

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. А.Ф. ИОФФЕ

На правах рукописи

**ЧУГУНОВ АНДРЕЙ ИГОРЕВИЧ**

**СИЛЬНОНЕИДЕАЛЬНАЯ ПЛАЗМА В ОБОЛОЧКАХ  
КОМПАКТНЫХ ЗВЁЗД**

Специальность 01.03.02 – астрофизика и радиоастрономия

АВТОРЕФЕРАТ  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург  
2007

Работа выполнена в Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе РАН.

Научный руководитель

доктор физико-математических наук  
ст. н. с. Яковлев Д.Г.

Официальные оппоненты

доктор физико-математических наук,  
профессор Топтыгин И.Н.

доктор физико-математических наук  
ст. н. с. Флейшман Г.Д.

Ведущая организация

Главная астрономическая обсерватория РАН

Защита состоится «01» ноября 2007 г. в 14<sup>00</sup> на заседании диссертационного совета Д 002.205.03 при Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе РАН по адресу: 194021, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН.

Автореферат разослан «27» сентября 2007 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук \_\_\_\_\_

Орбели А.Л.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Актуальность темы диссертации.**

Тема диссертации актуальна, поскольку направлена на изучение нейтронных звёзд — уникальных объектов во Вселенной, исследование которых достигает своей кульминации. С одной стороны, очень быстро развиваются наблюдения нейтронных звёзд. Нейтронные звёзды наблюдаются во всех диапазонах электромагнитного спектра (от радио до жесткого рентгена), в том числе, как радио и рентгеновские пульсары, вспыхивающие рентгеновские источники, источники мягких повторяющихся гамма-всплесков, аномальные рентгеновские пульсары, мягкие рентгеновские транзиенты, рентгеновские источники в маломассивных и массивных двойных системах. Молодые нейтронные (протоннейтронные) звёзды могут излучать мощное нейтринное и гравитационное излучение. Ещё более сильное гравитационное излучение должно сопровождать слияние нейтронных звёзд в тесных двойных системах. Для наблюдения нейтринного и гравитационного излучения строятся и вводятся в строй нейтринные и гравитационные обсерватории нового поколения.

С другой стороны, вещество в нейтронных звёздах находится в экстремальных условиях. Это — сверхъядерные плотности, высокие температуры  $\sim 10^9$  К, а магнитные поля даже на поверхности могут достигать  $10^{14}$  Гс. Поэтому нейтронные звёзды можно считать природными лабораториями для исследования свойств вещества в условиях, недоступных в земных экспериментах. Надежные теории для расчета свойств такого вещества отсутствуют (хотя предложено много разных теоретических моделей). В частности, не исключено, что нейтронные звёзды имеют кварковое ядро. Возможно и существование странных звёзд, целиком или почти целиком состоящих из странной кварковой материи. Основная проблема — неизвестен состав и уравнение состояния вещества сверхъядерной плотности в ядрах нейтронных звёзд (а, в более общей постановке — нейтронных и/или странных звёзд). Эта проблема и привлекает особое внимание к нейтронным звёздам в настоящее время, и, возможно, будет решена в ближайшем будущем. Настоящая диссертация направлена на разработку теории, необходимой для решения данной проблемы. Полученные результаты применимы также для расчета термодинамических и кинетических свойств вещества белых карликов.

### **Цели работы.**

Работа посвящена теоретическому исследованию термодинамических и кинетических свойств сильнонеидеальной кулоновской плазмы в оболочках нейтронных звёзд и ядрах белых карликов, что необходимо для численного моделирования различных процессов, происходящих в нейтронных звёздах и белых карликах, для правильной интерпретации наблюдений этих объектов и планирования будущих наблюдений.

### **Научная новизна.**

Большинство результатов, полученных в диссертации, являются новыми и оригинальными. В частности, впервые рассчитана пространственная парная корреляционная функция ионов в кулоновском кристалле; доказана применимость модели среднего поля ионов плазмы для описания влияния плазменного экранирования на скорость ядерных реакций в плотном звёздном

веществе; в широком диапазоне параметров исследована электронная вязкость плотного вещества, а также ионная теплопроводность; исследованы f- и p-моды колебаний коры нейтронных и странных звёзд, а также времена их затухания, выделены особенности, позволяющие в случае регистрации и идентификации колебаний отличить нейтронную звезду от странной и определить её массу и радиус.

### **Достоверность научных результатов.**

Достоверность результатов обеспечена тщательной теоретической проработкой рассмотренных задач; тестированием использованных численных методов на упрощенных моделях, допускающих аналитическое решение; а также сравнением, где это возможно, с теоретическими расчетами и численными экспериментами независимых научных групп.

### **Практическая значимость работы.**

Результаты диссертации важны для численного моделирования широкого круга процессов, которые могут происходить в нейтронных звёздах, странных звёздах и белых карликах. К ним относятся: остывание нейтронных звёзд (в том числе, сильно замагниченных нейтронных звёзд — магнитаров); рентгеновские вспышки или сверхвспышки при ядерных взрывах в оболочках акрецирующих нейтронных звёзд — вспыхивающих рентгеновских источников; ядерные взрывы массивных акрецирующих белых карликов, проявляющиеся как сверхновые типа Ia. Выполненные расчеты собственных колебаний оболочек нейтронных и странных звёзд и исследование затухания этих колебаний могут быть полезны для интерпретации будущих наблюдений сейсмических проявлений этих объектов (в том числе, чтобы определить массу и радиус звёзд и отличить нейтронные звёзды от странных звёзд с корой).

### **Основные положения, выносимые на защиту.**

1. Разработка и реализация метода расчета парной корреляционной функции ионов кулоновского кристалла на основе гармонического приближения. Анализ ангармоничности кулоновских кристаллов в оболочках нейтронных звёзд и ядрах белых карликов.
2. Расчет и аппроксимация коэффициентов усиления скоростей ядерных реакций в плотном веществе (в оболочках нейтронных звёзд и ядрах белых карликов), вызванных плазменным экранированием. Сравнение с результатами моделирования монте-карловским интегрированием по траекториям и доказательство применимости модели квантового туннелирования в среднем поле ионов плазмы в широком диапазоне параметров.
3. Вычисление электронной сдвиговой вязкости для широкого диапазона параметров, соответствующих внутренней и внешней коре нейтронной звезды, а также ядру белого карлика. Аналитическая аппроксимация результатов простыми формулами.
4. Исследование различных механизмов ионной теплопроводности плотного вещества замагниченных оболочек нейтронных звёзд и построение её аналитической аппроксимации. Анализ степени анизотропии теплопроводности в замагниченных оболочках нейтронных звёзд.
5. Расчет спектра f- и p-мод колебаний оболочек странных и нейтронных звёзд, а также затухания таких колебаний. Выявление автомодельности этих колебаний. Выделение особенностей в спектре колебаний, в прин-

ципе, позволяющих отличить нейтронную звезду от странной, а также ограничить её массу и радиус.

### **Апробация работы и публикации.**

Результаты, вошедшие в диссертацию, были получены в период с 2001 по 2007 гг. и изложены в 17 печатных работах (включая 7 статей в реферируемых журналах). Результаты диссертационной работы были представлены на международных конференциях: International Conference on Strongly Coupled Coulomb Systems (Santa Fe, USA, 2002), Workshop on Advanced Laser and Mass Spectroscopy – ALMAS-1: Innovative Physics Ideas, GSI (Darmstadt, Germany, 2006), Международная зимняя школа по физике полупроводников – 2006, сессия научных сообщений молодых ученых (Санкт-Петербург, Россия, 2006); на всероссийских конференциях: научно-координационная сессия «Исследования неидеальной плазмы» (Москва, 2004), седьмая всероссийская конференция «Физика нейтронных звёзд» (Санкт-Петербург, 2005), вторая летняя школа фонда некоммерческих программ «Династия» (пос. Московский, Московская область, 2005), «Астрофизика высоких энергий» (НЕА 2005 и НЕА 2006; Москва, 2005 и 2006), а также на итоговых семинарах по физике и астрономии по результатам конкурса грантов для молодых учёных Санкт-Петербурга (Санкт-Петербург, 2002, 2003 и 2004), на XXX, XXXI и XXXII неделях науки СПбГПУ (Санкт-Петербург, 2001, 2002 и 2003) и на семинарах сектора теоретической астрофизики ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН (Санкт-Петербург, Россия).

### **Структура и объем диссертации.**

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения, содержит 176 страниц печатного текста, в том числе 51 рисунок, 8 таблиц и список литературы, включающий 170 наименований.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цели работы, научная новизна, достоверность результатов, практическая значимость и основные положения, выносимые на защиту.

В **главе 1**, являющейся обзорной, приведены основные сведения о нейтронных и странных звёздах (*разделы 1.1 и 1.2*). В *разделе 1.3* описан состав вещества оболочки (коры) нейтронной звезды, проанализированы модели оболочек с равновесным [1–4] и аккреционным [5] ядерным составом; введены основные обозначения, используемые в диссертации. Внешние оболочки нейтронных звёзд состоят из атомных ядер и вырожденных электронов. Заряд и масса атомных ядер будут обозначаться через  $Ze$  и  $m_i = Am_u$ , где  $m_u$  – атомная единица массы. Во внутренней оболочке присутствуют также свободные нейтроны; для их описания удобно ввести общее число связанных и свободных нуклонов  $A'$ , приходящихся на одно атомное ядро. Существующие модели [1; 2; 5] предсказывают наличие в оболочке фазовых переходов, связанных с изменением типа атомных ядер. В модели сглаженного равновесного ядерного состава (приложение В в [3]) эти переходы, кроме самого мощного фазового перехода – нейтронизации – на границе между

внешней и внутренней оболочкой, сглажены. Состояние системы ионов (атомных ядер) описывается параметром неидеальности  $\Gamma = Z^2 e^2 / (a k_B T)$ , где  $T$  — температура,  $a = (4\pi n_i/3)^{-1/3}$  — радиус ионной сферы,  $n_i$  — концентрация ионов. Если  $\Gamma \gtrsim 1$ , ионы образуют сильно неидеальную кулоновскую жидкость, причем фазовый переход между ионным газом и жидкостью отсутствует. При  $\Gamma = \Gamma_m \approx 175$  ионы кристаллизуются. Квантовые эффекты в движении ионов становятся особенно важными при  $\theta \equiv T_p/T \gg 1$ , где  $T_p = \hbar\omega_p/k_B$  — ионная плазменная температура и  $\omega_p = \sqrt{4\pi Z^2 e^2 n_i/m_i}$  — ионная плазменная частота.

Ядра белых карликов также состоят из вырожденных электронов и атомных ядер. Поэтому результаты диссертации могут быть использованы и при изучении белых карликов.

*Раздел 1.4* посвящен структуре оболочек нейтронных звёзд. В подразделе 1.4.1 описаны уравнения состояния оболочек с равновесным и аккреционным ядерным составом. Подраздел 1.4.2 посвящен модельному политропному уравнению состояния ( $P = K\rho^{1+1/n}$ , где  $P$  и  $\rho$  — давление и плотность вещества, а индекс политропы  $n = 3$ ) внешней оболочки нейтронной звезды, позволяющему исследовать её аналитически. В подразделе 1.4.3 введена общая для всей оболочки звезды плоская метрика, значительно упрощающая изучение оболочки. В подразделе 1.4.4 описано гидростатическое равновесие оболочки в рамках общей теории относительности. В используемом приближении плоско-параллельного слоя оно описывается простым уравнением  $dP/dz = g\rho$ , где  $g$  — ускорение силы тяжести в оболочке, а  $z$  — глубина. В подразделе 1.4.5 приведено аналитическое решение для структуры внешней оболочки с политропным уравнением состояния. В подразделе 1.4.6 проведено сравнение структуры оболочек нейтронных звёзд с различными уравнениями состояния. Для примера взята “каноническая” нейтронная звезда с гравитационной массой  $M_S = 1.4M_\odot$  и окружным радиусом  $R_S = 10$  км. Структура оболочки практически одинакова для всех рассмотренных моделей уравнения состояния вещества с равновесным ядерным составом. Более жесткое уравнение состояния аккреционной оболочки приводит к тому, что та же плотность достигается на больших глубинах. Во внешних слоях внутренней коры для всех реалистических моделей возникает область пониженной скорости звука. Рассмотренное в подразделе 1.4.2 политропное уравнение состояния удовлетворительно описывает профиль плотности и скорости звука во внешней оболочке в диапазоне глубин  $70 \text{ м} \lesssim z \lesssim 300 \text{ м}$ .

В главе 2 с использованием аналитических и полуаналитических методов (приближения гармонической решётки и квазиклассического туннелирования в потенциале среднего поля ионов плазмы) изучены корреляции ионов в кулоновском кристалле, ангармонические поправки к кулоновской энергии кристалла и влияние плазменного экранирования на скорость ядерных реакций в плотном звёздном веществе.

В вводном разделе 2.1 приведен план главы; в подразделе 2.1.1 кратко описано приближение гармонической решётки.

В разделе 2.2 с помощью приближения гармонической решётки рассчитана парная корреляционная функция ионов  $g(\mathbf{r})$  объемно- и гранецентрированного кубических (ОЦК и ГЦК) кристаллов. Формализм расчета описан в разде-

ле 2.2.1. В частности показано, что функция  $g(\mathbf{r})$  представляет собой сумму гауссовских пиков с центрами в узлах решётки. Радиальная парная корреляционная функция ионов  $g(r)$  вычислена усреднением  $g(\mathbf{r})$  по направлениям вектора  $\mathbf{r}$ . Результаты расчета функций  $g(\mathbf{r})$  и  $g(r)$  проанализированы в разделах 2.2.2 и 2.2.3. Расчеты проведены в широком диапазоне параметров, охватывающем как высокотемпературный классический предел ( $T \gg T_p$ ), так и низкотемпературный квантовый предел ( $T \ll T_p$ ). С понижением температуры корреляционные пики функций  $g(\mathbf{r})$  и  $g(r)$  становятся острее и, в конце концов, замораживаются при  $T \ll T_p$ , когда они полностью определяются нулевыми колебаниями решётки. Раздел 2.2.2 посвящен функции  $g(\mathbf{r})$ . В частности, показано, что в квантовом случае пики функции  $g(\mathbf{r})$  являются заметно более симметричными, чем в классическом. В разделе 2.2.3 проанализирована радиальная корреляционная функция  $g(r)$ . В классическом пределе функция  $g(r)$ , рассчитанная в гармоническом приближении, хорошо согласуется с результатами гораздо более трудоемкого монте-карловского моделирования. В квантовом пределе используемое полуаналитическое гармоническое приближение хорошо согласуется с ещё более трудоемкими расчетами методом монте-карловского интегрирования по траекториям.

В разделе 2.3 представлены модельные расчеты электростатической энергии ОЦК и ГЦК кулоновских кристаллов, основанные на суммировании точных энергий кулоновского взаимодействия частиц с учетом корреляционной функции ионов, найденной в гармоническом приближении. В подразделе 2.3.1 описан метод расчета. В подразделе 2.3.2 приведены результаты расчета первой и второй ангармонической поправки к кулоновской энергии кристалла в широком диапазоне температур, от высокотемпературного классического предела до низкотемпературного квантового предела. Там же предложена аппроксимация соответствующих поправок. В разделе 2.3.3 для примера рассмотрено углеродное вещество с плотностью  $\rho \sim 10^6 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$ . Показано, что ангармонические поправки к тепловой составляющей электростатической энергии гармонической решётки не превосходят нескольких процентов.

Раздел 2.4 посвящен исследованию квантового туннелирования сквозь кулоновский барьер в реакциях синтеза атомных ядер в плотном веществе. В подразделе 2.4.1 описаны пять режимов ядерного горения в плотном веществе (классический термоядерный режим, термоядерный режим с сильным плазменным экранированием, промежуточный термо-пикновой режим, пикновой режим с тепловым усилением и обычный пикновой режим горения при нулевой температуре).

Плазменное экранирование кулоновского взаимодействия реагирующих ядер облегчает туннелирование. Это приводит к усилению скорости ядерных реакций, которую традиционно записывают в виде

$$R = R_{\text{th}} F_{\text{scr}}. \quad (1)$$

Здесь  $R_{\text{th}}$  — хорошо известная скорость ядерных реакций в отсутствие экранирования, а  $F_{\text{scr}}$  — коэффициент усиления, который и следует определить. Его можно, в принципе, точно рассчитать монте-карловским интегрированием по траекториям, что, однако, требует огромных вычислительных ресурсов.

В недавней статье Милитцера и Поллока [6] для 36 пар значений параметров ( $\Gamma, \eta = \Gamma a_B/a$ ) методом монте-карловского интегрирования по траекто-

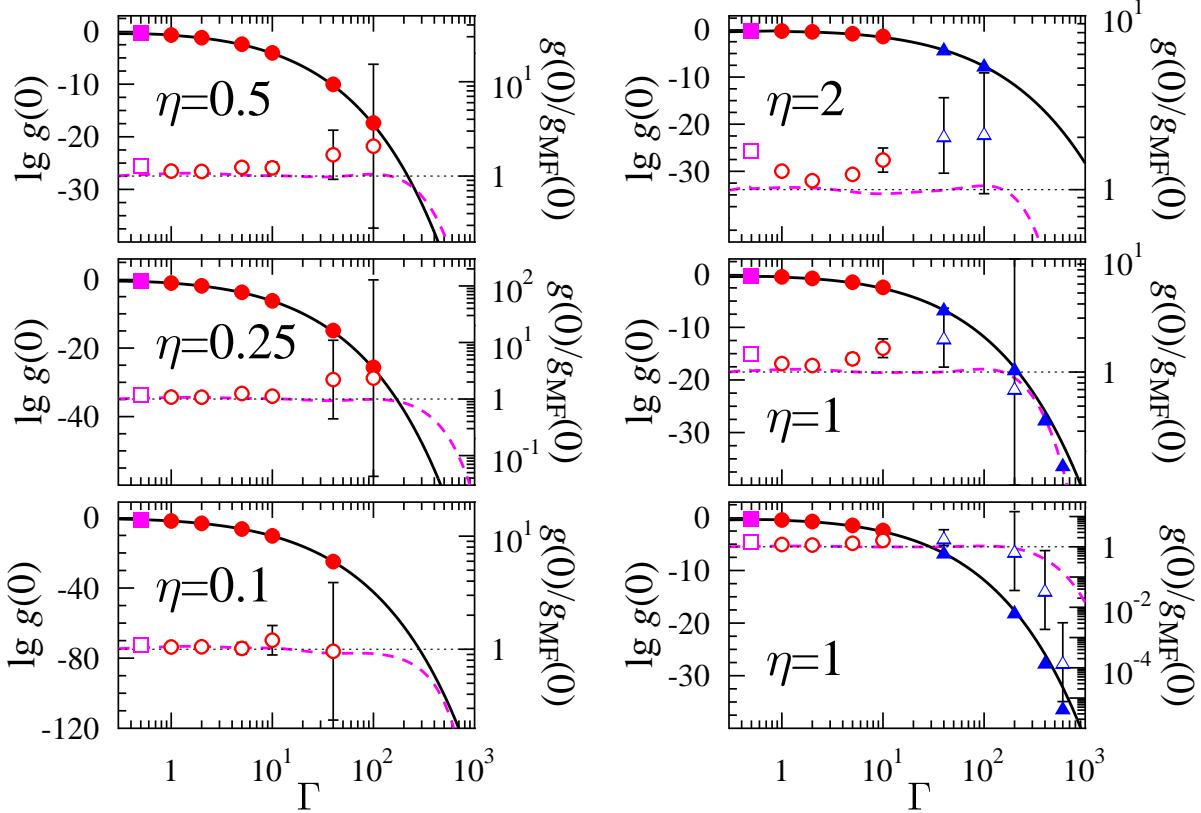


Рис. 1. Зависимость контактной вероятности  $g(0)$  от параметра  $\Gamma$  для пяти значений  $\eta=0.1, 0.25, 0.5, 1$  (показана дважды с разным масштабом по правой вертикальной оси) и 2. *Левая вертикальная ось:* Заполненные символы показывают все значения  $g_{MP}(0)$ , вычисленные Милитцером и Поллоком. Сплошная линия — контактная вероятность  $g_{MF}(0)$ , вычисленная в приближении среднего поля. *Правая вертикальная ось:* Незакрашенные символы с интервалом ошибок показывают отношение результатов  $g_{MP}(0)/g_{MF}(0)$ , вычисленных монте-карловским интегрированием по траекториям и в модели среднего поля [точечная линия отвечает  $g_{MP}(0) = g_{MF}(0)$ ]. Штриховая линия — отношение контактных вероятностей  $g_{MF}^{fit}(0)/g_{MF}(0)$ , полученных в диссертации с помощью аппроксимации и расчетов в приближении среднего поля.

риям рассчитана контактная вероятность  $g(0)$  слияния реагирующих ядер, которая напрямую связана со скоростью реакции известным выражением [7]:

$$R = \frac{n_i^2}{\pi} \frac{a_B}{\hbar} S(E_{pk}) g(0). \quad (2)$$

Здесь  $a_B = \hbar^2/(m_i Z^2 e^2)$  — ионный боровский радиус,  $S(E_{pk})$  — астрофизический фактор, соответствующий энергии наиболее эффективных столкновений ядер,  $E = E_{pk}$ , приводящих к ядерной реакции. Каждая пара значений  $(\Gamma, \eta)$  отвечает точке на диаграмме температура-плотность (своей для каждого типа атомных ядер в веществе). К сожалению, большинство этих точек соответствует очень быстрому горению (например, время выгорания углерода  $\tau_r \ll 1$  с для всех точек, кроме одной).

В диссертации результаты [6] использованы для проверки простой модели среднего поля, описанной в разделе 2.4.3 и позволяющей рассчитывать скорости ядерных реакций в астрофизически интересных случаях. Она основана на квазиклассическом туннелировании реагирующих ионов в кулоновском

потенциале с добавлением сферически симметричного потенциала среднего поля ионов плазмы. В диссертации предложена аппроксимация новых и точных монте-карловских расчетов потенциала среднего поля и отвечающих им коэффициентов усиления скорости ядерных реакций. После вычисления  $F_{\text{scr}}^{\text{MF}}$  было использовано выражение (2), позволившее определить  $g_{\text{MF}}(0)$ . Результаты показаны сплошными линиями на рисунке 1 для пяти значений параметра  $\eta = 0.1, 0.25, 0.5, 1$  и  $2$ . Закрашенными символами показаны расчеты  $g_{\text{MP}}(0)$  из работы [6]. Квадраты и кружки относятся к ядерному горению с умеренным ( $\Gamma = 0.5$ ) и сильным ( $\Gamma \gtrsim 1$ ) экранированием, а треугольники — к пикноядерному горению, не зависящему от температуры. Незакрашенными символами отложено (по правой вертикальной шкале) отношение численных значений, полученных в [6], к результатам приближения среднего поля (для параметра  $\eta = 1$  показано 2 графика с разной шкалой по правой оси). Большое отличие возникает лишь для пикноядерных точек. Очень сильное отличие  $g_{\text{MP}}(0)/g_{\text{MF}}(0) \sim 0.04$  и  $\sim 10^{-4}$  имеет место при  $\eta = 1$  для значений  $\Gamma = 400$  и  $600$ .

В подразделе 2.4.4 продемонстрировано очень хорошее согласие проведенных расчетов в модели среднего поля с монте-карловским интегрированием по траекториям [6] при температурах  $T \gtrsim \frac{1}{5}T_p$  (рис. 1), а также с результатами большинства других авторов. Это доказывает применимость сравнительно простой полуаналитической модели среднего поля при  $T \gtrsim \frac{1}{5}T_p$ . В подразделе 2.4.4.3 проанализированы результаты [6], относящиеся к пикноядерному горению. Они качественно согласуются с результатами нескольких работ, включая классическую работу Солпитера и Ван Хорна [8]. Однако количественное согласие не является идеальным; для получения точных скоростей пикноядерных реакций требуется проведение новых расчетов.

В разделе 2.5 сформулированы основные результаты главы 2.

Результаты разделов 2.2 и 2.3 полезны для расчетов термодинамических и кинетических свойств вещества ядер белых карликов и оболочек нейтронных звезд. Результаты раздела 2.4 необходимы для моделирования ядерных взрывов массивных аккрецирующих белых карликов как сверхновых типа Ia, а также для изучения ядерного горения вещества в аккрецирующих нейтронных звездах (для объяснения вспышек и сверхвспышек вспыхивающих рентгеновских источников).

**Глава 3** посвящена сдвиговой вязкости и теплопроводности оболочек нейтронных звёзд.

В разделе 3.1 приведен план главы.

В разделе 3.2 для широкого диапазона параметров, типичных для ядер белых карликов и оболочек нейтронных звёзд, рассчитана электронная сдвиговая вязкость  $\eta$  плотного звёздного вещества, обусловленная кулоновским рассеянием электронов на ионах. Подраздел 3.2.1 посвящен общему описанию сдвиговой вязкости и анализу литературы. В подразделе 3.2.2 приведён формализм вычисления сдвиговой вязкости, очень близкий к формализму, использованному при вычислении электропроводности в работе [9]. Основной вклад в вязкость вносят вырожденные электроны и её удобно представить в хорошо известном виде:

$$\eta_e = \frac{n_e p_F v_F}{5\nu_e}, \quad (3)$$

где  $n_e$ ,  $p_F$  и  $v_F$  — концентрация, ферми-импульс и ферми-скорость электронов,  $\nu_e$  — эффективная частота электронных столкновений, которую и следует определить. Величина  $\nu_e$  рассчитывалась по правилу Маттиссена (см., например, [10]) с учетом рассеяния электронов на основных ионах плазмы и примесях. Были учтены поправки к борновскому приближению и распределение протонного заряда по атомному ядру (подраздел 3.2.3). Корреляции в движении ионов описывались с помощью структурного фактора, проанализированного в подразделе 3.2.4. В подразделе 3.2.5 получена аналитическая аппроксимация вязкости. Подраздел 3.2.6 посвящён анализу результатов. На примере вещества, содержащего ядра железа, продемонстрирована важная роль неборновских поправок, существенно снижающих вязкость для ионов с не слишком малым зарядовым числом  $Z$ . Последовательный учет многофононных процессов в кулоновском кристалле и квазипорядка в кулоновской жидкости, выполненный при вычислении  $\nu_e$ , сглаживает скачок вязкости в точке плавления. Аналогичный результат был получен в [9] для электро- и теплопроводности. Сдвиговая вязкость сильно зависит от состава вещества, что вызвано увеличением частоты электрон-ионных столкновений с ростом  $Z$ . На примере вещества с равновесным ядерным составом (при  $\rho \lesssim 10^{14} \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$ ) продемонстрировано быстрое падение вязкости с ростом температуры. Кинематическая вязкость  $\eta_e/\rho$  гораздо слабее зависит от плотности, чем  $\eta_e$ .

В разделе 3.3 исследована ионная теплопроводность  $\kappa_i$  (эквивалентная фонной теплопроводности для кристалла атомных ядер) в оболочках нейтронных звёзд. Выделено пять режимов (I–V) ионной теплопроводности, проанализированных в последующих подразделах. В подразделе 3.3.1 кратко описана полная теплопроводность в замагниченных оболочках нейтронных звёзд; она представлена в виде  $\kappa = \kappa_i + \kappa_e$ . Здесь  $\kappa_e$  — теплопроводность электронов, которая хорошо изучена; как правило, только она и учитывается в оболочках нейтронных звёзд. В подразделе 3.3.1.2 введены две основные составляющие ионной теплопроводности,  $\kappa_{ii}$  и  $\kappa_{ie}$ , обусловленные ион-ионным и ион-электронным рассеянием. В итоге полная ионная теплопроводность равна  $\kappa_i = (\kappa_{ii}^{-1} + \kappa_{ie}^{-1})^{-1}$ .

Подраздел 3.3.2 посвящен различным режимам теплопроводности  $\kappa_{ii}$ . В подразделе 3.3.2.1 описана известная [11] теплопроводность почти идеальной ионной плазмы ( $\Gamma \ll 1$ ; режим I). Она может быть записана в виде  $\kappa_{ii}^I \approx 4\kappa_0\Gamma^{-5/2}/\Lambda_{ii}$ , где  $\kappa_0 = k_B\omega_p n_i a^2$  и  $\Lambda_{ii} = \ln [1/(\sqrt{3}\Gamma^{3/2})]$  — соответствующий кулоновский логарифм. В подразделе 3.3.2.2 проанализированы расчеты  $\kappa_{ii} = \kappa_{ii}^II$  в сильнонеидеальной кулоновской жидкости (режим II) методом молекулярной динамики [12; 13]. Теплопроводность в таких условиях представляют как  $\kappa_{ii}^II = \kappa_* \kappa_0$ , где  $\kappa_*$  — медленно меняющаяся функция  $\Gamma$ , которую с разумной точностью можно считать постоянной,  $\kappa_* = 0.4$ . Подраздел 3.3.2.3 посвящен вычислению  $\kappa_{ii}$  в кулоновском кристалле ионов (режимы III–V). Как и в работе [14], величина  $\kappa_{ii}$  была описана с помощью простой оценочной формулы, предложенной Займаном [10]. Однако в [14]  $\kappa_{ii}$  существенно недооценена из-за использования не совсем адекватного значения постоянной Грюнайзена (определенной степень ангармонизма кристалла). С учетом эффекта вымораживания процессов переброса при фонон-фононном рас-

сиянии, описанном феноменологически, теплопроводность записана в виде:  $\kappa_{ii}^{III-V} \approx (\Gamma/77) \exp(\theta/3) \kappa_0$ . В подразделе 3.3.2.4 предложена интерполяция парциальной теплопроводности  $\kappa_{ii}$ , согласующаяся с результатами [11–13]:

$$\kappa_{ii} = \left\{ (\kappa_{ii}^I)^2 + (\kappa_{ii}^{II})^2 + (\kappa_{ii}^{III-V})^2 \right\}^{1/2}. \quad (4)$$

Подраздел 3.3.3 посвящен парциальной теплопроводности  $\kappa_{ie}$ , обусловленной рассеянием ионов (фононов) на электронах. Этот механизм рассеяния не рассматривался в [14]. В оболочках нейтронных звёзд эта теплопроводность оказывается важной, когда ионы кристаллизуются. При больших температурах доминирует ион-ионное рассеяние. В подразделе 3.3.3.1 описан формализм вычисления  $\kappa_{ie}$  на основе вариационного принципа [10]. Расчет  $\kappa_{ie}$  сводится к интегрированию по поверхности Ферми вероятности перехода электрона при электрон-фононном рассеянии из одной точки поверхности в другую. При не слишком низких температурах (режимы III-IV) это интегрирование проводилось численно методом Монте-Карло; результаты для ОЦК и ГЦК кристаллов одинаковы. В подразделе 3.3.3.2 получено полуаналитическое выражение, описывающее  $\kappa_{ie}$  при  $T \ll T_p$  (в режиме V). В подразделе 3.3.3.3 построена аппроксимация теплопроводности  $\kappa_{ie}$ , справедливая в широком диапазоне параметров (особенно, в режимах IV и V, где теплопроводность  $\kappa_{ie}$  доминирует над  $\kappa_{ii}$ ).

Подраздел 3.3.4 посвящен анизотропии ионной теплопроводности в замагниченных оболочках нейтронных звезд. Показано, что только очень сильные (магнитарные) магнитные поля  $B \sim 10^{14}$  Гс могут приводить к существенно анизотропной ионной теплопроводности.

В подразделе 3.3.5 проведено сравнение электронной теплопроводности вдоль и поперек магнитного поля с ионной теплопроводностью (которая обычно слабо меняется магнитным полем и может считаться изотропной). Показано, что при типичных пульсарных магнитных полях  $B \sim 3 \cdot 10^{12}$  Гс ионная теплопроводность может доминировать над электронной теплопроводностью поперек магнитного поля во внешних слоях оболочки нейтронной звезды ( $\rho \lesssim 10^9$  г·см<sup>-3</sup>) при температурах  $T \lesssim 10^7$  К. При этом ион-электронное рассеяние определяет  $\kappa_i$  при достаточно высоких плотностях и низких температурах. На рисунке 2 изображена зависимость от плотности анизотропии теплопроводности (отношения теплопроводности вдоль магнитного поля  $\kappa_{\parallel} = \kappa_i + \kappa_{e\parallel} \approx \kappa_{e\parallel}$  к теплопроводности поперек поля  $\kappa_{\perp} = \kappa_i + \kappa_{e\perp}$ ) для вещества со слаженным равновесным ядерным составом. Магнитное поле равно  $B = 3 \cdot 10^{12}$  Гс, а графики построены для температур  $T = 10^6$ ,  $10^7$  и  $10^8$  К. Кривые “ионы+е<sup>-</sup>” построены с учетом электронной и ионной теплопроводности. Кривые “только е<sup>-</sup>” показывают анизотропию  $\kappa_{e\parallel}/\kappa_{e\perp}$ , определяемую только электронной теплопроводностью. При  $T = 10^8$  К ионная теплопроводность относительно мала и не влияет на перенос тепла (кривые “ионы+е<sup>-</sup>” и “только е<sup>-</sup>” совпадают). При меньших температурах ионная теплопроводность значительно снижает анизотропию теплопроводности.

В разделе 3.4 сформулированы результаты главы 3.

Результаты раздела 3.2 необходимы для моделирования гидродинамических процессов в оболочках нейтронных звезд и ядрах белых карликов, включ-

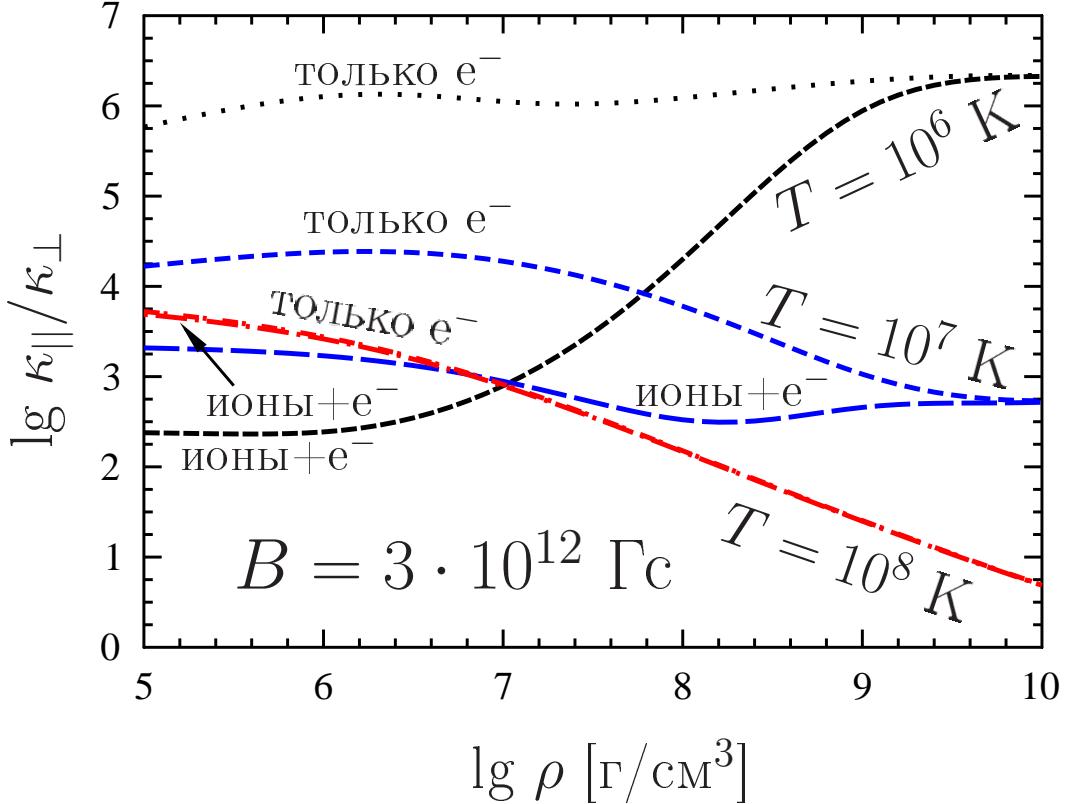


Рис. 2. Зависимость анизотропии теплопроводности  $\kappa_{\parallel}/\kappa_{\perp}$  от плотности в оболочке нейтронной звезды с магнитным полем  $B = 3 \cdot 10^{12}$  Гс при трёх значениях температуры  $T = 10^6$ ,  $10^7$  и  $10^8$  К.

чая вязкое затухание собственных колебаний этих объектов. Результаты раздела 3.3 нужны для моделирования остывания нейтронных звезд с магнитным полем, в особенности для изучения тепловой эволюции магнитаров (источников мягких повторяющихся гамма-всплесков и аномальных рентгеновских пульсаров).

**Глава 4** посвящена изучению f- и p-мод колебаний (то есть колебаний с доминированием возмущений давления над силой плавучести), локализованных в оболочках нейтронных и странных звезд. Среди колебаний нейтронных звёзд такими свойствами обладают моды с высоким значением мультипольности  $l \gtrsim 100$ . Колебания странной звезды, локализованные в коре, могут иметь любую мультипольность благодаря наличию огромного (не менее трёх порядков величины) скачка плотности поля на границе кора-ядро.

В разделе 4.1 дан краткий обзор литературы, посвященной колебаниям звезд; отдельно рассмотрены колебания нейтронных (подраздел 4.1.2) и странных (подраздел 4.1.3) звёзд.

Раздел 4.2 посвящен выводу и анализу уравнений, описывающих f- и p-моды колебаний оболочек нейтронных и странных звёзд (подраздел 4.2.1), а также затухание колебаний (подраздел 4.2.2). При выводе уравнений колебаний использовалось приближение плоского слоя, значительно упрощающее задачу. Учтено наличие фазовых переходов в оболочке звезды. В подразделе 4.2.1.2 продемонстрирована автомодельность колебаний. В частности, показано, что частота моды колебаний с  $i$  узлами по радиусу может быть представлена в виде  $\omega_i = g f_i(\zeta) = \omega_0 f_i(\zeta)$ , где  $\zeta = \sqrt{l(l+1)} / (g R_S)$  — мас-

шабириующий параметр,  $f_i(\zeta)$  и  $f_i(\zeta)$  — функции, определяемые уравнением состояния оболочки и, в случае странной звезды, плотностью в основании оболочки. Здесь введена частота  $\omega_0 = [l(l+1)]^{1/4} (g/R_S)^{1/2}$  фундаментальной моды колебаний (с мультипольностью  $l$ ) оболочки нейтронной звезды. Вывод формулы для  $\omega_0$  приведен в разделе 4.3. Формула справедлива для широкого класса уравнений состояния. Наличие автомодельности позволяет определять спектр колебаний звезды с произвольной массой и радиусом, если известен спектр колебаний при определенных значениях этих параметров. Рассмотрено затухание колебаний, вызванное вязкостью, а также излучением электромагнитных и гравитационных волн. Мощность электромагнитного излучения рассчитана в модели, предложенной в [15; 16], а мощность излучения гравитационных волн вычислялась по мультипольной формуле [17].

В разделе 4.3 получены аналитические решения для колебаний оболочек нейтронных и странных звезд с политропным уравнением состояния. В случае нейтронных звезд  $\omega_i^2 = \omega_0^2 (2i/n + 1)$ . Р-моды колебаний странной звезды не слишком большой мультипольности  $l \ll R_S/z_{\text{bot}} \sim 50$  ( $z_{\text{bot}}$  — толщина оболочки) имеют частоты, близкие к частотам радиальных колебаний  $\omega_i = j_{n,i} \sqrt{g/(4n z_{\text{bot}})}$ , а частота f-моды  $\omega_f^2 = l(l+1) g z_{\text{bot}} / (n+1)$  почти линейно растет с увеличением  $l$ . Здесь  $j_{n,i}$  —  $i$ -й ноль функции Бесселя  $J_n(x)$ .

Раздел 4.4 посвящен анализу численных результатов. В подразделе 4.4.1 проанализированы колебания оболочек нейтронных звезд с равновесным [1–4] и аккрецированным [5] ядерным составом. В подразделах 4.4.1.1, 4.4.1.2, 4.4.1.3 изучены частоты, профили смещения вещества и времена затухания колебаний. Все рассмотренные модели уравнения состояния вещества с равновесным ядерным составом приводят к практически совпадающим спектрам колебаний, которые отличаются от спектра колебаний аккрецированной оболочки. Для любого типа оболочки моды с  $l \gtrsim 300$  могут быть разделены на две группы, названные внешними и внутренними модами. Внутренние моды имеют выраженную зависимость  $\omega_i^2/\omega_0^2$  от мультипольности и локализованы в окрестности точки нейтронизации, тогда как внешние моды локализованы во внешней коре. Частоты внутренних и внешних мод являются величинами одного порядка; дисперсионные соотношения мод колебаний с фиксированным числом узлов по радиусу имеют точки квазипересечения (рис. 3). При прохождении через такую точку с ростом  $l$  внутренняя мода приобретает один узел по радиусу, а внешняя мода теряет его. При меньших  $l \sim 100$  моды локализованы во всей оболочке и эта классификация теряет смысл. F- и r-моды колебаний оболочек нейтронных звезд при  $l \gtrsim 100$  не теряют энергию на излучение гравитационных и электромагнитных волн и затухают благодаря вязкости. Время затухания быстро растет с увеличением температуры  $T$  оболочки звезды. Например, для фундаментальной моды с  $l = 500$  время затухания составляет  $\sim 15$  дней при  $T = 10^7$  К и возрастает до  $\sim 500$  дней при  $T = 10^9$  К.

Подраздел 4.4.2 посвящен колебаниям оболочек странных звезд. Показано, что частоты большинства мод колебаний аккрецированной оболочки хорошо воспроизводятся политропной моделью. Исключение составляют специфические g-моды колебаний, которые связаны с наличием фазовых переходов [18]. Подробно g-моды в диссертации не рассматривались, так как их свой-

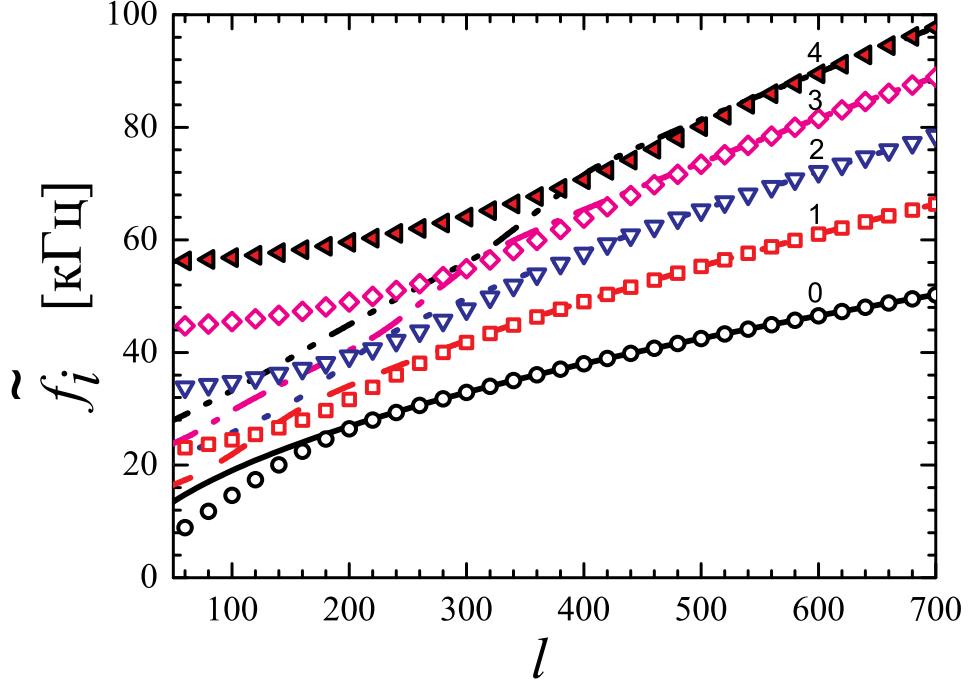


Рис. 3. Частоты колебаний (в системе отсчета удаленного наблюдателя), локализованных в коре странной звезды (символы) и нейтронной звезды (линии) одинаковой массы  $M_S = 1.4 M_\odot$  и радиуса  $R_S = 10$  км. Для странной звезды глубина коры выбрана равной  $z_{\text{bot}} = 250$  м. Числа у кривых указывают число узлов моды по радиусу.

ства чувствительны к модели оболочки, а остальные моды были изучены в политропной модели. Для иллюстрации при изучении затухания колебаний температура коры была взята равной  $T = 10^7$  К, а напряженность магнитного поля на полюсах —  $10^{12}$  Гс. Время затухания различных мод колебаний варьируется от  $\tilde{\tau} \approx 10^3$  лет для фундаментальной моды с мультипольностью  $l = 5$  до  $\tilde{\tau} \lesssim 10^{-3}$  с для моды с двумя узлами по радиусу при  $l \sim 10$ . Столь большая разница обусловлена преобладанием различных механизмов затухания. Так, радиальные колебания ( $l = 0$ ) затухают медленно, за время  $\tilde{\tau} \sim 1$  года, только благодаря вязкой диссиляции (не излучая ни гравитационных, ни электромагнитных волн). Дипольные моды  $l = 1$  эффективно излучают электромагнитные волны, что на много порядков снижает время затухания.

В подразделе 4.4.3 проведено сравнение спектров колебаний оболочек нейтронных и странных звёзд. На рисунке 3 представлены собственные частоты колебаний аккрецированной коры странной и нейтронной звезды с одинаковыми гравитационными массами  $M_S = 1.4 M_\odot$  и окружными радиусами  $R_S = 10$  км. Толщина коры странной звезды выбрана равной  $z_{\text{bot}} = 250$  м. При  $l \gtrsim 400$  из-за большой мультипольности колебания локализованы в поверхностных слоях оболочки  $z \lesssim z_{\text{bot}}$ . Поэтому спектры колебаний коры странной и нейтронной звезды практически совпадают. При меньших  $l$  колебания нейтронной звезды охватывают слои с глубиной  $z \gtrsim z_{\text{bot}}$ , благодаря чему спектры колебаний странной и нейтронной звезды начинают значительно отличаться. Колебания коры странной звезды имеют следующие особенности: (а) частоты фундаментальной моды колебаний коры странной звезды

линейно зависят от мультипольности  $l$  при  $l \lesssim 150$ ; (б) частоты р-мод колебаний такой звезды (имеющих, по крайней мере, один узел по радиусу) приблизительно эквидистантны и слабо зависят от  $l$ .

В подразделах 4.4.3.1 и 4.4.3.2 с помощью соотношения автомодельности получены простые соотношения, позволяющие в случае обнаружения f- и р-мод колебаний оболочки странной или нейтронной звезды определить или ограничить её массу и радиус.

В разделе 4.5 сформулированы результаты главы 4. Они полезны для астрономии нейтронных и странных звезд (в том числе, для планирования будущих наблюдений высокочастотных собственных колебаний этих объектов).

**В заключении** сформулированы основные результаты диссертации.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ

1. В рамках гармонической модели в широком диапазоне параметров рассчитаны радиальные и пространственные парные корреляционные функции ионов в кулоновском кристалле и ангармонические поправки к кулоновской энергии кристалла. Радиальная корреляционная функция, вычисленная в гармоническом приближении, хорошо согласуется с трудоемкими расчетами другими методами. Показано, что при условиях, типичных для ядер белых карликов и оболочек нейтронных звёзд, ангармонические поправки к тепловой составляющей кулоновской энергии кристалла не превышают нескольких процентов от полной тепловой энергии кристалла.
2. В рамках приближения среднего поля произведён расчет коэффициентов усиления ядерных реакций в оболочках нейтронных звезд и ядрах белых карликов за счет плазменного экранирования кулоновского взаимодействия реагирующих ядер. При не слишком низких температурах [ $T \gtrsim (0.1 - 0.2)T_p$ ], соответствующих термоядерному горению с сильным экранированием, а также промежуточному режиму термо-пинкоядерного горения, результаты прекрасно согласуются с результатами трудоемких расчетов другими методами. Предложены удобные и точные аналитические выражения, аппроксимирующие потенциал среднего поля и коэффициенты усиления скорости реакции под действием плазменного экранирования.
3. Рассчитана сдвиговая вязкость оболочек нейтронных звезд и ядер белых карликов, обусловленная рассеянием электронов на ионах (атомных ядрах) с учетом конечного размера атомных ядер и распределения протонного заряда по атомному ядру. Показано, что учет квазипорядка в ионной жидкости и многофононных процессов в ионном кристалле приводит к сглаживанию скачка вязкости в точке плавления. Численные результаты аппроксимированы удобным аналитическим выражением.
4. Рассчитана ионная теплопроводность оболочек нейтронных звёзд. В замагниченной оболочке она может доминировать над электронной теплопроводностью поперек магнитного поля, сильно снижая анизотропию пе-

переноса тепла. Показано, что типичное магнитное поле  $B \sim 3 \cdot 10^{12}$  Гс не оказывает заметного влияния на перенос тепла ионами. Ионная теплопроводность в кристалле атомных ядер описана с использованием фононного формализма с учетом фонон-фононного и фонон-электронного рассеяния. Предложена интерполяционная формула, описывающая ионную теплопроводность в оболочках нейтронных звезд в различных режимах.

5. Исследованы f- и p-моды колебаний оболочек нейтронных и странных звезд. Выявлена автомодельность колебаний. Показано, что основным механизмом затухания f- и p-мод оболочек нейтронных звезд является вязкое затухание, причем время затухания существенно возрастает с ростом температуры. В случае странной звезды с корой затухание p-мод с мультипольностью  $1 \leq l \lesssim 30$  и f-мод с  $1 \leq l \lesssim 5$  обусловлено излучением гравитационных и электромагнитных волн, а остальные моды испытывают вязкое затухание. Выявлены особенности, позволяющие в случае обнаружения и отождествления колебаний отличить нейтронную звезду от странной, а также ограничить её массу и радиус.

## СПИСОК РАБОТ, ОПУБЛИКОВАННЫХ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Чугунов А.И. Расчёт корреляционной функции кулоновского кристалла. // Шестая Санкт-Петербургская ассамблея молодых учёных и специалистов, Аннотации работ по грантам Санкт-Петербургского конкурса 2001 г. для студентов, аспирантов, молодых учёных и специалистов – Санкт-Петербург, 2001. – С. 31.
2. Чугунов А.И. Расчёт корреляционной функции кулоновского кристалла. // Итоговый семинар по физике и астрономии по результатам конкурса грантов 2001 года для молодых учёных Санкт-Петербурга: тезисы докладов. – Санкт-Петербург, 2002. – С. 25-26.
3. Чугунов А.И., Яковлев Д.Г. Парная корреляционная функция ионов кулоновского кристалла. // XXX юбилейная неделя науки СПбГТУ, часть VI, материалы межвузовской научной конференции (факультет технологии и исследования материалов и физико-технический факультет) – Санкт-Петербург, 2002. – С. 83.
4. Чугунов А.И. Сдвиговая вязкость и колебания в коре нейтронной звезды. // Шестая Санкт-Петербургская ассамблея молодых учёных и специалистов, Аннотации работ по грантам Санкт-Петербургского конкурса 2003 г. для студентов, аспирантов, молодых учёных и специалистов – Санкт-Петербург, 2003. – С. 31.
5. Chugunov A.I., Baiko D.A., Yakovlev D.G., De Witt H.E., Slattery W.L. Pair distribution of ions in Coulomb crystals. // Physica A. – 2003. – V. 323 – P. 413-427.

6. De Witt H.E., Slattery W.L., Chugunov A.I., Baiko D.A., Yakovlev D.G. Pair distribution of ions in Coulomb lattice. // J. Phys. A. – 2003. – V. **36** – P. 6221-6226.
7. Чугунов А.И. Расчёт пространственной корреляционной функции кулоновского кристалла. // Итоговый семинар по физике и астрономии по результатам конкурса грантов 2002 года для молодых учёных Санкт-Петербурга: тезисы докладов. – Санкт-Петербург, 2003. – С. 19-20.
8. Чугунов А.И. Сдвиговая вязкость и колебания во внешней коре нейтронной звезды. // Итоговый семинар по физике и астрономии по результатам конкурса грантов 2003 года для молодых учёных Санкт-Петербурга: тезисы докладов. – Санкт-Петербург, 2004. – С. 9-10.
9. Chugunov A.I., Baiko D.A. Anharmonic corrections to the electrostatic energy of a Coulomb crystal. // Physica A. – 2005. – V. **352** – P. 397-408.
10. Чугунов А.И., Яковлев Д.Г. Сдвиговая вязкость и колебания коры нейтронной звезды. // Астрон. Журн. – 2005. – Т. **82** – С. 814-829.
11. Chugunov A.I., Yakovlev D.G. Shear viscosity of a strongly non-ideal Coulomb plasma and oscillations of neutron star crust. // 7th Russian Conference on Physics of Neutron Stars. – Book of Abstracts. – St.-Petersburg, 2005. – P. 41
12. Чугунов А.И. Колебания коры нейтронной звезды. // Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра. – М.: Ротапринт ИКИ РАН, 2005. – С. 46-47.
13. Чугунов А.И. Фононная теплопроводность в оболочках нейтронных звезд. // Международная зимняя школа по физике полупроводников 2006, научные сообщения молодых ученых – Гатчина: ПИЯФ РАН, 2006. – С. 18-19.
14. Chugunov A.I. Self-similar pressure oscillations in neutron star envelopes as probes of neutron star structure. // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2006. – V. **369** – P. 349-354.
15. Chugunov A.I. Seismic signatures of strange stars with crust. // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 2006. – V. **371** – P. 363-368.
16. Чугунов А.И. Сейсмические особенности колебаний коры странных и нейтронных звёзд. // Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра. – М.: Ротапринт ИКИ РАН, 2006. – С. 28-29.
17. Chugunov A.I., DeWitt H.E., Yakovlev D.G. Coulomb tunneling for fusion reactions in dense matter: Path integral Monte Carlo versus mean field. // Phys. Rev. D. – 2007. – V. **76** – Id. 025028.

ЛИТЕРАТУРА, ЦИТИРУЕМАЯ В АВТОРЕФЕРАТЕ

- [1] Haensel P., Pichon B. // Astron. Astrophys. – 1994. – V. **283** – P. 313-318.
- [2] Rüster S.B., Hempel M., Schaffner-Bielich J. // Phys. Rev. C. – 2006. – V. **73** – Id. 035804.
- [3] Haensel P., Potekhin A.Y., Yakovlev D.G. Neutron Stars 1: Equation of State and Structure. – New York: Springer Verlag, 2006.
- [4] Negele J.W., Vautherin D. // Nucl. Phys. A. – 1973. – V. **207** – P. 298-320.
- [5] Haensel H., Zdunik J.L. // Astron. Astrophys. – 1990. – V. **229** – P. 117-122.
- [6] Militzer B., Pollock E.L. // Phys. Rev. B. – 2005. – V. **71** – Id. 134303.
- [7] Ichimaru S. // Rev. Mod. Phys. – 1993. – V. **65** – P. 255-299.
- [8] Salpeter E.E., Van Horn H.M. // Astrophys. J. – 1969. – V. **155** – P. 183.
- [9] Potekhin A.Y., Baiko D.A., Hansel P., Yakovlev D.G. // Astron. Astrophys. – 1999. – V. **346** – P. 345-353.
- [10] Займан Дж. Электроны и фононы. / Пер. с англ. - М.: Издательство иностранной литературы, 1962.
- [11] Брагинский С.И. Вопросы теории плазмы. Вып. 1 / Под ред. М.А. Леоновича. М.: Госатомиздат, 1963. С. 183-272.
- [12] Bernu B., Vieillefosse P. // Phys. Rev. A. – 1978. – V. **18** – P. 2345-2355.
- [13] Pierleoni C., Ciccotti G., Bernu B. // Europhysics Letters. – 1987. – V. **4** – P. 1115-1120.
- [14] Pérez-Azorín J.F., Miralles J.A., Pons J.A. // Astron. Astrophys. – 2006. – V. **451** – P. 1009-1024.
- [15] McDermott P.N., Savedoff M.P., Van Horn H.M., Zweibel E.G., Hansen C.J. // Astrophys. J. – 1984. – V. **281** – P. 746-1750.
- [16] Muslimov A.G., Tsygan A.I. // Astrophys. Space Sci. – 1986. – V. **120** – P. 27-41.
- [17] Balbinski E., Schultz B.F. // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 1982. – V. **200** – P. 43-46.
- [18] McDermott P.N. // Mon. Not. R. Astron. Soc. – 1990. – V. **245** – P. 508-513.