

На правах рукописи

МАГЛЕВАННЫЙ Илья Иванович

**КРИТИЧЕСКИЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ
САМООРГАНИЗАЦИИ В НИЗКОРАЗМЕРНЫХ
СТРУКТУРАХ**

01.04.04 – физическая электроника

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Волгоград – 2011

Работа выполнена в ФБГОУ ВПО «Волгоградский государственный
социально-педагогический университет»

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор *Байбурин Вил Бариевич*

доктор физико-математических наук,
профессор *Лебедев Николай Геннадиевич*

доктор физико-математических наук,
профессор *Ильин Евгений Михайлович*

Ведущая организация

Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН (СФ ИРЭ РАН)

Защита состоится «___» «_____» 2012 г. в 10.00 час на заседании диссертационного совета Д 212.028.05 при Волгоградском государственном техническом университете по адресу: 40013, г. Волгоград, пр. им. В.И. Ленина, 28, ауд. 209.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Волгоградского государственного технического университета.

Автореферат разослан «___» «_____» 2011 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета

Авдеюк О.А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Изучение общих закономерностей самоорганизации сильно неравновесных систем имеет принципиальное значение, поскольку оно открывает перспективы создания искусственных систем высокого уровня сложности, а также управления процессами их эволюции.

Развитие нанoeлектроники и базирующихся на ней отраслей науки и техники в большой степени обусловлено миниатюризацией элементов электронных схем, что связано с открытием новых физических эффектов и с использованием новых материалов. В настоящее время значительное внимание привлекают т.н. низкоразмерные структуры, к каковым относятся квантовые ямы, проволоки, искусственно выращенные периодические гетероструктуры (полупроводниковые квантовые одно-, двух- и трехмерные сверхрешетки (1,2,3СР)) и др., которые составляют в настоящее время основной предмет исследований физики твердого тела. Одна из причин состоит в том, что такие системы начинают проявлять нелинейные и неравновесные свойства в сравнительно слабых полях и, что весьма важно, эти свойства можно задавать и контролировать с помощью "зонной инженерии".

Значительным и плодотворным достижением явилось распространение понятия фазового перехода на неустойчивости, присущие только открытым нелинейным системам. Исследования в области неравновесных фазовых переходов (НФП) могут привести к более глубокому пониманию физических механизмов неустойчивостей в нелинейных системах, той роли, которую играют в этих явлениях свойства и геометрические параметры материала, что открывает перспективы создания принципиально новых устройств, контроля и управления их поведением. Низкоразмерные структуры в неравновесном состоянии представляют собой весьма удобные модельные системы для изучения нелинейных синергетических эффектов и в связи с тем, что для исследования полупроводниковых структур созданы весьма разнообразные методики измерений, обеспечивающие лучшую воспроизводимость и более высокое пространственное и временное разрешение, чем в других, например, гидродинамических, системах. Данные обстоятельства также стимулируют проведение исследований спонтанных кинетических эффектов, термогальваномагнитных и оптических свойств систем, включающих в себя в качестве составных указанные перспективные элементы нанoeлектроники.

Последние теоретические и экспериментальные исследования свидетельствуют о необходимости уточнения феноменологического описания сильно неравновесных открытых систем путем включения эффектов стохастичности. Как оказалось, усиление стохастической variability параметров системы может приводить не только к расплыванию плотности вероятностей параметра порядка в окрестности детерминированных состояний, но и к структурированию нелинейных систем, не имеющему детерминированного аналога (индуцированные шумом переходы). Роль флуктуаций особенно велика там, где имеет место нарушение устойчивости. Данные обстоятельства

приводят к необходимости исследования кинетических режимов в рамках стохастической динамики.

Объектом интенсивных исследований является также динамика периодически модулируемых мультистабильных стохастических систем, поскольку в таких системах проявляется эффект стохастического резонанса (фильтрации). Этому явлению присущи общие фундаментальные свойства, проявляющиеся в увеличении степени порядка в выходном сигнале при оптимальном уровне шума, т.е. флуктуации являются источником энергии для усиления отклика системы. Данный эффект обнаружен в различных областях физики, в том числе в квантовой электронике. Поэтому задача исследования его возможных технологических применений для оптимизации характеристик передачи информационного сигнала применительно к низкоразмерным структурам также является актуальной.

В последние годы исследования в области обработки сигналов нелинейными системами привели к открытию эффекта т.н. вибрационного резонанса, когда мультистабильная система находится под воздействием бигармонического возмущения с сильно различающимися частотами. Т.к. двухчастотные сигналы играют важную роль в различных областях, изучение механизма управления нелинейными системами путем изменения интенсивности или частоты "вибраций" является актуальной проблемой.

Совершенствование технологии изготовления наноструктур, содержащих считанное число электронов (single-electron devices), позволило впервые формировать структуры типа квазиодномерных баллистических колец (КК). Этот технологический прорыв приводит к нарастанию числа исследований данных перспективных структур.

Указанные обстоятельства и определяют актуальность темы настоящей работы, которая направлена на теоретическое изучение и компьютерное моделирование нелинейных термогальваномагнитных, оптических, стохастических и резонансных свойств перспективных низкоразмерных материалов, создаваемых на основе современных технологий.

Предмет, цели и задачи исследования. Работа ориентирована на системное исследование процессов функционирования сложных нелинейных объектов (содержащих в качестве составных элементов низкоразмерные структуры), находящихся в электрическом и магнитном полях, изучение эффектов самоорганизации в исследуемых диссипативных структурах, оценка их характеристик с помощью имитационных компьютерных экспериментов. Исследования имеют фундаментальный характер, но – с возможностью их использования в экспериментальных изысканиях и конструировании приборов квантовой электроники, т.к. полученные результаты обуславливают также конкретные рекомендации для оптимального выбора параметров материалов и внешних условий для предсказываемых эффектов и могут расширить область применения исследуемых структур. Исследования проводились по следующим основным направлениям.

1. Анализ спонтанных кинетических эффектов в низкоразмерных структурах в рамках теории катастроф и стохастической динамики. Задача заключается в построении модели самоорганизации неравновесного электронного газа с учетом влияния сильных полей. Основное внимание сосредоточено на особенностях релаксационных свойств изучаемых объектов в ситуации, в которой имеют место НФП.

При изменении управляющих параметров могут происходить перестройки состояния системы (бифуркации). Как в детерминистической, так и в стохастической модели, уравнение динамики переменной состояния позволяет провести качественный анализ исследуемой системы путем идентификации многообразия ее стационарных состояний с катастрофой. Если бифуркационное множество найдено, качественное поведение системы по существу определено. Методы теории катастроф позволяют определить чувствительность состояния к внешнему управляемому воздействию, что имеет важное практическое значение. В рамках данного подхода проводились исследования нелинейных гальваномагнитных, оптических и термоэлектрических свойств низкоразмерных полупроводниковых структур.

2. Обработка сигналов в мультистабильных системах. Целью является исследование механизма нелинейного преобразования периодического входного сигнала системой фильтрации на базе 2СР в рамках модели (управляемого) мультистабильного фильтра, в том числе при наличии шума заданной статистики или (и) дополнительного высокочастотного воздействия.

3. Исследование проводимости СР с параболической минизоной. СР с законом дисперсии в виде усеченной параболы вплоть до границы зоны Бриллюэна представляет интерес с точки зрения возможностей создания терагерцевого генератора на блоховских осцилляциях.

4. Исследование нелинейных свойств КК. Электроны в КК представляют собой нелинейную колебательную резонансную систему, электродинамическое поведение которой должно проявляться в поглощении и излучении электромагнитных волн в ТГц - диапазоне и сопровождаться сопутствующими эффектами мультистабильности, динамического хаоса.

Научная новизна. Исследование низкоразмерных структур проводилось в рамках квазиклассического приближения с использованием кинетического уравнения Больцмана, а также методов неравновесной стохастической динамики. Новизна подхода состоит в использовании решений кинетического уравнения для электронов с различными моделями закона дисперсии и механизма рассеяния, моделировании эффектов самоорганизации в неравновесном электронном газе в рамках теории катастроф с помощью синергетического или стохастического потенциала, применении средств объектно – ориентированного программирования для компьютерного моделирования предсказываемых эффектов. Приводим основные результаты работы.

1. Теоретически установлено, что находящийся в сильном тянущем электрическом поле квазидвумерный электронный газ обладает одновременно

свойствами и сегнетоэлектрика, и ферромагнетика. Этот вывод сделан в результате анализа критических множеств синергетического потенциала для различных законов дисперсии и интеграла столкновений.

Вывод о существовании сегнетоэлектричества и ферромагнетизма в неравновесном электронном газе является принципиально новым, никогда ранее не встречавшимся в литературе. Данные эффекты представляют собой пример самоорганизации в твердых телах (это обстоятельство впервые отмечено в физике твердого тела и синергетике).

2. Обнаружена возможность индуцирования электрическим полем фотоферромагнетизма и фотосегнетоэлектричества неравновесного электронного газа в случае, когда нагрузка является фотопроводником.

3. Исследованы электрические свойства периодически δ – легированных 2СР. Показано, что в разомкнутом в поперечном направлении образце возможны НФП 1-го и 2-го рода (в зависимости от параметров материала и величины тянущего электрического поля).

4. Выявлены новые гальваномагнитные нелинейные эффекты, проявляющиеся под влиянием сильного магнитного поля в 2СР в условиях холловских измерений. В узких "языках Арнольда" плоскости управляющих параметров обнаружены сложные нелинейные режимы, проявляющиеся в наличии самоподобной тонкой фракталоподобной древовидной структуры бифуркационного множества, которая приводит к кризисам макросостояний и хаосоподобной перемежаемости холловских характеристик.

5. Выявлена сильная зависимость спонтанного поперечного поля от угла между тянущим полем и главными осями СР. Индуцированная изменением ориентации осей мультистабильность проявляет оба типа НФП. Обнаружен не отмеченный ранее угловой гистерезис тока.

6. Показано, что кооперативный эффект тянущего поля и случайных возмущений может привести к появлению у квазидвумерного электронного газа сегнетоэлектрических свойств, индуцированным шумом.

7. Рассчитаны плотности тока и потока тепла в 1СР в произвольном электрическом поле и в линейном приближении по градиенту температуры. Определено влияние постоянного электрического поля, параллельного оси СР, на дифференциальную термоэдс, которая немонотонно зависит от температуры для вырожденного электронного газа.

8. Рассчитан ток в 2СР в присутствии электрического поля и градиента температуры. Впервые предсказан резкий рост дифференциальной термоэдс вблизи критического значения поля. Указанные особенности имеют место для произвольных степени заполнения зоны и температуры.

9. Установлены особенности четного по полю и фотогальванического токов в асимметричных СР, помещенных в переменное электрическое поле. В низкочастотном случае особенностью тока вдоль оси 1СР является наличие у него постоянной составляющей (фотогальванический эффект) – один из вариантов т.н. оптического выпрямления. Аналогичные результаты получены

и для 2СР. В высокочастотном случае для 2СР обнаружено, среди прочих, явление индуцированной самопрозрачности.

10. Рассчитаны тензоры проводимости, термодиффузии, Пельтье и электронной теплопроводности для одномерной СР, помещенной в магнитное и электрическое поля. Изучено возникновение поперечного градиента температуры (электростимулированный эффект Эттингсхаузена).

11. Проведенные исследования стохастической фильтрации и вибрационного резонанса в тристабильных нелинейных системах в рамках модели формирующего фильтра на основе 2СР показали, что оптимальные условия обнаружения слабого сигнала достигаются при условии, что точка в пространстве управляющих параметров находится в окрестности сепаратрис соответствующего синергетического потенциала. При этом наличие шума или его эмуляция с помощью высокочастотного воздействия ведут к понижению уровня критичности системы.

12. Произведен расчет статической и высокочастотной проводимости СР с параболической минизоной при произвольной температуре. Показано, что такие СР могут быть использованы для генерации терагерцевых полей только при экстремально низких температурах.

13. Исследованы оптические свойства КК: рассеяние и поглощение света, проведен спектральный анализ мощности излучения. Установлена возможность перестраиваемой (с помощью электрического поля) генерации электромагнитных волн ТГц диапазона.

Все результаты, излагаемые в диссертации, получены впервые.

Научная и практическая ценность работы. Научная ценность работы определяется тем, что в ней исследованы новые фундаментальные явления, такие, как самоорганизация, фазовые переходы, флуктуации и др., которые в значительной степени обуславливают особые свойства низкоразмерных структур.

Практическая ценность работы обусловлена возможностью использования изучаемых эффектов для определения кинетических параметров низкоразмерных структур, для создания новых систем записи и обработки информации, конструирования приборов наноэлектроники. Перечислим некоторые результаты, представляющие, на наш взгляд, практический интерес.

1. Спонтанное возникновение поперечной эдс приводит к ряду следствий, влияющих на вид ВАХ, на появление гальваномагнитных и оптических эффектов в сильных полях. Представленные новые результаты могут быть полезными при изучении других мультстабильных систем. Для параметров изготавливаемых в настоящее время СР величина тянущего поля, при котором начинают проявляться описанные выше эффекты, лежит в интервале $10^2 \div 10^3$ В/см, т. е. указанные эффекты вполне реалистичны и могут использоваться в наноэлектронике.

2. С практической точки зрения представляют интерес обнаруженные принципиальные возможности управления термоэлектрическими свойствами

ми сверхрешеток (сильным) электрическим полем.

3. Результаты расчета ВАХ асимметричных СР открывают возможности использования таких СР в качестве детектора СВЧ излучения.

4. Исследование отклика нелинейной системы (на основе латеральной сверхрешетки) на периодический информационный сигнал показывает перспективность использования 2СР в качестве составных элементов при конструировании усилителей и систем фильтрации.

5. Исследование свойств излучения и рассеяния электромагнитных волн КК, показывает, что его электродинамическое поведение может контролироваться внешним полем и появляется возможность генерирования электромагнитных волн в ТГц диапазоне.

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием в работе современных объектно-ориентированных методов компьютерного моделирования и теоретической физики, соблюдением пределов применимости используемых моделей, непротиворечивостью выводов исследования основным физическим закономерностям и известным экспериментальным данным. В частности, спонтанное возникновение поперечного поля в СР аналогично экспериментально подтвержденному многозначному эффекту Сасаки в многодолинных полупроводниках. Сравнительно недавно (1995 г.) была экспериментально обнаружена и измерена поперечная эдс в латеральных сверхрешетках на основе GaAs/Al_xGa_{1-x}As. Т.о., спонтанное появление поперечного поля и все связанные с этим явлением эффекты не являются теоретической фикцией, и самый факт их существования оказывает сильное влияние на наше понимание самоорганизации в макроскопических системах и стимулирует дальнейший теоретический анализ проблемы.

Апробация работы. В 1997 – 1999 и 2003 – 2004 гг. работа выполнялась при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, (проекты №97-02-16321 "Нелинейные гальваномагнитные, оптические и термоэлектрические свойства низкоразмерных структур" и №02-02-16238 "Неравновесные фазовые переходы в низкоразмерных полупроводниковых структурах" соответственно), а в 2000 г. – при поддержке Российского министерства образования (проект №015.01.01.26 "Нелинейные термогальваномагнитные и оптические свойства низкоразмерных полупроводниковых структур"). Результаты работы представлены на 20 международных конференциях, симпозиумах и семинарах. Результаты диссертации полностью опубликованы в 56 работах, 24 из которых – статьи в журналах из списка ВАК, 15 – сборники трудов международных конференций и семинаров, 17 – тезисы докладов.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, содержащего 206 наименований. Объем работы составляет 263 страницы текста, в том числе 153 рисунка.

Личный вклад автора. Постановка некоторых задач, интерпретация и обобщение полученных результатов осуществлены совместно с соавторами публикаций. Проведение ряда аналитических и всех численных расчетов,

разработка численных алгоритмов и их программная реализация, компьютерное моделирование, проведение численных экспериментов, графическое представление результатов были выполнены автором.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности. Указанная область исследования соответствует паспорту специальности 01.04.04 – "Физическая электроника", а именно: пункту 4 – "Физические явления в твердотельных микро- и наноструктурах, молекулярных кластерах; проводящих, полупроводниковых и тонких диэлектрических пленках и покрытиях".

Основные научные положения, выносимые на защиту.

1. Методы моделирования НФП в нелинейных системах в рамках стохастической динамики и теории катастроф, основанные на идентификации и анализе бифуркационного множества и критического многообразия соответствующего синергетического или стохастического потенциала.

2. Предсказание и исследование спонтанных кинетических эффектов в сверхрешетках: существование сегнетоэлектричества и ферромагнетизма (в том числе индуцированных шумом) в неравновесном электронном газе для различных моделей рассеяния носителей, влияние периодического легирования на НФП, особенности эффекта Холла в сильных полях и др.

3. Результаты исследования термоэлектрических и термогальваномагнитных свойств сверхрешеток, в том числе обнаруженного электростимулированного эффекта Эттингсхаузена.

4. Исследование кинетических свойств асимметричных СР, помещенных в постоянное или переменное электрическое поле.

5. Исследование отклика нелинейных систем на основе 2СР в рамках моделей формирующего фильтра, в том числе при наличии шума заданной статистики или (и) дополнительного высокочастотного воздействия. Анализ возможностей управления обнаруженными эффектами.

6. Исследование проводимости СР с параболической минизоной.

7. Исследование оптических свойств квазиодномерных баллистических колец – комбинационное рассеяние и поглощение света, генерация гармоник, оптическое выпрямление, резонансное электропоглощение и др.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснованы актуальность, сформулирована цель диссертационной работы, сформулированы задачи исследования.

В первой главе представлены методы и алгоритмы, которые позволяют анализировать поведение нелинейных систем в зависимости от изменений управляющих параметров модели. Только в немногих случаях рассмотренные в работе модели допускают получение окончательного результата в аналитической форме. Поэтому предлагаемые (авторские) алгоритмы являются по сути своей численными и ориентированными на программную реализацию с целью проведения компьютерных экспериментов.

Вторая глава посвящена расчету статической проводимости 2СР и исследованию кинетических эффектов, обусловленных спонтанным возникно-

вением поперечной эдс, индуцированной тянущим электрическим полем. В отличие от равновесного случая, выбор переменных состояния и управляющих параметров в неравновесных системах заранее однозначно не определен и зависит от условий эксперимента.

Используемая нами базовая модель (принципиальная схема которой представлена на рис. 1) содержит 2СР толщины L , зашунтированную сопротивлением R , и источник тянущего поля E_x (оси OX и OY направлены под углом 45° по отношению к главным осям $[01]$ и $[02]$ простой квадратной решетки). Управляющими параметрами являются тянущее поле E_x , магнитное поле \mathbf{H} , температура образца T , сопротивление R , параметр, характеризующий интенсивность шума и др. В рамках модели формирующего фильтра

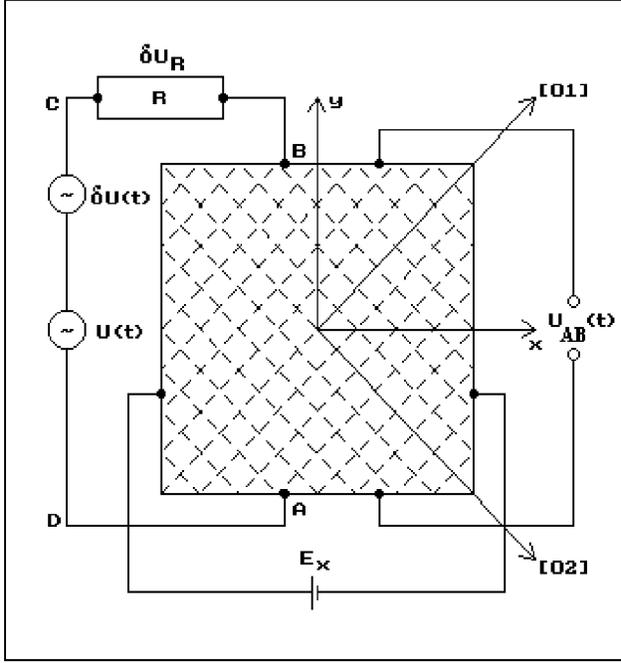


Рис. 1

на вход системы может поступать бигармонический источник напряжения: информационный сигнал $U(t) = U_0 \cos \Omega t$, а также эмулятор шума $\delta U(t) = W_0 \cos k \Omega t$, где $k \gg 1$. Параметром порядка служит спонтанное поперечное электрическое поле E_y , определяющее выходной сигнал $U_{AB}(t) = L E_y(t)$ – отклик системы. В статической ситуации расчет кинетических эффектов сводится к расчету в рамках квазиклассического приближения плотности тока носителей заряда $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = e \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{v}(\mathbf{p}) f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$, где суммирование производится в пределах первой зоны Бриллюэна, \mathbf{p} – квазиимпульс, $\mathbf{v}(\mathbf{p}) = \partial \varepsilon / \partial \mathbf{p}$ – групповая скорость, $\varepsilon(\mathbf{p})$ – закон дисперсии носителей заряда, Неравновесная функция распределения $f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ определяется уравнением Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{d\mathbf{p}}{dt} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} + \text{div}(\mathbf{v} f) = St \{f; \mathbf{p}\}, \quad \frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c} \mathbf{v}(\mathbf{p}) \times \mathbf{H}, \quad \mathbf{p}(0) = 0. \quad (1)$$

Интеграл столкновений $St \{f; \mathbf{p}\}$ выбирается в модельном приближении, определяемом параметрами материалов и заданными условиями.

В качестве базового используем предположение, что среднее время релаксации импульса τ не зависит от температуры. При условии $\tau(\mathbf{p}) = \tau_0 = \text{const}$ имеем $St \{f(\mathbf{p}); \mathbf{p}\} = (f_0 - f) / \tau_0$, где $f_0(\mathbf{p}) \sim \exp(-\varepsilon(\mathbf{p}) / kT)$ – равновесная функция распределения. В отсутствие градиента температуры ($\text{div}(\mathbf{v} f) = 0$) и в стационарной ситуации ($\partial f / \partial t = 0$) получаем

$$\mathbf{j} = \frac{e}{\tau_0} \sum_{\mathbf{p}} f_0(\mathbf{p}) \int_0^{\infty} \mathbf{v}(\mathbf{p} + \mathbf{p}(t)) e^{-t/\tau_0} dt. \quad (2)$$

Предполагая, что диссипация энергии электромагнитного поля происходит на резисторе R , которое в данной модели является существенно статистическим элементом в цепи, аппроксимируем тепловой шум аддитивным белым шумом типа Найквиста со спектральной плотностью $2kTR$, что приводит к флуктуациям напряжения в цепи $\delta U_R = \sqrt{2kTR}\xi(t)$, где $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \delta(t-t')$.

Анализ проводим в безразмерных величинах. Для этого определим масштабные множители – единицы измерения напряженностей электрического и магнитного полей $E_0 = \hbar/(e\tau_0 d)$, $H_0 = \hbar^2 c/(e\tau_0 \Delta d^2)$, проводимости $\sigma_0 = ne^2 \Delta d^2 \tau_0 / \hbar^2$, плотности тока $j_0 = E_0 \sigma_0$, температуры $T_0 = \Delta/k$ и времени $t_0 = \varepsilon/(4\pi\sigma_0)$. Здесь τ_0 – время релаксации квазиимпульса, $d\sqrt{2}$ – период сверхрешетки, Δ – ширина зоны проводимости, n – концентрация носителей заряда, ε – диэлектрическая проницаемость. Уравнение непрерывности поперечного тока в нормализованных переменных представляет собой стохастическое дифференциальное уравнение Ланжевена

$$\frac{dE_y}{dt} = -\frac{\partial\Phi}{\partial E_y} + \sqrt{2DrT}\xi(t), \quad E_y|_{t=0} = E_{y0}, \quad D^2 = \frac{4\pi\Delta}{E_0^2\varepsilon V}, \quad r = \frac{L^2 E_0^2 \tau_0}{RV\Delta n}, \quad (3)$$

где S – сечение образца плоскостью OXZ , $V = SL$ – объем образца. Параметр D определяет интенсивность шума, Φ – потенциальная функция

$$\Phi(E_y, \mathbf{c}) = \frac{1}{2}rE_y^2 + \int_0^{E_y} j_y(E_y, \mathbf{c}) dE_y, \quad (4)$$

где $\mathbf{c} = (E_x, H, T, \dots) \in R^k$ – вектор управляющих параметров системы.

Для латеральных 2СР с "косинусоидальным" законом дисперсии имеем

$$\varepsilon = \Delta(1 - \cos p_x \cos p_y), \quad \mathbf{j} = C(T) \int_0^\infty \mathbf{v}(\mathbf{p}(t)) e^{-t} dt, \quad C(T) = \frac{I_1(1/2T)}{I_0(1/2T)}, \quad (5)$$

где $I_n(z)$ – модифицированная функция Бесселя. При $H = 0$ имеем

$$\Phi = \frac{1}{2}rE_y^2 + \frac{1}{4}C(T) \ln \frac{(1 + E_x^2 + E_y^2)^2 - 4E_x^2 E_y^2}{(1 + E_x^2)^2}. \quad (6)$$

2.1. Детерминистическая модель. При $D = 0$ макросостояние системы $E_y^{st}(\mathbf{c})$ идентифицируется как устойчивое стационарное состояние и является асимптотическим ($t \rightarrow \infty$) решением уравнения (3) при данных значениях управляющих параметров. Множество всех макросостояний в пространстве $\{(E_y^{st}(\mathbf{c}), \mathbf{c})\} \subset R^1 \otimes R^k$ представляет собой аттрактор динамической системы (3). При фиксированных значениях управляющих параметров фазовая траектория будет стремиться к той или иной ветви аттрактора в зависимости от начальных условий, т.е. макросостояние E_y^{st} может разрывным образом зависеть от начальных данных. Поэтому при некоторых значениях управляющих параметров макросостояния характеризуются мультистабильностью. При вариации управляющих параметров имеют место кризисы ветвей аттракторов, что приводит к бифуркациям и НФП.

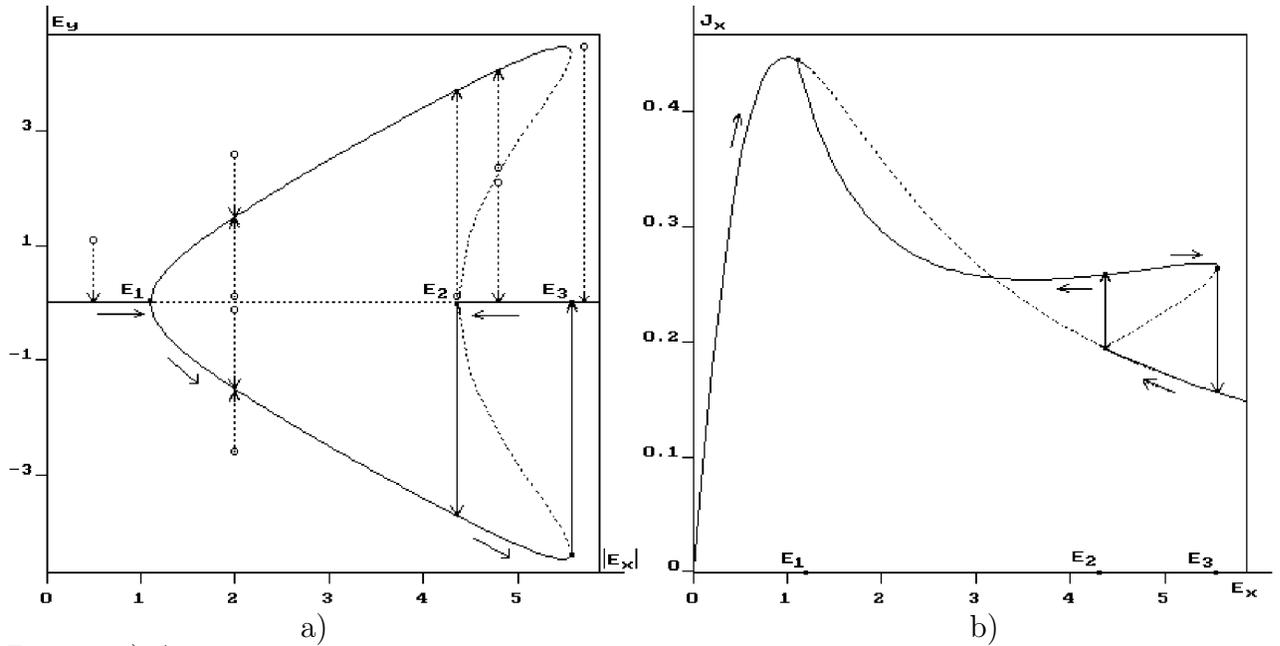


Рис. 2: а) Асимптотические значения параметра порядка, полученные в результате численного интегрирования уравнения (3) с потенциалом (6) при $D = 0$, $T = 0.1$, $r = 0.04$. Сплошные линии определяют устойчивые состояния, точечные линии – неустойчивые состояния (границы областей притяжения). б) ВАХ, соответствующая бифуркационной диаграмме на рис. 2а.

На рис. 2а представлена полученная с помощью численного моделирования типичная зависимость макросостояний от параметра E_x . Для $E_x < E_1$ существует единственное (неупорядоченное) макросостояние $E_y = 0$. При медленном возрастании E_x и достижении значения $E_x \approx E_1$ происходит выход из области притяжения этого аттрактора, ветвь $E_y = 0$ становится неустойчивой и происходит бифуркация этой ветви на две симметричные устойчивые ветви, имеет место спонтанное нарушение симметрии и НФП второго рода. При возрастании E_x и достижении значения $E_x \approx E_3$ параметр порядка скачком переходит на ветвь $E_y = 0$, т.е. происходит НФП первого рода. При обратном изменении скачок происходит при $E_x \approx E_2$. Налицо гистерезис. На языке физики полупроводников речь идет о существовании в данной ситуации эффектов переключения, что иллюстрирует ВАХ образца (рис. 2б). Когда будет достигнуто и превышено пороговое поле E_3 , произойдет пороговое переключение на другую ветвь ВАХ ("выключено"). При уменьшении поля система переключается обратно в состояние ("включено"), но при более слабом поле E_2 . Т.о., получается типичная для порогового переключения гистерезисная зависимость.

Прямое интегрирование позволяет определить положение сепаратрис, отвечающих НФП, только путем детального численного отображения множеств начальных условий и управляющих параметров, что является практически трудно реализуемой задачей. С другой стороны, информация о многообразии стационарных состояний может быть получена на основе фундаментальных представлений, сформулированных в теории катастроф, согласно которым

состояние системы описывается положением точки в пространстве состояний, которое идентифицируется с критическим многообразием – множеством критических точек синергетического потенциала Φ (гиперповерхность в пространстве $R^1 \otimes R^k$), определяемых неявно уравнением состояния

$$E_y^{cr} = E_y^{cr}(\mathbf{c}) \Leftrightarrow \frac{\partial \Phi}{\partial E_y}(E_y^{cr}, \mathbf{c}) = 0. \quad (7)$$

В критической точке устойчивость определяется с помощью морсовской характеристики потенциала – критической кривизны $W^{cr}(E_y^{cr}, \mathbf{c}) = \partial^2 \Phi / \partial E_y^2$. При $W^{cr} > 0$ критическая точка определяет устойчивое, а при $W^{cr} < 0$ – неустойчивое состояние. Перестройка макросостояния (НФП) происходит в соответствии с принципом максимального промедления, когда путь в пространстве параметров пересекает бифуркационное множество (локальную сепаратрису). Это множество может быть определено путем исключения параметра E_y из соотношений

$$\frac{\partial \Phi}{\partial E_y}(E_y, \mathbf{c}) = 0, \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial E_y^2}(E_y, \mathbf{c}) = 0. \quad (8)$$

При наличии симметрии потенциала ($\Phi(-E_y, \mathbf{c}) = \Phi(E_y, \mathbf{c})$) множество Максвелла (нелокальная сепаратриса) определяется из условий равенства локальных минимумов, соответствующим двум фазам с $E_y \neq 0$ и $E_y = 0$:

$$\frac{1}{E_y} \frac{\partial \Phi}{\partial E_y}(E_y, \mathbf{c}) = 0, \quad \Phi(E_y, \mathbf{c}) = 0. \quad (9)$$

Итак, в данной неравновесной ситуации макросостояния системы идентифицируются с критическими точками потенциальной функции, минимальное значение которой определяет локально устойчивое состояние.

2.2. Стохастическая модель. При $D \neq 0$ величина $E_y(t)$ является случайным марковским процессом, уравнение (3) эквивалентно уравнению Фоккера – Планка для мезосостояния системы P – плотности вероятности перехода $P(E_y, t; E_{y0}, 0)$. Мезосостояние является решением задачи

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial E_y} \left[DrT \frac{\partial P}{\partial E_y} + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial E_y} \right) P \right], \quad P|_{t=0} = \delta(E_y - E_{y0}), \quad \int_{-\infty}^{+\infty} P dE_y = 1. \quad (10)$$

Стационарное мезосостояние ($t \rightarrow \infty$) определяется выражением

$$P^{st}(E_y, \mathbf{c}) = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\Phi}{DrT}\right) dE_y \right]^{-1} \exp\left(-\frac{\Phi}{DrT}\right). \quad (11)$$

Фазы системы идентифицируются с модами стационарного мезосостояния (значениями параметра порядка, локально максимизирующими функцию P^{st}).

Вокруг мод величина $E_y(t)$ флуктуирует со статистической дисперсией, пропорциональной интенсивности шума. В окрестности мод система проводит относительно много времени, и они определяют значения параметра порядка для НФП. Согласно (11), моды являются устойчивыми критическими точками, локально максимизирующими потенциал Φ , что позволяет отождествить их с детерминистическими макросостояниями. Следовательно, получаемые в рамках детерминистического описания результаты остаются в силе в том смысле, что они описывают в основном поведение экстремумов плотности вероятности, соответствующих макроскопическим состояниям. Смысл синергетического потенциала заключается в том, что величина Φ есть плотность мощности, которая пропорциональна скорости генерации энтропии. Поэтому данная модель демонстрирует выполнение принципа Пригожина о минимуме производства энтропии для устойчивых стационарных состояний без ограничения на степень отклонения от равновесия.

Изучение системы сводится к определению критического многообразия потенциала, нахождению бифуркационного множества в пространстве управляющих параметров, в котором число и тип решений уравнения состояния изменяются, а также к исследованию свойств НФП, когда значение параметра порядка переходит с одной критической ветви на другую. Задача определения сепаратрис и критического многообразия приводит к необходимости решения нелинейных параметрических уравнений в условиях ветвления и требует применения численных методов.

2.3. Спонтанная поляризация при изменении температуры. Поясним механизм явления на примере модели, описываемой потенциалом (6).

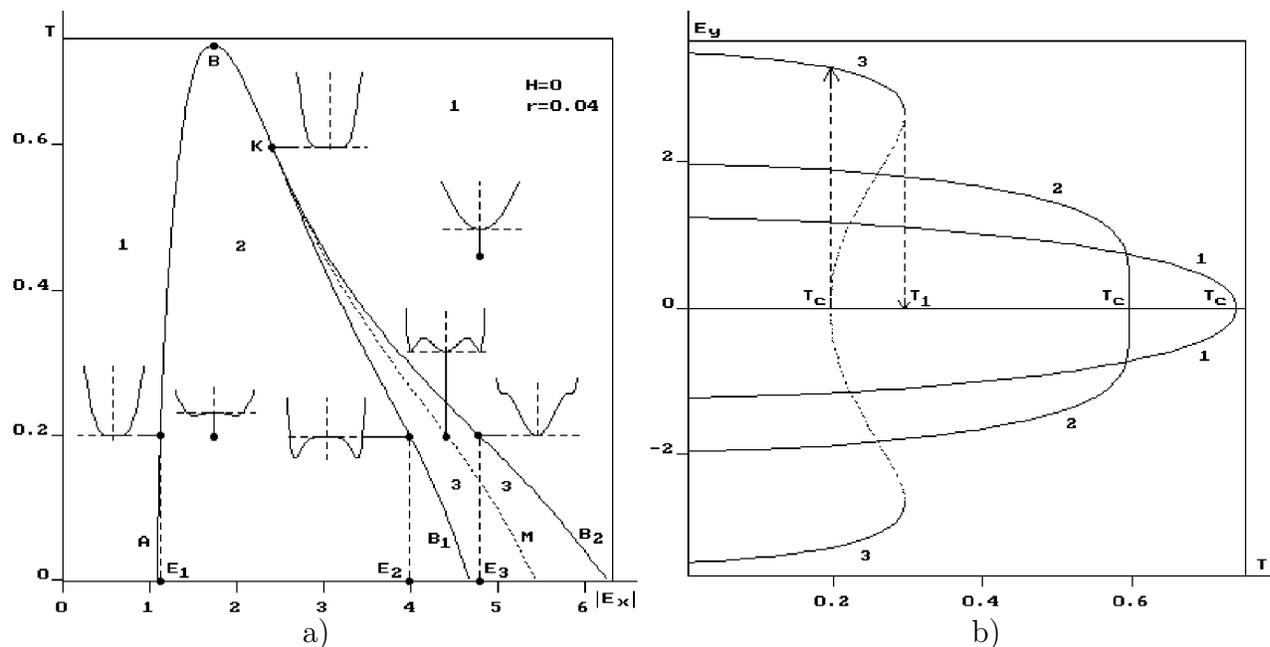


Рис. 3: а) Бифуркационное множество при $r = 0.04$ (сплошные линии). Точечная линия – нелокальная сепаратриса. б) Бифуркационные диаграммы при $T = var$. Точки T_c и T_1 соответствуют пересечению прямой $E_x = const$ с кривыми $ABKB_1$ и KB_2 на рис. 3а. 1) $|E_x| < E_g$; 2) $|E_x| = E_g$; 3) $|E_x| > E_g$, точечная часть кривой представляет представляет неустойчивые состояния. Внутри $[T_c, T_1]$ имеет место гистерезис.

При $r \in (0, r_g = \sqrt{2} - 1)/4)$ типичный вид бифуркационного множества представлен на рис. 3а. Плоскость (E_x, T) разбивается на открытые подмножества, в каждом из которых схематически представлено поведение потенциальной функции Φ в зависимости от параметра порядка, цифры указывают число возможных макросостояний. Вдоль сепаратрис макросостояния становятся вырожденными. Точки E_1, E_2, E_3 имеют тот же смысл, что и на рис. 2а. Кривая $ABKB_1$ представляет собой параметрическую зависимость "температуры Кюри" $T_c = T_c(E_x, r)$, которая определяет точку ветвления для параметра порядка. При $|E_x| = \sqrt{3}$ независимо от значения $r \in (0, r_g)$ функция $T_c(E_x)$ имеет максимум $T_c^{(max)}$. Кривая B_1KB_2 ограничивает область тристабильности. Точка $K = (T_g, E_g = \sqrt{2} + 1)$ является трикритической.

При изменении температуры T режим постоянного тянущего поля соответствует пути $|E_x| = const$ в плоскости параметров (E_x, T) . Если $|E_x| < E_g$ и путь пересекает кривую ABK , происходит НФП 2-го рода, причем в окрестности T_c имеем $E_y \sim \pm\sqrt{T_c - T}$. Если $|E_x| = E_g$, то реализуется неравновесный критический переход, и вблизи $T_c = T_g$ имеем $E_y \sim \pm\sqrt[4]{T_c - T}$. Если $|E_x| > E_g$ и путь пересекает кривые KB_1 и KB_2 , происходит НФП 1-го рода и имеет место гистерезис. Все ситуации представлены на рис. 3б и аналогичны возникновению спонтанной поляризации в сегнетоэлектриках.

Если образец представляет собой тонкую пластину (ось OZ перпендикулярна поверхности пластины), то при $T < T_c$ в цепи спонтанно возникает ток j_y и, соответственно, – компонента магнитного поля $H_x \sim \mp E_y$. При этом H_x как функция температуры ведет себя подобно спонтанной намагниченности ферромагнетика ($M \sim \pm\sqrt{T_c - T}$). Таким образом, рассматриваемый неравновесный электронный газ с феноменологической точки зрения обладает свойствами и ферромагнетика и сегнетоэлектрика.

Показано, что данные эффекты существуют и при рассмотрении других моделей, например, для интеграла столкновений в τ – приближении, ($\tau = const \cdot T^s$), или за его пределами при учете взаимодействия электронов с акустическими (АФ) и оптическими фононами (ОФ). Для ОФ используется реалистическая модель, предполагающая существование в проводнике двух групп носителей – поглотивших и не поглотивших ОФ. Численными расчетами очерчена область применимости такой модели. В случае АФ для проводников с узкой зоной проводимости кинетическое уравнение сводится к уравнению Фоккера – Планка для функции распределения.

Отмеченные результаты справедливы и для разомкнутого в поперечном направлении образца с двумя группами носителей. Одна – с "косинусоидальным" законом дисперсии, в качестве второй рассматриваем либо группу с обычным параболическим законом дисперсии, либо примесную зону проводимости. Показано, что характер НФП (первого, второго рода или близких к ним) зависит от отношения проводимостей двух групп носителей.

Показана возможность управления указанными выше эффектами с помощью изменения параметра r . Анализ сепаратрис потенциала при $T = fix$

(рис. 4а) позволяет говорить об индуцированных фотоферромагнетизме и фотосегнетоэлектричестве неравновесного электронного газа в случае, когда нагрузка является фотопроводником. С ростом светового потока на нагрузку параметр r растет. Соответствующая ситуация представлена на рис. 4б.

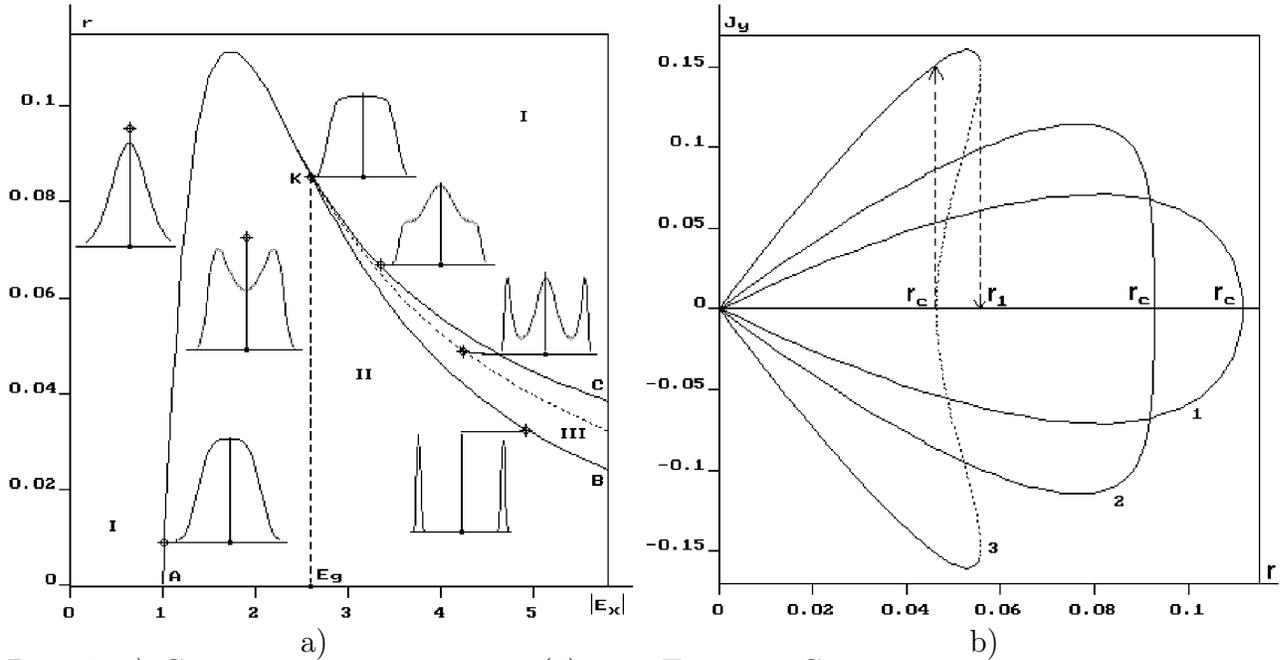


Рис. 4: а) Сепаратрисы потенциала (6) при $T = 0.1$. Схематически представлены стационарные мезосостояния (11) в различных точках. б) Зависимость поперечного тока $j_y = -rE_y$ от параметра r при $|E_x| = const$. При $|E_x| < E_g$ происходит НФП 2-го рода (кривая 1). При $|E_x| = E_g$ реализуется критический переход (кривая 2). При $|E_x| > E_g$ имеют место НФП 1-го рода (кривая 3). Внутри области $[r_c, r_1]$ имеет место гистерезис.

Таким образом, в указанных ситуациях не только рассчитана проводимость квазидвумерных СР, но и подтверждены выводы о спонтанном возникновении поперечного поля, существовании НФП, сегнетоэлектрических и ферромагнитных свойствах неравновесного электронного газа.

2.4. Квазидвумерный электронный газ в сильных электрическом и магнитном полях. Анализ выявил новые гальваномагнитные эффекты, проявляющиеся в условиях холловских измерений.

На рис. 5 представлены бифуркационные множества при отсутствии и наличии нагрузки. Показано поведение потенциала Φ в отмеченных точках и указано число макросостояний системы в каждой открытой области. Результаты демонстрируют одно из универсальных свойств нелинейных систем – существование хаотических режимов, которые в общем случае соответствуют тем областям пространства управляющих параметров, в которых бифуркационное множество обладает все возрастающей сложной иерархической структурой, соответствующей множественным гистерезисным кинетическим режимам. При больших значениях магнитного поля рассматриваемая система проявляет тонкую фракталоподобную древовидную структуру бифуркационного множества – каждая область мультистабильности на плоскости управляющих параметров включает остроконечные "языки Арнольда" более

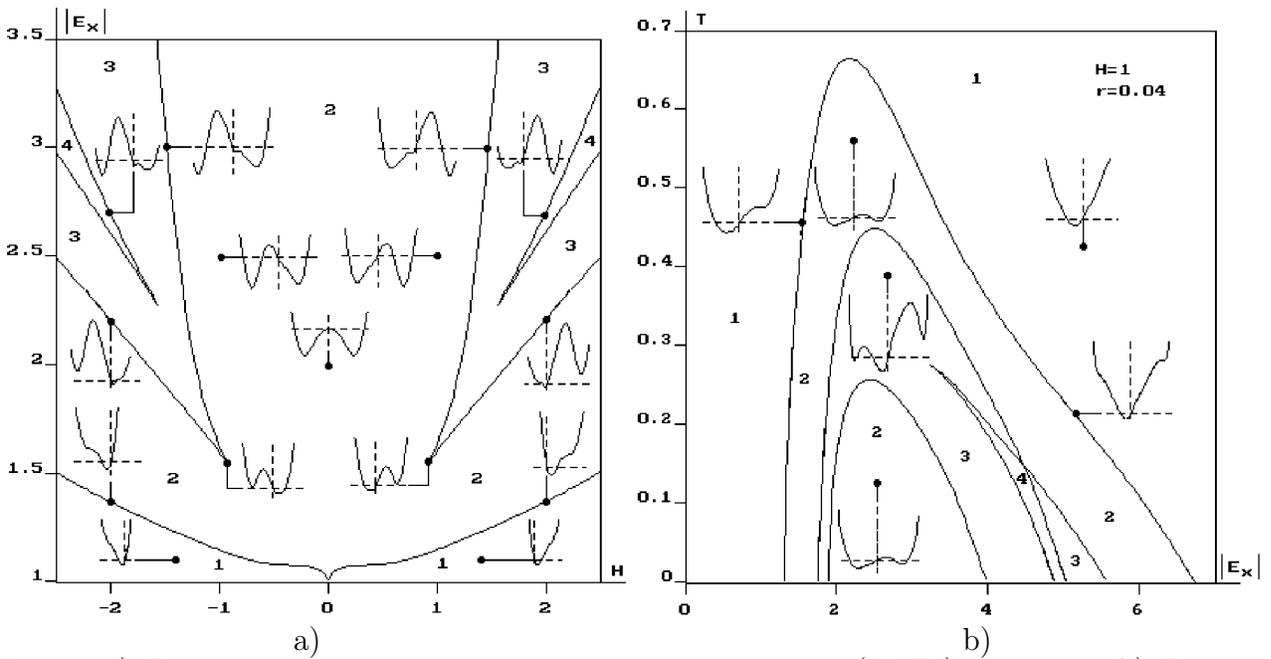


Рис. 5: а) Локальная сепаратриса на плоскости параметров (H, E_x) при $r = 0$. б) Локальная сепаратриса на плоскости управляющих параметров (E_x, T) при $r = 0.04, H = 1$.

высокой мультистабильности. В результате при увеличении магнитного поля самоорганизующийся квазидвумерный электронный газ демонстрирует все возрастающую сложность своего нелинейного поведения, проявляющуюся в наличии хаосо-подобной перемежаемости холловских характеристик, когда наблюдаются дополнительные складки устойчивых листов критического многообразия с соответствующими слабо выраженными бифуркациями, приводящими к дополнительным петлям гистерезиса (рис. 6).

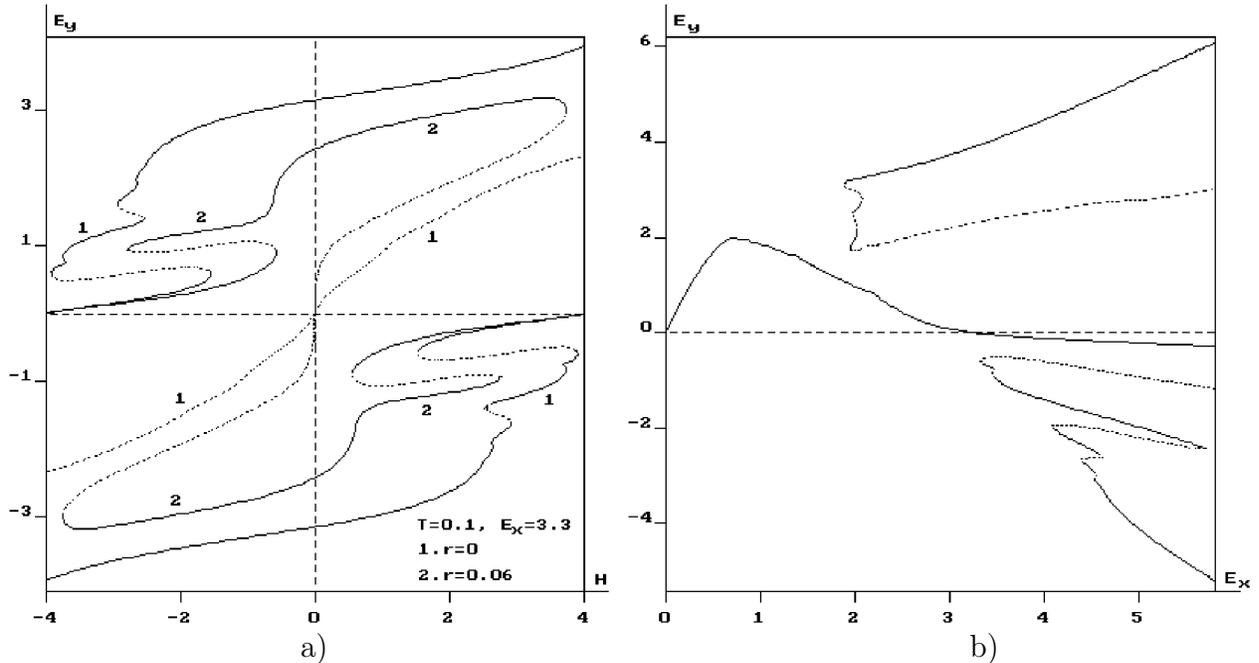


Рис. 6: а) Зависимость холловского поля от параметра H . б) Кризисы макросостояния при $H = 4$. Поведение холловского поля ясно показывает наличие множественных складок критического многообразия при $E_x \approx 2$ и $E_x \approx 4.5$.

Это означает, что для надежного предсказания установившегося макросостояния необходима чрезвычайно точная настройка управляющих параметров. Мы называем такую ситуацию кризисом макросостояния. Данный термин мы используем для характеристики такой неустойчивости холловского поля, когда при очень малом изменении управляющего параметра система претерпевает каскад слабо выраженных бифуркаций и переходит в результате в макросостояние, сильно отличное от предшествующего. Отметим, что данное явление не тождественно эффекту НФП первого рода, скорее оно может быть интерпретировано как предхаотическое состояние системы.

Исследовано также поведение холловского поля, магнетосопротивления и холловской подвижности как функций управляющих параметров.

2.5. Исследование НФП, индуцированных шумом. Мультипликативный шум может приводить к возникновению новых состояний и индуцировать новые НФП, не предсказуемые в рамках обычного феноменологического описания. Рассматривается разомкнутая система ($r = 0$), макросостояния которой в детерминированной ситуации не зависят от температуры. Влияние шума моделируется стохастическим потенциалом, который в приближении узких зон и/или высоких температур выражается через тензор диффузии, расчет которого производится с использованием точного решения уравнения Больцмана с интегралом столкновений Батнагара-Гросса-Крука. В такой модели действие флуктуаций зависит от состояния системы. Изменяя интенсивность флуктуаций, можно вынудить систему перейти в кинетический режим, запрещенный при детерминированных условиях.

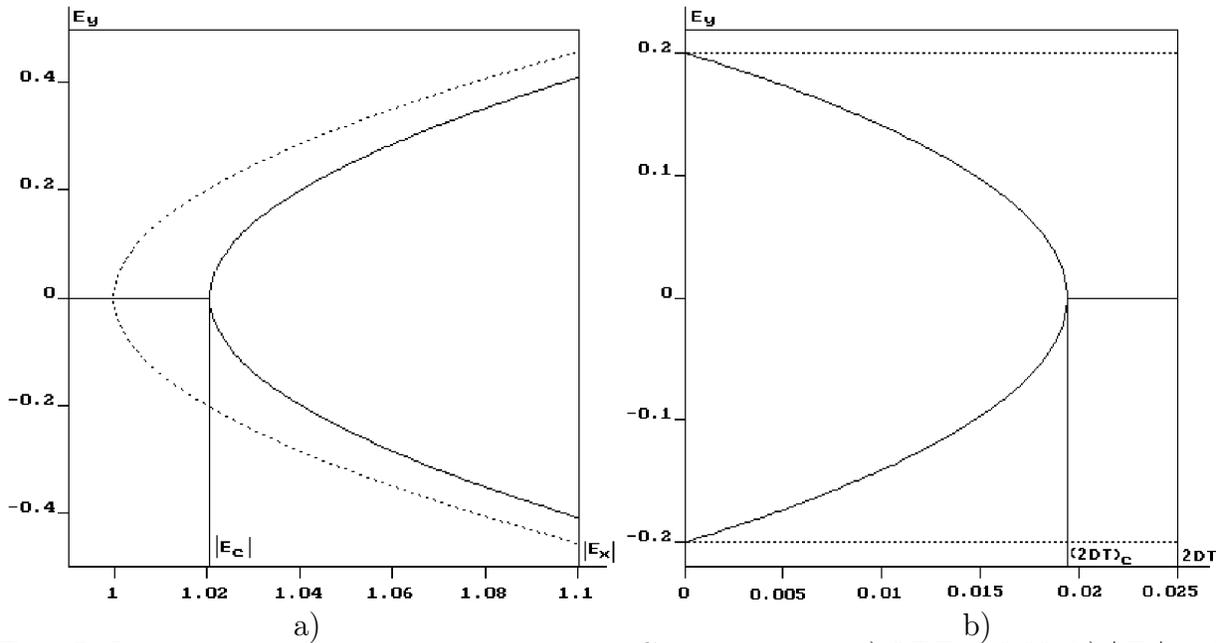


Рис. 7: Фазовые состояния в интерпретации Стратоновича. а) $2DT = 0.02$. б) $|E_x| = 1.02$. Штриховыми линиями показаны детерминированные макросостояния.

На рис. 7 представлены сечения критического многообразия стохастического потенциала вблизи детерминированной точки потери устойчивости $|E_x| = 1$. Приведенную на рис. 7а зависимость локальных состояний от E_x

можно интерпретировать как индуцированный шумом сдвиг детерминированного перехода, сводящийся к сдвигу точки перехода из $E_x = 1$ в $E_x = E_c$. Однако в системе происходит и НФП, индуцированный шумом. Рассматривая зависимость, приведенную на рис. 7b, отметим, что при $2DT < (2DT)_c$ стационарное мезосостояние имеет две моды, которые при $D \rightarrow 0$ соответствуют наблюдению двух макросостояний. Увеличение $2DT$ приводит к расширению переходной зоны и уширению пиков, но не исключает возможности экспериментального наблюдения. При дальнейшем увеличении соответствующие пики движутся к точке $E_y = 0$, разделенные состояния дегенерируют, и в точке $(2DT)_c$ происходит НФП 2-го рода, когда детерминистически метастабильное состояние становится единственной фазой. Такое поведение системы аналогично появлению спонтанной поляризации в сегнетоэлектриках.

2.6. Изучение спонтанных термоэлектрических эффектов в СР.

Основной задачей является расчет функции распределения, плотности тока и плотности потока тепла в СР, помещенных в сильное электрическое поле в присутствии градиента температуры (∇T). Представлены результаты численных расчетов синергетического потенциала и дифференциальной термоэдс $\alpha_{yy}(\mathbf{E})$ в 2СР (рис. 8).

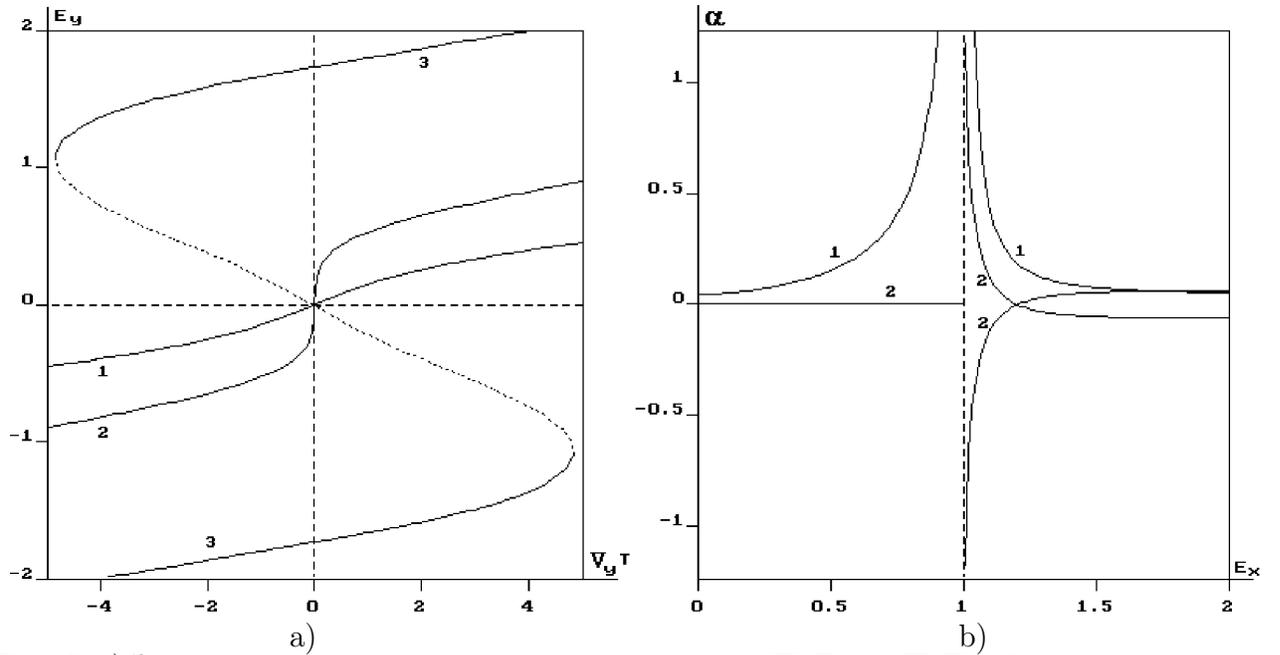


Рис. 8: а) Зависимость поперечного поля от параметра $\nabla_y T$ при $\nabla_x T = 0$, постоянной температуре и различных значениях E_x . Обратим внимание на сходство в поведении функции $E_y(\nabla_y T)$ и поведении спонтанной поляризации сегнетоэлектрика как функции внешнего поля. б) Компоненты тензора термоэдс: 1 – кривая $\alpha_{yy}(E_x)$; 2 – кривая $\alpha_{yx}(E_x)$;

Вблизи значения тянущего поля E_c (величина напряженности поля, при которой в результате НФП 2-го рода возникает поперечное поле), имеем $E_y = \pm\sqrt{E_x^2 - E_c^2}$. Рассчитаны плотности тока проводимости и термоэлектрического тока в линейном по ∇T приближении. Дифференциальная термоэдс как функция электрического поля ведет себя аналогично диэлектрической восприимчивости сегнетоэлектрика (как функции температуры) вблизи

температуры НФП 2-го рода T_c ($\chi \sim |T - T_c|^{-1}$). В нашем случае градиент температуры играет ту же роль, что и внешнее поле для сегнетоэлектриков, и неслучайна поэтому схожесть поведения функций $\chi(T)$ и $\alpha_{yy}(E_x^2)$.

Рассчитаны тензоры проводимости, термодиффузии, Пельтье и электронной теплопроводности для одномерной СР, помещенной в магнитное и электрическое поля $\mathbf{H} \parallel OX$, $\mathbf{E} \parallel OX$ (OX – ось СР). Изучено возникновение поперечных (в плоскости YOZ) градиента температуры (электростимулированный эффект Эттингсхаузена) и электрического поля (адиабатический эффект Холла). Поперечные компоненты тензоров Пельтье и теплопроводности содержат динамический штарк – циклотронный резонанс, их поведение носит осциллирующий характер. Коэффициенты Эттингсхаузена и Холла представляют собой немонотонные и знакопеременные функции H и E .

2.7. Исследование асимметричных сверхрешеток. Предполагается, что СР имеет полярную ось, а асимметрия проявляется в процессах внутризонного рассеяния электронов. Установлены особенности четного по полю и фотогальванического токов в асимметричных СР, помещенных в переменное электрическое поле $\mathbf{E}(t) = (E_x \cos \omega t, E_y \sin \omega t)$. В низкочастотном случае ($\omega\tau_0 \ll 1$) существенной особенностью тока вдоль оси 1СР является наличие у него постоянной составляющей $\overline{j_x(t)} \equiv j_\Phi$ (фотогальванический эффект). Это приводит к тому, что в переменном электрическом поле вдоль оси 1СР протекает постоянный ток. Здесь выявляется один из вариантов т.н. оптического выпрямления. Аналогичные результаты получены и для 2СР. В высокочастотном случае (при условии $\omega\tau_0 \gg 1$) для 2СР обнаружено, среди прочих, явление индуцированной самопрозрачности. Эффект является результатом коллективного поведения электронов в зоне. Между столкновениями они движутся вдоль и против \mathbf{E} , но взаимные их движения сдвинуты по фазе в координатном и импульсном пространствах. В окнах самопрозрачности ($J_0(a_x) \rightarrow 0$ и $J_0(a_y) \rightarrow 0$) фазовое перемешивание этих движений наиболее сильное и приводит к исчезновению суммарного тока. Т.о., для существования эффекта необходима не только асимметрия и анизотропия движения электронов, но и их сфазированное движение.

Во **третьей главе** исследованы нелинейные колебания поля, возникающие в 2СР, включенных во внешнюю цепь с бигармоническим источником напряжения. Асимптотическая ($t \rightarrow \infty$) динамика системы, представленной на рис. 1, описывается уравнением Ланжевена

$$\frac{dE_y}{dt} = -\frac{\partial\Phi}{\partial E_y} + G_1(t) + G_2(t) + \sqrt{2DrT}\xi(t), \quad E_y|_{t=0} = E^{st}. \quad (12)$$

где $G_1(t) = rA_0 \cos(\Omega t)$, $G_2(t) = rB_0 \cos(k\Omega t)$, $A_0 = U_0/E_0L$, $B_0 = W_0/E_0L$. При $B_0 = 0$ данная модель описывает явление стохастической фильтрации, а при $D = 0$ – "чистого" вибрационного резонанса.

В стохастической модели отклик системы определяется усреднением параметра порядка по ансамблю реализаций шума $E_y^{as}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E_y P^{as} dE_y$,

здесь $P^{as}(E_y, \mathbf{c}, t)$ – асимптотическая плотность вероятности. Периодическое внешнее воздействие приводит к периодическим (нелинейным) колебаниям отклика вокруг детерминированного положения равновесия.

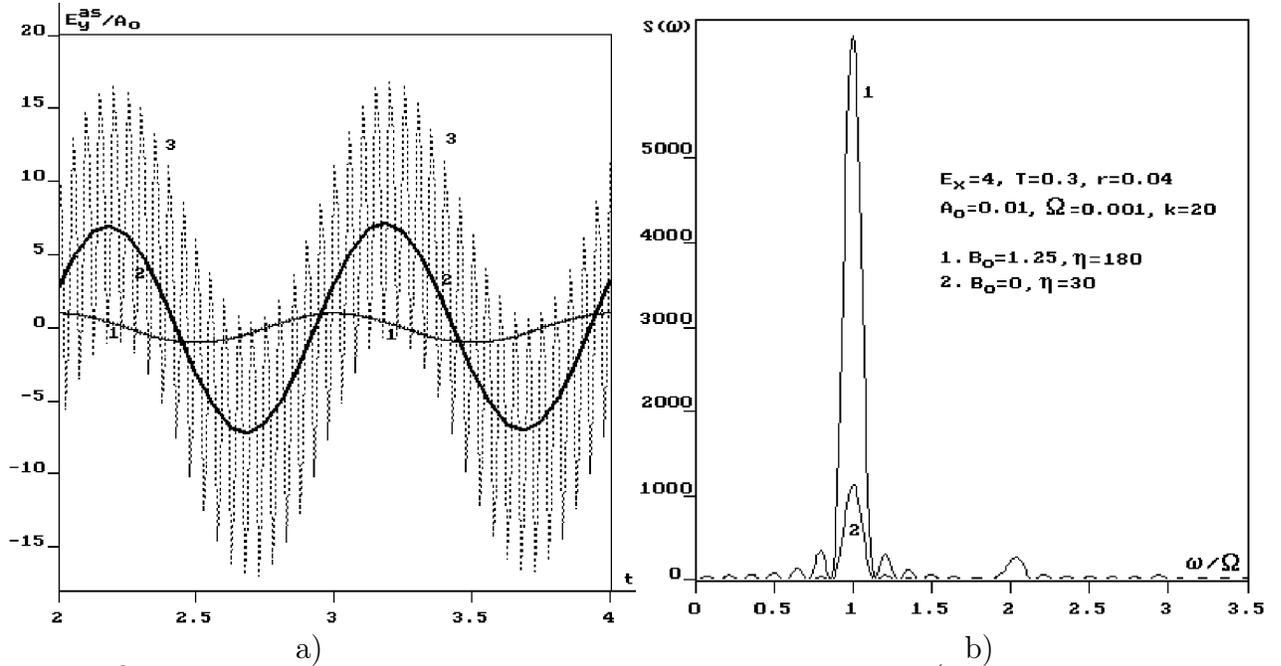


Рис. 9: Отклик системы на периодическое внешнее воздействие (постоянная составляющая отклика исключена). а) Типичный сигнал E_y^{as} на выходе системы с потенциалом (6). Кривая 1 представляет исходный информационный сигнал. Кривые 2 и 3 представляют соответственно выходной сигнал при $B_0 = 0$ (стохастическая фильтрация) и при $D = 0$ (вибрационный резонанс). б) Типичный спектр мощности выходного сигнала при $D = 0$ (кривая 1) и при $B_0 = 0$ (кривая 2). Отметим δ -образный пик на частоте модуляции $\omega = \Omega$, указывающий на наличие периодической компоненты отклика с частотой Ω .

Отклик может сопровождаться увеличением амплитуды и сдвигом фазы выходного сигнала (рис. 9). Т.о., наблюдается эффект передачи мощности от входного к выходному сигналу на частоте модуляции, т.е. система представляет собой усилитель с низкочастотной фильтрацией сигнала на выходе.

Чтобы унифицировать в данном аспекте модели детерминистических и стохастических систем, для характеристики фильтрационных свойств используем коэффициент усиления по мощности $\eta = (B_s^2 + B_c^2)/A_0^2$, и фазовый сдвиг $\psi = \arctg(B_s/B_c)$ на основной частоте, где

$$B_s = \frac{4\pi}{\Omega} \int_0^{2\pi/\Omega} E_y^{as}(t) \sin \Omega t dt, \quad B_c = \frac{4\pi}{\Omega} \int_0^{2\pi/\Omega} E_y^{as}(t) \cos \Omega t dt. \quad (13)$$

Главная трудность заключается в том, что наиболее интересные особенности механизма стохастической фильтрации и максимальный эффект проявляются в областях тристабильности синергетического потенциала. Данное обстоятельство делает невозможным привлечение методов хорошо разработанной теории стохастического резонанса в бистабильных системах, таких как модель "двух состояний", теория линейного отклика и др.

Для решения данной проблемы разработан численный алгоритм прямого решения уравнения Фоккера – Планка, ассоциированного с уравнением (12). Асимптотическая плотность вероятности находится из уравнения

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial E_y} \left[DrT \frac{\partial P}{\partial E_y} + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial E_y} - G_1(t) - G_2(t) \right) P \right], \quad \int_{-\infty}^{+\infty} P dE_y = 1 \quad (14)$$

с начальным условием $P|_{t=0} = P^{st}$, где функция P^{st} определяется из (11).

Численные эксперименты показали, что отклик немонотонно зависит от значений управляющих параметров, варьируя которые, можно настроить данную мультистабильную систему в режим усиления сигнала модуляции.

Модель стохастической фильтрации описывается уравнением (14) с потенциалом (6) при $G_2(t) = 0$. На рис. 10а представлены линии уровня для коэффициента усиления при амплитуде входного сигнала $A_0 = 0.01$.

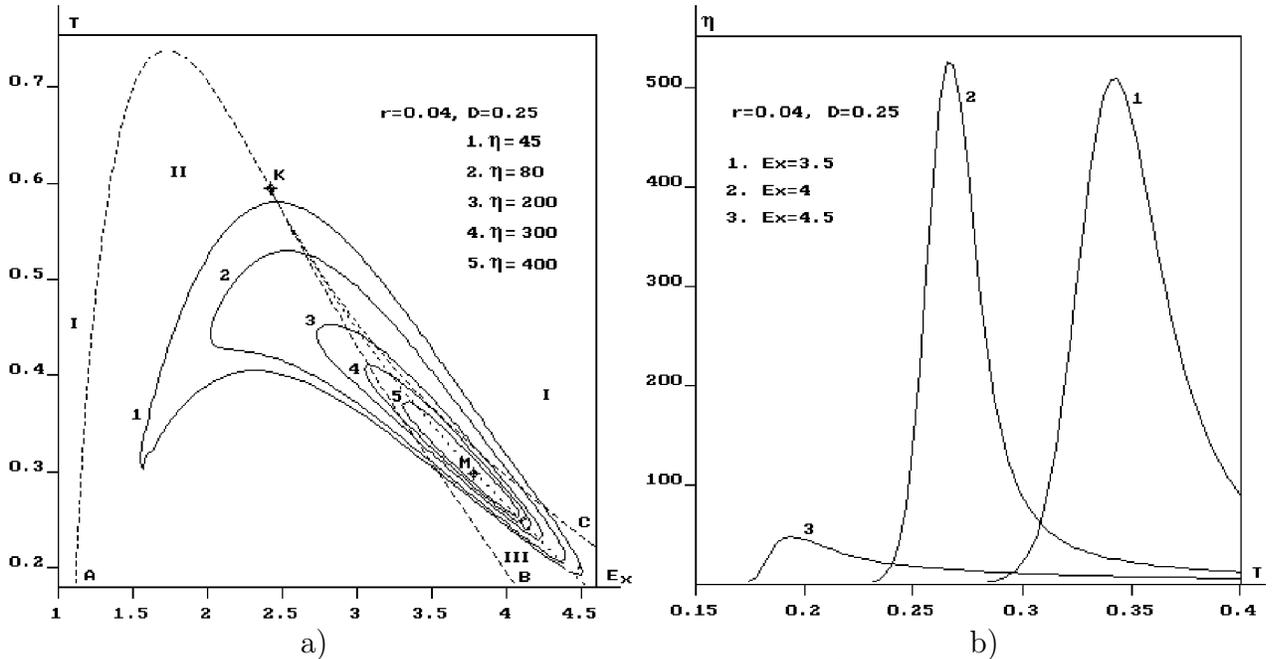


Рис. 10: а) Линии уровня функции $\eta(E_x, T)$ при $B_0 = 0, \Omega = 0.001$. Штриховые линии – сепаратрисы потенциала. б) Немонотонная зависимость η от температуры.

Численные эксперименты показали, что при $D \neq 0$ значение η_{max} всегда достигается в точке M плоскости управляющих параметров (E_x, T) , находящейся на нелокальной сепаратрисе. При уменьшении шума эта точка стремится к трикритической точке. При этом η_{max} растет, однако характеристическая ширина пиков резко убывает, в результате область пространства параметров, в которой проявляется стохастический резонанс, является малой окрестностью трикритической точки.

При фиксированном значении E_x изменение интенсивности шума может управляться изменением температуры, что приводит к картине классического стохастического резонанса в области тристабильности (рис. 10b).

При $G_2(t) \neq 0$ отклик системы может быть также оптимизирован выбором подходящего значения амплитуды B_0 при фиксированных значениях управ-

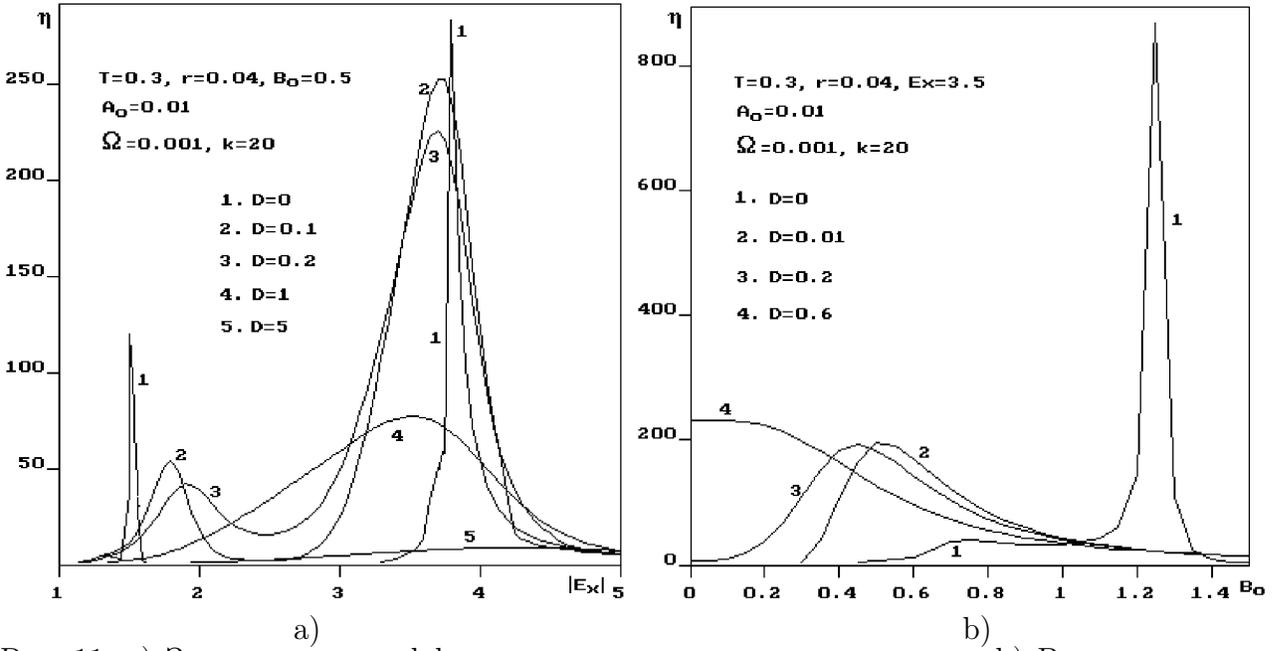


Рис. 11: а) Зависимость коэффициента усиления от тянущего поля. б) Влияние уровня шума на эффект вибрационного резонанса.

ляющих параметров – эффект, аналогичный классическому стохастическому резонансу (см. рис. 11 при $D = 0$).

Рассматривая воздействие аддитивного шума и/или его эмуляции с помощью высокочастотного воздействия, отмечаем немонотонную зависимость коэффициента усиления от тянущего поля (рис. 11а). Существуют значения температуры, при которых величина η в зависимости от параметра E_x имеет два локальных максимума (двойной резонанс). Ситуация проиллюстрирована на рис. 11а. При уменьшении B_0 величина η_{max} растет, однако характеристическая ширина пиков резко убывает.

Другой интересный результат – эффект вибрационного резонанса полностью исчезает для больших значений D . Поскольку белый шум определяет воздействие на систему на всех частотах, увеличение его интенсивности маскирует вклад высокочастотного сигнала в отклике системы, относительная значимость которого в результате уменьшается (рис. 11б).

Т.о., рассмотренная модель представляет собой усилитель с низкочастотной фильтрацией сигнала на выходе, коэффициент усиления которого управляется интенсивностью аддитивного шума, амплитудой или частотой эмулятора шума, температурой и величиной тянущего поля. Определены параметры системы, при которых фильтрация сигнала становится оптимальной (такowymi являются окрестности сепаратрис соответствующего потенциала). Наличие шума приводит к изменению резонансного состояния системы – смещению резонансных значений параметров, сглаживанию резонансных кривых и уменьшению их максимумов.

В **четвертой главе** проведено исследование кинетических свойства полупроводниковых сверхрешеток с параболической минизонной.

Для 1СР энергия электрона в нижайшей минизоне равна $\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon(\mathbf{p}_\perp) +$

$p^2/2m$, $-\pi\hbar/d < p < \pi\hbar/d$, где \mathbf{p} – квазиимпульс, d – период СР, ось OX направлена вдоль оси СР, $\varepsilon(\mathbf{p}_\perp)$ – энергия электрона в плоскости слоев, m – эффективная масса, $\pi^2\hbar^2/md^2 \equiv \Delta$ – удвоенная ширина минизоны.

Плотность тока $j(E, T)$ в электрическом поле E находим с помощью решения уравнения Больцмана с интегралом столкновений в τ -приближении. Показано, что при фиксированной температуре $T = \text{fix}$ функция $j(E, T)$ имеет максимум при некотором значении $E = E_C(T) > 0$, и при $E > E_C(T)$ имеет место отрицательная дифференциальная проводимость, существование которой в данном случае связано исключительно с брэгговскими отражениями и блоховскими осцилляциями электрона.

Для расчета динамической дифференциальной проводимости σ_1 мы рассматриваем ситуацию, когда к 1СР приложены параллельные оси 1СР постоянное (E) и переменное электрические поля: $E^{tot}(t) = E + E_0 \cos \omega t$, где ω измеряется в единицах τ^{-1} . В рамках квазиклассических условий величина E произвольна, а амплитуду переменного поля E_0 считаем малой и учитываем ее в линейном приближении. В результате

$$\sigma_1(E, T, \omega) = \frac{1}{1 + \omega^2} - \sqrt{\frac{2}{\pi T}} \frac{[\text{sh}^2(1/E) + \sin^2(\omega/E)]^{-1}}{\omega E \text{erf}(1/\sqrt{2T})} \times$$

$$\left[\text{ch} \frac{1}{E} \sin \frac{\omega}{E} \int_0^1 e^{(-s^2/2T)} \text{ch} \frac{s}{E} \cos \frac{s\omega}{E} ds - \text{sh} \frac{1}{E} \cos \frac{\omega}{E} \int_0^1 e^{(-s^2/2T)} \text{sh} \frac{s}{E} \sin \frac{s\omega}{E} ds \right].$$

Возможности создания терагерцевого генератора на блоховских колебаниях электронов определяются условиями существования в СР отрицательной высокочастотной дифференциальной проводимости на участках ВАХ с положительной статической дифференциальной проводимостью. Такие условия предотвращают развитие нежелательных доменных нестабильностей (эффект Ганна). Обозначим через $\Omega = eEd/\hbar$ частоту блоховских осцилляций, которая в нормализованных единицах измерения равна πE . Тогда статическая дифференциальная проводимость σ_d положительна при $\Omega < \Omega_C$ и отрицательна при $\Omega > \Omega_C$, где $\Omega_C = \pi E_C(T) \in (0.914, 1.174)$. Таким образом, режимы подавления низкочастотной доменной неустойчивости определяются значениями параметров ω и Ω , для которых выполняются условия $\Omega < \Omega_C$, $\sigma_1(\Omega, T, \omega) < 0$. Однако эти условия оказываются весьма чувствительными к увеличению температуры.

На рис. 12 представлены области в пространстве параметров (Ω, T, ω) , в которых высокочастотная дифференциальная проводимость отрицательна. Граничные линии этих областей определяются условием $\sigma_1(E, T, \omega) = 0$. На граничных линиях имеем $\omega \approx k\Omega$, $k = 1, 2, \dots$, т.е. частоты, на которых изменяется знак динамической дифференциальной проводимости, кратны частоте блоховских осцилляций. Отметим, что увеличение температуры приводит к подавлению осцилляций при $\Omega < \Omega_c$ и исчезновению отрицательной высокочастотной дифференциальной проводимости.

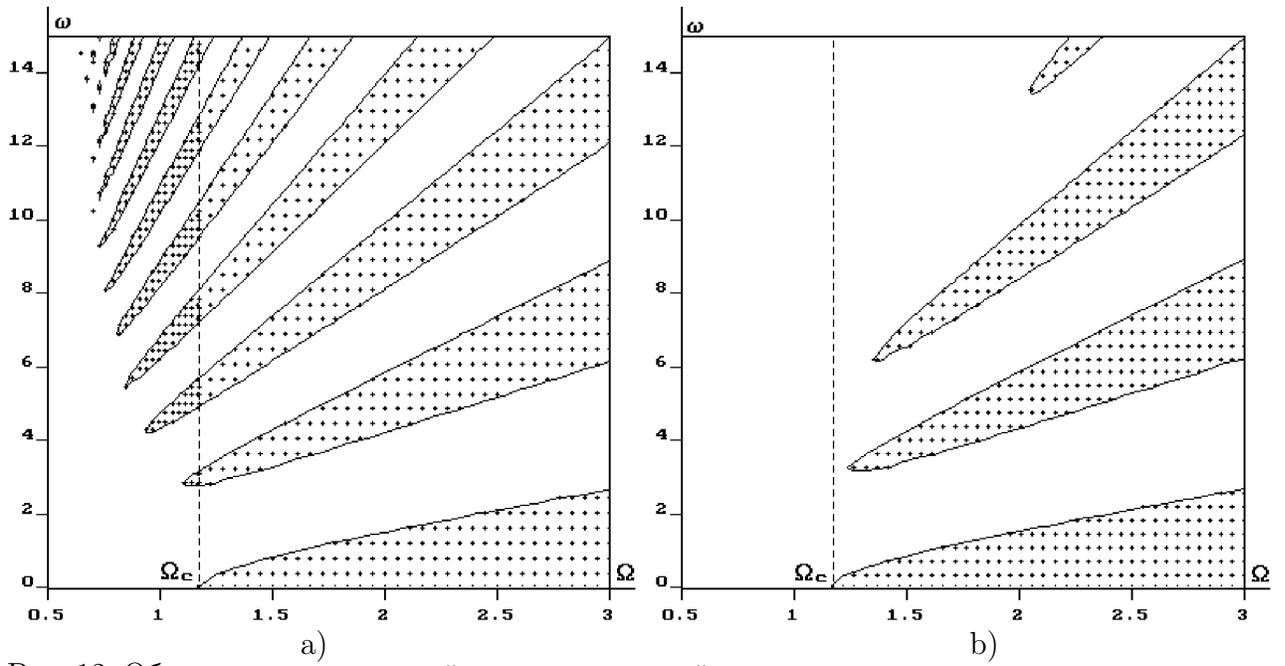


Рис. 12: Области отрицательной высокочастотной проводимости на плоскости параметров (Ω, ω) . а) $T \rightarrow 0$, $\Omega_C = 1.174$. Отметим существование режимов подавления низкочастотной доменной неустойчивости. б) $T = 0.01$, $\Omega_C = 1.06$. Режимы подавления низкочастотной доменной неустойчивости отсутствуют.

Изменение закона дисперсии может приводить к самоорганизации электронного газа, не имеющей аналога в косинусоидальной модели. В частности, был обнаружен новый тип НФП, в котором температура образца играет роль управляющего параметра. В интервале полей $E_1 < |E_x| < E_2$ существует переходная "температура Кюри" $T_C(E_x)$, и вблизи точки перехода появляется ненулевое спонтанное поперечное поле $E_y \sim \pm \sqrt{T - T_C(E_x)}$.

В **пятой главе** исследуются нелинейные оптические свойства КК. В общем случае положение электрона в кольце определяется угловой переменной φ , отсчитываемой от некоторой условной точки кольца. В общей постановке полагаем, что внешнее электрическое поле имеет вид $\mathbf{F}(t) = \{F_0(t), F_1(t)\}$ (координатная плоскость Oxy параллельна плоскости кольца, начало координат в центре кольца). Т.к. электроны могут двигаться только вдоль окружности, во внешних полях действующая на них сила зависит от положения электрона в кольце нелинейным образом, т.е. имеет место "геометрическая нелинейность". Движение электрона описывается уравнением

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{1}{\tau_0} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{eF_0(t)}{mR} \sin \varphi = \frac{eF_1(t)}{mR} \cos \varphi, \quad \varphi(0) = \varphi_0, \quad \frac{d\varphi}{dt}(0) = \varphi'_0, \quad (15)$$

где $e < 0$ и m – заряд и масса электрона, τ_0 – среднее время свободного пробега электронов в кольце, R – радиус кольца. Вклад одного электрона в электрический дипольный момент кольца равен

$$\vec{p}(t) = p_0 \{\cos \varphi, \sin \varphi\}, \quad p_0 = eR. \quad (16)$$

Соответствующая интенсивность дипольного излучения

$$J(t) = \frac{2}{3c^3} \left| \frac{d^2 \vec{p}}{dt^2} \right|^2 = J_0 \left[\left(\frac{d^2 \varphi}{dt^2} \right)^2 + \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^4 \right], \quad J_0 = \frac{2e^2 R^2}{3c^3}. \quad (17)$$

На основе расчета отклика электронов на переменное ($\vec{F}_1 \cos \omega t$) и постоянное (\vec{F}_0) электрические поля исследованы оптические свойства КК: рассеяние и поглощение света, генерация гармоник, *dc* – эффект и др. Проведен спектральный анализ мощности излучения. Установлена возможность пере-страиваемой (с помощью электрического поля) генерации электромагнитных волн ТГц диапазона. Приводим некоторые результаты:

1. При $F_1 = 0$, $\alpha = E/2eRF_0 > 1$ (E – энергия электрона) средний электрический дипольный момент (p_0) кольца, содержащего один электрон и "размазанный" по кольцу компенсирующий заряд, направлен против \vec{F}_0 (неравновесное *диаэлектричество*).

2. При $F_0 = 0$ и $e^2 F_1^2 = 2Em\omega^2$ (m – масса электрона) возникает спонтанное нарушение симметрии, в результате чего появляется отличный от нуля дипольный момент p_0 (спонтанное оптическое выпрямление). Здесь имеет место НФП 2-го рода (p_0 – параметр порядка).

3. При $F_0 = 0$ появляется низкочастотный отклик на частоте колебаний электрона в образующемся (в условиях п. 2) двухямном потенциале и ее гармониках, а также – высокочастотный отклик на частоте внешнего поля и комбинационных частотах (новый тип комбинационного рассеяния). В условиях, когда $p_0 \neq 0$, в спектре рассеяния присутствуют четные гармоники. Сечение рассеяния, поглощение и интенсивность сателлитных линий нелинейным образом зависят от интенсивности падающего излучения.

4. При $\vec{F}_1 \perp \vec{F}_0$ имеет место новый эффект – резонансное электропоглощение. При $g > 1$ и $\lambda > g$, где $g = F_1/F_0$, $\lambda = \omega/\omega_0$, $\omega_0 = (eF_0/mR)^{1/2}$, движение электрона в кольце носит хаотический характер. В области нехаотичности отклик представляет собой гармонический сигнал с частотой ω . Нелинейный резонанс характеризуется бифуркационной диаграммой зависимости сечения поглощения σ/σ_0 , ($\sigma_0 = 8\pi e^2/st\omega_0$) от параметра λ . При некоторых значениях управляющих параметров амплитудные и фазовые характеристики отклика демонстрируют классические признаки вынужденного резонанса в нелинейных колебательных системах, когда происходит сброс амплитуды – скачкообразный переход с одной ветви резонансной кривой на другую и соответственно с одного колебательного режима на другой.

Для радиуса кольца $R \sim 10^{-4}$ см указанные свойства проявляются при F_0 , $F_1 \sim 10^5$ В/см и в ТГц – диапазоне волн.

В заключении сформулированы итоги и выводы исследования.

Основные итоги и выводы

В диссертации представлены результаты теоретического исследования и компьютерного моделирования нелинейных термогальваномагнитных, опти-

ческих, стохастических и резонансных свойств перспективных низкоразмерных материалов, создаваемых на основе современных технологий.

Проведены теоретические исследования ряда термогальваномагнитных, оптических и резонансных свойств сверхрешеток, а также – квазиодномерных колец. Разработаны адекватные аналитические и численные методы расчета новых нелинейных кинетических эффектов.

Установлена принципиальная возможность существования неравновесных ферромагнетизма и сегнетоэлектричества электронного газа, возникающих в результате НФП в 2СР, помещенной в сильное тянущее электрическое поле. В рамках используемых моделей определен соответствующий синергетический потенциал. Предложены и рассчитаны способы управления спонтанными полями. Показано, что возникновение спонтанного поперечного электрического поля сопровождается спонтанным потоком тепла или градиентом температуры. Обнаружен аномально большой рост поперечной дифференциальной термоэдс в 2СР вблизи неравновесного фазового перехода.

Учет влияния (сильного) электрического поля на тепловые флуктуации тока привел к обнаружению индуцируемых шумом НФП, подобных сегнетоэлектрическим ФП.

С помощью предложенной модели рассчитан фотогальванический ток в асимметричных 1СР и 2СР. Как функция интенсивности излучения он ведет себя немонотонным и знакопеременным образом.

Рассчитаны тензоры кинетических коэффициентов (диффузии, термоэдс, Пельтье, теплопроводности) для 1СР, помещенной в произвольные по величине (но не квантовые) постоянное магнитное и постоянное (или переменное) электрическое поля. Установлено, что поперечные компоненты тензоров Пельтье и теплопроводности содержат статический или динамический штарк – циклотронные резонансы. Подробно исследован электростимулированный эффект Эттингсхаузена в 1СР.

С позиций системного анализа проведено математическое и компьютерное моделирование, теоретический анализ некоторых систем фильтрации периодического информационного сигнала на основе латеральной сверхрешетки, в том числе при наличии шума заданной статистики или (и) дополнительного высокочастотного воздействия. Проведенные исследования позволяют предположить, что резонансное усиление отклика нелинейных систем на информационный сигнал происходит при значениях управляющих параметров, близких к точкам, в которых происходят неравновесные фазовые переходы. Результаты исследований показывают перспективность 2СР для создания систем фильтрации сигналов.

Исследован характер дипольного излучения (классического) баллистического кольца, помещенного в постоянное и ВЧ электрические поля.

Для реализации численных экспериментов разработано компьютерное программное обеспечение, ориентированное на моделирование сложных многопараметрических нелинейных процессов. Численные оценки показывают

реалистичность всех предсказываемых эффектов. Даны рекомендации для практического использования результатов диссертации.

Таким образом, в диссертационной работе на основе авторских исследований дано оригинальное решение крупной научной проблемы – выявление новых нелинейных термогальваномагнитных, оптических, стохастических и резонансных свойств перспективных низкоразмерных материалов, создаваемых на основе современных технологий. Показано, что низкоразмерные структуры, выведенные далеко из состояния термодинамического равновесия зависящими от поля процессами, представляют собой физические системы, в которых может происходить целый ряд НФП. Рассмотренные модели демонстрирует богатый спектр возможных кинетических режимов, некоторые из которых весьма чувствительны к внешнему (в том числе случайному) воздействию, что позволяет в принципе реализовать весьма разнообразные способы управления статическими макросостояниями, резонансными и релаксационными свойствами систем, содержащих в качестве составных элементов низкоразмерные структуры.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в ведущих рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1. Epshtein, E.M. Electric-field-induced magnetoresistance of lateral superlattices [Текст] / E.M. Epshtein, I.I. Maglevanny, G.M. Shmelev // Journal of Physics: Condensed Matter.-1996.-Vol.8.-№25.-P.4509-4514.
2. Shmelev, G.M. Anomalous Hall effect in quasi-two-dimensional superlattices in high electric field [Текст] / G.M. Shmelev, E.M. Epshtein, I.I. Maglevanny, A.V. Yudina // Physics of Low-Dimensional Structures.-1996.-Vol.1996.-№4-5.-P.47-55.
3. Shmelev, G.M. Transverse emf in lateral superlattices [Текст] /G.M.Shmelev, I.I. Maglevanny // Physics of Low-Dimensional Structures.-1996.-Vol.1996.-№9-10.-P. 81-88.
4. Маглеванный, И.И. Квазидвумерный электронный газ в некваंटующем магнитном и сильном электрическом полях [Текст] / И.И. Маглеванный, Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн // Известия вузов, Физика.-1996.-№7.-С.46-51.
5. Шмелев, Г.М. Спонтанный электрооптический эффект в квазидвумерной сверхрешетке [Текст] / Г.М. Шмелев, Н.А. Соина, И.И. Маглеванный // Письма в журнал технической физики.-1996.-Т. 22.-№14.-С.68-71.
6. Эпштейн, Э.М. Неравновесные фазовые переходы в квазидвумерном электронном газе в электрическом поле [Текст] / Э.М. Эпштейн, Г.М. Шмелев, И.И. Маглеванный // Физика твердого тела.-1996.-Т.38.-№11.-С.3478-3486.
7. Шмелев, Г.М. Эффект Холла в квазидвумерных сверхрешетках в некваंटующих магнитном и сильном электрическом полях [Текст] / Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн, И.И. Маглеванный // Физика и техника полупроводников.-1997.-Т.31.-№8.-С.916-919.

8. Маглеванный, И.И. Спонтанная поперечная эдс при неупругом рассеянии квазидвумерных электронов [Текст] / И.И. Маглеванный, Г.М. Шмелев // Известия вузов, Физика.-1997.-№7.-С.99-102.
9. Maglevanny, I.I. The Influence of Periodic Doping on the Nonequilibrium Phase Transitions in Lateral Superlattice [Текст] / I.I. Maglevanny, G.M. Shmelev, E.M. Epshtein // Physica Status Solidi (B) Basic Research.-1997.-Vol.204.-№2.-P.737-745.
10. Shmelev, G.M. Current-Voltage Characteristic of Asymmetric Superlattice [Текст] / G.M. Shmelev, I.I. Maglevanny, A.S. Bulygin // Physica C: Superconductivity and its Applications.-1997.-Vol.292.№1-2.-P.73-78.
11. Шмелев, Г.М. Сегнетоэлектрические свойства неравновесного электронного газа [Текст] / Г.М. Шмелев, И.И. Маглеванный, Э.М. Эпштейн // Известия вузов, Физика.-1998.-№4.-С.72-79.
12. Maglevanny, I.I. The Non-Equilibrium Electron Gas as a Ferroelectric [Текст] / I.I. Maglevanny, G.M. Shmelev // Physica Status Solidi (B) Basic Research.-1998.-Vol. 206.-№2.-P.691-699.
13. Shmelev, G.M. Electric-field-induced ferroelectricity of electron gas [Текст] / G.M. Shmelev, I.I. Maglevanny // Journal of Physics: Condensed Matter.-1998.-Vol.10.-№31.-P.6995-7002.
14. Шмелев, Г.М. Высокочастотная проводимость асимметричной сверхрешетки [Текст] / Г.М. Шмелев, Н.А. Соина, И.И. Маглеванный // Физика твердого тела.-1998.-Т.40.-№9.-С.1731-1733.
15. Shmelev, G.M. The Photogalvanic Effect in Superlattices. [Текст] / G.M. Shmelev, I.I. Maglevanny, E.N. Valgutskova, N.A. Soina // Laser Physics.-1999.-Vol.9.-№2.-P.456-459.
16. Булыгин, А.С. Дифференциальная термо - э.д.с. сверхрешетки в сильном электрическом поле [Текст] / А.С. Булыгин, Г.М. Шмелев, И.И. Маглеванный // Физика твердого тела.-1999.-Т.41.-№7.-С.1314-1316.
17. Epshtein, E.M. Ferromagnetic and Ferroelectric Properties of Nonequilibrium Electron Gas [Текст] / E.M. Epshtein, G.M. Shmelev, I.I. Maglevanny // Physics Letters, Section A.: General, Atomic and Solid State Physics-1999.-Vol. 254.-№1-2.-P.107-111.
18. Shmelev, G.M. Differential Thermo-EMF of Quasi-Two-Dimensional Superlattice in High Electric Field [Текст] / G.M. Shmelev, I.I. Maglevanny, A.S. Bulygin // Physics of Low-Dimensional Structures.-1999.-Vol.1999.-№11-12.-P.7-14.
19. Shmelev, G.M. Electric-Field-Induced Ettingshausen Effect in a Superlattice [Текст] / G.M. Shmelev, A.V. Yudina, I.I. Maglevanny, A.S. Bulygin // Physica Status Solidi (B) Basic Research.-2000.-Vol. 219.-№1.-P.115-123.
20. Epshtein, E.M. Electroemission of a Quasi-One-Dimensional Ballistic Ring [Текст] / E.M. Epshtein, I.I. Maglevanny, G.M. Shmelev // Physics of Low-Dimensional Structures.-2000.-Vol.2000.-№3-4.-P.109-116.
21. Epshtein, E.M. Nonlinear electrodynamics of electrons in a quasi-one-dimensional ballistic ring [Текст] / E.M. Epshtein, G.M. Shmelev, I.I. Magle-

vanny. // Journal of Physics A: Mathematical and General.-2000-Vol.33.-№34.-P.6017-6022.

22. Epshtein, E.M. Nonlinear Electrodynamical Properties of a Conducting Ring [Текст] / E.M. Epshtein, G.M. Shmelev, I.I. Maglevanny // Physics of Low-Dimensional Structures.-2001.-Vol.2001.-№1-2.-P.137-144.

23. Shmelev, G.M. The role of temperature in the Bloch oscillator problem [Текст] / G.M. Shmelev, I.I. Maglevanny, E.M. Epshtein // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical.-2008.-Vol.41.-№7.-art.no.075002.

24. Maglevanny, I.I. Highly nonlinear phenomena of self-organization of quasi-two-dimensional electron gas in high magnetic and electric fields [Текст] / I.I. Maglevanny // Physica Status Solidi (B) Basic Research.-2009.-Vol.246.-№6.-P.1297-1305.

Публикации в других изданиях

25. Маглеванный, И.И. Наводимое электрическим полем сегнетоэлектричество электронного газа [Текст] / И.И. Маглеванный, Г.М. Шмелев, Э.М. Эпштейн // Вестник Волгоградского университета. Серия 1: Математика. Физика.-1997.-№2.-С.86-95.

26. Шмелев, Г.М. Индуцированное шумом сегнетоэлектричество неравновесного электронного газа [Текст] / Г.М. Шмелев, И.И. Маглеванный // Материалы Международной научно - технической конференции "Межфазная релаксация в полиматериалах"(ПОЛИМАТЕРИАЛЫ - 2003). - Москва, 2003.-Часть 2.-С.35-38.

27. Маглеванный, И.И. Угловой гистерезис тока в квазидвумерной сверхрешетке [Текст] / И.И. Маглеванный, Г.М. Шмелев // Материалы Международной научно - технической конференции "Межфазная релаксация в полиматериалах"(ПОЛИМАТЕРИАЛЫ - 2003). - Москва, 2003.-Часть 2.-С.165-168.

28. Маглеванный, И.И. Численная аппроксимация обобщенного решения начально - краевой задачи с негладкими данными. [Текст] /Маглеванный И.И. // Известия Волгоградского государственного педагогического ун-та.-2003.-№3(04).-С.36-44.

29. Шмелев, Г.М. Сегнетоэлектрические свойства неравновесного электронного газа в кубических кристаллах [Текст] / Г.М. Шмелев, И.И. Маглеванный // Материалы III международного семинара "Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах". - Воронеж, 2004.-С.81-84.

30. Маглеванный, И.И. Влияние электрического поля на стохастическую фильтрацию в квазидвумерной полупроводниковой сверхрешетке [Текст] / И.И. Маглеванный, Г.М. Шмелев // Материалы III международного семинара "Компьютерное моделирование электромагнитных процессов в физических, химических и технических системах". - Воронеж, 2004.-С.85-88.

31. Маглеванный, И.И. Вибрационный резонанс в квазидвумерной полупроводниковой сверхрешетке [Текст] / И.И. Маглеванный, Г.М. Шмелев //

Материалы Международного семинара "Физико - математическое моделирование систем". - Воронеж, 2004.-С.138-142.

32. Маглеванный, И.И. Аномальный эффект Холла в квазидвумерной полупроводниковой сверхрешетке в сильных электрическом и магнитном полях [Текст] / Маглеванный И.И. // Материалы VI Международной конференции "Действие электромагнитных полей на пластичность и прочность материалов". - Воронеж, 2005.-С.159-162.

33. Маглеванный, И.И. Влияние термального шума на вибрационный резонанс в квазидвумерной сверхрешетке [Текст] / Маглеванный И.И. // Материалы VI Международной конференции "Действие электромагнитных полей на пластичность и прочность материалов". - Воронеж, 2005.-С.163-166.

34. Маглеванный, И.И. Кинетические свойства квазидвумерных полупроводниковых сверхрешеток с параболической минизоной [Текст] / И.И. Маглеванный // Материалы VII Международной конф. "Действие электромагнитных полей на пластичность и прочность материалов". - Воронеж, 2007.-С.73-78.

35. Маглеванный, И.И. Кризисы макросостояний квазидвумерного электронного газа в сильных электрическом и магнитном полях [Текст] / И.И. Маглеванный. Материалы IV Международного семинара "Физико - математическое моделирование систем". - Воронеж, 2007.-С.184-189.

36. Бондарева, Е.В. Резонансный отклик нелинейной мультистабильной системы на бигармонический сигнал [Текст] / Е.В. Бондарева, И.И. Маглеванный // Материалы IV Международного семинара "Физико - математическое моделирование систем". - Воронеж, 2007.-С.137-142.

37. Маглеванный, И.И. Квазидвумерный электронный газ в сильных электрическом и магнитном полях [Текст] / И.И. Маглеванный. // Сборник трудов Международной конференции "Фазовые переходы, критические и нелинейные явления в конденсированных средах". Секция А1. Компьютерное моделирование фазовых переходов и критических явлений. - Махачкала, 2007.-С.83-86.

38. Shmelev, G.M. Spontaneous transverse electromotive force in a lateral superlattice with parabolic miniband [Текст] / G.M. Shmelev, I.I. Maglevanny, T.A. Gorshenina, E.M. Epshtein // Наноматериалы: методы, идеи.- Сборник научных статей. Волгоград: Издательство ВПО НОУ ВИБ, 2007.-С.118-133.

39. Маглеванный, И.И. Компьютерное моделирование самоорганизации квазидвумерного электронного газа в сильных электрическом и магнитном полях [Текст] / И.И. Маглеванный, М.В. Ларина, Т.И. Карякина // Сборник трудов XIV Международной конференции "Современные проблемы информатизации в моделировании и социальных технологиях". Секция 4. Моделирование сложных систем и технологических процессов. Воронеж, 2009.-С.220-226.