньших, чем это требует критерий сильного поля $\beta \approx 1$, в образцах, спектры которых при $B = 0$ включают в себя возбужденные состояния $n \geq 2$, впервые наблюдалось возникновение осциллирующего поглощения при $B \approx 0,5; 1,0; 1,5; 7,5$ Тл в *InP*, *GaAs*, *CdTe* соответственно. Наблюдаемые в максимальном поле $B = 7,5$ Тл, спектры по «богатству» узкими и интенсивными линиями не имеют аналога в практике экспериментального исследования ОМП в кристаллах.
5. Осуществлено исследование зарождения (генезиса) спектра ДЭ *InP* и *CdTe* в «промежуточных» магнитных полях ($\beta \leq 1$), построены соответствующие веерные диаграммы, которые позволяют оценить степень соответствия квантовых чисел 3D и 1D систем. Осциллирующая структура возникает, когда наивысшие возбужденные состояния пересекают соответствующие уровни континуума. Линии расщепляются в области пересечения: ниже края диссоциации, соответственно разрешенным переходам между подзонами Ландау, остаются линии возбужденных состояний предыдущих ($1^* - 1$) ДЭ серий; выше – основные состояния ДЭ, принадлежащие 1^* -уровню.
6. Исследован диамагнитный сдвиг и эффект Зеемана основного и возбужденного состояния экситона *GaAs* и *CdTe*. Построенные зависимости энергетического положения 1S и 2S от квадрата напряженности магнитного поля позволили определить диамагнитные сдвиги, удовлетворительно согласующиеся с теоретическим расчетом, учитывающим особенности этих эффектов в алмазоподобных

- полупроводниках.
7. Впервые наблюдались серии диамагнитного экситона в *GaAs*, *InP*, *CdTe*, включающие в себя возбужденные $\nu = 1, 2$ состояния. Обоснована справедливость для $\beta < 1$ расчетов энергии связи основного состояния диамагнитного экситона, основанных на адиабатическом разделении переменных и решении одномерного уравнения для ДЭ вариационным методом. Самосогласованный набор зонных параметров устанавливается путем восстановления энергетических положений для переходов между подзонами Ландау сдвигом к высоким энергиям от экспериментальных положений максимумов на величину соответствующих энергий связи диамагнитного экситона. Этот прием может быть распространен далее на широкий класс широкозонных материалов.
 8. Проведен анализ некоторых максимумов в спектрах магнитопоглощения *GaAs*, имеющие необычную форму. Необычной является резкая оборванность линии с коротковолновой стороны с ее значительным углублением в фоновое поглощение, а также затянутый «хвост» с длинноволновой стороны.
Возникновение и исчезновение таких линий рассматриваются, как и в атомной спектроскопии, с позиций взаимодействия дискретных состояний серии диамагнитного экситона с их континуумом состояний (эффект Фано).
 9. На наиболее тонких ($d = 1-2$ мкм) образцах впервые наблюдались переходы из зоны V_3 , которые позволяют установить величину спин-орбитального расщепления Δ_{SO} , равную $0,346$; $0,1097$; $0,953$ эВ для *GaAs*, *InP*, *CdTe* соответственно. Наклон зависимости и спектральные положения линий при максимальном поле B позволяет вычислить эффективные массы и g-факторы отщепленной зоны, уточнить параметры модели зон и правильно учесть влияние высших зон проводимости.
 10. Применение метода «квазициклотронных» масс позволило осуществить прямое вычисление масс электрона и дырок и коэффициента непараболичности электронных зон. Полученные значения, в частности, для *CdTe* заметно ниже известных из литературных данных. Относительно сильное экситон-фононное взаимодействие в этом кристалле для описания низкочастотных эффектов требует введения поляронных поправок. Для сравнения данных ОМП с данными ЦР, отражающими поляронную массу, требуется коррекция на экситон-фононное взаимодействие. Исследование веерных диаграмм показывает ряд новых явлений, связанных с экситон-фононным взаимодействием, в том числе, подобных эффекту Джонсона-Ларсена.

11. Предложен способ определения действующих деформационных напряжений в эпитаксиальных слоях $In_{1-x}Ga_xAs/InP$ по величине энергетического расщепления экситонного максимума поглощения $n_0 = 1$. Магнитооптическое исследование $In_{1-x}Ga_xAs$ в напряженном и свободном состояниях позволило установить зависимости эффективных масс электрона от напряжений, состава и рассогласования решеток слоя и подложки, а также рассчитать полный набор зонных параметров, точно привязанный к составу и деформации слоя.
12. Исследовано поведение максимумов низкотемпературной краевой люминесценции напряженных и свободных слоев $In_{1-x}Ga_xAs$ в магнитном поле и установлено, что уширение линий связано с локализацией экситона на неоднородностях потенциала по модели донороподобного атома. Эти исследования обосновывают новую методику установления влияния флуктуаций состава на фундаментальные свойства твердого раствора при помощи сильного магнитного поля, и позволяют правильно оценить масштаб их влияния на оптические и люминесцентные явления в A^3B^5 .
13. В эпитаксиальных слоях $GaAs$ подвергнутых однородной изотропной деформации сжатия и растяжения $\varepsilon < 0,1\%$ в кристаллических плоскостях (100) и (111) , обнаружено дуплетное расщепление прямого экситонного перехода $\Gamma_{25}^- \rightarrow \Gamma_{15}^+$. На краю поглощения тонких ($d : 1 \text{ мкм}$) $GaAs$ и $CdTe$, в условиях слабой ($\Delta_e < R^*$) упругой деформации зарегистрированы спектры ДЭ, образованные «ридберговскими» состояниями экситона Ванье-Мота, при этом положения максимумов в зависимости от магнитного поля сходятся при $B = 0$ к двум положениям E_g^\pm , соответствующим расщеплению валентной зоны, серии включают в себя возбужденные состояния, водородоподобны и позволяют независимо и точно установить энергию связи экситона.

Основные материалы диссертации изложены в следующих публикациях:

1. Сейсян Р.П., Абдуллаев М.А., Захарченя Б.П. Экситонная структура края фундаментального поглощения и осциллирующее магнитопоглощение в кристаллах арсенида галлия. ФТП, 1972, т.6, в.2, с. 408-410.
2. Сейсян Р.П., Абдуллаев М.А., Дразнин В.Д. Анизотропия осциллирующего магнитопоглощения и зонные параметры кристаллов арсенида галлия. ФТП, 1973, т. 7, в. 4, с. 807-810.
3. Сейсян Р.П., Абдуллаев М.А. Тонкая структура экситонного поглощения в кристаллах арсенида галлия. ФТП, 1973, т. 7, в. 4, с. 811-815.

4. Сейсян Р.П., Абдуллаев М.А., Захарченя Б.П. Тонкая структура осциллирующего магнитопоглощения в эпитаксиальных слоях арсенида галлия. ФТП, 1973, т. 7, в. 5, с. 958-967.
5. Абдуллаев М.А., Захарченя Б.П., Сейсян Р.П. Наблюдение осциллирующего магнитопоглощения в кристаллах фосфида индия. ФТП, 1973, т. 7, в. 10, с. 2055-2057.
6. Абдуллаев М.А., Агекян В.Т., Сейсян Р.П. Влияние механических напряжений на спектры экситонного и магнитооптического поглощения кристаллов арсенида галлия. ФТП, 1973, т. 7, в. 11, с. 2217-2224.
7. Абдуллаев М.А. Осциллирующее поглощение кристаллов арсенида галлия в магнитном поле. Авторефер. кандидат. диссер. Л. ФТИ. 1974.
8. Абдуллаев М.А., Кохановский С.И., Кошуг О.С., Макушенко Ю.М., Сейсян Р.П., Эфрос Ал.Л. Магнитоспектроскопия «ридберговских» состояний экситона в кристаллах *InP* и *CdTe*. Материалы XI Всесоюзной конференции по физике полупроводников. 1988, т. 1, с. 151-153, Кишинев.
9. Абдуллаев М.А., Кохановский С.И., Макушенко Ю.М., Сейсян Р.П. Край оптического поглощения «чистых» эпитаксиальных слоев *InP*. ФТП, 1989, т. 23, в. 7, с. 1156-1159.
10. Абдуллаев М.А., Кохановский С. И., Кошуг О.С., Сейсян Р.П. «Тонкая» структура края поглощения кристаллов теллурида кадмия. ФТП, 1989, т. 23, в. 7, с. 1160-1163.
11. Abdullaev M.A., Coschug O.S., Kokhanovski S.I., Seisyan R.P. Fine structure of the absorption edge spectra in *CdTe*. Faurth International Conference on II-VI Compounds. 16-26 September, 1989, Berlin.
12. Кохановский С. И., Макушенко Ю.М., Сейсян Р.П., Эфрос Ал.Л., Язева Т. В., Абдуллаев М. А. Квазилендауское осциллирующее магнитопоглощение ридберговских состояний экситона *InP* в «промежуточном» магнитном поле. ФТТ, 1991, т. 33, № 6, с. 1719-1734.
13. Абдуллаев М.А., Кохановский С.И., Кошуг О.С., Макушенко Ю.М., Сейсян Р.П., Язева Т.В., Магнитооптика ридберговских состояний экситона в кристаллах *InP* и *CdTe*. Тезисы докладов Всесоюзного совещания «Экситоны в полупроводниках». Вильнюс, 1988, с. 143-144.
14. Abdullaev M.A., Coschug O.S., Kokhanovskii S.I., Seisyan R.P. Fine structure of the excitonic absorption spectra and interband magneto-optics of *CdTe* crystals. J.Cryst. Growth. 1990, v. 101, № 1-4, p. 802-807.
15. Abdullaev M.A., Efros Al.L., Coschug O.S., Kokhanovski S.I., Seisyan R.P. *CdTe* magnitooptics of rydberg states exitons. Faurth International Conference on II-VI Compounds. 16-26 September, 1989, Berlin.
16. Абдуллаев М.А., Гореленок А.Т., Кохановский С.И., Макушенко Ю.М., Пуляевский Д.В., Сейсян Р.П., Штенгель К.Э. Край оптического поглощения и деформации эпитаксиальных слоев *In_{0,53}Ga_{0,47}As* ФТП, 1989, т. 23, в. 2, с. 201-206.

17. Абдуллаев М.А., Гореленок А.Т., Кохановский С.И. Макушенко Ю.М., Пуляевский Д.В., Сейсян Р.П., Стасенко С.А. Экситонные спектры поглощения и люминесценции в гетероэпитаксиальных слоях неупорядоченных твердых растворов $In_{0,53}Ga_{0,47}As/InP$. Тез. докл. Всесоюзное совещ. «Экситоны в полупроводниках – 88». Вильнюс. 1988. с. 63-64.
18. Кохановский С.И., Макушенко Ю.М., Сейсян Р.П., Эфрос Ал.Л., Язева Т.В., Абдуллаев М.А. Параметры зонной структуры эпитаксиальных слоев в гетеропереходах $In_{1-x}Ga_xAs/InP$ ФТП, 1991, т.25, в.3, с.493-503.
19. Захарченя Б.П., Сейсян Р.П., Абдуллаев М.А., Варфоломеев А.В., Шелехин Ю.Л. Сб. «Модуляционная спектроскопия полупроводников». Осцилляции магнитопоглощения в чистом арсениде галлия и их дифференциальные спектры. Сухуми, стр. 22-28, 11-16 окт., 1973.
20. Абдуллаев М.А., Кохановский С.И., Макушенко Ю.М., Сейсян Р.П., Эфрос Ал.Л. Определение параметров зонной структуры $In_{0,53}Ga_{0,47}As$ из спектров диамагнитных экситонов. Тезисы V Всесоюзной конференции «Тройные полупроводники и их применение» 1987, Иваново-Франковск, т. 11, стр. 164.
21. Абдуллаев М.А. Экситонная структура края фундаментального поглощения $CuZnSe_2$. ФТП, 1992, т. 26, в. 12, с. 2131-2133.
22. Абдуллаев М.А., Панкратов И.С., Панфилов А.Г., Разбирин Б.С., Родина А.В, Сасин М.Э., Сейсян Р.П. Подавление сильным магнитным полем квантово-размерных эффектов возбужденных состояний экситона в тонких кристаллах $CdSe$. Сборник трудов V международной конференции «Аморфные и микрокристаллические полупроводники». Июнь 2006, Санкт-Петербург.

Литература

1. Elliott R.J. Loudon R.- Theory of fine structure on the absorption edge in semiconductors. J.Phys.Chem. Sol. 1959, v. 8, N2, p. 382-388.
2. Гельмонт Б.Л., Сейсян Р.П., Эфрос Ал. Л., Варфоломеев А.В. Диамагнитные экситоны в полупроводниках с вырожденной ватентной зоной и осциллирующее поглощение присталлов $GaSb$ в магнитном поле. ФТП, 1977, т. 11, с. 238.
3. Далгарно А. Спектроскопия ридберговских состояний. М., 1985, с. 365.
4. Сейсян Р.П. Спектроскопия диамагнитных экситонов. М., Наука, 1984, с. 274.
5. Жилич А.Г., Монозон Б.С. Квазиклассическое рассмотрение спектра водородоподобной системы в сильном магнитном поле. ФТТ. 1966, т. 8, в. 12, с. 3559-3566. Вест. ЛГУ, 1965, т. 16, с. 26-33.
6. Efros Al.L., Kanskaya L.M. Kokhanovskii S.I.and Seisyan R.P. Diamagnetic Excitons and the Indium Antimonide Energy Bond Parameters. Phys. St.Sol. B, 1982, v. 114, №1, p. 373-378.

7. Агекян В.Т., Степанов Ю.А., Ширяпов И.П. Экситонное происхождение структуры магнитопоглощения в закиси меди. ФТТ, 1973, т. 15, с. 2549-2551.
8. Агекян В.Т., Захарченя Б.П., Ильин В.В. и др. Экситонное магнитопоглощение в монокристаллах двуокиси олова. ФТП, 1972, т. 6, вып.10, с. 1924-1930.
9. Долгопольский В.П., Захарченя Б.П., Никитин Л.П. и др. Вариационный расчет энергии основного состояния экситона и спектры осциллирующего поглощения *GaAs* в промежуточных магнитных полях. ФТП, 1978, т.12, в. 2, с. 337-342.
10. Baldereschi A., Lipari N.O. Energy Levels of direct exciton in semiconductors with degenerate bands. Phys. Rev. B. 1971, v.3, №2, p.439-451.
11. Гельмонт Б.Л., Дьяконов М.И. Расчет энергии связи экситона в водородоподобных системах. ФТТ. 1971, т. 5, в. 11, с. 2191-2198.
12. Гантмахер В.Ф., Гельмонт Б.Л., Зверев В.Н., Эфрос Ал.Л. Энергетический спектр и квазисвязанные кулоновские состояния легких дырок в германии в магнитном поле. ЖЭТФ, 1983, т. 57, № 3, с. 1129–1139.
13. Pidgeon C.R. Brown R.N. Interband magneto-absorption and Faraday rotation in *InSb*. Phys.Rev. 1966, v. 146, № 2, p. 575-583.
14. Бир Г.Л., Пикус Г.Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. М. Наука. 1972. 584 с.
15. Алиев Г.Н., Гавалешко Н.П., Коцуг О.С., Плешко В.И., Сейсян Р.П., Сушкевич К.Д. Структура края поглощения кубических халькогенидов кадмия и цинка. ФТТ, 1992, т. 34, № 8. с. 2400-2406.