

На правах рукописи

АЛЕКСЕЕВ ПАВЕЛ СЕРГЕЕВИЧ

**ТУННЕЛЬНЫЕ И МАГНИТНЫЕ
СПИН-ЗАВИСИМЫЕ ЭФФЕКТЫ
В КУБИЧЕСКИХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ
БЕЗ ЦЕНТРА ИНВЕРСИИ**

Специальность 01.04.10 – физика полупроводников

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург
2009

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук, профессор Ясиевич И. Н.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор,
Санкт-Петербургский государственный
политехнический университет Фирсов Д. А.

доктор физико-математических наук, профессор,
Учреждение Российской академии наук
Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН Козуб В. И.

Ведущая организация: Учреждение Российской академии наук
Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН

Защита состоится 24 декабря 2009 г. в 10.00 часов на заседании диссертационного совета Д 002.205.02 при Учреждении Российской академии наук Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН по адресу: 194021, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Учреждения Российской академии наук Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН.

Автореферат разослан 20 ноября 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного совета:

доктор физико-математических наук Сорокин Л. М.



ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. В последнее время спиновые явления в полупроводниках стали привлекать к себе большое внимание, так как появилась надежда использовать спиновую степень свободы электрона в вычислительной технике нового поколения. В этой связи необходимо найти способы создания спиновой поляризации электронов, её сохранения достаточно долгое время и детектирования. Поскольку устройства, осуществляющие ориентацию, детектирование и хранение спиновой поляризации электронов должны иметь минимальные размеры, наиболее разумно говорить о различных квантоворазмерных структурах: квантовых ямах и квантовых точках. Кроме того, в низкоразмерных структурах возможно достижение гораздо более длинных времён спиновой релаксации. В этой связи является актуальным изучение спин-зависимого туннельного транспорта через полупроводниковые барьеры, а также изучение спиновых состояний электрона в низкоразмерных структурах различной конфигурации.

Спин-зависимые члены в гамильтониане электрона в кубическом полупроводнике с решёткой цинковой обманки и минимумом зоны проводимости в Γ -точке (например, GaAs, GaSb, InSb) появляются в третьем порядке по волновому вектору \mathbf{k} и называются гамильтонианом Дресельхауза:

$$\hat{H}_{\text{SO}} = \gamma [(k_y^2 - k_z^2) k_x \hat{\sigma}_x + (k_z^2 - k_x^2) k_y \hat{\sigma}_y + (k_x^2 - k_y^2) k_z \hat{\sigma}_z], \quad (1)$$

где γ – константа материала, оси x , y и z направлены вдоль кристаллографических осей $\langle 100 \rangle$. Взаимодействие (1) возникает в связи с тем, что точечная группа T_d , к которой принадлежат A_3B_5 -полупроводники, не содержит операции инверсии координат.

В работе [1] было показано, что туннелирование через барьер из материала без центра инверсии может приводить к спиновой ориентации электронов. Этот эффект связан с неодинаковой прозрачностью барьера за счёт гамильтониана (1) для электронов в разных спиновых состояниях. В статье [2] был предложен обратный эффект к эффекту спиновой ориентации электронов при туннелировании – туннельный спин-гальванический эффект, состоящий в том, что при прохождении спин-поляризованных

электронов через барьер возникает поверхностный ток вдоль интерфейса барьера. В статьях [1],[2] рассматривалось туннелирование в структурах с одиночным барьером, где в силу маленькой прозрачности барьера предсказанные эффекты малы. Поэтому появился интерес к изучению спин-зависимого резонансного туннелирования через двухбарьерную структуру. Как известно, туннельная прозрачность таких структур может эффективно управляться приложенным напряжением, при некоторых значениях напряжения достигая величины, гораздо большей, чем у одиночного барьера.

Наличие магнитного поля приводит к множеству особенностей в спин-зависимых явлениях в полупроводниках. Например, скорость спиновой релаксации существенным образом зависит от направления спина электрона относительно магнитного поля и кристаллографических осей [3]. Изучение спин-зависимых эффектов в магнитном поле даёт возможность экспериментально определить ряд параметров полупроводника, в первую очередь, параметр γ [4]. В работе [5] были измерены спиновое расщепление линии циклотронного резонанса в объёмном GaAs в сильном магнитном поле и его анизотропия при вращении магнитного поля относительно кристаллографических осей. По этим данным была определена константа η в спин-орбитальном члене \hat{H}_τ , вызывающем анизотропное спиновое расщепление уровней Ландау:

$$\hat{H}_\tau = \eta (\hat{\boldsymbol{\tau}} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}), \quad \hat{\tau}_i = \mathcal{H}_i \hat{K}_i^2, \quad (2)$$

где $\mathcal{H} = \text{rot } \mathbf{A}$ – магнитное поле, $\hat{\mathbf{K}} = -i \partial / \partial \mathbf{r} + e\mathbf{A}/c\hbar$ – кинематический импульс. Член Дрессельхауза (1) также должен совместно с (2) давать вклад в анизотропию спинового расщепления уровней Ландау. Таким образом, представлялось актуальным построение последовательной аналитической теории анизотропии спинового расщепления уровней Ландау в объёмном полупроводнике. Такая теория полезна не только для интерпретации данных по циклотронному и спиновому резонансам, но и при изучении других эффектов, непосредственно связанных с анизотропией нижних уровней Ландау, например, магнитокристаллической анизотропии и спиновой релаксации в сильном магнитном поле.

Со времён классических статей [6], где был представлен рецепт построения гамильтониана метода эффективной массы в однородном маг-

нитном поле, не был рассмотрен вопрос о гамильтониане метода эффективной массы в неоднородном магнитном поле. Между тем, недавно были сделаны интересные эксперименты [7], где исследовалось влияние неоднородности магнитного поля на свойства двумерных электронов в квантовой яме. Таким образом, является актуальным развитие метода эффективной массы для случая неоднородного магнитного поля.

Целью работы является:

1. Изучение эффекта спин-зависимого резонансного туннелирования через полупроводниковые двухбарьерные структуры, в том числе, при наличии приложенного напряжения на структуре.

2. Вывод спин-орбитальных членов гамильтониана электрона в A_3B_5 -полупроводнике в неоднородном магнитном поле.

3. Изучение влияния спин-орбитального взаимодействия Дрессельхауза на тонкую структуру электронного спектра в квантовых ямах в параллельном интерфейсам магнитном поле и на анизотропию энергии уровней Ландау в объёмном полупроводнике.

4. Расчёт обусловленной электронами магнитокристаллической анизотропии полупроводника в сильном магнитном поле.

Научная новизна работы состоит в решении следующих задач:

1. Развита теория спин-зависимого резонансного туннелирования через симметричную двухбарьерную структуру. Для рассматриваемой GaSb/AlGaSb структуры рассчитаны величина эффекта спиновой поляризации электронов, возникающей при туннелировании, а также величина туннельного спин-гальванического эффекта.

2. Изучено влияние напряжения между контактами резонансной туннельной структуры на эффект спиновой поляризации электронов при туннелировании и на туннельный спин-гальванический эффект.

3. Построен гамильтониан метода эффективной массы для электрона в неоднородном магнитном поле до членов третьего порядка по \hat{K} .

4. Аналитически рассчитана анизотропия энергии основного и первого уровней Ландау электрона в объёмном полупроводнике в сильном магнитном поле за счёт спин-орбитального члена (1). На основе полученного результата выполнен анализ экспериментальных данных работ [5],[8],[9] по анизотропии расщепления линии циклотронного резонанса в сильном магнитном поле в GaAs.

5. Изучена магнитокристаллическая анизотропия n -легированного A_3B_5 -полупроводника в сильном магнитном поле.

Практическая значимость работы. Предложены схемы спинового детектора и спинового инжектора на основе эффекта спин-зависимого резонансного туннелирования через симметричную двухбарьерную структуру, работа которых управляется прикладываемым напряжением.

На основе полученных формул для анизотропии энергии уровней Ландау в объёмном полупроводнике предложен новый метод измерения зонных параметров γ и η A_3B_5 -полупроводников по анизотропии линий циклотронного и спинового резонансов. Знание обоих вкладов от членов (1) и (2) в спиновое расщепление уровней Ландау позволило на основе экспериментальных данных работ [5],[8],[9] более точно определить параметр η в GaAs: $\eta = 6.5 \cdot 10^{-23}$ эВ·см²·Э⁻¹, по сравнению с тем, что было получено в [5]: $\eta = 4.9 \cdot 10^{-23}$ эВ·см²·Э⁻¹. В литературе довольно сильно разнятся экспериментальные значения константы γ для GaAs [4],[10]; проведённый анализ данных [5],[8],[9] свидетельствует в пользу “канонического” значения $\gamma \approx 25$ эВ·Å³ [4]. Заметим, что для GaSb величина γ гораздо больше, чем в GaAs, а данных по константе η , видимо, не существует. Таким образом, найденная формула для анизотропии энергии уровней Ландау будет особенно полезна при экспериментальном определении констант γ и η в GaSb по данным типа анизотропии расщепления линии циклотронного резонанса.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. При резонансном туннелировании спин-поляризованных электронов через двухбарьерную структуру из A_3B_5 -материалов возникает поверхностный ток вдоль интерфейса, который меняет направление и величину в зависимости от приложенного к структуре напряжения.

2. В неоднородном магнитном поле гамильтониан электрона третьего порядка по кинематическому импульсу \hat{K} в A_3B_5 -полупроводнике содержит две константы: помимо члена типа члена Дрессельхауза появляется спин-зависимый член, содержащий градиенты компонент магнитного поля $\nabla \mathcal{H}_i$, но не содержащий оператора \hat{K} .

3. Анизотропия спинового расщепления уровней Ландау электронов в объёмном A_3B_5 -полупроводнике в сильном магнитном поле определяется двумя константами γ и η в гамильтониане четвёртого порядка по

\hat{K} , квадратично зависит от величины магнитного поля \mathcal{H} и зависит от направления магнитного поля $\mathbf{h} = \mathcal{H}/\mathcal{H}$ относительно кристаллографических осей $\langle 100 \rangle$ как линейная комбинация кубических инвариантов четвёртого и шестого порядков $h_x^2 h_y^2 + h_x^2 h_z^2 + h_y^2 h_z^2$ и $h_x^2 h_y^2 h_z^2$.

4. Магнитокристаллическая анизотропия n -легированного объёмного A_3B_5 -полупроводника в сильном магнитном поле обусловлена анизотропным спиновым расщеплением основного уровня Ландау электрона и анизотропией эффективной массы электрона.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на семинарах лабораторий Физико-технического института им. А. Ф. Иоффе, на Российской конференции по физике полупроводников (Екатеринбург, 2007), на Молодёжной всероссийской конференции по физике полупроводников и полупроводниковых структур (Санкт-Петербург, 2006), на международных конференциях “Nanostructures: Physics and Technology” (Санкт-Петербург, 2006), “Winterschool on New Developments in Solid State Physics” (Бад Хофгастейн, Австрия, 2008).

Публикации. По результатам исследований, проведенных в диссертации, опубликовано 5 статей (их список приведен в конце автореферата).

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, трёх приложений и списка литературы. Диссертация содержит 103 страницы текста, включая 22 рисунка и 3 таблицы. Список цитируемой литературы содержит 90 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во Введении обоснована актуальность темы исследований, сформулированы цель и научная новизна работы, перечислены положения, выносимые на защиту, а также кратко изложено содержание диссертации.

Первая глава “Спин-зависимое резонансное туннелирование” посвящена теоретическому исследованию влияния спин-орбитального взаимодействия в виде члена Дрессельхауза на резонансное туннелирование электронов через двухбарьерную структуру.

На Рис. 1 представлена двухбарьерная симметричная GaSb/AlGaSb-гетероструктура, через которую изучалось спин-зависимое туннелирование. Структура предполагается выращенной так, что нормаль к интерфейсам направлена вдоль главной кристаллографической оси [100] (ось

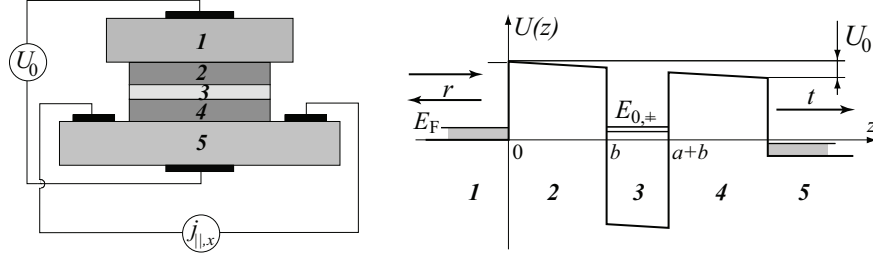


Рис. 1: Схема и зонная диаграмма исследуемой двухбарьерной гетероструктуры. На подложке из раствора $\text{Al}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{Sb}$ выращиваются слои ямы (состава GaSb) и барьеров (состава $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{Sb}$) толщинами порядка десятков ангстрем, а также кэп-слой (состава $\text{Al}_{0.15}\text{Ga}_{0.85}\text{Sb}$). Подложка служит коллектором, кэп-слой – эмиттером. Между коллектором и эмиттером прикладывается напряжение U_0 . К подложке подведены контакты, позволяющие измерять поверхностный ток $j_{||,x}$.

z). Резонансный уровень E_0 лежит около дна зоны проводимости эмиттера и может смещаться приложением напряжения U_0 . Считается, что температура низкая, так что электроны в коллекторе и в эмиттере представляют собой вырожденный газ. Обычно энергия Ферми E_F этого электронного газа много меньше глубины ямы и высоты барьера, поэтому в гамильтониане (1) можно оставить только линейные по k_x и k_y члены: $\hat{H}_{\text{SO}} = \gamma (\hat{\sigma}_x k_x - \hat{\sigma}_y k_y) \partial^2 / \partial z^2$. Прикладываемое напряжение падает преимущественно на слоях барьеров и ямы. Было установлено, что для напряжений, на которых происходит существенное для изучаемых эффектов движение резонансного уровня, членом Бычкова-Рашбы, связанным с электрическим полем в барьерах и в яме от приложенного напряжения, можно пренебречь по сравнению с членом Дрессельхауза.

Диагонализирующая гамильтониан \hat{H}_{SO} волновая функция имеет вид: $\psi = \chi u(z)$, где χ – не зависящий от координаты z спинор (но зависящий от $\mathbf{k}_{||} = (k_x, k_y)$), $u(z)$ – скалярная функция. Были найдены собственные спиноры $\chi_{\pm, \mathbf{k}_{||}}$ и уравнение для соответствующих им функций $u_{\pm, \mathbf{k}_{||}}(z)$. С помощью полученного уравнения были рассчитаны амплитуды $t_{\pm}(\mathbf{k}_{||}, k_z)$ и $r_{\pm}(\mathbf{k}_{||}, k_z)$ прошедшей и отражённой частей волны $u_{\pm, \mathbf{k}_{||}}(z)$ при единичной амплитуде налетающей из эмиттера волны: $\chi_{\pm, \mathbf{k}_{||}} e^{ik_z z}$. Вероятности прохождения $|t_{\pm}|^2$ как функции кинетической энергии вдоль оси z $\varepsilon_z = \hbar^2 k_z^2 / 2m^*$ имеют резонанс на энергиях расщеплённого резонансного уровня: $E_{0, \pm} = E_0 \pm \alpha k_{||}$, где $\alpha \sim \gamma \langle d^2 / dz^2 \rangle$. При

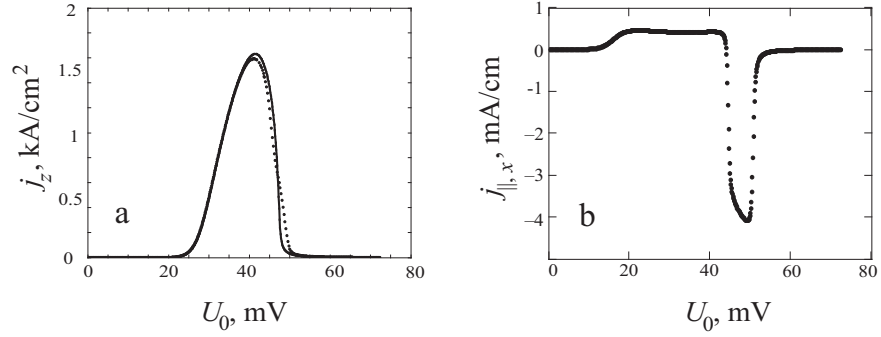


Рис. 2: Туннельный ток j_z (a) и составляющая $j_{x,||}$ поверхностного туннельного спин-гальванического тока (b) как функции приложенного к структуре напряжения. Расчёты проведены для следующих параметров $E_F = 10$ мэВ, $T = 9$ К, $p_s = 0.1$, $\tau_p = 10^{-12}$ с, $n_{s,x} = 1$, $n_{s,y} = 0$. На панели “a” точки соответствуют расчёту с учётом спин-орбитального взаимодействия, сплошная линия – в пренебрежении им.

приложении напряжения U_0 резонансные уровни опускаются вниз, что приводит к резкому спин-зависимому изменению прозрачности структуры для фиксированного электронного состояния.

Пусть налетающие на барьер электроны поляризованы по спину, но термализованы в каждом спиновом состоянии и степень поляризации $p_s \ll 1$. Был вычислен туннельный ток спин-поляризованных электронов через структуру (см. Рис. 2(a)). Оказалось, что туннельный ток в линейном p_s приближении не зависит от степени p_s (и, следовательно, направления \mathbf{n}_s) спиновой поляризации электронного газа. В двух состояниях с одной и той же энергией и противоположными $\mathbf{k}_{||}$ спины электрона $\mathbf{s}_{\pm, \mathbf{k}_{||}}$ направлены противоположно. Поэтому, если через структуру проходят преимущественно электроны с энергией, соответствующей верхнему (“+”) или нижнему (“-”) спиновому состоянию, и при этом электроны поляризованы по спину, то в коллекторе они будут обладать некоторым ненулевым импульсом в плоскости интерфейса. Это означает, что спиновая поляризация электронов в эмиттере будет приводить к электрическому току вдоль интерфейса в коллекторе [2]. При движении электронов вдоль оси z в коллекторе будет происходить рассеяние импульса, поэтому ток сосредоточен только в некоторой области вблизи интерфейса шириной порядка длины свободного пробега электрона, то есть является поверхностным. В результате расчёта для этого тока было

получено $j_{||,x} = -j_{||}n_{s,x}$, $j_{||,y} = j_{||}n_{s,y}$, где

$$j_{||} = -\frac{e\tau_p p_s}{\langle 1/\varepsilon \rangle V_1} \sum_{\mathbf{k}_{||}, k_z > 0} \frac{df_0}{d\varepsilon} (|t_+|^2 - |t_-|^2) v_{r,z} v_{||}, \quad (3)$$

τ_p - время релаксации импульса, V_1 - нормировочный объём эмиттера, f_0 - фермиевская функция, $\langle 1/\varepsilon \rangle$ - усреднённое по распределению f_0 значение величины $1/\varepsilon$, $v_{r,z} = \sqrt{2[\varepsilon_z + eU_0]/m^*}$ - скорость электрона в коллекторе с энергией ε_z в эмиттере. На Рис. 2(b) приведен результат расчёта тока $j_{||,x}$ в зависимости от приложенного напряжения. Видно, что когда туннельный ток имеет максимум, туннельный спин-гальванический ток меняет знак. Это изменение знака $j_{||,x}$ связано с различной прозрачностью резонансных подуровней $E_{0,\pm}$ и с тем фактом, что при различных U_0 каждый из подуровней $E_{0,\pm}$ может находиться выше или ниже заселённых состояний в эмиттере (см. Рис. 1). Измерение поверхностного тока даёт информацию о величине и направлении спиновой поляризации электронов в эмиттере. Таким образом, рассмотренная структура может служить спиновым детектором, чувствительность которого управляется прикладываемым напряжением.

В двухбарьерной структуре возможен также эффект, обратный только что рассмотренному: возникновение спиновой поляризации электронов в коллекторе при наличии ненулевого среднего импульса в плоскости интерфейса в эмиттере (то есть электрического тока вдоль интерфейса). Природа этого эффекта аналогична природе туннельного спин-гальванического эффекта: совместное действие асимметрии прозрачности спиновых состояний и асимметрии заселённости спиновых состояний. Была рассчитана зависимость степени поляризации протуннелировавших электронов от приложенного напряжения на структуре при некотором электрическом поле $\mathcal{E}_{||}$ вдоль интерфейса в эмиттере. Из-за родственной природы этих двух эффектов формула для поляризации протуннелировавших электронов оказывается похожей на формулу (3), и зависимость поляризации от напряжения оказывается очень похожей на график на Рис. 2(b). При реалистичных параметрах поляризация по величине достигала 10 процентов при “открытом резонансном уровне”. Таким образом, рассмотренная структура может служить спиновым инжектором, контролируемым прикладываемым напряжением.

Во второй главе “Гамильтониан Дрессельхауза в магнитном поле” спин-зависимый K^3 -гамильтониан метода эффективной массы (в отсутствии магнитного поля являющийся членом (1)) обобщается на случай присутствия неоднородного магнитного поля. Кроме того, обсуждается связь способов записи члена (1) в однородном магнитном поле и рассчитываются поправки от (1) к состояниям двумерных электронов в однородном магнитном поле вдоль слоя.

Общий рецепт построения гамильтониана электрона \hat{H} метода эффективной массы во внешнем магнитном поле в некотором порядке N по оператору $\hat{\mathbf{K}}$ относительно Γ -точки $\mathbf{k}_0 = 0$ состоит в следующем [6]. Гамильтониан \hat{H} ищется в виде линейной комбинации операторов $\hat{K}_i \hat{K}_j \hat{K}_k \dots \hat{\sigma}_t$, в которую входят все возможные одночлены по операторам \hat{K}_i степени не выше N , $i, j, k, \dots = 1..3$, $t = 0..3$, $\hat{\sigma}_0$ – единичная матрица 2×2 , $\hat{\sigma}_{1,2,3}$ – матрицы Паули. При этом из большого числа возможных членов нужно оставить только те, которые образуют инварианты относительно преобразований точечной группы кристалла [11].

В работах [6] было показано, что в случае однородного магнитного поля гамильтониан \hat{H} имеет вид суммы членов $(e\mathcal{H}/ch)^n \hat{H}_n(\hat{\mathbf{K}})$, $n = 0..[N/2]$, где $\hat{H}_n(\hat{\mathbf{K}})$ – полином от операторов \hat{K}_i , полностью симметризованный по всем \hat{K}_i (для каждого одночлена $\hat{K}_i \hat{K}_j \hat{K}_k \dots$ берётся сумма всех возможных перестановок, делённая на их число), символ $[q]$ означает целую часть числа q . В случае отсутствия магнитного поля член \hat{H}_0 переходит в гамильтониан метода эффективной массы в отсутствии магнитного поля, поэтому на константы, содержащиеся в \hat{H}_0 , накладывается некоторое требование соответствия константам гамильтониана \hat{H} в отсутствии магнитного поля.

В Главе 2 строится гамильтониан электрона третьего порядка по $\hat{\mathbf{K}}$ в A_3B_5 -полупроводнике. Для этого, в соответствии с изложенным выше, сначала с помощью метода инвариантов [11] был построен наиболее общий гамильтониан $2 \times 2 \hat{H}^{(3)}$ в Γ -точке, кубический по $\hat{\mathbf{K}}$ и инвариантный относительно преобразований группы T_d (гамильтониан $\hat{H}^{(3)}$ в однородном магнитном поле входит в \hat{H}_0 , см. [12]). Оказалось, что $\hat{H}^{(3)}$ состоит из двух членов, аналогичных члену Дрессельхауза (1) за тем исключением, что каждое выражение вида $k_x(k_y^2 - k_z^2)$ заменяется на $\hat{K}_y \hat{K}_x \hat{K}_y - \hat{K}_z \hat{K}_x \hat{K}_z$ или на $[\hat{K}_x(\hat{K}_y^2 - \hat{K}_z^2) + (\hat{K}_y^2 - \hat{K}_z^2)\hat{K}_x]/2$. Таким образом, в гамильтони-

ане содержатся две константы, сумма которых равна γ . Было показано, что для однородного магнитного поля полученные “квазичлены Дрессельхауза” с $\hat{K}_y\hat{K}_x\hat{K}_y - \hat{K}_z\hat{K}_x\hat{K}_z$ или $[(\hat{K}_x(\hat{K}_y^2 - \hat{K}_z^2) + (\hat{K}_y^2 - \hat{K}_z^2)\hat{K}_x)]/2$ тождественны. Поэтому в гамильтониане $\hat{H}^{(3)}$ остаётся одна константа γ , и $\hat{H}^{(3)}$ не зависит от вида симметризации операторов $\hat{K}_i\hat{K}_j^2$. Итак, в однородном магнитном поле гамильтониан можно выбрать в наиболее коротком виде:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{SO}} = & \gamma [(\hat{K}_y\hat{K}_x\hat{K}_y - \hat{K}_z\hat{K}_x\hat{K}_z) \hat{\sigma}_x + \\ & + (\hat{K}_z\hat{K}_y\hat{K}_z - \hat{K}_x\hat{K}_y\hat{K}_x) \hat{\sigma}_y + (\hat{K}_x\hat{K}_z\hat{K}_x - \hat{K}_y\hat{K}_z\hat{K}_y) \hat{\sigma}_z]. \end{aligned} \quad (4)$$

В работах [3],[13] при расчёте эффектов спин-орбитального взаимодействия в однородном магнитном поле использовалась форма гамильтониана Дрессельхауза, содержащая в соответствии с [6],[12], полностью симметризованные комбинации операторов $\hat{K}_i^2\hat{K}_j$. Технически это значительно более трудоёмко, чем использование формы (4).

В случае же неоднородного магнитного поля описанные два слагаемых нетождественны. Если одну часть гамильтониана $\hat{H}^{(3)}$ выбрать в виде (4), то оставшаяся часть приводится к виду, содержащему только производные от магнитного поля по пространственным переменным:

$$\hat{H}'_{\text{SO}} = \zeta (\{\nabla, \mathcal{H}\} \cdot \hat{\sigma}), \quad (5)$$

где ζ – новая константа материала, фигурные скобки обозначают операцию: $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\} = (a_y b_z + a_z b_y, a_z b_x + a_x b_z, a_x b_y + a_y b_z)$, оператор ∇ действует только на магнитное поле, но не на волновые функции.

Критерии ситуации, когда должен проявляться член (5), достаточно экзотичны. Во-первых, магнитное поле должно быть достаточно сильным: $[\hat{K}_i, \hat{K}_j] \sim \hat{K}_i^2$, иначе говоря $1/l_m \sim k_F$, то есть магнитное поле должно быть ультраквантовым (l_m – магнитная длина). Во-вторых, содержащий производные магнитного поля член (5) должен быть не мал по сравнению с членом (4), отличным от нуля при однородном магнитном поле. Это происходит, когда поле меняется достаточно быстро: на расстояниях $l_{\text{char}} \sim l_m$. Экспериментально такая ситуация с наибольшей вероятностью может быть достигнута для электронов в симметричной

квантовой яме в неоднородном магнитном поле, создаваемом расположенными рядом узкими полосками сверхпроводника или вихрями Абрикосова в объёмном сверхпроводнике вблизи квантовой ямы [7].

В завершении Главы 2, в качестве приложения полученного гамильтониана (4), исследовано влияние спин-орбитального взаимодействия на спектр и волновые функции электронов одиночной и двойной квантовых ямах в однородном магнитном поле в плоскости интерфейса. Интерес к этой задаче связан с экспериментальной работой [14], где изучались обусловленные энергетическим спектром электронов особенности магнитосопротивления двумерных электронов в двойной квантовой яме GaAs/InGaAs в параллельном интерфейсам магнитном поле. Структуры были выращены вдоль оси [001] (ось z), магнитное поле было направлено вдоль ортогональной ей оси [100] (ось x).

В такой геометрии классификация волновых функций электронов в яме с приложением магнитного поля не меняется, волновые функции имеют вид: $e^{i(k_x x + k_y y)} \chi_{\pm, n, \mathbf{k}_{||}}(z)$, где n – номер подзоны, знаки “+” и “–” соответствуют верхнему и нижнему спиновым состояниям. Случай одиночной ямы в магнитном поле был частично рассмотрен в работе [15]. В Главе 2 были рассчитаны спин-орбитальные поправки к спектру электрона в двойной квантовой яме в магнитном поле. Рассматривались энергии вблизи симметричной $n = s$ и антисимметричной $n = a$ близлежащих подзон, произошедших вследствие туннельного расщепления уровня каждой ямы. В слабом магнитном поле $\hbar\omega_L \lesssim \alpha k_F$ характер поправок оказывается похожим на случай одиночной квантовой ямы: существует точка вырождения $\mathbf{k}_{||,0}$, где соприкасаются спектры “+”- и “–”- подзон, вблизи $\mathbf{k}_{||,0}$ спиновое расщепление линейно по $|\mathbf{k}_{||} - \mathbf{k}_{||,0}|$ ($\omega_L = |g|e\mathcal{H}/2m_0c$ – ларморовская частота, α – константа, описывающая линейное по $k_{||}$ расщепление подзоны в отсутствии магнитного поля). Однако, из-за взаимодействия симметричной и антисимметричной подзон между собой зависимость энергии от $\mathbf{k}_{||}$ в целом имеет очень сложный вид. Для случая достаточно сильного магнитного поля существенны спин-орбитальные поправки к энергиям спин-расщеплённых симметричной и антисимметричной подзон в точке $\mathbf{k}_{||} = 0$. Без учёта члена (4) энергия электрона при $\mathbf{k}_{||} = 0$ имеет вид $E_{a,s;\pm} = E_{a,s;0} + V_{a,s} \pm \hbar\omega_L/2$, где $E_{a,s;0}$ – положения центров подзон в отсутствии магнитного поля, $V_{a,s} = m^* \omega_c^2 \langle u_{a,s} | z^2 | u_{a,s} \rangle / 2$

– диамагнитные сдвиги энергий s- и а-состояний, $\omega_c = e\mathcal{H}/m^*c$ – циклотронная частота. Для поправок к энергиям $E_{a,s;\pm}$ за счёт члена Дресельхауза (4) в Главе 2 было получено:

$$\delta E_{a,\pm} = \frac{(c \pm d)^2}{\Delta_T \pm \hbar\omega_L}, \quad \delta E_{s,\pm} = -\frac{(c \mp d)^2}{\Delta_T \mp \hbar\omega_L}, \quad (6)$$

где $\Delta_T = (E_{a,0} + V_a) - (E_{s,0} + V_s)$, $c = \gamma\langle u_s | z(\partial/\partial z)z | u_a \rangle / l_m^4$, $d = \gamma\langle u_s | (\partial/\partial z)z(\partial/\partial z) | u_a \rangle / l_m^2$. Поправки (6) оказываются особенно существенны при магнитном поле, для которого зеемановское расщепление $\hbar\omega_L$ близко к туннельному расщеплению Δ_T энергий s- и а-состояний. В Главе 2 был проведён расчёт спин-орбитальных поправок как для GaAs/InGaAs-структуры, так и для GaSb/AlGaSb-структуры, где они оказываются более значительны, чем в GaAs/InGaAs-структуре, и, следовательно, могут с большей вероятностью наблюдаться в транспортных экспериментах типа [14] или в оптических экспериментах.

Третья глава “Анизотропия зоны проводимости объёмного полупроводника в сильном магнитном поле” посвящена расчёту анизотропии спин-расщеплённых уровней Ландау электронов в объёмном полупроводнике (иногда говорят, анизотропии сдвига и g -фактора уровней Ландау), а также эффектам, возникающим вследствие этой анизотропии.

Существуют два теоретических подхода к описанию анизотропии зоны проводимости A_3B_5 -полупроводников в сильном магнитном поле. Подход А (работа [16]) есть прямой численный поиск уровней Ландау электронов в 14-зонном kp -гамильтониане. В подходе В (работы [12],[13]) сначала из 14-зонного kp -гамильтониана строится 2×2 -гамильтониан электрона проводимости с точностью до членов четвертого порядка по обобщённому импульсу \hat{K} (K^4 -гамильтониан эффективной массы Кона [6]). Затем численно ищутся уровни Ландау в рамках K^4 -гамильтониана. В связи с вычислительными трудностями в [16],[13] удалось рассчитать уровни Ландау только для некоторых частных направлений магнитного поля относительно кристаллографических осей.

В K^4 -гамильтониане электрона анизотропией обладают члены (4), (2) и бесспиновый член $\hat{H}_\beta = \beta(\hat{K}_x^4 + \hat{K}_y^4 + \hat{K}_z^4)$. Изложенное в Главе 3 представляет собой развитие подхода В, а также теоретической части работы [5]: выводится формула поправок к энергии от члена (4) к уровням Лан-

дау для любого направления магнитного поля, что завершает построение аналитической теории анизотропии уровней Ландау (поправки от \hat{H}_τ и \hat{H}_β были аналитически рассчитаны в [17] и [5]). В ультраквантовом случае равновесные электроны находятся на основном уровне Ландау, и выполняется неравенство $k_{\mathcal{H}}l_m \ll 1$, где $k_{\mathcal{H}}$ – волновой вектор электрона вдоль направления \mathcal{H} . Поэтому поправки к энергии первого порядка теории возмущений от взаимодействия Дрессельхауза, линейные по $k_{\mathcal{H}}$ [3], становятся малы по сравнению с поправками второго порядка, не исчезающими при $k_{\mathcal{H}} \rightarrow 0$. Итак, характерная энергия (анизотропных) поправок от члена Дрессельхауза для нескольких первых уровней Ландау при $k_{\mathcal{H}}l_m \ll 1$ квадратично зависит от \mathcal{H} и дается формулой: $\nu(\mathcal{H}) = (\gamma/l_m^3)^2/\hbar\omega_c = (e^2m^*\gamma^2/c^2\hbar^4)\mathcal{H}^2$. В ультраквантовом случае $\hat{K}^4 \sim 1/l_m^4 \sim \mathcal{H}^2$. Следовательно, анизотропию состояний электронов с точностью до квадратичных по \mathcal{H} членов определяют K^3 -слагаемое Дрессельхауза \hat{H}_{SO} , а также K^4 -слагаемые \hat{H}_τ и \hat{H}_β . Члены же в \hat{H} старшего порядка по \hat{K} дают вклад в анизотропию энергии в высших, чем \mathcal{H}^2 , порядках.

Поправки первого порядка по \hat{H}_τ к энергии n -го уровня Ландау при $k_{\mathcal{H}}l_m \ll 1$ имеют вид [5, 17]:

$$\delta E_{n,\pm} = \pm \frac{e\eta}{c\hbar} (2n+1) \mathcal{H}^2 (h_x^2 h_y^2 + h_x^2 h_z^2 + h_y^2 h_z^2), \quad (7)$$

где $\mathbf{h} = \mathcal{H}/\mathcal{H}$, состояния “+” и “–” соответствуют тому, что спин в этом состоянии приблизительно сонаправлен или противоположно направлен вектору \mathbf{h} ¹. В Главе 3 был проведён расчёт поправок к энергии уровней Ландау во втором порядке теории возмущений по взаимодействию (4). При условии, что зеемановское расщепление $\hbar\omega_L$ много больше поправок от \hat{H}_{SO} и \hat{H}_τ , для анизотропной части поправок к спиновому расщеплению уровней Ландау от члена \hat{H}_{SO} было получено:

$$\delta E_{n,+} - \delta E_{n,-} = \nu(\mathcal{H}) [a_n (h_x^2 h_y^2 + h_x^2 h_z^2 + h_y^2 h_z^2) + b_n h_x^2 h_y^2 h_z^2]. \quad (8)$$

Числа a_n и b_n были вычислены путем сравнения разложений на сферические гармоники численно рассчитанных функций $\delta E_{n,\pm}(\mathbf{h})$ и кубических

¹Смысл символов “+” и “–” другой по сравнению с Главами 1 и 2; при $g < 0$ основным спиновым подуровнем является “+”-подуровень.

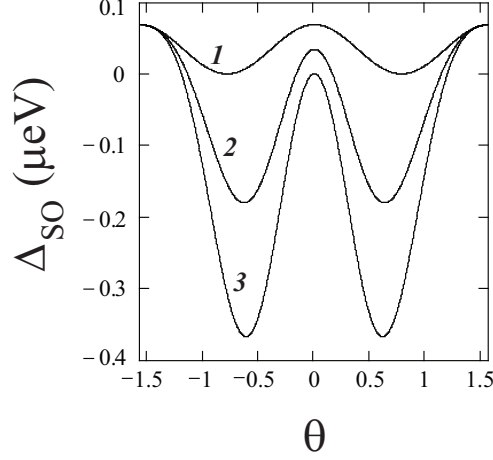


Рис. 3: Вклад Δ_{SO} от взаимодействия Дрессельхауза в расщепление линии циклотронного резонанса как функция угла θ при $\varphi = 0$ (кривая 1), при $\varphi = \pi/8$ (кривая 2) и при $\varphi = \pi/4$ (кривая 3). θ и φ – полярные углы вектора \mathcal{H} в кристаллографической системе координат с осями $\langle 100 \rangle$. Магнитное поле равно 7.5 Тл, расчёт проведён для материала GaAs с параметрами: $m^* = 0.0667 m_0$, $\gamma = 24.5 \text{ эВ} \cdot \text{Å}^3$ [4].

инвариантов $h_x^2 h_y^2 + h_x^2 h_z^2 + h_y^2 h_z^2$ и $h_x^2 h_y^2 h_z^2$: $a_0 = 2$, $b_0 = -22 (1/2)$, $a_1 = -2$, $b_1 = -157 (1/2)$.

Было рассмотрено влияние полученной анизотропии уровней Ландау на анизотропию расщепления линии циклотронного резонанса $0^\pm \rightarrow 1^\pm$ (переходы с сохранением типа спинового состояния и величины $k_{\mathcal{H}} \approx 0$). Линия расщепляется за счёт различия спинового расщепления (g -фактора) для $n = 0$ и $n = 1$ уровней Ландау. Расщепление линии Δ за счёт заданных спиновых поправок $\delta E_{n,\pm}$ к уровням Ландау определяется по формуле: $\Delta = (\delta E_{1,+} - \delta E_{0,+}) - (\delta E_{1,-} - \delta E_{0,-})$. Основной (изотропный) вклад в эту величину даёт член $g_1 \hat{K}^2 (\mathcal{H} \cdot \hat{\sigma})$ в K^4 -гамильтониане. Анизотропная часть Δ состоит из двух вкладов Δ_τ и Δ_{SO} за счёт взаимодействий \hat{H}_τ и \hat{H}_{SO} ; эти вклады легко находятся из формул (7) и (8). На Рис. 3 представлена величина Δ_{SO} для GaAs.

Проведённый в Главе 3 анализ экспериментальных данных работы [5] показал, что влияние члена Дрессельхауза на наблюдающуюся в [5] анизотропию расщепления линии $0^\pm \rightarrow 1^\pm$ в GaAs относительно $\langle 100 \rangle$ и $\langle 110 \rangle$ осей невелико и составляет около 2 %. Поэтому можно считать,

что $(\Delta_{110} - \Delta_{100})_{\text{exp}} = (\Delta_{110} - \Delta_{100})_{\tau}$. С другой стороны, для магнитных полей, чье направление \mathbf{h} близко к оси $\langle 111 \rangle$ (см. Рис. 3), разность расщеплений $(\Delta_{\mathbf{h}} - \Delta_{100})_{\text{SO}}$ составляет около 10 % от наблюдавшегося значения $(\Delta_{110} - \Delta_{100})_{\text{exp}}$. Заметим, что влияние члена (4) на сдвиг дублета циклотронного резонанса очень мало по сравнению с измеренным в [5] сдвигом (обусловленным преимущественно членом \hat{H}_{β}).

Реальность предсказанного вклада в Δ за счёт члена (4) можно подтвердить, сравнив Рис. 3 с экспериментальными данными работы [8] для трёх направлений магнитного поля: $\langle 100 \rangle$, $\langle 110 \rangle$ и $\langle 111 \rangle$. В [8] расщепления линии циклотронного резонанса приведены через расщепление $\Delta\mathcal{H}$ резонансного магнитного поля при фиксированной энергии перехода; при (выполненном) условии $\hbar\omega_c \gg \Delta$ величина $\Delta\mathcal{H}$ пропорциональна Δ . Если бы существовал один вклад (7) в анизотропию расщепления линии, то величины $(\Delta_{111} - \Delta_{110})$ и $(\Delta_{110} - \Delta_{100})$ составляли бы 1/12 и 1/4 от $(4e\eta\mathcal{H}^2/c\hbar)$, а их отношение $f_{\text{anis}} = (\Delta_{111} - \Delta_{110})/(\Delta_{110} - \Delta_{100})$ было бы равно 1/3. Но, с учетом отрицательного K^3 -вклада в анизотропию расщепления Δ , величина $(\Delta_{111} - \Delta_{110})_{\text{theor}}$ должна составлять $\sim 26\%$ от величины $(\Delta_{110} - \Delta_{100})$ (см. предыдущий абзац и Рис. 3). Из Табл. 1 видно, что для $\mathcal{H} = 10.43$ Тл и $\mathcal{H} = 13.87$ Тл экспериментальные значения f_{anis} неплохо согласуются с числом 26 %. Согласно развитой теории, расщепления $\Delta_{\mathbf{h}}$ для всех \mathbf{h} должны зависеть от \mathcal{H} квадратично. Как видно из Табл. 1, значения расщеплений для $\mathcal{H} = 6.08$ Тл выпадают из квадратичной зависимости, поэтому эту точку разумно списать на измерительную ошибку. Для сравнения укажем, что теоретическое предсказание работы [13] для f_{anis} составляет 0.29.

Было проведено сравнение полученных поправок к величине Δ с измеренной в [9] угловой зависимостью Δ для магнитного поля $\mathcal{H} = 10.43$ Тл в плоскости $\{110\}$. Используя $(\Delta_{110} - \Delta_{100})_{\text{exp}} \approx (\Delta_{110} - \Delta_{100})_{\tau}$,

Табл. 1: Экспериментальные значения расщепления линии $0^{\pm} \rightarrow 1^{\pm}$ в GaAs.

\mathcal{H} , Тл	$\Delta\mathcal{H}_{\mathbf{h}}/\mathcal{H}^2$, кТл $^{-1}$			f_{anis}
	$\mathbf{h} = [100]$	$\mathbf{h} = [110]$	$\mathbf{h} = [111]$	
6.08	0.357	0.398	0.417	0.467
10.43	0.352	0.420	0.438	0.270
13.87	0.356	0.425	0.441	0.233

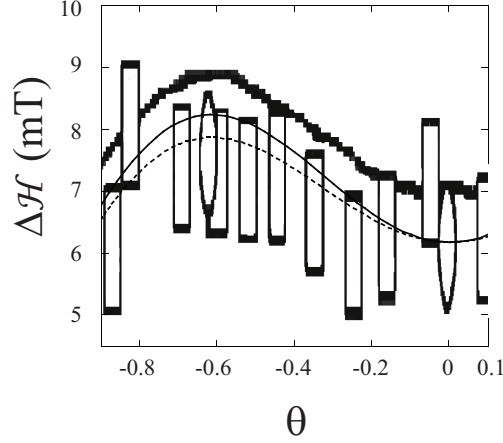


Рис. 4: Анизотропная часть расщепления линии циклотронного резонанса в GaAs как функция угла θ при $\varphi = \pi/4$ и $\mathcal{H} = 10.43$ Тл. Эллипсы – эксперимент [8], прямоугольники – эксперимент [9], толстая сплошная линия – теория [13], тонкая сплошная линия – величина Δ_τ с параметром η , выбранным на основе данных [8] и [9] для Δ_{100} и Δ_{110} , штриховая линия – величина $\Delta_{\text{theor}} = \Delta_\tau + \Delta_{\text{SO}}$ с тем же значением η , что и для тонкой сплошной линии, и с константой γ из обзора [4].

из измеренных в [8, 9] значений Δ_{110} и Δ_{100} была извлечена константа η : $\eta = 6.5 \cdot 10^{-23}$ эВ·см²·Э⁻¹. С так выбранной константой η и с $\gamma = 24.5$ эВ·Å³ [4] были построены величины Δ_τ и $\Delta_{\text{theor}} = \Delta_\tau + \Delta_{\text{SO}}$ в зависимости от угла θ при $\varphi = \pi/4$ и затем наложены на данные работ [8, 9] (Рис. 4). Вертикальное положение экспериментального значения Δ при $\theta = 0$ было совмещено с вертикальным положением $\Delta_{\text{theor}}(\theta = 0)$ ². Погрешность приведенных на Рис. 4 экспериментальных данных оценивается вертикальным размером символов, использованных для нанесения экспериментальных точек [13]. Видно, с одной стороны, что так построенная зависимость $\Delta_{\text{theor}}(\theta)$ существенно уточняет численный расчёт $\Delta_{\text{theor}}(\theta)$ работы [13]. С другой стороны, видно, что учёт поправок за счёт члена Дрессельхауза (штриховая линия), насколько можно судить при имеющейся неточности экспериментальных данных, уточняет описа-

²При этом в силу сделанного выбора параметра η совпало вертикальное положение точек $\Delta_{\text{exp}}(\theta = -\pi/2)$ и $\Delta_{\text{theor}}(\theta = -\pi/2)$; положение этих точек соответствует началу отсчёта по оси ординат на Рис. 4: $\Delta\mathcal{H} = 0$.

ние на основе одного члена \hat{H}_τ (тонкая сплошная линия). Заметим, что вклад от члена (4) в Δ_{theor} является квадратичным по константе γ , то есть очень чувствителен к её величине.

Более точное и подробное, чем в [5],[8],[9] измерение анизотропии расщепления линии циклотронного резонанса в силу формул (7) и (8) даст возможность с помощью разложения на сферические гармоники экспериментальной зависимости $\Delta_{\mathbf{h}}$ независимо определять константы η и γ . Аналогичным образом для определения этих констант можно использовать данные по анизотропии спинового и комбинированного резонансов (переходы $n^+ \rightarrow n^-$ и $n_1^+ \rightarrow n_2^-$). Такие способы измерения η и γ являются непосредственными в том смысле, что измеряется энергия спинового расщепления, выражающаяся через γ и η без параметров, описывающих кинетику электронов. Например, определение константы γ по скорости спиновой релаксации не вполне однозначно, так как измеряется её произведение с некоторым временем рассеяния τ [4]. Заметим, что в литературе довольно сильно, в 2 раза, разнятся экспериментальные значения константы γ для GaAs [4],[10]. Проведённый анализ данных [5],[8],[9] свидетельствует в пользу значений константы γ вблизи “канонического” значения $24.5 \text{ eV} \cdot \text{\AA}^3$ [4] и, кроме того, позволил уточнить значение константы η по сравнению с приведённым в [5].

Другим эффектом, непосредственно связанным с анизотропией уровней Ландау, является магнитокристаллическая анизотропия полупроводника в сильном магнитном поле, связанная с электронами проводимости. В ультраквантовом случае энергия Ферми одномерного электронного газа нижней подзоны основного уровня Ландау прижимается к дну подзоны с ростом \mathcal{H} , и поэтому для свободной энергии имеем $F \approx n_e E_{0,+}$ [18], где n_e – концентрация электронов. Основная, изотропная часть намагниченности \mathbf{M}_0 , связанная с квадратичными членами в \hat{H} , насыщается. Таким образом, теория магнитокристаллической анизотропии сводится к поиску энергии $E_{0,+}$ нижнего подуровня основного уровня Ландау в рамках K^4 -гамильтониана и применению определения $\mathbf{M} = -\partial F / \partial \mathcal{H}$. Кроме обсуждавшейся выше анизотропии g -фактора, было учтено влияние на $E_{0,+}$ члена \hat{H}_β .

Приведём ответ для проекции вдоль \mathbf{h} от анизотропной поправки $\delta \mathbf{M}$

к насыщенной намагниченности $\mathbf{M}_0 = -n_e(\hbar\omega_c/2 - \hbar\omega_L/2)\mathbf{h}/\mathcal{H}$:

$$\delta\mathbf{M}_{\parallel} = 2n_e\mathcal{H}[A(h_x^2h_y^2 + h_x^2h_z^2 + h_y^2h_z^2) + B h_x^2h_y^2h_z^2]\mathbf{h}, \quad (9)$$

где

$$A = \frac{e\eta}{c\hbar} + 1\frac{1}{2}\frac{\beta e^2}{c^2\hbar^2} - 1\frac{5}{8}\frac{e^2m^*\gamma^2}{c^2\hbar^4}, \quad B = -23\frac{5}{8}\frac{e^2m^*\gamma^2}{c^2\hbar^4}.$$

Были найдены численные значения максимальной величины вкладов от членов \hat{H}_{SO} , \hat{H}_{τ} и \hat{H}_{β} в величину $\delta\mathbf{M}_{\parallel}$ относительно основного значения насыщенной намагниченности M_0 для полупроводников GaAs, GaSb и InSb. Оказалось, что наибольшее значение, около 5 процентов при $\mathcal{H} = 10$ Тл, анизотропия намагниченности достигает в InSb. Для всех материалов анизотропия $\delta\mathbf{M}_{\parallel}$ приблизительно в равной мере обусловлена анизотропией g -фактора на основном уровне Ландау и диамагнитным влиянием анизотропии эффективной массы (член \hat{H}_{β}). Предсказанные величины $\delta M/M_0$ находятся в рамках достижимой точности методов измерения намагниченности образца.

В Приложениях приведены громоздкие выкладки, посвящённые расчёту туннельной прозрачности двухбарьерной структуры в электрическом поле, а также теоретико-групповой вывод общей формы кубического по $\hat{\mathbf{K}}$ гамильтониана вблизи Γ -точки (представление $\mathcal{D}^{1/2}(g)$).

Основные результаты диссертации изложены в статьях:

[A1] М. М. Glazov, P. S. Alekseev, M. A. Odnoblyudov, V. M. Chistyakov, S. A. Tarasenko, I. N. Yassievich. Spin-dependent resonant tunneling in symmetrical double-barrier structures // Phys. Rev. B **71**, 155313-1-155313-5 (2005).

[A2] П. С. Алексеев, В. М. Чистяков, И. Н. Ясиевич. Влияние электрического поля на спин-зависимое резонансное туннелирование // ФТП **40**, 1436-1442 (2006).

[A3] П. С. Алексеев, М. В. Якунин, И. Н. Ясиевич. Влияние спин-орбитального взаимодействия на спектр двумерных электронов в магнитном поле // ФТП **41**, 1110-1117 (2007).

[A4] П. С. Алексеев. Анизотропия электронного g -фактора в полупроводниках кубической симметрии // ЖЭТФ **134**, 996-1005 (2008).

[A5] П. С. Алексеев. Аналитическая теория анизотропии зоны проводимости A_3B_5 -полупроводников в сильном магнитном поле // Письма в ЖЭТФ **90**, 111-115 (2009).

Список литературы

- [1] V. I. Perel', S. A. Tarasenko, I. N. Yassievich, et al., *Phys. Rev. B* **67**, 201304 (2003).
- [2] S. A. Tarasenko, V. I. Perel', I. N. Yassievich, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 056601 (2004).
- [3] Е. Л. Ивченко, *ФТТ* **15**, 1566 (1973); Б. П. Захарченя, Е. Л. Ивченко, Ф. Я. Рыскин, Ф. В. Варфоломеев, *ФТТ* **18**, 1, 230 (1976).
- [4] Г. Е. Пикус, В. А. Марущак, А. Н. Титков, *ФТП* **22**, 185 (1988).
- [5] В. Г. Голубев, В. И. Иванов-Омский, И. Г. Минервин и др., *Письма в ЖЭТФ* **40**, 143 (1984).
- [6] J. M. Luttinger, W. Kohn, *Phys. Rev.* **97**, 869 (1955); W. Kohn, *Phys. Rev.* **115**, 1460 (1959).
- [7] А. К. Гейм, *Письма в ЖЭТФ* **50**, 359 (1989); S. J. Bending, K. von Klitzing, K. Ploog, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1060 (1990); P. D. Ye, D. Weiss, R. R. Gerhardts, et al., *Phys. Rev. Lett.* **74**, 3013 (1995).
- [8] Н. Sigg, J. A. A. J. Perenboom, P. Pfeffer, W. Zawadzki, *Solid State Comm.* **61**, 685 (1987).
- [9] М. А. Hopkins, R. J. Nicholas, P. Pfeffer, et al., *Semicond. Sci. Technol.* **2**, 568 (1987).
- [10] W. J. H. Leyland, R. T. Harley, M. Henini, et al., *Phys. Rev. B* **76**, 195305 (2007).
- [11] Г. Л. Бир, Г. Е. Пикус, *Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках* (М., Наука, 1972).
- [12] М. Braun, U. Rössler, *J. Phys. C* **18**, 3365 (1985).
- [13] Н. Mayer, U. Rössler, *Phys. Rev. B* **44**, 9048 (1991).
- [14] М. В. Якунин, Г. А. Альшанский, Ю. Г. Арапов и др., *ФТП* **39**, 118 (2005).
- [15] М.-С. Chang, *Phys. Rev. B* **71**, 085315 (2005).
- [16] P. Pfeffer, W. Zawadzki, *Phys. Rev. B* **41**, 1561 (1990).
- [17] N. R. Ogg, *Proc. Phys. Soc.* **89**, 431 (1966).
- [18] И. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, М. И. Каганов, *Электронная теория металлов* (М., Наука, 1971).