

На правах рукописи

**ГРЕШНОВ АНДРЕЙ АНАТОЛЬЕВИЧ**

**ЦЕЛОЧИСЛЕННЫЙ КВАНТОВЫЙ ЭФФЕКТ ХОЛЛА И  
ЦИКЛОТРОННЫЙ РЕЗОНАНС В ДВУМЕРНОМ  
ЭЛЕКТРОННОМ ГАЗЕ С РАЗЪЕДИНЕННЫМИ  
УРОВНЯМИ ЛАНДАУ**

Специальность 01.04.10 – физика полупроводников

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург

2008

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук  
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор  
Зегря Георгий Георгиевич

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук, профессор  
Горбачевич Александр Алексеевич,  
Санкт-Петербургский физико-технологический  
научно-образовательный центр РАН.

Доктор физико-математических наук, профессор  
Аверкиев Никита Сергеевич,  
Учреждение Российской академии наук  
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН.

Ведущая организация: Петербургский институт ядерной физики им.  
Б.П. Константинова РАН

Защита состоится "20" ноября 2008 г. в 12.00 часов на заседа-  
нии диссертационного совета Д 002.205.02 при Учреждении Российской  
академии наук Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН по  
адресу: 194021, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Учреждения Рос-  
сийской академии наук Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе  
РАН

Автореферат разослан "  "                      2008 г.

Ученый секретарь диссертационного совета  
доктор физико-математических наук



Сорокин Л.М.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы диссертации.

Двумерные полупроводниковые гетероструктуры являются в настоящее время предметом интенсивных экспериментальных и теоретических исследований и представляют собой динамично развивающуюся область физики полупроводников [1]. Движение носителей заряда в таких системах ограничено слоями гетероструктуры, что приводит к квантованию спектра носителей вдоль оси роста (эффекту размерного квантования). Варьирование параметров гетероструктур позволяет модифицировать вид спектра носителей, и тем самым управлять их оптическими и транспортными свойствами.

Приложение к полупроводниковым материалам магнитного поля является мощным инструментом, позволяющим экспериментально определить базовые параметры полупроводника, такие как тип и концентрация носителей, их эффективную массу [2],[3]. Этим и определяется актуальность теоретических и экспериментальных исследований оптических и транспортных свойств полупроводниковых материалов и гетероструктур на их основе в магнитных полях. Поскольку движение носителей в плоскости двумерной гетероструктуры не является, строго говоря, свободным, а сопровождается рассеянием на колебаниях кристаллической решетки, примесях и дефектах, для надежного определения параметров энергетического спектра необходимы сильные магнитные поля и низкие температуры.

Теория циклотронного резонанса, эффектов Холла, Шубникова-де Гааза, де Гааза-ван Альфена, разработанная для трехмерного случая, может быть непосредственно обобщена на случай двумерных гетероструктур лишь в области достаточно высоких температур и слабых магнитных полей. При низких температурах в сильных магнитных полях в двумерных гетероструктурах наблюдается квантовый эффект Холла – принципиально новое по сравнению с трехмерным случаем явление, открытое в 1980г. Клаусом фон Клитцингом [4]. Сутью квантового эффекта Холла является наличие серии плато на зависимостях внедиагональной (холловской) компоненты тензора проводимости от магнитно-

го поля или концентрации носителей, в области которых диагональная компонента тензора проводимости обращается в нуль. Актуальность диссертации обусловлена отсутствием последовательных микроскопических теорий, описывающих поведение компонент тензора проводимости двумерного электронного газа при низких температурах в зависимости от напряженности приложенного магнитного поля.

Целью работы является теоретическое исследование спектра носителей и вида одночастичных состояний в сильных магнитных полях с учетом хаотического потенциала, создаваемого случайно расположенными примесями и дефектами, изучение влияния вида хаотического потенциала на зависимости компонент тензора проводимости от магнитного поля и концентрации носителей, исследование эффектов самосогласованного электростатического потенциала в двумерных гетероструктурах с несколькими уровнями размерного квантования в сильных магнитных полях, изучение особенностей циклотронного резонанса в разьединенных гетероструктурах II типа InAs/GaSb.

Научная новизна работы состоит в решении следующих задач:

1. Определение спектров носителей и вида одночастичных состояний в сильных магнитных полях при наличии хаотического потенциала, корреляционная длина которого сравнима с магнитной длиной. Расчет спектров носителей в одиночных и двойных квантовых ямах в наклонном магнитном поле.
2. Расчет компонент тензора проводимости двумерного электронного газа в пределе сильного магнитного поля (разьединенных уровней Ландау) и анализ их зависимостей от фактора заполнения в случае резкого и плавного хаотических потенциалов.
3. Расчет спектров циклотронного резонанса в разьединенных гетероструктурах II типа InAs/GaSb. Анализ влияния наклона магнитного поля на форму линии циклотронного резонанса.
4. Анализ эффектов самосогласованного электростатического потенциала в квантовых ям с несколькими уровнями размерного квантования в сильных магнитных полях.

Практическая значимость работы заключается в том, что в ней впервые комплексно исследовано влияние вида хаотического потенциала примесей и дефектов на компоненты тензора проводимости двумерного электронного газа в случае сильного магнитного поля (разъединенных уровней Ландау); впервые аналитически описано влияние самосогласованного электростатического потенциала на спектр носителей в гетероструктурах с несколькими уровнями размерного квантования в присутствии сильного магнитного поля. Показано, что анализ поведения компонент тензора проводимости в сильных магнитных полях может быть полезен для определения параметров хаотического потенциала. Теоретическое исследование спектра носителей в наклонных магнитных полях позволило объяснить эффект подавления расщепления линии циклотронного резонанса.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. В квантовых ямах с несколькими заполненными уровнями размерного квантования уровни Ландау, относящиеся к разным уровням размерного квантования, могут быть вырожденными в определенных диапазонах концентрации носителей и магнитных полей.
2. Пиковые величины продольной проводимости в режиме целочисленного квантового эффекта Холла в случае резкого хаотического потенциала возрастают с номером уровня Ландау  $n$ . Имеет место приближенная линейная зависимость  $\sigma_{xx}^{(n)}$  от  $n$ , причем  $\sigma_{xx}^{(0)} = (0.55 \pm 0.03)e^2/h$ ,  $\sigma_{xx}^{(1)} = (1.08 \pm 0.04)e^2/h$ .
3. Увеличение корреляционной длины хаотического потенциала по сравнению с магнитной длиной приводит к увеличению ширины плато целочисленного квантового эффекта Холла и уменьшению пиковых величин продольной проводимости.
4. Наклон магнитного поля относительно оси роста приводит к подавлению расщепления линии циклотронного резонанса в разъединенных гетероструктурах InAs/GaSb.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на научных семинарах ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, университета г.Дарем (Великобритания), на международных конференциях “Nanostructures: Physics and Technology” (С.-Петербург, 2003; Новосибирск, 2007), ”International Conference on the Physics and Application of High Magnetic Fields in Semiconductor Physics” (Вюрцбург, Германия, 2006; Сан-Педро, Бразилия, 2008), ”17th International Conference on Electronic Properties of Two-dimensional Systems” (Генуя, Италия, 2007), на VI и VIII Российских Конференциях по физике полупроводников (С.-Петербург, 2003; Екатеринбург, 2007).

Публикации. По результатам исследований, проведенных в диссертации, опубликовано 7 статей в реферируемых российских и зарубежных журналах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из Введения, четырех глав, Заключения и списка литературы. Она содержит 110 страниц текста, включая 28 рисунков и 1 таблицу. Список цитируемой литературы содержит 93 наименования.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении обоснована актуальность темы исследований, сформулированы цель и научная новизна работы, перечислены основные положения, выносимые на защиту, а также изложена структура диссертации.

В первой главе выполнен исторический обзор литературы, посвященной теоретическим и экспериментальным исследованиям двумерного электронного газа в сильных магнитных полях. Раздел 1.1 посвящен обзору экспериментальных работ по наблюдению эффекта Шубникова-де Гааза в полупроводниковых структурах с двумерным электронным газом и теоретическим работам, в которых предложено описание двумерных шубниковских осцилляций в рамках так называемого самосогласованного борновского приближения. Раздел 1.2 посвящен обзору теоретических работ по целочисленному квантовому эффекту Холла, концепции скейлинга и описанию эффекта в рамках нелинейной  $\sigma$ -модели. Сформулированы главные выводы теории, область их приме-

нимости и возможности их проверки. Раздел 1.3 посвящен обзору работ, в которых экспериментальными и численными методами изучались пиковые величины продольной проводимости в режиме целочисленного квантового эффекта Холла. Показано, что имеется большой разброс в количественных данных различных литературных источников. Раздел 1.4 посвящен обзору работ по циклотронному резонансу в полупроводниковых структурах с двумерным электронным газом в поперечном и наклонном магнитных полях. Обсуждается проблема ширины и формы линии циклотронного резонанса в сильных магнитных полях, а также эффект наклона магнитного поля.

**Вторая глава** диссертации посвящена спектру носителей заряда и структуре электронных состояний в двумерных гетероструктурах в сильных магнитных полях. В разделе 2.1 сформулирована модель двумерного электронного газа в сильном магнитном поле, в рамках которой проводятся дальнейшие исследования (помимо раздела 2.6). Рассматривается случай строго нулевой температуры  $T = 0$ , межэлектронным взаимодействием и спин-орбитальными эффектами пренебрегается. Взаимодействие носителей заряда со случайно расположенными примесями и дефектами считается упругим и описывается с помощью двумерного хаотического потенциала  $V_{imp}(x, y)$ . Рассматривается случай разбеденных уровней Ландау,  $\Gamma \ll \hbar\omega_c$  (здесь  $\Gamma$  – ширина уровней Ландау). Сформулированы критерии резкого и плавного хаотического потенциалов в терминах корреляционной длины хаотического потенциала  $\lambda$  и магнитной длины  $a_H = \sqrt{\hbar c/eB}$ :  $\lambda \ll a_H$  соответствует случаю резкого хаотического потенциала,  $\lambda \gg r_c = \sqrt{2n+1}a_H$  – случаю плавного хаотического потенциала. Случай плавного хаотического потенциала реализуется экспериментально в модуляционно-легированных квантовых ямах на основе чистого материала (обычно GaAs), случай резкого хаотического потенциала – в квантовых ямах на основе твердых растворов, например  $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ . В разделе 2.2 предложен подход к вычислению плотности состояний в сильном магнитном поле, основанный на методе моментов [5]. Данный подход является строго математически обоснованным, в отличие от так называемого самосогласованного борновского

приближения, предложенного в работе [6]. Кроме того, в разделе 2.2 рассматривается вопрос о подмешивании уровней Ландау, учет которого в главном порядке по  $\Gamma/\hbar\omega_c$  необходим для последующих расчетов компонент тензора проводимости. В разделах 2.3 и 2.4 подробно изучены случаи плавного хаотического потенциала,  $\lambda \gg r_c = \sqrt{2n + 1}a_H$ , и резкого хаотического потенциала,  $\lambda \ll a_H$ . Проанализирована структура гамильтониана, плотность состояний, вид волновых функций на последовательных уровнях Ландау, подмешивание уровней Ландау. Показано, что в случае плавного хаотического потенциала плотность состояний и вид волновых функций на последовательных уровнях Ландау повторяются (в пределе  $\lambda/r_c \rightarrow \infty$ ). Для случая резкого хаотического потенциала получены точные аналитические выражения для второго  $D^{(2)}$  и четвертого  $D^{(4)}$  моментов плотности состояний. Показано, что  $D^{(2)} = \Gamma^2$  не зависит от номера уровня Ландау  $n$ , а  $D^{(4)}$  при больших  $n \gg 1$  может быть представлено в виде

$$D^{(4)} \sim \left(2 + A \frac{\ln n}{n} + \frac{B}{n} + \dots\right) \Gamma^4, \quad (1)$$

где  $A \approx 0.203$ ,  $B \approx 0.676$ . В разделе 2.5 предложена модель равномерно делокализованных уровней Ландау, в рамках которой считается, что коэффициенты разложения  $C_{n\alpha k}$  точных волновых функций по базисным,  $|\Psi_{n\alpha}\rangle = \sum_k C_{n\alpha k} |nk\rangle$ , являются случайными, некоррелированными величинами. Показано, что такая модель приводит к правильному ответу для степени подмешивания уровней Ландау, но не для плотности состояний на каждом из уровней Ландау.

Раздел 2.6 посвящен вопросу о влиянии самосогласованного электростатического потенциала  $\Phi(z)$  в квантовых ямах с несколькими заполненными уровнями размерного квантования на структуру уровней Ландау. Результаты расчетов энергии носителей от магнитного поля представлены на рис. 1 для поперечной и наклонной ориентаций магнитного поля на примере прямоугольной квантовой ямы GaAs шириной 200Å. Как хорошо видно из рис. 1(а), в определенной области магнитных полей  $B$  и концентраций носителей  $n_s$  уровни Ландау, относящиеся к разным подзонам размерного квантования, могут быть вырожденны-



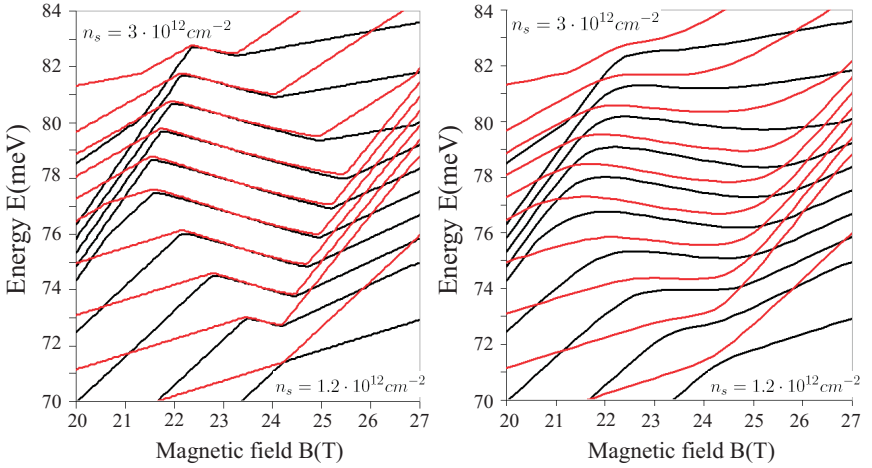


Рис. 1: Спектр электронных состояний вблизи точки пересечения первого возбужденного уровня Ландау, относящегося к основной подзоне размерного квантования, и основного уровня Ландау, относящегося к первой возбужденной подзоне размерного квантования, для различных концентраций носителей. (а) – поперечное магнитное поле,  $\alpha = 0^\circ$ , (б) – наклонное магнитное поле,  $\alpha = 2^\circ$ .

ми и иметь отрицательный наклон, который может быть вычислен аналитически для прямоугольной и параболической квантовых ям,

$$\frac{dE_{20}}{d\hbar\omega_c} = \frac{dE_{11}}{d\hbar\omega_c} = -0.5. \quad (2)$$

Многочастичное состояние, отвечающее режиму вырожденных уровней Ландау, является энергетически выгодным благодаря перераспределению заряда между двумя уровнями размерного квантования и соответствующему уменьшению кулоновской энергии. При этом расстояние между последовательными уровнями Ландау, принадлежащими одному уровню размерного квантования, остается равным  $\hbar\omega_c$ , в согласии с теоремой Кона [7]. Как видно из рис. 1(б), наклон магнитного поля относительно оси роста приводит к открытию энергетической щели между ранее вырожденными уровнями, при этом величина щели остается постоянной в тех же областях концентрации/магнитного поля.

**Третья глава** диссертации посвящена целочисленному квантовому эффекту Холла в резком и плавном хаотическом потенциале. В раз-

деле 3.1 сформулирована модель, в рамках которой проводится расчет компонент тензора проводимости двумерного электронного газа в сильных магнитных полях, дан вывод формул линейного отклика с учетом специфики систем конечных размеров. В частности, для расчета диагональной компоненты  $\sigma_{xx}$  удобно использовать следующее выражение:

$$\sigma_{xx} = \pi e^2 \hbar S D^2(E_F) \langle |v_x|^2 \rangle, \quad (3)$$

где  $D(E_F)$  – плотность состояний на уровне Ферми,  $\langle |v_x|^2 \rangle$  – усредненный по поверхности Ферми квадрат матричного элемента оператора скорости, отличный от нуля в меру подмешивания уровней Ландау, т.е. параметра  $\Gamma/\hbar\omega_c$ . В разделе 3.2 изучено влияние асимметричности хаотического потенциала на вид квантово-холловских кривых на примере отдельных примесей с гауссовским потенциалом  $V(\mathbf{r}) = V_0 \exp(-r^2/d^2)$ . В зависимости от соотношения между числом притягивающих ( $V_0 < 0$ ) и отталкивающих ( $V_0 > 0$ ) примесей факторы заполнения, соответствующие переходам между последовательными плато целочисленного квантового эффекта Холла, смещаются в левую или правую сторону относительно полуцелых значений, характерных для симметричного потенциала. Как показывает анализ имеющихся в литературе экспериментальных данных, существенное (до 30-40%) отличие критических факторов заполнения от полуцелых значений действительно имеет место в реальных структурах. Кроме того, асимметричность хаотического потенциала негативно сказывается на качестве квантово-холловских кривых, наиболее четкая картина целочисленного квантового эффекта Холла получена в расчетах для симметричного плавного потенциала (бралось  $d = 2a_H$ ). В разделе 3.3 выполнен анализ влияния конечных размеров образца на точность квантования холловской проводимости  $\sigma_{xy}$ . Хорошо известно, что строгое доказательство квантования  $\sigma_{xy}$  опирается на усреднение результата по всевозможным (периодическим, антипериодическим и т.д.) граничным условиям [8]. В области достаточно низких температур проводимость образцов малых (“мезоскопических”) размеров является уникальной характеристикой образца, отражающей распределение имеющихся в структуре примесей и дефектов [9], а зна-

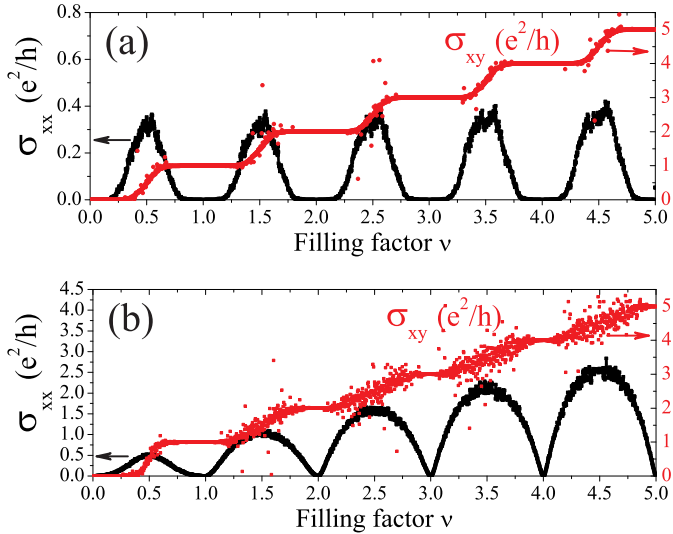


Рис. 2: Зависимости продольной и холловской проводимости от фактора заполнения  $\nu$  для (a) – плавного,  $\lambda = 4a_H$ , (b) – резкого,  $\lambda = 0.25a_H$ , хаотического потенциала.

чит соответствующего усреднения не происходит. Данные численных расчетов по отклонению  $\sigma_{xy}$  на плато от квантованного значения хорошо аппроксимируются следующей формулой:

$$\frac{\delta\sigma_{xy}}{\sigma_{xy}} \approx \frac{V}{\hbar\omega_c} \left( \frac{a_H^2}{S} \right)^b, \quad (4)$$

где  $b \approx 0.7$ . В случае образцов больших (макроскопических) соответствующая поправка оказывается ничтожной, что согласуется с экспериментально наблюдаемой точность квантования, в то время как для образцов с размерами порядка  $10^{-4}$  см  $\delta\sigma_{xy}$  может составлять  $10^{-3} - 10^{-2}$ . Подобные отклонения наблюдались экспериментально в работе [10].

В разделе 3.4 изучено влияние формы хаотического потенциала на зависимости продольной и холловской проводимостей от фактора заполнения. На рис. 2 представлены результаты расчетов для (a) – плавного,  $\lambda = 4a_H$  и (b) – резкого,  $\lambda = 0.25a_H$ , хаотического потенциалов. В случае плавного хаотического потенциала все 4 показанных на рис. 2(a)

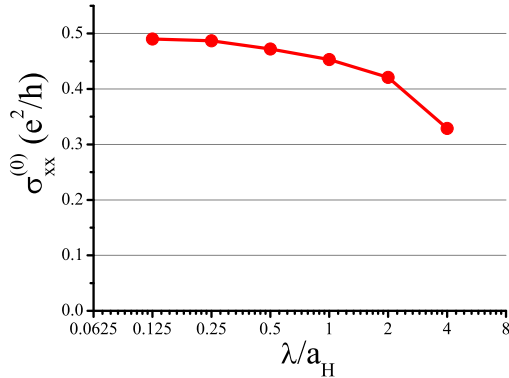


Рис. 3: Зависимость величины первого пика  $\sigma_{xx}^{(0)}$  от отношения корреляционной длины хаотического потенциала  $\lambda$  к магнитной длине  $a_H$ .

плато холловской проводимости  $\sigma_{xy}$  ярко выражены, имеют практически максимальную ширину. Пиковые величины продольной проводимости  $\sigma_{xx}^{(n)}$  не зависят от номера уровня Ландау  $n$ , составляя около  $0.35e^2/h$  при  $\lambda = 4a_H$  и уменьшаясь с ростом  $\lambda$ . Слабая зависимость пиков продольной проводимости от номера уровня Ландау и величины пиков находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными. В случае резкого хаотического потенциала лишь первое плато холловской проводимости  $\sigma_{xy}$  на рис. 2(b) является ярко выраженным, ширина же высших плато быстро уменьшается с ростом номера уровня Ландау  $n$ , что свидетельствует о сильном подавлении локализации на возбужденных уровнях Ландау  $n \geq 1$ , также в хорошем согласии с экспериментом.

Раздел 3.5 посвящен пиковым величинам продольной проводимости для резкого и плавного хаотических потенциалов. В случае плавного хаотического потенциала имеются два вклада в пиковые величины  $\sigma_{xx}$ , один из которых происходит из подмешивания вышележащего уровня Ландау и пропорционален  $n + 1$ , а другой - нижележащего и пропорционален  $n$ , в результате частичного сокращения двух вкладов результат оказывается не зависящим от  $n$ . Кроме того, поскольку подмешивание уровней Ландау происходит в меру характерных волновых векторов  $q$ , присутствующих в фурье-образе хаотического потенциала, результат

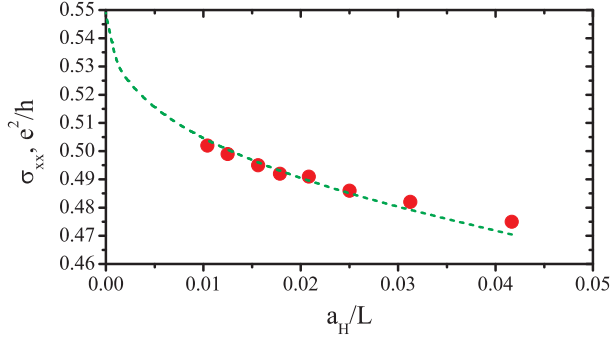


Рис. 4: Зависимость величины первого пика  $\sigma_{xx}^{(0)}$  в пределе резкого хаотического потенциала от обратного размера образца  $1/L$ . Пунктирная кривая соответствует зависимости  $\sigma_{xx}^{(0)}(L) = \sigma_{xx}^{(0)}(\infty) - \alpha L^{-y}$ , где  $\sigma_{xx}^{(0)}(\infty) = 0.55e^2/h$ ,  $y = 0.5$ .

оказывается также обратно пропорциональным корреляционной длине хаотического потенциала  $\lambda$ ,

$$\sigma_{xx}^{(n)} \propto \text{const} \cdot \lambda^{-2}. \quad (5)$$

Независимость  $\sigma_{xx}^{(n)}$  от номера уровня Ландау и убывание с ростом  $\lambda$  находятся в согласии с численными данными, представленными на рис. 2(a) и рис. 3. В случае резкого хаотического потенциала анализ пиков  $\sigma_{xx}$  требует нетривиальных предположений о структуре уровней Ландау. В частности, применение описанной в разделе 2.5 модели равномерно делокализованных уровней Ландау для расчета матричного элемента оператора скорости в формуле (3) и "полукруглой" плотности состояний [6] приводит к ответу

$$\sigma_{xx}^{(n)} = \frac{2n+1}{\pi} \frac{e^2}{h}, \quad (6)$$

что дает для первого пика ( $n = 0$ ) значение  $\sigma_{xx}^{(0)} = 1/\pi \approx 0.32e^2/h$ , существенно меньшее экспериментально наблюдаемого ( $\sim 0.5e^2/h$ ). Подстановка в формулу (3) точного выражения для максимума плотности состояний на основном уровне Ландау [11] приводит к значению  $\sigma_{xx}^{(0)} \approx 0.41e^2/h$ . Экстраполяции численных данных к бесконечному размеру образца  $L \rightarrow \infty$  дает  $\sigma_{xx}^{(0)} = (0.55 \pm 0.03)e^2/h$  (см. рис. 4).

Таким образом, усредненный квадрат матричного элемента оператора скорости в центре основного уровня Ландау оказывается больше найденного в модели равномерно делокализованных уровней Ландау,  $\langle |v_x|^2 \rangle_{exact}^{(0)} \approx 1.35 \langle |v_x|^2 \rangle_{deloc}^{(0)}$ , что компенсирует обращение  $\langle |v_x|^2 \rangle$  в нуль (локализацию) на хвостах уровней Ландау. Для первого возбужденного уровня Ландау численный расчет дает значение  $\sigma_{xx}^{(1)} = (1.08 \pm 0.04)e^2/h$ , также существенно превосходящее  $0.96e^2/h$ , рассчитанное по формуле (6).

В четвертой главе изучены особенности циклотронного резонанса в двумерном электронном газе в поперечном и наклонном магнитных полях. Раздел 4.1 посвящен спектру носителей заряда в одиночных и двойных квантовых ямах, помещенных в наклонное магнитное поле. Полное разделение переменных в такой задаче возможно лишь в специальном случае параболического потенциала конфайнмента, в случае прямоугольных квантовых ям продольная компонента магнитного поля обычно трактуется по теории возмущений либо применяются численные методы. Однако для описания основного состояния, представляющего главный интерес в сильных магнитных полях, возможно использование вариационной волновой функции

$$\Psi_0(y, z) = \left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{a(y-bz)^2}{2}\right) \exp\left(-\frac{cz^2}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{2}\right). \quad (7)$$

Вариационные параметры  $a$ ,  $b = \tan \varphi$  и  $c$  имеют наглядный физический смысл – они описывают изменение эффективной магнитной длины, наклон циклотронной траектории относительно плоскости квантовой ямы и сжатие волновой функции вдоль оси квантовой ямы, характерное для случая продольного магнитного поля. Наиболее простая форма ответа может быть получена, если из трех вариационных параметров оставить только  $b$ ,

$$E_0 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* l^2} + \frac{1}{2} \hbar \omega_c \cos \alpha \left( 1 + \frac{\beta^2 \sin^2 \alpha}{2 \cos \alpha (\beta_0 + \beta \cos \alpha)} \right), \quad (8)$$

где  $\beta = eBl^2/(4\hbar c)$ ,  $l$  – ширина квантовой ямы,  $\beta_0 = 3\pi^2/[2(\pi^2-6)] \approx 3.8$ . В случае двойной квантовой ямы со слабопроницаемым барьером главный эффект наклонного магнитного поля сводится к сдвигу состояний в

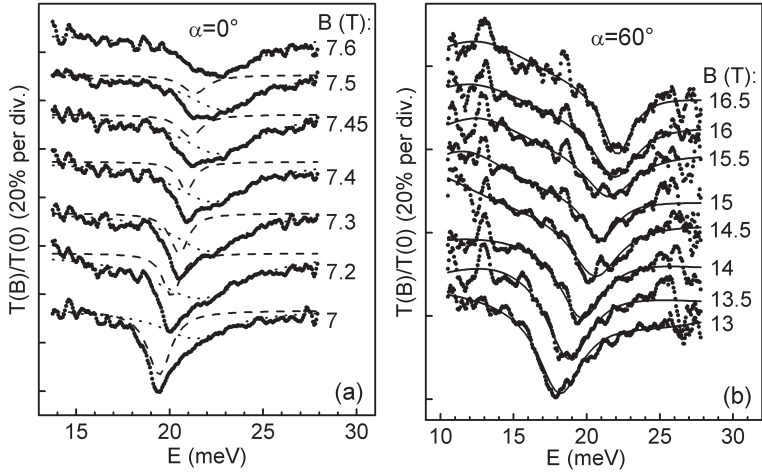


Рис. 5: Спектры циклотронного резонанса в гетероструктуре InAs/GaSb в (a) поперечном магнитном поле; (b) наклонном магнитном поле.

каждой из ям на расстояние  $l \tan(\alpha)/2$  вдоль проекции наклонного магнитного поля на плоскость квантовой ямы (здесь  $l$  – ширина каждой из ям). В результате зависимость энергетического расщепления между нижними уровнями от угла наклона  $\alpha$  имеет вид:

$$\frac{\Delta}{\Delta_0} \simeq \exp \left[ -\frac{\beta \sin^2 \alpha}{\cos \alpha (1 + \beta \cos \alpha / \beta_0)^2} \right], \quad (9)$$

где  $\Delta_0$  – расщепление в нулевом магнитном поле.

В разделе 4.2 изучено влияние наклона магнитного поля на циклотронный резонанс в разьединенных гетероструктурах II типа InAs/GaSb. Экспериментальные данные по циклотронному резонансу, приведенные на рис. 5, показывают, что расщепление линии циклотронного резонанса, имеющее место в поперечных магнитных полях, исчезает при повороте магнитного поля на угол  $\alpha \approx 60^\circ$ . Причиной расщепления линии служит подмешивание электронных состояний из квантовой ямы InAs и дырочных состояний из слоя GaSb на гетерогранице. Расчеты величины расщепления, проведенные в рамках восьмизонной модели Кейна, находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

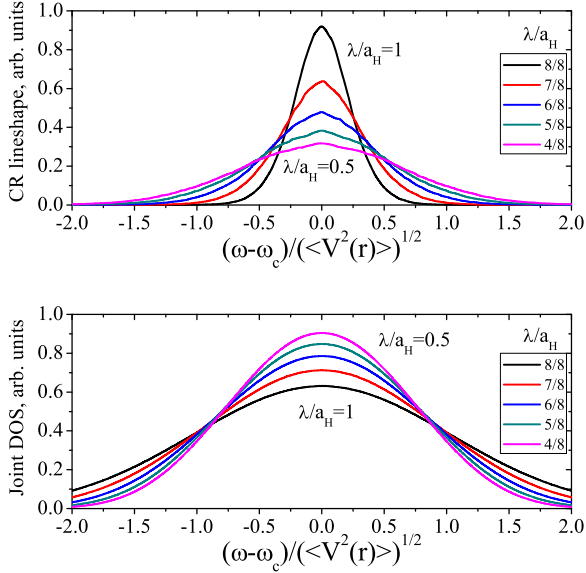


Рис. 6: Форма линии циклотронного резонанса (а) и совместной плотности состояний нижних уровней Ландау (b) для хаотических потенциалов с разным отношением корреляционной длины  $\lambda$  к магнитной длине  $a_H$  при фиксированной амплитуде хаотического потенциала  $V = \sqrt{\langle V_{imp}^2(\mathbf{r}) \rangle}$ .

Поскольку экспериментально наблюдаемая величина расщепления составляет 1-2 meV, т.е. много меньше энергий электронных и дырочных состояний самих по себе, гетерограница InAs/GaSb играет роль слабопроницаемого барьера, и для оценки влияния наклона магнитного поля может быть использована формула (9). В результате  $\Delta/\Delta_0 \approx 0.3$ , т.е. наклон магнитного поля на  $60^\circ$  приводит к трехкратному уменьшению величины расщепления, которое экспериментально не детектируется.

Раздел 4.3 посвящен вопросу о влиянии вида хаотического потенциала примесей и дефектов на форму и ширину линии циклотронного резонанса в области наиболее низких температур (в режиме целочисленного квантового эффекта Холла). В наиболее простом приближении можно пренебречь корреляциями в структуре соседних уровней Ландау, опти-



ческие переходы между которыми и определяют форму линии и воспользоваться для расчета усредненного квадрата матричного элемента моделью равномерно делокализованных уровней Ландау, описанной в разделе 2.5. В этом приближении коэффициент поглощения определяется сверткой плотностей состояний уровней Ландау с номерами  $n$  и  $n + 1$ ,

$$\alpha \propto \text{Re } \sigma_{xx}(\omega) \propto \frac{1}{\hbar\omega} \int_{E_F - \hbar\omega}^{E_F} D_n(E) D_{n+1}(E + \hbar\omega) dE. \quad (10)$$

Сравнение результатов численных расчетов формы линии циклотронного резонанса с последовательным учетом локализации носителей и по формуле (10) представлено на рис. 6 для хаотических потенциалов с различным отношением корреляционной длины к магнитной длине  $\lambda/a_H$ . Как видно из сравнения рис. 6(a) и рис. 6(b), соотношение (10), отождествляющее ширину линии циклотронного резонанса и ширину уровней Ландау, приближенно выполняется лишь для случая резкого хаотического потенциала,  $\lambda \ll a_H$ . При увеличении  $\lambda$  совместная плотность состояний несколько уширяется, в то время как ширина линии циклотронного резонанса быстро убывает, при  $\lambda = a_H$  ширины спектров отличаются уже более чем в три раза. Причиной резкого уменьшения ширины линии циклотронного резонанса с ростом параметра  $\lambda/a_H$  служит квазиклассический характер локализации в случае плавного хаотического потенциала, при этом разрешены оптические переходы лишь между состояниями, разность энергий которых мало отличается от циклотронной по сравнению с шириной уровней Ландау. Таким образом, вид хаотического потенциала примесей и дефектов существенно сказывается не только на качестве плато целочисленного квантового эффекта Холла и пиковых величинах продольной проводимости, но и на форме и ширине линии циклотронного резонанса.

**В Заключении** обобщены основные результаты работы:

1. Аналитически и численно изучен спектр носителей заряда и структура двумерных электронных состояний в сильном магнитном поле в рамках модели невзаимодействующих носителей, находящихся в хаотическом потенциале примесей и дефектов, амплитуда которого мень-

ше циклотронной энергии. Предложен подход к вычислению плотности состояний, основанный на методе моментов.

2. Предложена модель равномерно делокализованных уровней Ландау, в рамках которой коэффициенты разложения волновых функций, отвечающих движению в магнитном поле и хаотическом потенциале, по базисным волновым функциям считаются случайными величинами, некоррелированными с конкретной реализацией хаотического потенциала. Показано, что в рамках такой модели получается правильный ответ для степени подмешивания уровней Ландау, но не для плотности состояний.

3. Изучено влияние самосогласованного электростатического потенциала на спектр двумерных электронных состояний в сильном магнитном поле при условии заполнения более чем одной подзоны размерного квантования. Показано, что в случае строго поперечной ориентации имеются диапазоны концентраций/магнитных полей, в которых реализуется вырождение двух или более уровней Ландау, относящихся к разным подзонам размерного квантования. Наклон магнитного поля относительно оси квантовой ямы приводит к возникновению энергетической щели между этими уровнями, однако величина щели остается практически постоянной в том же диапазоне параметров.

4. Изучено влияние асимметричности хаотического потенциала на квантово-холловские кривые. Показано, что асимметрия хаотического потенциала приводит к двум эффектам: уменьшению ширины плато целочисленного квантового эффекта Холла и сдвигу факторов заполнения, соответствующих переходам между соседними плато, в сторону больших или меньших целых значений в зависимости от притягивающего или отталкивающего характера потенциала превалирующих примесей.

5. Показано, что вид хаотического потенциала примесей оказывает существенное влияние на зависимости компонент тензора проводимости от фактора заполнения. В случае плавного хаотического потенциала плато целочисленного квантового эффекта Холла ярко выражены, а их ширина практически не зависит от номера плато. Пиковые величи-

ны продольной проводимости в этом случае также не зависят от номера уровня Ландау  $n$ , уменьшаясь с ростом корреляционной длины потенциала  $\lambda$ .

6. Уменьшение корреляционной длины хаотического потенциала  $\lambda$  приводит к сужению квантово-холловских плато вследствие ухудшения условий локализации. В случае резкого хаотического потенциала ярко выраженными остаются лишь несколько первых плато, а пиковые величины продольной проводимости приобретают приближенно линейную зависимость от номера уровня Ландау  $n$ . Величина первого пика, соответствующего  $n = 0$ , составляет  $0.55e^2/h$ , второго пика, соответствующего  $n = 1$ , равна  $1.08e^2/h$ .

7. Показано, что отличие рассчитанного пикового значения  $\sigma_{xx}^{(0)} \approx 0.55e^2/h$  от предсказываемого в рамках самосогласованного борновского приближения значения  $0.32e^2/h$  связано с двумя факторами – поправкой к квадрату плотности состояний, составляющей 28%, и поправкой к усредненному квадрату матричного элемента оператора скорости, составляющей 35%.

8. Изучен спектр электронных состояний в одиночной и двойной прямоугольных квантовых ямах в наклонном магнитном поле. Предложена наглядная вариационная волновая функция, с высокой точностью описывающая энергию основного состояния. Получена простая формула для оценки степени подавления расщепления симметричного и антисимметричного состояний в двойных квантовых ямах наклонным магнитным полем.

9. Показано, что наклонное магнитное поле подавляет экспериментально наблюдаемое в разъединенных гетероструктурах II типа InAs/GaSb расщепление линии циклотронного резонанса, связанное с подмешиванием электронных и дырочных состояний.

10. Изучен циклотронный резонанс в условиях целочисленного квантового эффекта Холла. Показано, что вид хаотического потенциала примесей и дефектов существенно влияет на ширину и форму линии циклотронного резонанса.

Основные результаты диссертационной работы изложены в следующих публикациях:

- [A1] А.А. Грешнов, Э.Н. Колесникова, Г.Г. Зегря. Пиковые величины продольной проводимости в режиме целочисленного квантового эффекта Холла для резкого и плавного хаотических потенциалов // *ЖЭТФ* **134**, 577–586 (2008).
- [A2] A.A. Greshnov, G.G. Zegrya. Theory of  $\sigma_{xx}$  peaks in the IQHE regime with correlated disorder potential // *Physica E* **40**, 1185–1188 (2008).
- [A3] А.А. Грешнов, Г.Г. Зегря. Целочисленный квантовый эффект Холла в коррелированном хаотическом потенциале // *ФТП* **41**, 1347–1352 (2007).
- [A4] А.А. Грешнов, Э.Н. Колесникова, Г.Г. Зегря. Точность квантования холловской проводимости в образце конечных размеров: степенной закон // *ФТП* **40**, 93–97 (2006).
- [A5] А.А. Грешнов, Г.Г. Зегря, Ю.Б. Васильев, С.Д. Сучалкин, Б.Ю. Мельцер, С.В. Иванов, П.С. Кошнев. Циклотронный резонанс в гетероструктуре InAs/GaSb в наклонном магнитном поле // *Письма ЖЭТФ* **76**, 258–262 (2002).
- [A6] A.A. Greshnov, E.N. Kolesnikova, G.G. Zegrya. Spectrum of carriers and optical properties of 2d heterostructures in tilted magnetic field // *Int. J. Nanosci.* **2**, 401–404 (2003).
- [A7] А.А. Грешнов, Г.Г. Зегря. Эффекты самосогласованного электростатического потенциала в квантовых ямах с несколькими уровнями размерного квантования в сильных магнитных полях // *ФТП* **42**, 994–997 (2008).

#### Список литературы

- [1] *Shik A. Quantum Wells: Physics and Electronics of Two-dimensional Systems.* — World Scientific, 1997.

- [2] *Бонч-Бруевич В. Л., Калашиников С. Г.* Физика полупроводников. — М. Наука, 1990.
- [3] Landau Level Spectroscopy / Ed. by G. Landwehr, E. I. Rashba. — North-Holland, 1990.
- [4] *von Klitzing K., Dorda G., Pepper M.* Realization of a resistance standart based on fundamental constants // *Phys. Rev. Lett.* — 1980. — Vol. 45. — P. 494.
- [5] *Kuehnel F., Pryadko L. P., Dykman M. I.* Single-electron magnetoconductivity of a nondegenerate two-dimensional electron system in a quantizing magnetic field // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Vol. 63. — P. 165326.
- [6] *Ando T., Uemura Y.* Theory of quantum transport in a two-dimensional electron system under magnetic fields. I. Characteristics of level broadening and transport under strong fields // *J. Phys. Soc. Jpn.* — 1974. — Vol. 36. — P. 959.
- [7] *Kohn W.* Cyclotron resonance and de Haas-van Alphen oscillations of an interacting electron gas // *Phys. Rev.* — 1961. — Vol. 123. — P. 1242.
- [8] *Niu Q., Thouless D. J., Wu Y.-S.* Quantized Hall conductance as a topological invariant // *Phys. Rev. B.* — 1985. — Vol. 31. — P. 3372.
- [9] *Imry Y.* Introduction to Mesoscopic Physics. — Oxford University Press, 1997.
- [10] *Cobden D. H., Kogan E.* Measurement of the conductance distribution function at a quantum Hall transition // *Phys. Rev. B.* — 1996. — Vol. 54. — P. R17316.
- [11] *Wegner F.* Exact density of states for lowest Landau level in white noise potential superfield representation for interacting systems // *Z. Phys. B.* — 1983. — Vol. 51. — P. 279.