

УЧРЕЖДЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. А.Ф. Иоффе РАН

На правах рукописи

Шалыбков Дмитрий Александрович

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ И ГИДРОМАГНИТНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ КУЭТТА

01.03.02 – астрофизика и звёздная астрономия

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2010

Работа выполнена в секторе теоретической астрофизики Отделения физики плазмы, атомной физики и астрофизики Учреждения Российской академии наук "Физико-технического института им. А. Ф. Иоффе РАН".

- Официальные оппоненты:
- доктор физико-математических наук,
Д. В. Бисикало
(Институт астрономии, РАН, Москва)
 - доктор физико-математических наук,
профессор П. Г. Фрик
(Институт механики сплошных сред, УрО РАН, Пермь)
 - доктор физико-математических наук,
профессор А. Я. Эндер
(Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе, РАН, Санкт-Петербург)
- Ведущая организация: – Главная астрономическая обсерватория, РАН
(196140, Санкт-Петербург, Пулковское шоссе, д. 65/1)

Защита состоится 28 октября 2010 года в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 002.205.03 при ФТИ им. А. Ф. Иоффе по адресу: 194021, С.-Петербург, Политехническая ул. 26.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФТИ им. А. Ф. Иоффе.
Автореферат разослан сентября 2010 года.

Ученый секретарь диссертационного совета:
канд. физ.-мат. наук

А. М. Красильщиков.

1 Общая характеристика диссертации

Актуальность работы. Проблема устойчивости дифференциального вращения, особенно при наличии магнитного поля и неоднородной плотности, чрезвычайно актуальна для многих астрофизических приложений. В частности, наиболее вероятным механизмом, способным объяснить неустойчивость аккреционных дисков, в настоящее время считается магнитовращательная неустойчивость. Сама магнитовращательная неустойчивость была теоретически открыта Велиховым [1] более 50 лет назад именно при изучении устойчивости идеального течения Куэтта с однородным осевым магнитным полем. Тем не менее, магнитовращательная неустойчивость до сих пор не наблюдалась экспериментально. Наши работы (см. /1/ и /4/) подтвердили, что основной причиной, приводящей к трудностям в экспериментальной реализации магнитовращательной неустойчивости, является чрезвычайно малое значение магнитного числа Прандтля (порядка 10^{-5} и меньше), которое имеют жидкие металлы. Отсутствие экспериментального подтверждения и каких-то практических приложений предопределило отсутствие интереса научной общественности к магнитовращательной неустойчивости. Только спустя 30 лет после работы Велихова, было осознано значение магнитовращательной неустойчивости как возможного механизма, способного объяснить природу неустойчивости аккреционных дисков [2,3]. Список важных приложений теории устойчивости дифференциального вращения далеко не исчерпывается проблемой устойчивости аккреционных дисков. В этой связи, можно, например, упомянуть проблему дифференциального вращения солнца и звезд (см., например, [4,5]) или проблему коллимации и устойчивости астрофизических джетов (см., например, [6-8]). Более того, можно даже сказать, что трудно найти астрофизический объект, который не обладал бы дифференциальным вращением. В свою очередь, для любого такого объекта вопросы устойчивости дифференциального вращения чрезвычайно актуальны. Тем не менее, из всего многообразие астрофизических объектов только для аккреционных дисков хорошо известен закон вращения (кеплеровское вращение). Поэтому, ниже, говоря об астрофизических приложениях, мы будем применять полученные результаты именно к аккреционным дискам. Автор хорошо понимает, что прямое применение теории устойчивости течения Куэтта к аккреционным дискам невозможно, хотя бы в силу различности геометрии объектов. Следовательно, при обсуждении устойчивости аккреционных дисков имеется ввиду устойчивость течения с законом вращения, подобным закону вращения аккреционного диска (кеплеровскому вращению). При этом, общность физических механизмов позволяет надеяться на адекватность получаемых выводов. Отметим, что использование цилиндрической геометрии для проблемы устойчивости аккреционных дисков достаточно распространено в астрофизике (см., например, [9]).

Задача об устойчивости ламинарного течения между двумя соосными вращающимися цилиндрами (течения Куэтта) является классической проблемой гидродинамической и гид-

ромагнитной устойчивости. Тема диссертации актуальна, поскольку исследование устойчивости течения Куэтта позволяет детально понять механизмы и определить параметры гидродинамических и гидромагнитных неустойчивостей, которые играют чрезвычайно существенную роль в упомянутых выше астрофизических приложениях.

Кроме того, актуальность работы подтверждается активностью в исследовании течения Тейлора-Куэтта (и как его составной части течения Куэтта). Каждый год по этой тематике публикуется несколько десятков работ, а общее число работ измеряется трехзначным, если не четырехзначным числом. Каждые два года проходят международные конференции, посвященные исключительно течению Тейлора-Куэтта. Последняя такая конференция, 16 по счету, прошла в 2009 году в США.

Цели работы:

- (а) нахождение стационарного решения для проблемы Тейлора-Куэтта при наличии таких факторов, как неоднородность плотности и магнитное поле;
- (б) получение уравнений, описывающих линейную устойчивость найденного стационарного состояния (течения Куэтта);
- (в) разработка комплекса численных программ, позволяющих на основе полученных уравнений, найти параметры (собственные числа) линейной устойчивости течения Куэтта;
- (г) теоретическое изучение, на основе разработанного комплекса программ, свойств и параметров устойчивости течения Куэтта при наличии таких факторов, как неоднородность плотности и магнитное поле;
- (д) сравнение полученных теоретических данных с имеющимися экспериментальными результатами для выяснения адекватности использованных для описания устойчивости течения Куэтта теоретических моделей и методов;
- (е) применение полученных результатов для изучения устойчивости течения с законом вращения, подобным закону вращения аккреционных дисков.

Методы.

При решении поставленных в работе задач использовались методы ряда разделов теоретической физики и вычислительной математики, среди которых наиболее важными являются теория устойчивости гидродинамических и гидромагнитных систем, методы решения систем линейных дифференциальных уравнений, методы нахождения нулей функции в пространстве нескольких переменных.

Научная новизна работы.

В диссертации *впервые* проведено систематическое обсуждение устойчивости течения Куэтта при наличии неоднородной плотности и магнитного поля.

- 1) Впервые систематически рассмотрена устойчивость течения Куэтта при наличии устойчивой осевой стратификации плотности. Установлены пределы физических условий, при

выполнении которых оправдано применение приближения Буссинеска. Полученные теоретические результаты подтверждены экспериментальными данными. Впервые показано, что стратовращательная неустойчивость может приводить к неустойчивости вращения с законом, подобным закону вращения аккреционного диска.

- 2) Детальные численные расчеты подтвердили существенную зависимость неустойчивости течения Куэтта при наличии однородного осевого магнитного поля от магнитного числа Прандтля. С учётом найденной зависимости, сделан вывод о практической невозможности наблюдения магнитовращательной неустойчивости при экспериментах с жидкими металлами. Однако, в аккреционных дисках числа Рейнольдса столь велики, что условия для магнитовращательной неустойчивости, безусловно, выполнены.
- 3) Впервые показано, что добавление к однородному осевому магнитному полю устойчивого бестокового азимутального магнитного поля для проводящих цилиндров дестабилизирует течение Куэтта вблизи линии Рэлея. Имеющиеся экспериментальные данные подтверждают этот теоретический вывод.
- 4) Впервые показано, что эффект Холла дестабилизирует течение Куэтта для любого закона вращения. Однако, экспериментальная проверка этого факта требует нереалистично больших значений магнитных полей. Оценки для астрофизических объектов показали, что эффект может наблюдаться в слабоионизованных аккреционных дисках и нейтронных звёздах.
- 5) Впервые детально исследована устойчивость течения Куэтта при наличии азимутального магнитного поля. Показано, что известные критерии устойчивости азимутального магнитного поля для стационарных конфигураций применимы и при наличии течения Куэтта. При этом возможны, как компенсация неустойчивостей, когда сочетание неустойчивого вращения и неустойчивого магнитного поля приводит к устойчивому течению, так и обратная ситуация, когда комбинация устойчивого вращения и устойчивого магнитного поля приводит к неустойчивости. Эффекты неидеальности стабилизируют неустойчивое азимутальное магнитное поле, что приводит к появлению критического числа Гартманна, которое аналогично критическому числу Рейнольдса для неустойчивого вращения. Показано, что критические числа Гартманна существуют только для мод с азимутальными волновыми числами равными 0 и 1. Показано, что неустойчивости, вызываемые азимутальным магнитным полем, могут быть даже более важны для устойчивости вращения с законом, подобным закону вращения аккреционных дисков, чем классическая магнитовращательная неустойчивость.
- 6) Впервые рассчитаны кривые нейтральной устойчивости при одновременном наличии магнитного поля и неоднородной плотности. Эти кривые продемонстрировали чрезвычайно сложную картину взаимодействия различных неустойчивостей.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Определение границы применимости приближения Буссинеска при изучении устойчивости диссипативного течения Куэтта с осевой стратификацией плотности. Проведено подробное теоретическое изучение свойств стратовращательной неустойчивости. Теоретические результаты подтверждены результатами лабораторных экспериментов, выполненных другими авторами. Показано, что стратовращательная неустойчивость может вызывать неустойчивость течения с законом вращения подобным закону вращения для аккреционных дисков.
2. Теоретическое изучение устойчивости диссипативного течения Куэтта при наличии однородного осевого магнитного поля. Подтверждена существенная зависимость магнитовращательной неустойчивости от магнитного числа Прандтля. Сделан вывод о чрезвычайной трудности (практической невозможности) наблюдения магнитовращательной неустойчивости в течении Куэтта с однородным магнитным полем при экспериментах с жидкими металлами. Тем не менее, чрезвычайно большие числа Рейнольдса, типичные для аккреционных дисков, позволяют сделать вывод о возможности существования магнитовращательной неустойчивости в аккреционных дисках.
3. Теоретическое изучение устойчивости диссипативного течения Куэтта при наличии азимутального магнитного поля. Показана применимость известных критериев устойчивости азимутального магнитного поля для случая, когда присутствует диссипативное течение Куэтта. Подтверждена устойчивость простейшей гидромагнитной конфигурации (альвеновское течение) по отношению к осесимметричным возмущениям для случая диссипативного течения Куэтта. Подтверждена граница азимутальной магнитовращательной неустойчивости. Сделан вывод о том, что неустойчивости, вызванные азимутальным магнитным полем, могут быть более важны для проблемы устойчивости аккреционных дисков, чем классическая магнитовращательная неустойчивость.
4. Теоретический анализ неустойчивости однородного осевого магнитного поля вблизи границы Рэлея при наличии устойчивого бестокового азимутального магнитного поля для случая проводящих цилиндров.
5. Теоретический анализ устойчивости диссипативного течения Куэтта при наличии эффекта Холла. Обнаружена неустойчивость течения при любом законе вращения как для однородного осевого, так и для азимутального магнитного поля. Проведенные оценки показали, что наблюдение этого эффекта при экспериментах с жидкими металлами требует слишком больших магнитных полей. Однако, эффект может быть важен для слабоионизованных аккреционных дисков и нейтронных звезд.
6. Теоретический анализ взаимодействия стратовращательной, пинчевой и азимутальной магнитовращательной неустойчивостей в диссипативном течении Куэтта при наличии

как устойчивой осевой стратификации плотности, так и азимутального магнитного поля. Показано, что устойчивая осевая стратификация плотности в целом стабилизирует неустойчивости, вызванные магнитным полем. При этом, даже устойчивое азимутальное магнитное поле может дестабилизировать стратовращательную неустойчивость.

Научная и практическая значимость.

Результаты систематического анализа устойчивости течения Куэтта при наличии неоднородной плотности и магнитного поля существенно расширили наше понимание границ гидродинамической и гидромагнитной устойчивости вращающейся несжимаемой жидкости.

Сравнение имеющихся экспериментальных данных с теоретическими расчетами показывает хорошее согласие (в пределах нескольких процентов) для параметров неустойчивостей и позволяет сделать существенный вывод об адекватности используемых теоретических и численных методов для описания устойчивости течения Куэтта.

Использование описанных теоретических методов исследования течения Куэтта позволяет сократить людские и материальные ресурсы при планировании новых экспериментов по устойчивости течения Куэтта.

Изученные механизмы неустойчивости течения Куэтта безусловно найдут и уже находят (см., например, [10,11]) применение при изучении устойчивости различных физических объектов, в которых дифференциальное вращение существует совместно с магнитными полями и неоднородной плотностью. Такими объектами, например, являются аккреционные диски, магнитные ловушки, солнце, звезды, галактические диски, космические джеты и т.д.

Результаты работы уже явились основой для экспериментального изучения стратовращательной неустойчивости [12] и винтовой магнитовращательной неустойчивости [13-15].

Апробация работы и публикации.

Результаты работы неоднократно докладывались на семинарах сектора теоретической астрофизики ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН (Санкт-Петербург), Астрономического института им. В.В. Соболева, С.-Петербургского государственного университета (Санкт-Петербург), Института Астрофизики Потсдама (Потсдам, Германия), а также на международных конференциях:

'12-th International Taylor-Couette workshop' (Эванстон, США, 2001), *'Fundamental and applied MHD, 5-th International Conference'* (Раматуэль, Франция, 2002), *'iTi Conference on turbulence'* (Бад Цвишенан, Германия, 2003), *'13-th International Couette-Taylor workshop'* (Барселона, Испания, 2003), *'MHD Couette flows: Experiments and Models'* (Катания, Италия, 2004), *'14-th Couette -Taylor workshop'* (Саппоро, Япония, 2005), *'MHD Laboratory Experiments for Geophysics and Astrophysics'* (Катания, Италия, 2007), *'15-th Couette -Taylor workshop'* (Ле Хавр, Франция, 2007), *'Astrophysical Magnetohydrodynamics'* (Хельсинки, Финляндия, 2009), *'16th Couette-Taylor Workshop'* (Принстон, США, 2009).

Основное содержание диссертации опубликовано в 18 статьях, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения (глава **1**), основного содержания (главы **2–7**), заключения (глава **8**) и списка цитируемой литературы. Первая глава обзорная. В ней дается общее введение в проблему и приводится общая характеристика работы. Глава **2** основывается на работах /2/, /6/, /8/, /10/, /16/, /18/; глава **3** — на работах /1/, /3/, /4/, /18/; глава **4** — на работах /9/, /11-15/, /18/; глава **5** — на работах /16/, /18/; глава **6** — на работах /7/, /18/; глава **7** — на работах /5/, /17/, /18/.

Полный объем диссертации составляет 204 страницы, включая 71 рисунок и 13 таблиц. Список литературы насчитывает 114 наименований.

2 Содержание диссертации

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертации и дана ее общая характеристика. В разделе 1.2 дано определение течение Куэтта, как устойчивого течения жидкости между двумя соосными вращающимися цилиндрами (цилиндры считаются бесконечно длинными вдоль оси вращения). Показано, что течение Куэтта является стационарным решением уравнений гидродинамики однородной несжимаемой неидеальной жидкости и наблюдается экспериментально при медленных скоростях вращения. Течение Куэтта является одним из возможных режимов течения между вращающимися цилиндрами. В целом, задачу о режимах течения между вращающимися цилиндрами и их устойчивости принято называть задачей Тейлора-Куэтта [16-20].

Далее приведен краткий обзор известных фактов по устойчивости течения Куэтта. Отмечено, что течение Куэтта подчиняется общему условию устойчивости Рэлея [21] по отношению к осесимметричным возмущениям для идеальной вращающейся жидкости и устойчиво по отношению к осесимметричным возмущениям тогда, и только тогда, когда модуль его углового момента растет с возрастанием радиуса. Вязкость стабилизирует течение Куэтта, и неидеальное течение, которое является неустойчивым согласно условию Рэлея, теряет устойчивость, только если угловая скорость вращения (или число Рейнольдса) превышает некоторое критическое значение, а условие Рэлея становится для неидеальной жидкости лишь достаточным условием устойчивости.

Отметим, что критерий устойчивости вращающейся жидкости по отношению к асимметричным возмущениям, аналогичный критерию Рэлея для симметричных возмущений, до сих пор не найден. Тем не менее, для течения Куэтта, как теоретически, так и экспериментально показано, что для цилиндров вращающихся в одну сторону наиболее неустойчивой модой является осесимметричная стационарная (вещественная часть инкремента равна нулю) мода. Асимметричные моды могут быть более неустойчивыми только для цилиндров,

вращающихся в разные стороны.

Для полноты, необходимо упомянуть, что экспериментально наблюдалась неустойчивость течения Куэтта, которое, согласно условию Рэлея, должно быть теоретически устойчиво (например, при покоящемся внутреннем и вращающемся внешнем цилиндрах). Исчерпывающего объяснения этому факту до сих пор не дано. Однако нужно подчеркнуть, что такая неустойчивость всегда наблюдается при очень больших числах Рейнольдса (10^5 и выше). По мнению автора, основанному на экспериментальных результатах [22], эта неустойчивость вызвана скорее неточностью постановки эксперимента (качеством обработки поверхности цилиндров, точностью их соосности, стабильностью вращения, граничными эффектами и т.д.), чем физической неустойчивостью. Отметим, что типичное значение числа Рейнольдса, при котором наступает неустойчивость течения Куэтта при параметрах далеких от предела Рэлея, составляет порядка 10^2 .

Наконец, в Главе 1 кратко обсуждаются методы исследования устойчивости течения Куэтта. Оказывается, что уже простейший метод линейной устойчивости даёт хорошее согласие с экспериментальными данными и, соответственно, его вполне достаточно для анализа устойчивости течения Куэтта.

В главе 2 рассматривается обобщение задачи на случай, когда в течении имеется осевая стратификация плотности. Показано, что течение Куэтта по-прежнему является стационарным решением уравнений гидродинамики несжимаемой неоднородной неидеальной жидкости, но только при выполнении двух условий: 1) медленного вращения (так, чтобы центробежное ускорение было малым по сравнению с ускорением силы тяжести) и 2) малой стратификации плотности. Оказывается, что в рамках этих же приближений, линеаризованная система гидродинамических уравнений сводится к хорошо известному приближению Буссинеска.

Представлены результаты детальных численных расчетов кривых нейтральной устойчивости для течения Куэтта с устойчивой осевой стратификацией плотности. Оказалось, что устойчивая осевая стратификация плотности стабилизирует как осесимметричные, так и асимметричные возмущения (критические числа Рейнольдса при наличии устойчивой осевой стратификации плотности превышают критические числа Рейнольдса без осевой стратификации). Тем не менее, асимметричные возмущения стабилизируются гораздо в меньшей степени и, в результате, асимметричные возмущения становятся более неустойчивыми даже для цилиндров вращающихся в одну сторону. Более того, течение остается неустойчивым по отношению к асимметричным возмущениям за пределом Рэлея. Таким образом, при наличии устойчивой осевой стратификации плотности возникает новая неустойчивость - **стратовращательная неустойчивость**. Наиболее неустойчивой всегда является мода с волновым азимутальным числом равным 1. Легко показать, что стратовращательная неустойчивость является осциллирующей (вещественная часть инкремента неустойчивости не равна нулю) для любой моды (в том числе и осесимметричной) и, как правило, знак

инкремента таков, что волна возмущения распространяется в сторону основного вращения. Осевые волновые числа возрастают и осевой размер ячеек вихрей Тейлора, возникающих после потери устойчивости, уменьшаются при наличии устойчивой осевой стратификации плотности.

Результаты расчетов показали, что предел стратовращательной неустойчивости существенно зависит от зазора между цилиндрами. Этот предел лежит между пределом Рэлея и пределом, при котором устойчивы течения с растущей по модулю с возрастанием радиуса угловой скоростью (этот предел совпадает с пределом классической магнитовращательной неустойчивости (см. ниже)). При большом зазоре предел стремится к пределу Рэлея, а при малом зазоре к пределу магнитовращательной неустойчивости.

Отметим, что стратовращательная неустойчивость дестабилизирует течение с кеплеровским законом вращения, который типичен для аккреционных дисков. Таким образом, стратовращательная неустойчивость может быть причиной неустойчивости аккреционных дисков.

Теоретические расчеты были подтверждены и находятся в прекрасном согласии с экспериментальными результатами Ле Барса и Ле Гала [12].

В **главе 3** рассматривается обобщение задачи на случай, когда жидкость между цилиндрами вращается в присутствии однородного магнитного поля, направленного вдоль оси вращения. Показано, что течение Куэтта по-прежнему является стационарным решением уравнений магнитной гидродинамики для однородной несжимаемой неидеальной проводящей жидкости. Получены линейные уравнения, описывающие линейную устойчивость течения Куэтта с однородным осевым магнитным полем.

Хорошо известно, что осевое однородное магнитное поле дестабилизирует течение Куэтта, с убывающей по модулю с возрастанием радиуса угловой скоростью, которое без поля устойчиво [1]. Эту неустойчивость теперь принято называть **магнитовращательной неустойчивостью**. Несмотря на то, что магнитовращательная неустойчивость известна давно, нами впервые были выполнены детальные численные расчеты кривых нейтральной устойчивости течения Куэтта с однородным магнитным полем при произвольном зазоре между цилиндрами, для проводящих и непроводящих граничных условий, при произвольном значении магнитного числа Прандтля и для течений как неустойчивых, так и устойчивых без магнитного поля. Показано, что осевое магнитное поле дестабилизирует течения как неустойчивые, так и устойчивые без магнитного поля. И в том, и в другом случае результат сильно зависит от величины магнитного числа Прандтля. Для течений неустойчивых и без магнитного поля, дестабилизация течения магнитным полем происходит только при магнитных числах Прандтля порядка и больше 1. Для течений, устойчивых без магнитного поля, минимальные критические числа Рейнольдса и Гартманна растут обратно пропорционально магнитному числу Прандтля, и обратно пропорционально квадратному корню из магнитного числа Прандтля, соответственно.

Таким образом, ввиду существенной зависимости кривых нейтральной устойчивости от величины магнитного числа Прандтля, сделан вывод о практической невозможности наблюдения магнитовращательной неустойчивости при экспериментах с жидкими металлами, которые имеют чрезвычайно низкие значения магнитного числа Прандтля (10^{-5} и меньше).

Результаты экспериментов, расчеты других авторов и выполненные нами расчеты продемонстрировали, что для цилиндров, вращающихся в одну сторону, магнитовращательная неустойчивость, подобно вращательной неустойчивости, является осесимметричной и монотонной. Тем не менее, наши расчеты подтвердили, что для проводящих граничных условий с ростом величины магнитного поля неустойчивость может стать либо асимметричной, либо остаться осесимметричной, но стать осциллирующей. Этот вопрос требует дальнейшего более подробного исследования. Наконец, относительно осевых волновых чисел можно сказать, что они уменьшаются с ростом величины магнитного поля. Это соответствует тому, что возникающие после потери устойчивости ячейки вихрей Тейлора вытягиваются вдоль магнитного поля.

Отметим, что ввиду отсутствия экспериментального подтверждения, именно результаты наблюдений аккреционных дисков [3] являются на сегодняшний день единственным, хотя и косвенным, подтверждением существования магнитовращательной неустойчивости.

В **главе 4** рассматривается обобщение задачи на случай, когда жидкость между цилиндрами вращается при наличии азимутального магнитного поля. Показано, что течение Куэтта является стационарным решением уравнений магнитной гидродинамики однородной несжимаемой неидеальной проводящей жидкости и в этом случае. Кроме того, оказывается, что для диссипативной жидкости функциональный вид магнитного поля, подобно тому, как это имеет место для угловой скорости, фиксирован с точностью до двух констант, которые определяются граничными условиями. Получены линейные уравнения, описывающие линейную устойчивость течения Куэтта с азимутальным магнитным полем.

Существенным отличием данного случая, от рассмотренного выше течения с однородным осевым магнитным полем, является то, что азимутальное магнитное поле может быть неустойчивым само по себе и без вращения. Критерии устойчивости азимутального магнитного поля для идеальной среды хорошо известны. По отношению к осесимметричным возмущениям критерий устойчивости был получен в работе Мишель [23]. Этот критерий включает в себя и критерий Рэлея для устойчивости вращения. По отношению к асимметричным возмущениям (реально по отношению к моде с азимутальным волновым числом, равным 1, как наиболее неустойчивой из всех асимметричных мод), критерий был получен в работах Тайлера [24,25]. Этот критерий применим только для стационарного магнитного поля (напомним, что общий критерий устойчивости вращения по отношению к асимметричным возмущениям до сих пор не получен).

Надо отметить, что устойчивость течения Куэтта с азимутальным магнитным полем не получила должного внимания научного сообщества. Таким образом, представленные в

работе численные расчеты кривых нейтральной устойчивости можно считать практически первым систематическим анализом данной проблемы. Наши результаты показали, что устойчивость диссипативного течения Куэтта с азимутальным магнитным полем можно классифицировать в соответствии с критериями идеальной устойчивости, упомянутыми выше. Диссипативные эффекты стабилизируют, как и в случае с вращением, неустойчивость магнитного поля. Соответственно, магнитное поле, неустойчивое согласно одному из критериев устойчивости (по отношению к осесимметричным возмущениям или по отношению к асимметричным возмущениям) реально теряет устойчивость только при достаточно большом числе Гартманна (магнитном поле).

Наши расчеты продемонстрировали, что, действительно, комбинация неустойчивого вращения и неустойчивого магнитного поля, как правило (см. ниже), является неустойчивой и сохраняет устойчивость только при малых числах Рейнольдса и Гартманна. Устойчивое магнитное поле подавляет неустойчивость, вызванную неустойчивым вращением, и критические числа Рейнольдса растут с возрастанием числа Гартманна. Аналогично, устойчивое вращение подавляет неустойчивость, вызванную неустойчивым азимутальным магнитным полем, и критические числа Гартманна растут с возрастанием числа Рейнольдса. Отметим, что для комбинации устойчивого вращения и неустойчивого магнитного поля неустойчивость течения Куэтта имеет место не при больших (как это характерно для обычного течения Куэтта), а при малых числах Рейнольдса. Этот факт отражает то обстоятельство, что неустойчивость является магнитной по природе. Будем называть эту неустойчивость **пинчевой неустойчивостью**, т.к. она хорошо известна в теории устойчивости плазменного пинча [26].

Отметим, что при расчетах осесимметричной неустойчивости течения Куэтта с азимутальным магнитным полем принималось, по аналогии с изученными выше случаями, что неустойчивость является монотонной. Строгое доказательство этого факта до сих пор отсутствует. Тем не менее, наши расчеты (конечно, не до конца исчерпывающие) подтверждают, что монотонная неустойчивость является более неустойчивой для осесимметричной моды, чем осциллирующая неустойчивость. Для асимметричных возмущений неустойчивость всегда является осциллирующей.

Кроме того, показано, что кривые нейтральной устойчивости для осесимметричных возмущений не зависят от величины магнитного числа Прандтля. Это свойство является чрезвычайно привлекательным с экспериментальной точки зрения (см. выше). Для асимметричных возмущений кривые нейтральной устойчивости зависят от величины магнитного числа Прандтля. Тем не менее, и критическое число Рейнольдса в отсутствие магнитного поля, и критическое число Гартманна в отсутствие вращения, не зависят от величины магнитного числа Прандтля (как для осесимметричной, так и для асимметричных мод).

Наши расчеты продемонстрировали, что для течения Куэтта с азимутальным магнитным полем в зависимости от параметров наиболее неустойчивой является либо осесиммет-

ричная мода, либо асимметричная мода с азимутальным магнитным числом, равным единице. Заранее сказать, какая из мод будет более неустойчивой, невозможно и для каждого набора параметров необходимо произвести отдельный расчет. Оценки требуемых значений для физических параметров задачи продемонстрировали реалистичность получаемых значений и, соответственно, показали возможность экспериментальной проверки наших расчетов при экспериментах с жидкими металлами.

Наконец, показано, что для течения Куэтта с азимутальным магнитным полем имеет место интересный эффект компенсации неустойчивостей. Этот эффект состоит в том, что при определенных параметрах комбинация неустойчивого вращения и неустойчивого магнитного поля может быть устойчивой. Этот эффект отражает известный факт идеальной устойчивости простейшего решения (течения со скоростью по величине равной альвеновской скорости и параллельного магнитному полю) уравнений магнитной гидродинамики [27]. В работе показано, что диссипативное течение Куэтта устойчиво по отношению к осесимметричным возмущениям в окрестности простейшего решения уравнений магнитной гидродинамики вплоть до сколь угодно больших чисел Рейнольдса и Гартманна. Этот эффект имеет место для цилиндров вращающихся в разные стороны и, соответственно, для азимутального магнитного поля, меняющего направление между цилиндрами. Кроме того, отношение напряженностей азимутального магнитного поля на внешнем и внутреннем цилиндрах, помноженное на отношение внутреннего и внешнего радиусов, должно быть по модулю меньше, чем модуль отношения угловых скоростей на внешнем и внутреннем цилиндрах.

Суммируя описанные выше свойства устойчивости течения Куэтта при наличии азимутального магнитного поля, особенно узость диапазона устойчивости самого магнитного поля можно сделать вывод о том, что неустойчивости, порождаемые присутствием азимутального магнитного поля, могут играть даже более существенную роль в неустойчивости аккреционных дисков, чем классическая магнитовращательная неустойчивость.

Автор с сожалением констатирует полное отсутствие экспериментальных данных по течению Куэтта с азимутальным магнитным полем и надеется, что данная работа простимулирует появление этих данных.

В **главе 5** рассматривается устойчивость течения Куэтта при наличии сразу двух дополнительных факторов: азимутального магнитного поля и устойчивой осевой стратификации плотности. Показано, что течение Куэтта является стационарным решением магнитогидродинамических уравнений несжимаемой неоднородной неидеальной проводящей жидкости при наличии азимутального магнитного поля и осевой стратификации плотности при выполнении тех же двух условий, что и при наличии только осевой стратификации плотности: малой стратификации плотности и медленного вращения. Получены линейные уравнения, описывающие линейную устойчивость течения Куэтта при наличии азимутального магнитного поля и осевой стратификации плотности.

Известно, что комбинация устойчивого вращения и устойчивого азимутального магнитного поля может приводить к неустойчивому течению [28,29]. Эта неустойчивость называется **азимутальной магнитовращательной неустойчивостью**. Азимутальная магнитовращательная неустойчивость отличается от классической магнитовращательной неустойчивости двумя свойствами: 1) она является асимметричной, 2) имеется предельное число Гартманна. Азимутальная магнитовращательная неустойчивость существует только при числах Гартманна больших, чем предельное число Гартманна. Таким образом, для азимутальной магнитовращательной неустойчивости существуют не только предельные числа Гартманна, как это имеет место для классической магнитовращательной неустойчивости, но и предельные числа Рейнольдса (неустойчивость существует только при промежуточных значениях числа Рейнольдса и отсутствует при малых и больших числах Рейнольдса). В Главе 5 впервые показано, что для диссипативного течения Куэтта пределом азимутальной магнитовращательной неустойчивости, так же, как и для классической магнитовращательной неустойчивости, является возрастание по модулю угловой скорости (течения с возрастающей по модулю угловой скоростью устойчивы к азимутальной магнитовращательной неустойчивости).

Затем, исследованы кривые нейтральной устойчивости для трех случаев, когда магнитное поле 1) устойчиво, 2) неустойчиво только по отношению к асимметричным возмущениям, 3) неустойчиво как по отношению к асимметричным возмущениям, так и по отношению к осесимметричным возмущениям.

В первом случае кривые нейтральной устойчивости рассчитаны для таких параметров вращения, что течение неустойчиво по отношению к азимутальной магнитовращательной неустойчивости. При этом можно снова выделить два случая: 1) вращение неустойчиво по отношению к стратовращательной неустойчивости, 2) вращение устойчиво к стратовращательной неустойчивости. В первом случае можно говорить о влиянии магнитного поля на стратовращательную неустойчивость. Это влияние является классическим: магнитное поле дестабилизирует вращение только при достаточно больших магнитных числах Прандтля (больше или порядка единицы). Для магнитных чисел Прандтля меньших единицы, магнитное поле только стабилизирует вращение. Во втором случае устойчивая осевая стратификация плотности приводит к стабилизации азимутальной магнитовращательной неустойчивости. Отметим, что для больших значений магнитного числа Прандтля магнитное поле дестабилизирует стратовращательную неустойчивость, предел которой сдвигается в устойчивую область. Однако, с другой стороны, устойчивая осевая стратификация плотности стабилизирует азимутальную магнитовращательную неустойчивость и сдвигает предел магнитовращательной неустойчивости в область устойчивости.

Существенной особенностью кривых нейтральной устойчивости для случая, когда магнитное поле неустойчиво только по отношению к асимметричным возмущениям (реально по отношению к моде с азимутальным магнитным числом равным 1), является существен-

ное увеличение (раздувание) области устойчивости для асимметричной моды. Это раздувание имеет место при любом значении магнитного числа Прандтля и отражает стабилизацию пинчевой неустойчивости устойчивой осевой стратификацией плотности. Отметим, что осесимметричная мода стабилизируется устойчивой осевой стратификацией плотности еще сильнее. В результате, даже если осесимметричная мода была без магнитного поля более неустойчивой при малых числах Гартманна, чем асимметричная мода, то асимметричная мода становится наиболее неустойчивой при всех значениях числа Гартманна при наличии осевой стратификации плотности.

Если магнитное поле неустойчиво как по отношению к осесимметричным возмущениям, так и по отношению к асимметричным возмущениям, мы имеем существенное раздувание области устойчивости, как для осесимметричных возмущений, так и для асимметричных возмущений. При этом, для значений магнитного числа Прандтля порядка 1, асимметричные возмущения стабилизируются меньше и, как и выше, становятся наиболее неустойчивыми для любого значения числа Гартманна. Однако при малых значениях магнитного числа Прандтля (порядка 10^{-5}), осесимметричные возмущения остаются наиболее неустойчивыми вблизи предельного числа Гартманна, которое определяет границу устойчивости магнитного поля без вращения.

Суммируя все вышесказанное, можно сказать, что результаты этой главы ещё более важны для понимания проблемы устойчивости аккреционных дисков, чем более простые результаты предыдущей главы.

Кроме того, ясно, что экспериментальные данные для сравнения с теоретическими результатами данной главы отсутствуют (т.к. они отсутствуют и для более простого случая, рассмотренного в предыдущей главе).

В **главе 6** рассматривается устойчивость течения Куэтта вблизи линии Рэлея (линии - отделяющей идеально устойчивое по отношению к осесимметричным возмущениям вращение от неустойчивого вращения) под действием бестокового винтового магнитного поля (т.е. поля, состоящего из однородного осевого поля и бестокового азимутального поля). Показано, что течение Куэтта является стационарным решением уравнений магнитной гидродинамики несжимаемой однородной неидеальной проводящей жидкости при наличии винтового магнитного поля общего вида. Получены линейные уравнения, описывающие линейную устойчивость течения Куэтта при наличии винтового магнитного поля общего вида. Эти уравнения использованы для изучения устойчивости течения Куэтта в частном случае, когда присутствует бестоковое винтовое магнитное поле.

В результате численного решения уравнений, показано, что бестоковое азимутальное магнитное поле дестабилизирует течение Куэтта с однородным осевым магнитным полем, что открывает возможности для экспериментальной реализации соответствующей **винтовой магнитовращательной неустойчивости**. Отметим, что при наличии винтового магнитного поля меняется симметрия задачи, и, в отличие от рассмотренных выше случаев,

положительные и отрицательные значения азимутального волнового числа неравноправны.

Специально для наблюдения этой неустойчивости были поставлены эксперименты [13-15], которые показали хорошее согласие с нашими расчетами и интерпретируются авторами как подтверждение винтовой магнитовращательной неустойчивости. Тем не менее, подобная интерпретация подвергается сомнению [30,31], а наблюдаемая неустойчивость объясняется как результат временного усиления мод от граничных слоев, а не глобальной неустойчивости. Таким образом, на сегодняшний день вопрос остается открытым, и находится в стадии активного обсуждения.

В **главе 7** изучается влияние эффекта Холла на устойчивость течения Куэтта как с одноосевым магнитным полем, так и с азимутальным магнитным полем. Показано, что и при наличии эффекта Холла, течение Куэтта является стационарным решением уравнений магнитной гидродинамики несжимаемой однородной неидеальной проводящей жидкости при наличии винтового магнитного поля общего вида. Получены линейные уравнения, описывающие устойчивость течения Куэтта с винтовым магнитным полем общего вида. Эти уравнения использованы для изучения устойчивости течения Куэтта в двух частных случаях: 1) при наличии однородного осевого магнитного поля, 2) при наличии азимутального магнитного поля.

Результаты численных расчетов показывают, что, и в том, и в другом случае, устойчивость течения Куэтта существенным образом зависит от направления магнитного поля. Это свойство проявляется в устойчивости течения Куэтта только при наличии эффекта Холла. Так, при положительном значении удельного холловского сопротивления, наиболее существенным будет влияние эффекта Холла на устойчивость течения Куэтта при направлении магнитного поля против оси вращения (для однородного осевого магнитного поля) или при направлении поля в сторону противоположную вращению (для азимутального магнитного поля). Очевидно, что при изменении знака удельного холловского сопротивления изменяется и направление магнитного поля, при котором влияние эффекта Холла будет наиболее существенным. В дальнейшем, для определенности, мы будем считать знак удельного холловского сопротивления положительным.

Результаты численных расчетов продемонстрировали, что влияние эффекта Холла может быть чрезвычайно существенным и для течений, которые неустойчивы и без эффекта Холла. Однако, наиболее интересным представляется тот факт, что эффект Холла дестабилизирует течение Куэтта с произвольным законом вращения (даже течение с угловой скоростью, растущей по модулю с возрастанием радиуса, которые во всех остальных случаях устойчивы). Это имеет место для осевого однородного магнитного поля при направлении магнитного поля против оси вращения, а для азимутального магнитного поля при направлении поля против направления вращения (см. выше замечание о знаке холловского сопротивления). Будем называть эту неустойчивость **холловской магнитовращательной неустойчивостью**.

Существенным препятствием для экспериментальной реализации холловской магнито-вращательной неустойчивости являются два обстоятельства. Во-первых, как и для течения без эффекта Холла, зависимость характерных чисел неустойчивости (критического числа Рейнольдса и критического числа Гартманна) от магнитного числа Прандтля, которая приводит к слишком большим значениям критического числа Рейнольдса для экспериментов с жидкими металлами. Во-вторых, оценки величины магнитного поля, которые требуются для наблюдения влияния эффекта Холла на устойчивость течения Куэтта при экспериментах с жидкими металлами дают нереалистично большие значения (10^7 - 10^8 Гаусс). Оценки для астрофизических объектов показывают, что эффект Холла может влиять на устойчивость дифференциального вращения в таких объектах, как аккреционные диски (при наличии генерации магнитного поля в диске механизмом динамо) и нейтронные звезды. Отметим, что именно при изучении устойчивости аккреционных дисков были впервые получены зависимость устойчивости дифференциального вращения от направления магнитного поля [32] и дестабилизация течения с произвольным законом вращения [33].

В **Заключении** подытожены основные результаты работы и сформулированы благодарности.

3 Основные результаты и выводы

1. Показано, что совместное существование течения Куэтта и осевой стратификации плотности противоречит уравнениям гидродинамики несжимаемой жидкости. Противоречие устраняется если использовать приближения малой стратификации плотности и медленного вращения. В рамках этих приближений течение Куэтта по-прежнему является стационарным решением приближенных уравнений, а линеаризованная система приобретает вид, эквивалентный приближению Буссинеска. Детальные расчеты кривых нейтральной устойчивости для асимметричных возмущений подтвердили существование асимметричной неустойчивости за чертой Рэлея (линией устойчивости идеального течения в отсутствие осевой стратификации плотности) - стратовращательной неустойчивости. Основными чертами стратовращательной неустойчивости также являются наличие ненулевого значения вещественной части инкремента и возрастание (по сравнению с классическим течением Куэтта) осевых волновых чисел. В соответствии с этой неустойчивостью, вращение с законом, подобным закону вращения для аккреционного диска, является неустойчивым. Результаты расчётов подтверждены экспериментами, выполненными другими авторами.

2. Показано, что течение Куэтта является стационарным решением уравнений диссипативной магнитной гидродинамики при наличии осевого однородного магнитного поля. Получены линеаризованные уравнения. Проведены детальные расчеты кривых нейтральной устойчивости для различных граничных условий, для течений устойчивых и неустойчивых без магнитного поля, для различных значений магнитного числа Прандтля. Расчёты

подтвердили чрезвычайную зависимость кривых нейтральной устойчивости от величины магнитного числа Прандтля. Эта зависимость создает проблемы для наблюдения магнитовращательной неустойчивости при экспериментах с жидкими металлами. Это обстоятельство усиливает значение наблюдений аккреционных дисков, которые можно объяснить с помощью этой неустойчивости. Как и для классического течения Куэтта неустойчивость является осесимметричной и стационарной (вещественная часть инкремента равна нулю). Тем не менее, показано, что оба этих свойства могут нарушаться для проводящих граничных условий и больших магнитных полей. Осевые волновые числа уменьшаются по сравнению с классическим течением Куэтта.

3. Показано, что течение Куэтта является стационарным решением уравнений диссипативной магнитной гидродинамики при наличии азимутального магнитного поля. Получены линеаризованные уравнения. Показано, что для диссипативного течения Куэтта азимутальное магнитное поле имеет фиксированный функциональный вид с константами, которые определяются граничными условиями. Проведены детальные расчеты кривых нейтральной устойчивости. Эти расчеты подтвердили применимость известных критериев идеальной устойчивости для магнитного поля. Показано, что граница азимутальной магнитовращательной неустойчивости совпадает с границей классической магнитовращательной неустойчивости. Показано, что в диссипативном течении Куэтта для неустойчивого магнитного поля существуют критические числа Гартманна аналогично тому, как для неустойчивого вращения существуют критические числа Рейнольдса. Критические числа Гартманна были найдены только для мод с $m = 0$ и $m = 1$. Показано, что эти моды являются в целом наиболее неустойчивыми. Какая из этих мод наиболее неустойчива, определяется параметрами и требует проведения детального расчета в каждом конкретном случае. Кроме того, подтверждена устойчивость по отношению к осесимметричным возмущениям простейшего решения уравнений магнитной гидродинамики для течения Куэтта с азимутальным магнитным полем. Свойства неустойчивости течения Куэтта при наличии азимутального магнитного поля и неизбежность генерации азимутального магнитного поля из осевого магнитного поля дифференциальным вращением позволяют сделать вывод о том, что неустойчивости порождаемые азимутальным магнитным полем могут представлять для проблемы устойчивости аккреционных дисков даже больший интерес, чем классическая магнитовращательная неустойчивость.

4. Показано, что течение Куэтта является стационарным решением уравнений диссипативной магнитной гидродинамики при наличии винтового (смеси азимутального и осевого) магнитного поля. Получены линеаризованные уравнения. Проведены расчеты кривых нейтральной устойчивости для случая бестокового винтового поля вблизи линии Рэлея для проводящих граничных условий. Показано, что бестоковое азимутальное магнитное поле, которое само по себе устойчиво, существенно дестабилизирует течение Куэтта с однородным осевым магнитным полем. Результаты зависят от отношения величин азимутального и

осевого магнитных полей. Уже при азимутальном магнитном поле сравнимом по величине с осевым магнитным полем, существенно (примерно на три порядка величины) уменьшаются критические числа Рейнольдса. Кроме того, в кривой нейтральной устойчивости исчезает резкий скачок вблизи линии Рэлея. Показано, что эксперименты с проводящими граничными условиями являются более предпочтительными чем эксперименты с непроводящими граничными условиями т.к. критические числа Рейнольдса меньше для проводящих граничных условий. Проведенные другими авторами эксперименты подтверждают теоретические расчёты. Однако эти эксперименты подвергаются критике и находятся в стадии обсуждения.

5. Показано, что течение Куэтта является стационарным решением уравнений диссипативной магнитной гидродинамики при наличии эффекта Холла. Получены линеаризованные уравнения. Проведены расчеты кривых нейтральной устойчивости для случая осевого однородного магнитного поля и азимутального магнитного поля. Для обоих случаев показано, что эффект Холла дестабилизирует течение с любым законом вращения. Однако оценки показали, что наблюдение неустойчивости, вызванной эффектом Холла, при экспериментах с жидкими металлами требует слишком больших магнитных полей. Тем не менее, оценки для нейтронных звёзд и аккреционных дисков показали, что этот эффект вполне может наблюдаться при изучении устойчивости дифференциального вращения этих объектов.

6. Показано, что в рамках тех же приближений, что и при наличии только осевой стратификации плотности, течение Куэтта является стационарным решением приближенных уравнений диссипативной магнитной гидродинамики при наличии как осевой стратификации плотности, так и азимутального магнитного поля. Проведены расчеты кривых нейтральной устойчивости для трех случаев: 1) когда и вращение, и магнитное поле устойчивы, но совместно приводят к азимутальной магнитовращательной неустойчивости (при этом рассмотрено вращение как устойчивое, так и неустойчивое по отношению к стратовращательной неустойчивости), 2) когда вращение неустойчиво, а магнитное поле неустойчиво только по отношению к моде $m = 1$ (существует одно критическое число Гартманна), 3) когда вращение неустойчиво, а магнитное поле неустойчиво и по отношению к моде $m = 0$, и по отношению к моде $m = 1$ (существуют два критических числа Гартманна). Показано, что устойчивая стратификация плотности приводит к существенному увеличению (раздуванию) областей устойчивости. В целом, устойчивая стратификация плотности стабилизирует неустойчивости, вызванные магнитным полем, а магнитное поле дестабилизирует неустойчивости, вызванные осевой стратификацией плотности.

В заключение отметим, что рассмотренные в работе неустойчивости представляются чрезвычайно важными для понимания природы устойчивости (и механизмов возможной неустойчивости) любых физических объектов, где присутствует дифференциальное вращение совместно с неоднородной плотностью и магнитным полем. Среди таких объектов особо выделяются астрофизические объекты. По причинам, изложенным выше, в качестве

модельного астрофизического объекта мы используем аккреционные диски. По мнению автора, для понимания природы неустойчивости аккреционных дисков наиболее существенными неустойчивостями (из всех рассмотренных выше) являются неустойчивости, вызываемые азимутальным магнитным полем и осевой стратификацией плотности. Кроме того, влияние эффекта Холла на устойчивость дифференциального вращения при наличии магнитного поля без сомнения чрезвычайно важно для понимания устойчивости вращения нейтронных звёзд.

Публикации по теме диссертации

- /1/ Rüdiger G., Shalybkov D. *Stability of axisymmetric Taylor-Couette flow in hydromagnetic*. Phys. Rev. E **66**, 016307(1-8), 2002.
- /2/ Rüdiger G., Arlt R., Shalybkov D. *Hydrodynamic stability in accretion disks under the combined influence of shear and density stratification*. Astron. Astroph. **391**, 781-788, 2002.
- /3/ Shalybkov D., Rüdiger G., Schultz M. *Nonaxisymmetric patterns in the linear theory of MHD Taylor-Couette instability*. Astron. Astroph. **395**, 339-344, 2002.
- /4/ Rüdiger G., Schultz M., Shalybkov D. *Linear magnetohydrodynamic Taylor-Couette instability for liquid Sodium*. Phys. Rev. E **67**, 046312(1-8), 2003.
- /5/ Rüdiger G., Shalybkov D. *Linear instability of magnetic Taylor-Couette flow with Hall effect*. Phys. Rev. E **69**, 016303(1-7), 2004.
- /6/ Shalybkov D., Rüdiger G. *Taylor-Couette flow stability: effect of vertical density stratification and azimuthal magnetic field*. in *MHD Couette flows: Experiments and Models*, AIP conference proceedings **733**, eds. R. Rosner, G. Ruediger, A. Bonanno, 165-177, 2004.
- /7/ Rüdiger G., Hollerbach R., Schultz M., Shalybkov D. *The stability of MHD Taylor-Couette flow with current-free spiral magnetic fields between conducting cylinders*. Astron. Nachr. **326**, 409-413, 2005.
- /8/ Shalybkov D., Ruediger G. *Stability of density-stratified viscous Taylor-Couette flows*. Astron. Astroph. **438**, 411-417, 2005.
- /9/ Shalybkov D. *Taylor-Couette flow stability with toroidal magnetic field*. J. of Phys.: Conf. Ser. **14**, 55-63, 2005.
- /10/ Shalybkov D., Rüdiger G. *Non-axisymmetric instability of density-stratified Taylor-Couette flow*. J. of Phys.: Conf. Ser. **14**, 128-137, 2005.
- /11/ Shalybkov D. *Pinch instabilities in Taylor-Couette flow*. Phys. Rev. E **73**, 016302(1-7) 2006.

- /12/ Shalybkov D. *Rotational stabilization of pinch instabilities in Taylor-Couette flow*. Phys. Rev. E **75**, 047302(1-4), 2007.
- /13/ Shalybkov D. *Compensation of instabilities in magnetic Taylor-Couette flow*. Phys. Rev. E, **76**, 027302(1-4), 2007.
- /14/ Rüdiger G., Schultz M., Shalybkov D., Hollerbach R. *Theory of current-driven instability experiments in magnetic Taylor-Couette flows*. Phys. Rev. E, **76**, 056309(1-9), 2007.
- /15/ Rüdiger G., Shalybkov D. *Pinch-type instability experiments in magnetic Taylor-Couette flows*. J. of Phys.: Conf. Ser., **137**, 012018(1-4), 2008.
- /16/ Rüdiger G., Shalybkov D. *Stratorotational instability in MHD Taylor-Couette flows*. Astron. Astrophys. **493**, 375-383, 2009.
- /17/ Rüdiger G., Schultz M., Mond M., Shalybkov D. *Taylor instability with Hall effect in young neutron stars*. Astron. Nachr. **330**, 12-19, 2009.
- /18/ Шалыбков Д. *Гидродинамическая и гидромагнитная устойчивость течения Куэтта*. УФН **179**, 971-993, 2009.

Цитированная литература

- [1] Велихов Е.П., 1959, ЖЭТФ, **36**, 1398.
- [2] Balbus S.A., Hawley J.F., 1991, Astrophys. J., **376**, 214.
- [3] Balbus S.A., 2003, Ann. Rev. Astron. Astrophys., **41**, 555.
- [4] Spruit H., 1999, Astron. Astroph., **349**, 189.
- [5] Kitchatinov L., Rüdiger G., 2009, Astron. Astroph., **504**, 303.
- [6] Baty H., 2005, Astron. Astroph. **430**, 9.
- [7] Williams P., 2005, Mon. Not. R. Astron. Soc., **361**, 345-356.
- [8] Moll R., Spruit H.C., Obergaulinger M., 2008, Astron. Astrophys., **492**, 621.
- [9] Curry C., Pudritz R., Sutherland P., 1994, Astrophys. J., **434**, 206.
- [10] Umurhan O.M., Shaviv G., 2009, Astron. Astrophys., **497**, 1.
- [11] Liu W., 2009, Astrophys. J., **692**, 998.

- [12] Le Bars M., Le Gal P., 2007, Phys. Rev. Lett., **99**, 064502.
- [13] Rüdiger G., Hollerbach R., Stefani F., Gundrum T., Gerbeth G., Rosner R., 2006, Astrophys. J. Lett., **649**, 1145.
- [14] Stefani F., Gundrum Th., Gerbeth G., Rüdiger G., Schultz M., Szklarski J., Hollerbach R., 2006, Phys. Rev. Lett., **97**, 184502.
- [15] Stefani F., Gerbeth G., Gundrum Th., Szklarski J., Ruediger G., Hollerbach R., 2008, Astr. Nachr., **329**, 652.
- [16] Couette M., 1890, Ann. de Chim. et de Phys., **21**, 433.
- [17] Mallock A., 1888, Proc. R. Soc. London A, **45**, 126.
- [18] Mallock A., 1896, Phil. Trans. R. Soc. London A, **187**, 41.
- [19] Taylor G.I., 1923, Phil. Trans. R. Soc. London A, **223**, 289.
- [20] Taylor G.I., 1936, Proc. R. Soc. London A, **157**, 546.
- [21] Rayleigh Lord, 1917, Proc. R. Soc. London A, **93**, 148.
- [22] Schultz-Grunow F., 1959, Z. Angew. Math. Mech., **39**, 101.
- [23] Michael D., 1954, Mathematika, **1**, 45.
- [24] Tayler R.J., 1961, Plasma Phys. (J. Nucl. Energ. C), **3**, 266.
- [25] Tayler R.J., 1973, Mon. Not. R. Astron. Soc., **161**, 365.
- [26] Кадомцев Б.Б., 1963, *Вопросы теории плазмы*, Ред. Леонтовича М А, **2**, 132.
- [27] Chandrasekhar S., 1961, *Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability* (Oxford: Clarendon).
- [28] Ogilvie G.I., Pringle J.E., 1996, Mon. Not. R. Astron. Soc., **279**, 152.
- [29] Rüdiger G., Hollerbach R., Schultz M., Elstner D., 2007, Mon. Not. R. Astron. Soc., **377**, 1481.
- [30] Liu W., Goodman J., Ji H., 2007, Phys. Rev. E, **76**, 016310.
- [31] Liu W., 2008, Phys. Rev. E, **77**, 056314.
- [32] Wardle M., 1999, Astrophys. J., **307**, 849.
- [33] Balbus S.A., Terquem C., 2001, Astrophys. J., **552**, 235.