

УЧРЕЖДЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

Петербургский Институт Ядерной Физики

им. Б.П. Константинова РАН

На правах рукописи

АРИСТОВ Дмитрий Николаевич

**КОРРЕЛЯЦИИ И ТРАНСПОРТ В НЕИДЕАЛЬНЫХ
ЛАТТИНДЖЕРОВСКИХ ЖИДКОСТЯХ**

Специальность:

01.04.02 — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург

2009

Работа выполнена в Учреждении Российской Академии Наук
Петербургском Институте Ядерной Физики им. Б.П. Константинова РАН

Официальные оппоненты:

д. ф.-м. н., с.н.с., Валентин Юрьевич Качоровский
Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН

д. ф.-м. н. профессор, Константин Абрамович Кикоин
Тель-Авивский Университет

д. ф.-м. н., с.н.с., Игорь Михайлович Суслов
Институт Физических Проблем им. П.Л. Капицы РАН

Ведущая организация: Институт Теоретической Физики им. Л.Д. Ландау
РАН, Черноголовка

Защита состоится _____ 2009 г. в ____ часов на заседании дис-
сертационного совета Д 002.205.02 Физико-технического института им. А. Ф.
Иоффе РАН, 194021, Санкт-Петербург, Политехническая 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Отзывы об автореферате в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба
высылать по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря диссертаци-
онного совета.

Автореферат разослан _____ 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного совета

доктор физико-математических наук, профессор

Л. М. Сорокин

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Классическая физика одномерных систем привлекала внимание исследователей с середины XIX века, после наблюдения Расселом уединенной волны в узком канале. Изучение этого нелинейного явления, известного теперь как “солитон”, привело к появлению целых областей математической физики. Квантовые одномерные системы привлекали внимание теоретиков начиная с 1930-х годов, с момента формирования современной квантовой теории, в первую очередь потому, что допускали точные решения многочастичных проблем (анзац Бете, модель Изинга) и позволяли необычные конструкции, ограниченные одним пространственным измерением (работы Йордана и Вигнера). Почти полвека такие одномерные модели служили, в основном, “игрушкой” теоретиков, на которых отрабатывались важные концепции, и которые позволяли углубленное изучение проблем, слишком сложных в реальном физическом пространстве.

Ситуация начала быстро меняться, начиная с конца 1980-х годов, когда успехи в технологии позволили получать соединения с ярко выраженными анизотропными свойствами, которые могут служить прототипами многих одномерных моделей. Это дало огромный импульс теоретическому изучению таких моделей, но также и стимулировало постановку новых экспериментов для проверки ряда необычных предсказаний теории.

За прошедшие более полувека теоретических изысканий были сформулированы целостные подходы к описанию взаимодействующих фермионов в одном пространственном измерении. Регулярное изложение таких подходов в применении к задачам теории конденсированного состояния дается в недавно вышедших монографиях [24, 25]. Здесь лишь укажем, что изучаемая в диссертации физика одномерных систем обладает рядом особенностей, среди них отсутствие дальнего порядка ввиду сильных квантовых флуктуаций и важ-

ная роль межчастичных взаимодействий. Как и в случае систем фермионов в старших размерностях, определяется основное состояние (вакуум) и элементарные возбуждения (квазичастицы). Основное состояние есть продукт сильных корреляций и обычно является т.н. *латтинджеровской жидкостью*. Основополагающими здесь являются подход Томонаги (1950 г.), представляющий флуктуации электронной плотности в виде бозонного объекта (аналогичного полю смещения для фононов), и точное решение Латтинджера для системы фермионов со взаимодействием (1963 г.). Дальнейшим развитием метода Томонаги явилась т.н. бозонизация (ряд авторов, 1974 г.), представляющая оператор фермиона как экспоненту от бозонного поля. Собственно термин “латтинджеровская жидкость” был введен позднее (Халдейн, 1981) и широко используется в настоящее время для класса систем, в которых асимптотическое поведение корреляционных функций неуниверсально, т.е. зависит от взаимодействия между частицами.

Следует напомнить, что многие одномерные модели решены точно, при этом понятие точного решения обычно относится к нахождению спектра системы. Как правило, оказывается, что спектр системы в длинноволновом пределе имеет простой вид, качественно схожий для вполне различных моделей. В то же время задача вычисления квантовомеханических средних может быть весьма нетривиальна и приводит к разнообразию вида наблюдаемых корреляций.

Преимущество упомянутого метода бозонизации заключается в том, что он позволяет аккуратное вычисление наблюдаемых в физически интересной области больших времен и расстояний, при этом полностью или почти полностью учитывая эффекты взаимодействия. Данный метод интенсивно используется в физике твердого тела с начала 1990-х, однако ему присущи и определенные недостатки. Так, зачастую неясно, как повлияет на ответы на-

рушение изначальных идеализированных предположений, лежащих в основе метода. Кроме того, существует тенденция теоретиков слегка поправлять изначальную постановку задачи для достижения возможности полного решения в частных случаях.

Сама по себе идеализация всегда служила важным инструментом теоретического анализа, однако при сравнении с экспериментом крайне важно также понимать значение деталей, нарушающих идеальность моделей. Следует также отметить, что типическая идеальная постановка задачи в одном пространственном измерении подразумевает т.н. интегрируемость, т.е. бесконечное число независимых интегралов движения в системе. В то же время, ряд важных физически наблюдаемых эффектов возникает исключительно благодаря неидеальности системы. Поэтому исследование влияния разного рода неидеальностей для латтинджеровской жидкости в настоящее время является актуальной задачей.

Подчеркнем, что в старших пространственных размерностях эффекты взаимодействия обычно слабее и идеальное состояние ассоциируется с газом свободных частиц. Особенность же анализа одномерных систем состоит в том, что слабая неидеальность может рассматриваться как некоторое возмущение, но исходным невозмущенным объектом служит уже сильнокоррелированное состояние системы со взаимодействием.

Цель работы. Теоретическое исследование влияния ряда возмущений на наблюдаемые свойства сильнокоррелированных одномерных систем. В частности, предполагалось исследование :

1. влияния кривизны дисперсии фермионов на свойства латтинджеровской жидкости,
2. влияния близости к переходу металл-диэлектрик,
3. влияния сильной примеси на транспорт в квантовой проволоке,

4. эффектов, связанных с подвижностью электронов в допированном антиферромагнетике Гейзенберга.

Методы исследования. В диссертации используются методы бозонизации, диаграммной техники функций Грина, анализа квазиклассического действия, компьютерные символьные вычисления.

Научная новизна. В представленной работе получен ряд новых результатов.

1. Подробно рассмотрено влияние кривизны фермионной дисперсии на наблюдаемые в Латтинджерской жидкости. Проведено аккуратное вычисление коэффициента кулоновского увлечения (падение напряжения в первом проводе, при пропускании тока через близко расположенный второй провод), который в отсутствие беспорядка возникает при одновременном наличии взаимодействия и кривизны. Показан непертурбативный режим кулоновского увлечения при низких температурах для одинаковых проводов.

2. Построена теория латтинджерской жидкости с (сильной) примесью. В диссертации примесь характеризуется S -матрицей рассеяния и показано, что задача допускает формулировку в терминах (неабелевой) алгебры токов. Проанализированы первые члены ряда теории возмущений по взаимодействию фермионов. На основе этого выделена и просуммирована главная последовательность линейных логарифмических поправок к кондактансу, тем самым найдена непертурбативная β -функция в ренорм-групповом подходе. Полученное аналитическое выражение для кондактанса согласуется и обобщает результаты, полученные ранее методом (абелевой) бозонизации.

3. Рассмотрен вопрос корреляций в модели синус-Гордон в присутствии конденсата кинков, которая является бозонным аналогом сильнокоррелированной модели фермионов с дальним действием и вблизи соизмеримого заполнения. Проведен квазиклассический анализ основного состояния и спектра

возбуждений. Вычислены наблюдаемые восприимчивости и спектр оптического поглощения такой системы.

4. Изучена магнитная динамика гейзенберговского магнетика, допированного подвижными дырками. Рассмотрение проведено на основе двухзонной t - J модели цепочек CuO в высокотемпературном сверхпроводнике YBCO . В специальном случае модель допускает точное решение и нахождение динамических корреляций в замкнутом виде. Сделаны полуколичественные предсказания относительно формы и величины динамического структурного фактора спинов.

5. Исследовано влияние взаимодействия Дзялошинского-Мории (ДМ) на вид спиновой восприимчивости в одномерных спиновых моделях. Показано, что с помощью унитарного преобразования ДМ взаимодействие исчезает из гамильтониана, но остается на уровне наблюдаемых. Предсказанная несоизмеримость функции отклика подтверждается экспериментами по рассеянию нейтронов.

Практическая ценность работы. Результаты работы могут быть использованы при исследованиях квазиодномерных объектов где квантовые эффекты и эффекты взаимодействия играют значительную роль. Построенная теория позволяет систематически учитывать эффекты кривизны дисперсии в латтинджеровской жидкости. Разработанный подход анализа кондактанса неидеальной квантовой проволоки является перспективным методом для обсуждения неравновесных процессов в сильнокоррелированных системах. Ряд предсказаний теории для магнитных соединений был успешно проверен экспериментально.

Публикации. Основные результаты диссертации изложены в работах [1–12], список которых приводится в конце автореферата.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладыва-

лись и обсуждались на международных конференциях: European Conference on Mesoscopic Physics, Порто 2001; Strong correlations in reduced dimensions, Триест 2001; 28th Conference MECO in Statistical Physics, Саарбрюкен 2003; HERAEUS Workshop: Дрезден 2003; Intl Conference SCES-04, Карлсруэ 2004; The Workshop NanoPeter, С.-Петербург 2005 и 2006; Workshop on Theoretical and Mathematical Physics, С.-Петербург 2007; Intl Workshop on “New frontiers in quantum impurity physics: from nanostructures to molecular devices”, Дрезден 2007; Intl Symposium at the Weizmann Institute, Реховот 2007; Niels Bohr Academy, Копенгаген 2008; Intl Conference on “Exact Renormalization Group”, Гейдельберг 2008; на Международной школе XVII Ural Intl Winter School on Physics of Semiconductors, Екатеринбург 2008; Школах ПИЯФ 2007, 2008, а также на научных семинарах в ПИЯФ РАН, ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, в университетах и институтах Копенгагена, Аархуса, Штуттгарта, Бохума, Карлсруэ, Триеста, Вюрцбурга, Парижа и Мюнхена.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из Введения, 5 глав основной части, главы приложений, списка литературы. Объем диссертации составляет 243 стр., включая 23 рисунка. Список литературы состоит из 161 наименований.

Содержание работы

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, сформулированы цель и научная новизна работы, приводится краткое содержание работы, перечисляются основные результаты.

В первой главе рассматривается влияние кривизны в фермионной дисперсии на наблюдаемые свойства латтинджеровской жидкости. [2] Мы пользуемся техникой бозонизации, в которой кривизна является несущественным взаимодействием, описывающим распад томонаговских бозонов (плазмонных мод). Во всех возможных случаях мы устанавливаем соответствие между бо-

зонизацией и стандартным фермионным подходом. Проанализированы модификации в корреляционных функциях плотности, возникающие за счет кривизны при конечных температурах, T . Важным приложением разработанного подхода является анализ эффекта кулоновского увлечения при малых передачах импульса между двумя латтинджеровскими жидкостями, который, в отсутствие примесного рассеяния, возможен только благодаря кривизне. [17]

При анализе многочастичных эффектов для фермионов в одном пространственном измерении принято вводить понятие т.н. хиральных фермионов, принадлежащих одной из двух окрестностей импульса Ферми $\pm k_F$. [24, 25] Эти условно “правые” и “левые” фермионы, $\psi_R(x), \psi_L(x)$, определяют плавную часть флуктуирующей фермионной плотности $\rho(x) = R + L$ где нормально упорядоченные части хиральных плотностей $R \equiv \psi_R^\dagger \psi_R$ и $L \equiv \psi_L^\dagger \psi_L$, Главное утверждение (абелевой) бозонизации, которое восходит к работе Томонаги [38], заключается в том, что свободные хиральные фермионы с линейной дисперсией эквивалентны квадратичной форме по хиральным плотностям : $-i\psi_R^\dagger \partial_x \psi_R = \pi R^2, i\psi_L^\dagger \partial_x \psi_L = \pi L^2$ причем выполняются коммутационные соотношения Каца-Муди $[R(x), R(y)] = -[L(x), L(y)] = \frac{i}{2\pi} \partial_x \delta(x - y)$. В дальнейшем было также показано [26, 35], что квадратичная дисперсия фермионов приводит к другому важному соотношению : $\psi_R^\dagger \frac{(i\partial_x)^2}{2m} \psi_R = \frac{2\pi^2}{3m} R^3$. Для рассматриваемой проблемы кулоновского увлечения полезно также привести еще один способ понимания этих формул. В одном пространственном измерении для линейного закона дисперсии коррелятор электронной плотности имеет вид, $\langle RR \rangle_{q\omega} \sim q/(v_F q - \omega)$, что соответствует распространению идеального бозона. Хорошо известно, [19] что для линейного закона дисперсии фермионные диаграммы, представляющие собой петли – многохвостки, обращаются в нуль. Вместе с тем, кривизна фермионной дисперсии приводит к ненулевому значению для суммы процессов, изображенных треугольными

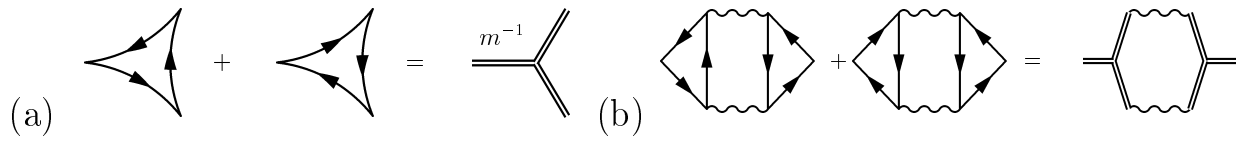


Рис. 1. (a) Фейнмановские диаграммы представляющие нелинейный отклик фермионной системы. (b) Первые диаграммы для кулоновского увлечения в фермионном формализме и их аналог в бозонизации.

диаграммами Рис. 1a ; простой анализ показывает, что фермионное выражение асимптотически соответствует трем свободным бозонным пропагаторам, соединенным вершиной взаимодействия - кривизной. Это наблюдение важно для последующего анализа эффекта увлечения, который в минимальном порядке дается диаграммами Рис. 1b.

Для невзаимодействующих фермионов прямолинейная попытка оценить “время жизни” бозона путем вычисления поправок по теории возмущений (ТВ) за счет кривизны как амплитуды распада приводит к сингулярностям “на световом конусе”, т.е. $v_F q = \pm \omega$. Это происходит за счет одновременного закона сохранения энергии и импульса в вершине распада бозонов, и физически соответствует тому, что коррелятор электронной плотности $\chi(q, \omega)$ имеет существенно нелоренцевский вид. Вычисление с помощью фермионов дает, например, в пределе нулевой температуры : $\text{Im } \chi = \frac{m}{2q} \Theta(1 - |\Omega|)$ где $\Omega = (\omega - qv_F)/w_q$, $w_q = q^2/(2m)$, и $\Theta(x) = 1$ при $x > 0$. Можно показать, что поправки в бозонной ТВ по $1/m$ соответствуют асимптотическому разложению $\chi(q, \omega)$ по кривизне. По всей видимости, в бозонной теории необходимо учесть бесконечное количество диаграмм для достижения того ответа, который очевиден в фермионном формализме. [2, 37] Поскольку результат такого суммирования известен заранее, то можно использовать его в тех (немногих) случаях, когда становятся важны детали вида пропагатора плотности свободных фермионов. [2, 33] Подчеркнем, что такого рода вершина взаимодействия, которая приводит к сингулярностям, соответствует распаду хирального бозона

на два бозона той же хиральности и существует даже в отсутствие собственно фермионного взаимодействия.

Модель Латтинджера определяется, в отсутствие кривизны дисперсии, путем добавления короткодействующего взаимодействия между правыми и левыми хиральными плотностями, $g_2 RL$. Члены с кривизной дисперсии $\sim m^{-1}(R^3 + L^3)$ имеют формальную скейлинговую размерность 3 и потому не могут повлиять на вид низколежащего спектра; однако же, они влияют на ряд наблюдаемых.

Спектр квадратичной часть бозонного гамильтониана легко находится, что и составляет суть точного решения. Соответствующее $u - v$ преобразование Боголюбова приводит гамильтониан к диагональному виду в терминах новых операторов хиральных плотностей, \tilde{R}, \tilde{L} , подчиняющихся тем же коммутационным соотношениям. Мы имеем

$$H = \pi v \left(\tilde{R}^2 + \tilde{L}^2 \right) + \frac{\alpha_1}{3} (\tilde{R}^3 + \tilde{L}^3) + \frac{\alpha_2}{2} (\tilde{R}^2 \tilde{L} + \tilde{R} \tilde{L}^2),$$

$$\alpha_1 = \frac{\pi^2}{m} \frac{3 + K^2}{2\sqrt{K}}, \quad \alpha_2 = \frac{\pi^2}{m} \frac{(K^2 - 1)}{\sqrt{K}},$$

где v скорость плазмонов с учетом взаимодействия, $K \simeq 1 - g_2/(2\pi v_F)$ - т.н. параметр Латтинджера ($K < 1$ в случае отталкивания и $K = 1$ для свободных фермионов). Можно видеть, что помимо появления эффективной массы $1/m \rightarrow \alpha_1$ в выражении прежнего типа, $\tilde{R}^3 + \tilde{L}^3$, взаимодействие g_2 приводит к появлению нового аномального типа вершины, которая смешивает правую и левую плотности.

Можно показать, что аномальная вершина распада плазмонов приводит к “хвосту” коррелятора плотности вида

$$\begin{aligned} \text{Im} \langle \rho \rho \rangle_{\omega q} &\simeq \frac{\gamma}{2k_F^2} \frac{v_F q^4}{(\omega^2 - q^2 v^2)} \left[\coth \left(\frac{\omega + vq}{4T} \right) + \coth \left(\frac{\omega - vq}{4T} \right) \right], \\ &\simeq \frac{\gamma}{k_F^2} \frac{4v_F q^4 \omega T}{(\omega^2 - q^2 v^2)^2}, \quad T \gtrsim |\omega|, |qv| \end{aligned}$$

где $\gamma = K(K^2 - 1)^2/64$. Это выражение обобщает полученные ранее результаты [17, 37] на случай конечных взаимодействий и температур.

При анализе эффекта кулоновского увлечения рассматривается система двух проводов, связанных (экранированным) взаимодействием u_{12} типа рассеяние вперед, квадратичный гамильтониан вновь диагонализуеться точно для произвольных параметров системы. Кубические члены по бозонам при появлении смешивающих взаимодействий теперь описывают всевозможные распады с участием четырех мод, правых (левых) плазмонов в верхнем (нижнем) проводе, в общем случае рассмотрено 10 типов вершин.

Мы вычисляем оптическую транспроводимость, пользуясь формулой Кубо. Используя т.н. оптическое правило сумм [12], мы обосновываем формулу функции памяти (memory function) и выводим коэффициент увлечения, при этом обобщая формулы на нетривиальный случай идентичных проводов.

Оказывается, что коэффициент увлечения при низких температурах возникает в четвертом порядке ТВ по кривизне, что является технически сложной задачей, поскольку приходится рассматривать 10 типов распадных вершин, а вычисления при этом необходимо проводить при конечных температурах. Для этого при вычислении фейнмановских диаграмм удобно применять метод сечений, который нечасто используется в физике твердого тела и достаточно подробно изложен в диссертации. Графически суть метода поясняется на Рис. 2, 3 и заключается в классификации диаграмм по числу и типу линий Грина в сечении, делящем диаграмму для наблюдаемой восприимчивости на

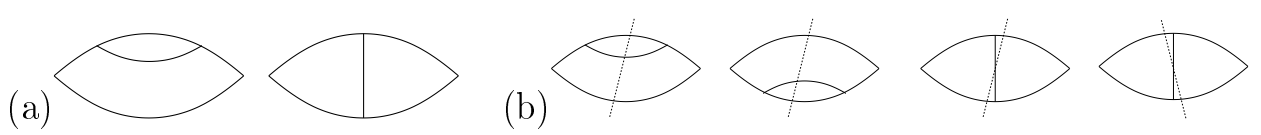


Рис. 2. (а) Скелетные диаграммы, изображающие бозонные процессы, определяющие эффект увлечения при низких температурах. (б) Четыре сечения, соответствующие этим двум скелетным диаграммам.

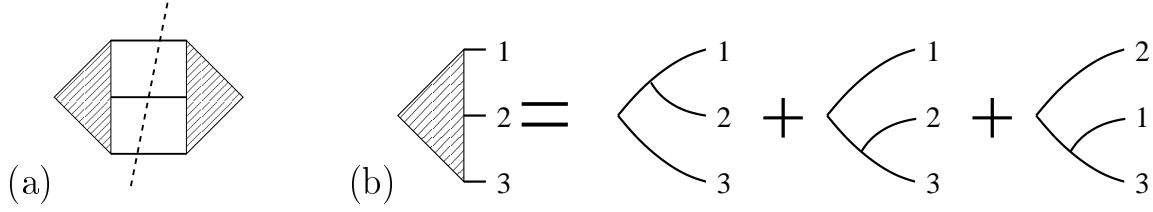


Рис. 3. (а) Главный вклад в низкотемпературный коэффициент увлечения дается диаграммами с тремя пропагаторами в сечении. (б) Вклад первого порядка по кривизне в вершинную часть такой диаграммы.

две части. Анализ показывает, что метод сечений становится эффективным в режиме низких температур, когда можно пренебречь конечной шириной нелоренцевского “ядра” пропагатора фермионной плотности. Критерием низких температур является условие $T \ll T_1 = k_F \sqrt{(v_1 - v_2)^2 + u_{12}^2}$, здесь $v_{1,2}$ плазмонные скорости в проводах, при исчезающей кривизне, $k_F = mv_F \rightarrow \infty$, этот критерий выполняется всегда.

После достаточно длинных вычислений мы приходим к окончательному ответу для наиболее интересного случая почти совпадающих проводов при низких температурах. Полученное общее выражение для транссопротивления может быть упрощено в случае проводов с различными плазмонными скоростями $|v_1 - v_2| \gg u_{12}$; мы имеем при $T < T_1 \simeq (v_1 - v_2)k_F$:

$$R_{12} \sim \frac{T^5}{v_F E_F^2 T_1^2} \frac{U_{12}^2 (1 - K)^2}{v_F^2}$$

Для идентичных же проводов ($v_1 = v_2$) при низких температурах, $T < T_1 \simeq$

$U_{12}k_F$ мы получаем

$$R_{12} \sim \frac{T^5}{v_F E_F^3 T_1}$$

Здесь параметрически большой множитель, $\sim 1/U_{12}$ показывает непертурбативный характер полученного ответа, но не означает реального усиления эффекта увлечения, в силу общей степенной малости $\sim T^5$.

При высоких температурах, $T \gtrsim T_1$, конечная ширина ядра пропагатора плотности приводит к тому, что коэффициент увлечения определяется уже при рассмотрении второго порядка по кривизне. Этот высокотемпературный режим существенно непертурбативен при прямолинейном применении бозонизации, но легко описывается на языке фермионов, с модифицированной эффективной массой, согласно формулам выше, см. [17, 33] Ответ для сопротивления увлечения при $T > T_1$ дается выражением $R_{12} \sim \frac{T_1^2 T^2}{v_F E_F^3}$. При температуре $T = T_1$ происходит кроссовер между описанными режимами T^2 и T^5 .

Сравнивая бозонизацию с фермионным подходом на примере задачи о кулоновском увлечении, мы наблюдаем взаимодополняющий характер этих методов. Высокотемпературный режим $R_{12} \sim T^2$ очень легко получить для фермионов, но он отвечает, по существу, непертурбативному режиму в бозонизации. Верно и обратное, низкотемпературный режим $R_{12} \sim T^5$ для коэффициента увлечения довольно легко получить с помощью бозонов, в то же время вычисления в рамках фермионного подхода становятся весьма громоздкими.

Наш анализ оптической транспроводимости подтверждает и уточняет предыдущие результаты, полученные в обычном фермионном подходе при минимальном учете взаимодействия. Бозонизация позволяет учесть короткодействующее электронное взаимодействие во всех порядках, как внутри так и между проводами, так что становится возможно получить асимптотически

точное выражение для эффекта кулоновского увлечения при низких температурах.

Во второй главе вычисляется линейный кондактанс электронов как функция температуры в латтинджеровской жидкости с произвольным взаимодействием g_2 в присутствии потенциального барьера произвольной величины. [10, 11]

Электронный транспорт в наноструктурах теоретически изучается более двадцати лет. В случае реалистичных граничных условий, то есть для идеальных контактов, присоединенных к квантовому проводу со взаимодействием, было показано, что двухточечный кондактанс чистого провода определяется контактами, и равен кванту кондактанса на один канал, независимо от величины взаимодействия латтинджеровского типа [30, 34].

В работах [23, 28] было показано, что взаимодействие в присутствии потенциального барьера сильно влияет на кондактанс. Для отталкивательного типа взаимодействия было найдено, что кондактанс G стремится к нулю при уменьшении температуры, T . Это было продемонстрировано при низких температурах в пределах слабого потенциального барьера и сильного потенциального барьера (предел туннелирования), $G \sim 1 - (T_0/T)^{2(1-K)}$ и $G \sim (T/T_0)^{2(K-1)}$, соответственно. [28] В работах [22, 28, 39] это же было показано для всех значений прозрачности барьера, но при специальных значениях параметра взаимодействия, $K = \frac{1}{2}$ и $K = \frac{1}{3}$. В этих работах изучалась т.н. краевая задача синус-Гордон, которая является бозонным аналогом фермионной задачи определенной ниже.

Напомним, что причиной сильного подавления кондактанса при наличии взаимодействия является то, что фриделевская осцилляция плотности заряда возле барьера выступает в качестве дополнительного эффективного потенциала рассеяния, радиус действия которого растет с понижением температу-

ры. Соответствующий анализ двухточечного кондактанса в пределе слабого взаимодействия, и при учете постепенного формирования фриделевской осцилляции с понижением инфракрасного масштаба обрезания, был проведен в работе Юе, Матвеева и Глазмана [40]. Эти авторы использовали пертурбативную ренорм-группу (РГ) для фермионов при выводе выражения для кондактанса при *произвольном* (коротком) потенциальном барьере, определяемом посредством S -матрицы рассеяния.

В данной главе мы обобщаем подход работы [40] на случай произвольной силы взаимодействия. Мы рассматриваем гамильтониан вида

$$H = v_F \int_{-\infty}^{\infty} dx \left[\psi_R^\dagger (i\partial_x) \psi_R - \psi_L^\dagger (i\partial_x) \psi_L \right] + g_2 \int_{-L}^L dx (\psi_R^\dagger \psi_R)(\psi_L^\dagger \psi_L), \quad (1)$$

и предполагаем, что потенциальное рассеяние происходит на малых расстояниях, $|x| < a \sim k_F^{-1}$, а взаимодействие g_2 отлично от нуля вне этой области, т.е. при $|x| > a$. Величина a служит масштабом ультрафиолетового обрезания в теории. Мы характеризуем барьер амплитудами прохождения и отражения, $t = \tilde{t} = \cos \theta$, $r = -\tilde{r}^* = i \sin \theta e^{i\phi}$, которые в интересующей нас области не зависят от энергии. Состояния рассеяния определяются обычным образом

$$\begin{aligned} \psi_k(x) &= (e^{ikx} + r e^{-ikx}) c_{1k}^\dagger + \tilde{t} e^{-ikx} c_{2k}^\dagger, \quad x < 0 \\ &= t e^{ikx} c_{1k}^\dagger + (\tilde{e}^{ikx} + e^{-ikx}) c_{2k}^\dagger, \quad x > 0 \end{aligned}$$

где c_{1k}^\dagger (c_{2k}^\dagger) оператор рождения асимптотически право- (лево-) движущегося фермиона. Схематическая постановка задачи изображена на Рис. 4а. Мы показываем, что данный гамильтониан может быть описан в терминах алгебры

токов. Токами называются билинейные комбинации фермионов вида

$$\begin{pmatrix} J_0 + J_3 & J_1 - iJ_2 \\ J_1 + iJ_2 & J_0 - J_3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} c_1^\dagger(x)c_1(x) & c_1^\dagger(x)c_2(-x) \\ c_2^\dagger(-x)c_1(x) & c_2^\dagger(-x)c_2(-x) \end{pmatrix}$$

здесь J_0 ток псевдозаряда, а вектор $\vec{J} = (J_1, J_2, J_3)$ — ток псевдоспина. Эти операторы удовлетворяют алгебре Каца-Муди $U(1)$ и $SU(2)$, соответственно [14, 25]. Фермионы с линейной дисперсией могут быть описаны гамильтонианом, квадратичным по хиральным фермионным плотностям (токам). Это наблюдение, восходящее к Томонаге, позволяет представить (1) в виде

$$\begin{aligned} H = & 2\pi v_F \int_{-\infty}^0 dx (J_0^2(x) + J_3^2(x)) + 2\pi v_F \int_0^{\infty} dx (J_0^2(x) + \tilde{J}_3^2(x)) \\ & + 2g_2 \int_a^L dx (J_0(-x)J_0(x) - J_3(-x)\tilde{J}_3(x)) \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\tilde{J}_3 = (R\vec{J})_3$ является третьей компонентой вектора тока псевдоспина \vec{J} , повернутого с помощью ортогональной матрицы $R_{\mu\nu} = \frac{1}{2}Tr[\sigma_\mu \cdot S \cdot \sigma_\nu \cdot S^\dagger]$ и σ_μ матрицы Паули. На Рис. 4b мы схематически показываем представление в виде хиральных токов J_μ , где все частицы движутся направо, но возникает формально нелокальное взаимодействие. В частном случае полного отражения, $t = 0$, мы имеем $\tilde{J}_3 = -J_3$ и наблюдаемые плотности составляют абелеву $U(1)$ подалгебру группы $SU(2)$. Этот случай “бозонизации на полупрямой” допускает полный и достаточно простой анализ [21].

Анализируя поправки к кондактансу с использованием токового представления и операторных разложений алгебры Каца Муди, мы легко воспроизводим предыдущие результаты [40] в низшем порядке по g_2 . Однако, нелокальный вид взаимодействия в (2) становится существенной помехой в старших порядках, при анализе поправочных (subleading) вкладов теории возмущений. Поэтому в дальнейшем мы пользуемся фермионным описанием

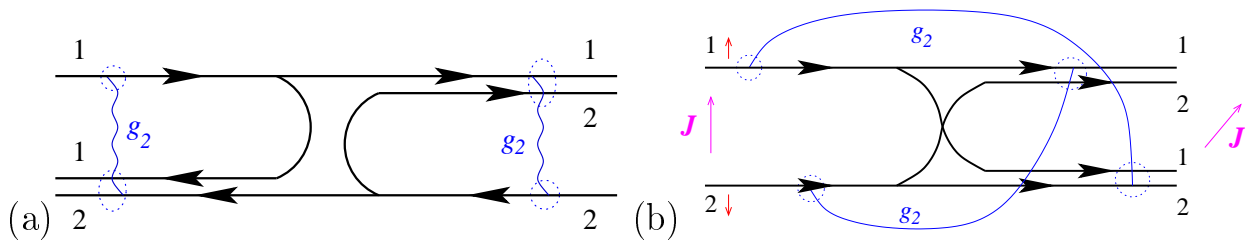


Рис. 4. (а) Взаимодействие левых и правых фермионных плотностей в базисе рассеянных волн. (б) Взаимодействие этих же плотностей в хиральном базисе, соответствующее нелокальному гамильтониану (2).

для работы с нелокальным взаимодействием (2). Мы формулируем правила диаграммной техники для такой постановки задачи. Отражение от барьера теперь понимается как переворот псевдоспина, при этом хиральные фермионы движутся в том же направлении. Такого рода простота описания не отменяет факта неабелевости теории, и тем самым отсутствия теоремы Вика. Можно, однако, провести анализ методом компьютерных символьных вычислений вплоть до третьего порядка по g_2 (при этом в главной последовательности возникает $7! = 5040$ диаграмм) и изучить возникающую структуру поправок. Вычисления производились как для случая нулевой температуры, так и при $T \neq 0$; при этом в теории появляются степени большого логарифма, $\Lambda = \ln(L/L_0)$ при нуле температур, либо $\Lambda = \ln(T/T_0)$ при $T \gg v_F/L$ в пределе больших L . Здесь L_0 и T_0 ультрафиолетовые параметры обрезания.

Начиная с кондактанса $0 < G = \cos^2 \theta < 1$ в ситуации без взаимодействия, мы строим теорию возмущений и находим поправки $\delta Y = Y_r - Y$ к эквивалентной величине $Y = 2G - 1 = \cos 2\theta$ по степеням взаимодействия g . Соответствующая перенормированная величина Y_r может быть представлена в виде двойного ряда

$$Y_r = Y_0 + b_{11}g\Lambda + b_{22}g^2\Lambda^2 + b_{21}g^2\Lambda + b_{33}g^3\Lambda^3 + b_{32}g^3\Lambda^2 + b_{31}g^3\Lambda + \dots \quad (3)$$

где b_{ij} некоторые функции Y . Члены вида $(g\Lambda)^n$ в Ур. (3) обычно называ-

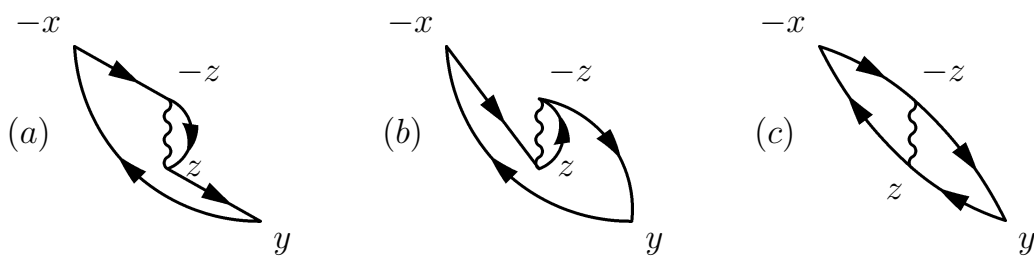


Рис. 5. Фейнмановские диаграммы для поправки к кондактансу в первом порядке по g_2 . Три другие диаграммы получаются отсюда изменением направления фермионных линий.

ют “ведущими” логарифмическими вкладами, а члены вида $g^n \Lambda^m$ при $n > m$ называются поправочными (subleading). Первый член Y_0 дается суммой вкладов, независящих от скейлингового параметра Λ , т.е. $Y_0 \equiv Y_r(\Lambda = 0) = Y + b_{20}g^2 + b_{30}g^3 + \dots$

В первом порядке по g поправка дается диаграммами на Рис. 5. Т.н. “вершинная поправка” к кондактансу, изображенная на Рис. 5с, исчезает в пределе $\Omega = 0$, а две первые диаграммы дают выражение, содержащее Λ .

Если теория перенормируема, то выполняется скейлинговое соотношение $Y_r(g, Y, T) = F(g, T/\theta)$, где $\theta = \theta(g, Y)$ корреляционная температура задачи (аналогичное соотношения выполняется для L при $T = 0$). Отсюда следует существование ренормгруппового (РГ) уравнения $\frac{\partial Y_r(g, Y, \Lambda)}{\partial \Lambda} = \beta(g, Y_r(\Lambda))$ где $\beta(g, Y_r)$ так называемая β -функция. Чтобы получить β из теории возмущений, мы берем производную по Λ и полагаем $\Lambda = 0$

$$\left. \frac{dY_r(g, \Lambda)}{d\Lambda} \right|_{\Lambda=0} = \beta_1(g, Y) = \beta(g, Y_0) \quad (4)$$

В последнем уравнении мы выразили Y через Y_0 , путем обращения ряда для Y_0 по степеням Y , преобразуя тем самым функцию $\beta_1(g, Y)$ в $\beta(g, Y_0)$. Мы видим, что (4) есть РГ уравнение при $\Lambda = 0$. В частности мы имеем

$$Y_r(\Lambda) = Y_0 + \Lambda\beta(Y_0) + \frac{1}{2}\Lambda^2\beta(Y_0)\beta'(Y_0) + \frac{1}{6}\Lambda^3\beta(Y_0)[\beta(Y_0)\beta'(Y_0)]' + \dots \quad (5)$$

где штрих означает дифференцирование по Y_0 .

В нашей работе, во-первых, проверяется структура выражения (5), тем самым, показывается применимость РГ подхода. Во-вторых, на основе этого анализа мы предлагаем метод суммирования наиболее важных вкладов в β -функцию во всех порядках по g . В третьих, мы показываем, что вышеприведенная схема рассуждений эквивалентна РГ подходу Каллана-Симанчика и обеспечивает воспроизведение результатов Кейна и Фишера, в отличие от РГ подхода Гелл-Манна-Лоу в схеме минимальных вычитаний. В последнем подходе конечные вклады $Y_0 - Y$ игнорируются, что может привести к расхождению с предыдущими результатами на уровне третьего порядка по g .

После довольно длительного анализа мы получаем

$$\beta(Y) = (1 - Y^2) \left[-g + g^2 \frac{Y}{2} - g^3 \frac{Y^2 + 1}{4} \right] + c_3 g^3 (1 - Y^2)^2 + O(g^4)$$

где коэффициент $c_3 = \frac{\pi^2}{12} + \frac{\ln 2}{2} - \frac{1}{2} \simeq 0.67$ при $T = 0$ и $c_3 = \frac{\pi^2}{24} + \ln 2 - \frac{1}{2} \simeq 0.60$ при $T \gg v_F/L$; значение этого обсуждается ниже. Оказывается, что слагаемые в квадратных скобках в этой формуле соответствуют вкладу диаграмм с максимальным количеством фермионных поляризационных петель. Такие поправки к кондактансу могут рассматриваться как “одевание” волнистой линии взаимодействия на Рис. 5а, Рис. 5б поляризационными петлями. Схематически, это показано на Рис. 6, где результат суммирования изображен двойной волнистой линией.

В обычной ситуации, суммирование типа “приближения случайных фаз” на Рис. 6 является тривиальным после перехода к фурье-образам. В нашем случае для хиральных фермионов имеется право-левая асимметрия псевдоспиновых вершин, поэтому интегрирование происходит по полуоси, и вместо обычной фурье-свертки имеется интегральное уравнение Винера-Хопфа. Такое уравнение для одетого взаимодействия решается довольно просто и мы

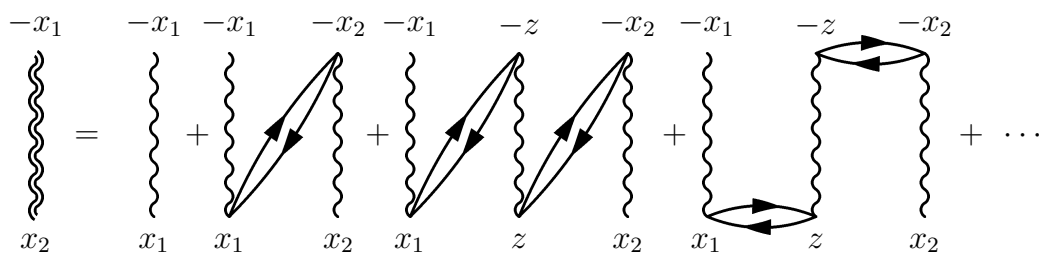


Рис. 6. Лестничный ряд, описывающий комбинированный эффект взаимодействия и барьера, и приводящий к линейным логарифмическим поправкам, $\ln(T_0/T)$, к кондактансу.

получаем РГ уравнение в виде

$$-\frac{dY}{d\Lambda} = \frac{2g(1-Y^2)}{1 + \sqrt{1-g^2} + gY} - c_3 g^3 (1-Y^2)^2 (1 + O(gY)) \quad (6)$$

где первое слагаемое соответствует результату суммирования лестничного ряда на Рис. 6. Подчеркнем качественно отличный характер последнего слагаемого в (6) : оно определяется вкладом диаграмм за пределами лестничного приближения, оно исчезает квадратично при $|Y| \rightarrow 1$ и потому несущественно в этих предельных случаях, рассмотренных Кейном и Фишером [28]. Значение этого слагаемого проясняется при интегрировании Ур. (6), при этом мы получаем для кондактанса $G = (1+Y)/2$ приближенное уравнение :

$$\begin{aligned} (T/T_0)^{2(1-K)} &= \Phi(G)/\Phi(G_0), \\ \Phi(G) &= \frac{G^K}{1-G} (K + G(1-K))^{4c_3(1-K)}, \end{aligned} \quad (7)$$

с начальным условием $G = G_0$ при $T = T_0$; здесь c_3 дается вышеприведенным значением, $c_3 \simeq 0.60$, для $T \gg v_F/L$; очевидно, температурная перенормировка прекращается при $T \lesssim v_F/L$. Ур. (7) является главным результатом данной главы. Оно согласуется с прежними результатами [28, 40] в предельных случаях $G \rightarrow 1$, $G \rightarrow 0$, $K \rightarrow 1$. Член c_3 в (6) определяет перенормировку

кондактанса в промежуточной области, при $G \sim 1/2$, и тем самым определяет коэффициент связывающий высокотемпературную и низкотемпературную асимптоты.

Фактор c_3 лежит за пределами приближений сделанных в [28, 40] и, как мы видели, может зависеть от физического способа регуляризации логарифмически расходящихся интегралов. Отметим, что точное решение бозонного аналога нашей модели (краевая задача синус-Гордон, КСГ) методами конформной теории поля [22] приводит к другому значению, $c_3 = 1/4$, [29]. Такое точное решение соответствует учету всех порядков теории возмущений при некоторой регуляризации, явный вид которой, к сожалению, не был указан. В работе [20] было показано, что точное решение модели КСГ в простом случае свободных фермионов выражается через величину θ , соответствующую нашему определению S -матрицы. При этом переход от амплитуды примесного рассеяния в гамильтониане КСГ к коэффициенту отражения зависит от ультрафиолетовой регуляризации теории при выходе за рамки борновского приближения. Это наблюдение находится в согласии с нашей формулой (7).

Подчеркнем, что при описании конкретного эксперимента вопрос регуляризации определяется деталями экспериментальной постановки задачи. В этом смысле наш результат, в котором зависимость от регуляризации показана явно, имеет преимущество над точным решением в рамках конформной теории поля в том, что он допускает некоторую вариацию формы кривой при описании экспериментальных данных.

В третьей главе изучается модель синус-Гордон, бозонный аналог сильно коррелированной электронной системы вблизи перехода металл-диэлектрик. В фермион-бозонном соответствии плавные компоненты фермионной плотности соответствуют градиентам бозонного поля, а “ $4k_F$ ” процессы переброса электронного рассеяния в кристалле соответствуют косинусу от бо-

зонного поля. Плотность бозонного лагранжиана традиционно записывают в виде

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_t\phi)^2 - \frac{1}{2}(\partial_x\phi)^2 + \frac{m^2}{\beta^2} \cos \beta\phi + H \frac{\beta}{2\pi} \partial_x\phi, \quad (8)$$

где H электрохимический потенциал ; величина плавной части короткодействующего взаимодействия между электронами определяет параметр Латтинджера и скейлинговую размерность косинуса $\mathcal{K} = \beta^2/(4\pi)$; для свободных фермионов $\beta = \sqrt{8\pi}$. Случай половинного или соизмеримого заполнения ($4k_F$ равен вектору обратной решетки) отвечает случаю $H = 0$: этот стандартный случай модели синус-Гордон (СГ) многократно описан в литературе, а спектр и корреляции найдены точно. [24, 25] Случай несоизмеримого заполнения соответствует $H \neq 0$ и конечной средней плотности топологического заряда, $\bar{\rho} = L^{-1} \int_0^L \rho dx$, где $\rho = \frac{1}{2\pi} \partial_x(\beta\phi)$ соответствует *отклонению* фермионной плотности от половинного заполнения. Описание спектра и вида корреляций для такого случая в литературе практически отсутствует. Мы исследуем этот вопрос в частном случае модели, при $\mathcal{K} = \beta^2/(4\pi) \ll 1$, применяя метод квазиклассического квантования. Такой предельный случай сильного кулоновского взаимодействия возникает при рассмотрении «расширенной» модели Хаббарда фермионов на решетке, в которой существует, помимо обычного одноузельного отталкивания, отталкивание между ближайшими соседями и т.д.

Известно, что бозонная модель СГ исключительно хорошо описывается в рамках квазиклассического анализа, [18] при этом случай $\beta^2/(8\pi) \ll 1$ соответствует пределу большого числа квантовых бризеров в задаче, так что в отсутствие топологического заряда масса кинка (солитона) $8m/\beta^2$ много больше массы первого бризера, m .

Для обычного случая модели СГ на качественном уровне легко понять (разлагая косинус в ряд Тейлора и ограничиваясь действием Клейн-Гордона),

что в низкочастотном спектре открывается щель, и, следовательно, корреляции экспоненциально убывают с расстоянием. Поглощение на нулевой частоте отсутствует, что соответствует диэлектрическому состоянию за счет корреляций. Этот вывод подтверждается аккуратным анализом с привлечением методов конформной теории поля. В случае же сильно несоизмеримого заполнения быстрые осцилляции косинуса делают его несущественным, и мы имеем бесщелевое металлическое состояние латтинджеровской жидкости. Нашей целью является изучения кроссовера между этими предельными случаями, т.е. вида спектра и корреляций для соизмеримо-несоизмеримого перехода типа Покровский-Талапов.

В рамках квазиклассического подхода [7] мы находим классическое решение, ϕ_0 , доставляющее минимум действию с лагранжианом (8); затем мы определяем спектр гауссовых флуктуаций вокруг него, $\phi = \phi_0 + \eta$, раскладывая лагранжиан в ряд Тейлора по η [32]. Высшие порядки по η содержат дополнительные степени β , и ими обычно пренебрегают.

Уравнение, определяющее спектр гауссовых флуктуаций оказывается уравнением Ламэ в форме Якоби, встречающимся в разных областях физики. Спектр и решения этого уравнения выражаются через эллиптические функции Якоби и подробно описаны в литературе. Решения нумеруются индексом α , пробегающим некоторое множество точек в комплексной плоскости, и, например, дисперсия $\omega(q)$ дается неявной зависимостью $\omega = (m/k) \operatorname{dn}(\alpha)$ и $q = 2\pi\bar{\rho}(i(K/\pi)Z(\alpha) + 1/2)$. Здесь K эллиптический интеграл, $\operatorname{dn}(\alpha)$ и $Z(u) = d \ln \vartheta_4(\pi u/(2K))/du$ - эллиптические функции, характеризуемые индексом k , который в свою очередь связан с плотностью заряда посредством уравнения $m/2\bar{\rho} = kK(k)$. Для иллюстрации, мы показываем вид дисперсии на Рис. 7а.

Оказывается, что при таком подходе спектр задачи находится правильно

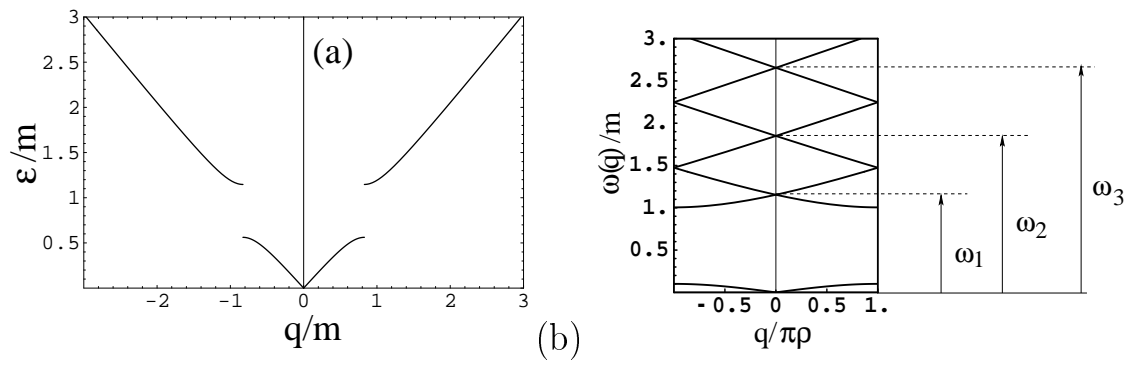


Рис. 7. (a) Дисперсия в расширенной схеме зон Бриллюэна показанная при $\bar{\rho}/m = 0.26$. (b) Дисперсия в приведенной зонной схеме для $\bar{\rho}/m = 0.14$, первые три оптических перехода помечены как ω_1, ω_2 и ω_3 .

(что проверяется вычислением по формулам анзаца Бете), но при анализе корреляций обнаруживается ряд сложностей. В частности, при учете негауссовых членов в действии в теории возмущений по β возникают инфракрасные расходимости. Мы замечаем, что классическое решение $\phi_0(x)$ соответствует статической решетке избыточного заряда, $\bar{\rho}$, равноотстоящим кинкам в вигнеровском кристалле. В пределе низкой плотности $\bar{\rho} \rightarrow 0$ смещения положений этих кинков могут быть описаны как набор новых коллективных переменных задачи. [32] Поэтому мы модифицируем известный метод коллективных координат в применении к нашему случаю и предполагаем, что конфигурации поля даются классическим решением с флуктуирующей координатой. Это соответствует нелинейной замене переменных $\phi = \phi_0(x + \kappa^{-1}\beta\eta)$ где $\kappa = 2\pi\bar{\rho}$. Можно показать, что спектр гауссовых флуктуаций новых η дается тем же уравнением, но теперь действие устойчиво в инфракрасном пределе.

Квантование флуктуаций проводится по обычному рецепту, но полный базис функций теперь дается нормированными решениями уравнения Ламэ, а не плоскими волнами обычной бозонизации. Действуя подобным образом, мы можем выразить физические корреляционные функции в терминах нашего решения и определить их вид. Прежде всего отметим, что скейлинговый индекс убывания корреляций на больших расстояниях теперь относится

к низкочастотной бесщелевой части спектра. Он зависит от плотности посредством уравнения $\mathcal{K} = \pi\beta^2/(16\sqrt{1-k^2}K^2)$, где k, K определены выше. В пределе большой несоизмеримости $\bar{\rho} \rightarrow \infty$ (малой амплитуды процессов переброса m) мы имеем $k = 0$ и прежнее значение $\mathcal{K} = \beta^2/(4\pi)$.

Далее, оказывается, что все корреляции обнаруживают необычное поведение, при наличии главной и неглавных асимптот. При этом главная асимптота, т.е. медленнее всего убывающая часть корреляций, соответствует главной несоизмеримой гармонике $\pi\bar{\rho}/2$ - отличию фермионной плотности от половинного заполнения. Остальные асимптоты соответствуют “ $4k_F$ ” сателлитам плотности с волновым вектором $2n\pi\bar{\rho}$. Особое внимание уделено непротиворечивому определению фермионного оператора в предложенной бозонизационной схеме.

В этой главе также изучается оптическое поглощение системы. [3] Показано, что спектральный вес оказывается распределен между друдевским пиком при $\omega = 0$ и линиями поглощения бризеров на конечных энергиях. Квазиклассический подход дает выражения для матричных элементов оператора тока, и мы вычисляем вес пика Друде, оптическую щель, и форму линии бризерного поглощения. Качественно, ситуация изображена на Рис. 7б, где показаны оптические переходы в спектре проводимости. Вычисленное замкнутое выражение для веса друдевского пика $D = \pi\beta^2/(32EK)$ находится в превосходном согласии со значением, полученным в соответствующей области параметров из уравнений Бете-анзаца. Отметим, что плавное уменьшение D , по мере приближения к соизмеримому условию $\bar{\rho} \rightarrow 0, K \rightarrow \infty$ означает переход металл-диэлектрик, с соответствующим перераспределением спектрального веса. [12]

Проведенный анализ модели синус-Гордон в квазиклассическом пределе применим также для описания цепочек и лестниц локализованных спинов.

В ряде случаев поведение таких объектов соответствует эффективному действию т.н. XXZ модели вблизи от ферромагнитной неустойчивости. [6] Этот режим относительно плохо изучен, и наш анализ оказывается здесь весьма полезен.

В четвертой главе исследуется динамика спиновых флуктуаций для модели кислород-дефицитных плоскостей в $YBa_2Cu_3O_{6+x}$. Цепочки Cu-O, составляющие эти плоскости, описываются в рамках двухзонной t-J модели, включающей антиферромагнитный обмен между спинами и кондовского типа рассеяние кислородных дырок. В такой модели существуют два типа узлов на цепочке: узлы меди (целочисленный индекс) и узлы кислорода (полуцелый индекс). Накладывается обычный для t-J модели запрет двойного заполнения на узле. Допуская различный электрохимический потенциал, предполагается, что узлы меди всегда однократно заняты, в то время как узлы кислорода заняты частично. Концентрация дырок на кислороде, s , является параметром теории. Подвижность дырок, находящихся на полуцелых узлах цепочки, описывается как когерентный перескок, т.е. прыжок с узла $j + 1/2$ на $j - 1/2$ мыслится как совместное движение дырки с узла $j + 1/2$ на j и дырки с узла j на $j - 1/2$, через виртуальное состояние пустого узла j . Очевидно, что спиновая *последовательность* при таком перескоке с амплитудой τ не меняется. [13] Потому такие прыжки описываются моделью сильной связи для *бесспиновых* свободных фермионов определенной на подрешетке кислорода:

$$H_1 = -\tau \sum_{j=1}^N (c_{j+1+1/2}^\dagger c_{j+1/2} + h.c.).$$

Существует также обменное антиферромагнитное (АФ) взаимодействие между спином на узле кислорода и спинами на соседних узлах меди с амплитудой J . Наконец, если на кислородном узле $j + 1/2$ нет дырки, то медные спины на узлах j и $j + 1$ взаимодействуют с константой АФ обмена J' . Таким образом,

спиновая часть взаимодействия описывается одномерным гейзенберговским гамильтонианом вида :

$$H_2 = \sum_{i=1}^{N+N_h-1} J_{i,i+1} \boldsymbol{\sigma}_i \cdot \boldsymbol{\sigma}_{i+1},$$

где $N + N_h \equiv N(1 + c)$ есть полное число спинов в системе и $\boldsymbol{\sigma}_i$ — операторы спина $1/2$. Взаимодействие ближайших соседей $J_{i,i+1} = J$ или J' зависит от того, является ли пара $(i, i + 1)$ парой Cu-O или Cu-Cu, соответственно. Согласно ряду расчетов, отношение $J'/J \approx 0.75$, однако прямое моделирование показало, что *статические* магнитные корреляции цепочек достаточно хорошо описываются эффективной однородной моделью, в которой $J = J'$. В этом последнем случае, который мы и рассматриваем, задача резко упрощается и позволяет достаточно простой анализ динамических спиновых корреляций.

В однородной модели, $J = J'$, энергия спиновой конфигурации не зависит от положения дырок на полуцелых узлах. Динамика спинов σ_i^α на расширенной *фиктивной* решетке с $N(1 + c)$ узлами описывается обычным образом. При этом разница между координатами спина на фиктивной и реальной решетке равна числу фермионов, находящихся слева от него. Так, для координаты l в реальном пространстве слева находится $\sum_{j=1}^{l-1} n_{j+1/2}$ спинов кислорода, где $n_{j+1/2} = c_{j+1/2}^\dagger c_{j+1/2}$. Значит, координата на фиктивной решетке есть $l + \sum_{j=1}^{l-1} n_{j+1/2}$. В терминах $\boldsymbol{\sigma}_k$, фурье-образа плотности спинов на фиктивной решетке мы имеем для узлов меди :

$$\mathbf{S}_l = (N(1 + c))^{-1/2} \sum_k \boldsymbol{\sigma}_k \exp ik(l + \sum_{j=1}^{l-1} n_{j+1/2}), \quad (9)$$

и сходное выражение для узлов кислорода. Корреляции в гейзенберговской модели на фиктивной решетке хорошо изучены, для низколежащих мод асимптотически точное описание можно получить, применяя спин-

фермионное преобразование Вигнера-Йордана и бозонизуя фермионную модель. [25] Экспонента от плотности бесспиновых фермионов в Ур. (9) при усреднении по бесспиновому фермионному газу с гамильтонианом H_1 приводит к выражениям типа детерминанта Фредгольма, который приближенно вычисляется методом бозонизации. Наблюдаемый динамический структурный фактор спинов $\chi(q, \omega) = \langle \mathbf{SS} \rangle_{q, \omega}$ дается сложной сверткой объектов в Ур. (9). При этом следует также учитывать разный фактор заселенности ионов меди и кислорода.

Проведенный анализ [1, 4, 5] показывает, во-первых, наличие несоизмеримых динамических флуктуаций вдоль направления цепочек, максимум восприимчивости ожидается на волновом векторе $\pi(1 + c)$. Во-вторых, присутствие подвижных дырок приводит к существенным различиям между структурным фактором для рассматриваемой системы и для системы (квази)одномерного гейзенберговского антиферромагнетика. Оказывается, что предполагаемая в этих веществах быстрая динамика перескоков дырок приводит к переносу спектрального веса гейзенберговской цепочки спинов на высокие энергии, что снижает ожидаемую интенсивность рассеяния нейтронов малых энергий. Отметим, что данные предсказания были подтверждены экспериментально, [27] к сожалению малая интенсивность не позволила обсуждать детали наблюдаемой восприимчивости.

В пятой главе обсуждается влияние взаимодействия Дзялошинского-Мория (ДМ) для спиновых систем без дальнего порядка на восприимчивость, наблюдаемую в экспериментах по рассеянию поляризованных нейтронов. [8, 9] Хорошо известное спин-фермионное преобразование Вигнера-Йордана позволяет рассматривать спиновые цепочки как систему бесспиновых фермионов со взаимодействием. Дальнейшая бозонизация фермионной модели позволяет достаточно просто найти асимптотический вид корреляций, причем для

главного показателя убывания — коэффициента Латтинджера — существуют точные формулы из Бете-анзаца.

Взаимодействие ДМ между двумя спинами, $\mathbf{S}_{1,2}$, записывается в виде $\mathbf{D}(\mathbf{S}_1 \times \mathbf{S}_2)$ где \mathbf{D} — аксиальный вектор ДМ. Будучи релятивистским эффектом, величина взаимодействия ДМ, D , обычно мала по сравнению с обычной симметричной частью косвенного обмена, $J\mathbf{S}_l\mathbf{S}_{l+1}$, мы предполагаем АФ знак J . В некоторых веществах, однако, это взаимодействие может достигать заметных величин, $D/J \sim 0.1$. [15, 31, 36] Как правило, \mathbf{D} направлен вдоль определенной оси, но знак при этом может меняться от связи к связи. Мы показываем, что в одномерной ситуации такое ДМ взаимодействие может быть полностью убрано из гамильтониана с помощью канонического преобразования, $\mathcal{H} \rightarrow e^{-iU}\mathcal{H}e^{iU}$ где

$$U = \sum_{l=1}^L \alpha_l S_l^z, \quad \alpha_l = \sum_{i=1}^{l-1} \tan^{-1}(D_i/J),$$

где мы предположили $\mathbf{D} \parallel \hat{z}$. В возникающей при этом анизотропной XXZ модели нам известны и спектр, и корреляции. Однако, восприимчивость, вычисленная для исходных операторов, демонстрирует наличие ДМ вектора в системе. В рассматриваемом нами случае \hat{z} компонента спинов не затрагивается преобразованием e^{iU} и наблюдаемая наблюдаемая продольная zz спиновая восприимчивость $\chi^{zz}(q, \omega)$ модулирована соизмеримым антиферромагнитным образом.

В случае знакопеременного взаимодействия ДМ [15, 31] анализ поперечных компонент спиновой восприимчивости χ^{xx}, χ^{yy} показывает смешивание областей антиферромагнитных и ферромагнитных флуктуаций.

Наиболее интересна для нас оказывается “однородная” ситуация, когда все $D_l = J \tan \delta$. В этом случае каноническое преобразование описывает винто-

вую закрутку локального базиса компонент спина, что приводит к несоизмеримости корреляций. Для поперечных компонент тензора восприимчивости $\chi^{\alpha\beta}(q, \omega)$ имеем

$$\begin{bmatrix} \chi^{xx} & \chi^{xy} \\ \chi^{yx} & \chi^{yy} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \mathcal{G}^\perp(q + \delta, \omega) \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \mathcal{G}^\perp(q - \delta, \omega) \begin{bmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix}$$

где $\mathcal{G}^\perp(q, \omega)$ восприимчивость гейзенберговского антиферромагнетика. Величина сечения рассеяния в экспериментах по рассеянию поляризованных нейтронов, связана с гриновской функцией $\chi^{\alpha\beta}(q, \omega)$ спиновой системы. При этом можно показать, что в рассматриваемой ситуации зависящая от поляризации часть сечения рассеяния отлична от нуля и дается выражением

$$\frac{d^2\sigma_1}{d\Omega d\omega} \sim (\mathbf{D}\hat{\mathbf{Q}})(\hat{\mathbf{Q}}\mathbf{P}_0) \text{Im} \frac{\mathcal{G}^\perp(q + \delta, \omega) - \mathcal{G}^\perp(q - \delta, \omega)}{2D}.$$

Здесь единичный вектор $\hat{\mathbf{Q}} = \mathbf{Q}/Q$ направлен вдоль вектора передачи импульса нейтрона \mathbf{Q} , поляризация падающего нейтрона есть \mathbf{P}_0 и q есть проекция \mathbf{Q} на направление цепочек. Мы видим, что несоизмеримость сопровождается характерной зависимостью от поляризации. Показано, что проведенный анализ в случае однородного значения ДМ взаимодействия обобщается и на случай старших измерений в парамагнитной фазе. [8, 9] Сделанные теоретические предсказания подтверждены экспериментально. [16]

В шестой главе приведен вывод ряда технических утверждений, использованных в основной части диссертации.

1. *Aristov D. N.* Bosonization for a Wigner-Jordan-like transformation : Backscattering and umklapp-processes on a fictitious lattice // *Phys. Rev. B.* — 1998. — Vol. 57. — Pp. 12825–12831.
2. *Aristov D. N.* Luttinger liquids with curvature: Density correlations and Coulomb drag effect // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 76. — P. 085327. — [15 pages].
3. *Aristov D. N., Cheianov V. V., Luther A.* Optical conductivity of one-dimensional doped Hubbard-Mott insulator // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 66. — P. 073105. — [4 pages].
4. *Aristov D. N., Grepel D. R.* Quasi one-dimensional spin fluctuations in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ // *Phys. Rev. B.* — 1997. — Vol. 55. — Pp. 11358–11366.
5. *Aristov D. N., Grepel D. R.* Low-energy spin dynamics of CuO chains in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ // *Physica B.* — 2000. — Vol. 284–8. — Pp. 1384–1385.
6. *Aristov D. N., Kiselev M. N.* Ferrimagnetic mixed-spin ladders in weak and strong coupling limits // *Phys. Rev. B.* — 2004. — Vol. 70. — P. 224402. — (11 pages).
7. *Aristov D. N., Luther A.* Correlations in the sine-Gordon model with finite soliton density // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 65. — P. 165412. — [11 pages].
8. *Aristov D. N., Maleyev S. V.* Spin chirality induced by the Dzyaloshinskii-Moriya interaction and the polarized neutron scattering // *Phys. Rev. B.* — 2000. — Vol. 62. — Pp. R751–754.
9. *Aristov D. N., Maleyev S. V.* Dzyaloshinskii-Moriya interaction in the paramagnetic state and the polarized neutron scattering // *Physica B.* — 2001. — Vol. 297. — Pp. 78–81.

10. *Aristov D. N., Wölfle P.* Conductance through a potential barrier embedded in a Luttinger liquid: nonuniversal scaling at strong coupling. — arXiv:0902.4170v1. — [23 pages] to appear in *Phys.Rev. B*.
11. *Aristov D. N., Wölfle P.* Transport of interacting electrons through a potential barrier: Nonperturbative RG approach // *Europhysics Letters*. — 2008. — Vol. 82, no. 2. — P. 27001. — [6 pages].
12. *Aristov D. N., Zeyher R.* Optical conductivity of unconventional charge density wave systems: Role of vertex corrections // *Phys. Rev. B*. — 2005. — Vol. 72. — P. 115118. — (9 pages).
13. *Гоголин А. О., Иоселевич А. С.* CuO-цепочки и статистика носителей в $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ // *Письма в ЖЭТФ*. — 1991. — Vol. 53. — P. 258. —
14. *Affleck I., Ludwig A. W. W.* Critical-theory of overscreened Kondo fixed-points // *Nuclear Physics B*. — 1991. — Vol. 360, no. 2-3. — Pp. 641-696.
15. *Affleck I., Oshikawa M.* Field-induced gap in Cu benzoate and other $S = 1/2$ antiferromagnetic chains // *Phys. Rev. B*. — 1999. — Jul. — Vol. 60, no. 2. — Pp. 1038-1056.
16. Chiral fluctuations in mnsi above the curie temperature / B. Roessli, P. Böni, W. E. Fischer, Y. Endoh // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — May. — Vol. 88, no. 23. — P. 237204.
17. Coulomb drag by small momentum transfer between quantum wires / M. Pustilnik, E. G. Mishchenko, L. I. Glazman, A. V. Andreev // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Sep. — Vol. 91, no. 12. — P. 126805.
18. *Dashen R. F., Hasslacher B., Neveu A.* Particle spectrum in model field theories from semiclassical functional integral techniques // *Phys. Rev. D*. — 1975. — Jun. — Vol. 11, no. 12. — Pp. 3424-3450.

19. *Dzyaloshinskii I., Larkin A.* Correlation functions for a one-dimensional Fermi system with long-range interaction (Tomonaga model) // *Sov. Physics - JETP*. — 1974. — Vol. 38. — Pp. 202–208. — [ЖЭТФ 65, 411 (1973)].
20. Exact solution of a boundary conformal field theory / C. G. Callan, I. R. Klebanov, A. W. W. Ludwig, J. M. Maldacena // *Nuclear Physics B*. — 1994. — Vol. 422, no. 3. — Pp. 417 – 448.
21. *Fabrizio M., Gogolin A. O.* Interacting one-dimensional electron gas with open boundaries // *Phys. Rev. B*. — 1995. — Jun. — Vol. 51, no. 24. — Pp. 17827–17841.
22. *Fendley P., Ludwig A. W. W., Saleur H.* Exact nonequilibrium transport through point contacts in quantum wires and fractional quantum Hall devices // *Phys. Rev. B*. — 1995. — Sep. — Vol. 52, no. 12. — Pp. 8934–8950.
23. *Furusaki A., Nagaosa N.* Single-barrier problem and Anderson localization in a one-dimensional interacting electron system // *Phys. Rev. B*. — 1993. — Feb. — Vol. 47, no. 8. — Pp. 4631–4643.
24. *Giamarchi T.* Quantum Physics in One Dimension. — Oxford: Clarendon Press, 2003.
25. *Gogolin A. O., Nersesyan A. A., Tsvetlik A. M.* Bosonization and Strongly Correlated Systems. — Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
26. *Haldane F. D. M.* 'Luttinger liquid theory' of one-dimensional quantum fluids. I. properties of the Luttinger model and their extension to the general 1D interacting spinless Fermi gas // *Journal of Physics C: Solid State Physics*. — 1981. — Vol. 14, no. 19. — Pp. 2585–2609.
27. Investigation of in-chain spin correlations in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6+x}$ by neutron polarization analysis / S. Gavrilov, V. Plakhty, P. Burlet et al. // *Physica B: Condensed Matter*. — 2001. — Vol. 297. — Pp. 75–77.

28. Kane C. L., Fisher M. P. A. Transmission through barriers and resonant tunneling in an interacting one-dimensional electron gas // *Phys. Rev. B.* — 1992. — Dec. — Vol. 46, no. 23. — Pp. 15233–15262.
29. Lukyanov S. L., Werner P. Resistively shunted josephson junctions: quantum field theory predictions versus monte carlo results // *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment.* — 2007. — Vol. 2007, no. 06. — P. P06002.
30. Maslov D. L., Stone M. Landauer conductance of Luttinger liquids with leads // *Phys. Rev. B.* — 1995. — Aug. — Vol. 52, no. 8. — Pp. R5539–R5542.
31. Oshikawa M., Affleck I. Field-induced gap in $S = 1/2$ antiferromagnetic chains // *Phys. Rev. Lett.* — 1997. — Oct. — Vol. 79, no. 15. — Pp. 2883–2886.
32. Rajaraman R. Solitons and Instantons. — Amsterdam-New York-Oxford: North Holland, 1982.
33. Rozhkov A. V. Density-density propagator for one-dimensional interacting spinless fermions with nonlinear dispersion and calculation of the coulomb drag resistivity // *Physical Review B.* — 2008. — Vol. 77, no. 12. — P. 125109.
34. Safi I., Schulz H. J. Transport in an inhomogeneous interacting one-dimensional system // *Phys. Rev. B.* — 1995. — Dec. — Vol. 52, no. 24. — Pp. R17040–R17043.
35. Schick M. Flux quantization in a one-dimensional model // *Phys. Rev.* — 1968. — Feb. — Vol. 166, no. 2. — Pp. 404–414.
36. Schotte U., Kelnberger A., Stusser N. Fluctuation-induced phase in in a transverse magnetic field: experiment // *Journal of Physics: Condensed Matter.* — 1998. — Vol. 10, no. 28. — Pp. 6391–6404.

37. *Teber S.* Bosonization approach to charge and spin dynamics of one-dimensional spin-(1/2) fermions with band curvature in a clean quantum wire // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 76, no. 4. — P. 045309.
38. *Tomonaga S.* Remarks on Blochs method of sound waves applied to many-fermion problems // *Progress of Theoretical Physics.* — 1950. — Vol. 5, no. 4. — Pp. 544–569.
39. *Weiss U., Egger R., Sassetti M.* Low-temperature nonequilibrium transport in a Luttinger liquid // *Phys. Rev. B.* — 1995. — Dec. — Vol. 52, no. 23. — Pp. 16707–16719.
40. *Yue D., Glazman L. I., Matveev K. A.* Conduction of a weakly interacting one-dimensional electron gas through a single barrier // *Phys. Rev. B.* — 1994. — Jan. — Vol. 49, no. 3. — Pp. 1966–1975.