

ДОНЦОВ АНТОН АЛЕКСАНДРОВИЧ

**СПЕКТР И ДИНАМИКА
ЛАЗЕРОВ НА МОДАХ ШЕПЧУЩЕЙ
ГАЛЕРЕИ И КОЛЬЦЕВЫХ ЛАЗЕРОВ**

Специальность 01.04.10 – физика полупроводников

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург
2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки **Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук.**

Научный руководитель: **Аверкиев Никита Сергеевич**, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, руководитель сектора теории оптических и электрических явлений в полупроводниках

Официальные оппоненты:

Розанов Николай Николаевич, доктор физико-математических наук, член-корр. РАН, профессор, АО «Государственный оптический институт имени С. И. Вавилова», начальник отдела теоретических исследований

Чербунин Роман Викторович, кандидат физико-математических наук, Санкт-Петербургский государственный университет, доцент кафедры физики твердого тела Физического факультета

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «**Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого**»

Защита состоится . . . **.2018** на заседании диссертационного совета Д 002.205.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук по адресу: 194021, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, а также на сайте института <http://www.ioffe.ru/>.

Автореферат разослан . . . **.2018**

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 002.205.02,
доктор физико-математических наук

Сорокин Л. М.

Актуальность темы исследования В акустике известен следующий интересный эффект: в помещениях круглой формы звук может распространяться в тонком слое вдоль стены, не проникая в центр помещения и почти не рассеиваясь. Если встать у стены на расстоянии не намного большем, чем длина волны звука (~ 0.5 м) и тихо говорить, то человек, стоящий у стены даже в другом конце помещения, услышит вас, а люди вдали от стены - нет. Более того, говорящий будет слышать эхо собственного голоса. Это явление объясняется существованием т.н. 'мод шепчущей галереи' (МШГ). Эти моды были теоретически описаны лордом Рэлеем в конце 19-го века [1], а экспериментально подробно изучались Раманом в 1921-м году в соборе Святого Павла в Лондоне [2].

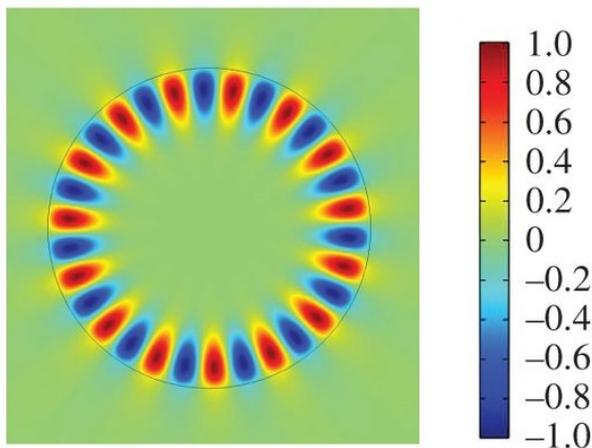


Рисунок 1 – Пример моды шепчущей галереи в диске. На рисунке изображена составляющая вектора электрического поля в определенный момент времени. Радиус диска много больше, чем длина волны. Показана мода первого радиального порядка (один экстремум поля по радиусу) и 15-го углового порядка (30 экстремумов поля по углу).

Такое же явление наблюдается и в электродинамике. Электродинамические моды шепчущей галереи унаследовали свое название из акустики и существуют в резонаторах круглой формы таких как сферы [3], диски и цилиндры [4], тороиды [5], резонаторы 'бутылочной' формы [6] и т.п. Пример распределения поля МШГ в диэлектрическом диске приведен на Рис. 1.

Несмотря на то, что создание теории МШГ в свое время повлияло на развитие всей электродинамики [7], исследований на эту тему почти не было. В качестве исключения можно привести исследование начала 60-х годов прошлого века, приведшее к пониманию того, что ионосфера Земли ведет себя по отношению к длинным радиоволнам как сферическая отражающая поверхность [8]. Другой пример - один из первых твердотельных лазеров на основе сферического резонатора [9].

Однако, настоящий интерес к электродинамическим МШГ появился лишь в 80-е, и с тех пор он только возрастает, причем как в радиоволновом [10], так и в оптическом диапазонах [11]. Этот интерес высок как в области полупроводниковых материалов [12, 13], так и диэлектрических [14, 15]. Оказалось, что МШГ обладают уникальными свойствами, которые делают их практически незаменимыми в самых современных исследовани-

ях и устройствах. Сегодня применения МШГ резонаторов настолько разнообразны, что любой результат в этой области может оказаться чрезвычайно важным в практическом или теоретическом отношении [16–18].

Степень разработанности темы диссертации. Первое уникальное свойство МШГ резонаторов состоит в том, что они обладают совершенно феноменальной добротностью, как минимум на два порядка превосходящей добротность аналогичных резонаторов Фабри-Перо (ФП). Это связано с полным внутренним отражением лучей внутри МШГ резонатора. Так, в оптическом диапазоне, даже в простых микрокаплях на гидрофобных поверхностях, образующих сферические резонаторы, добротность достигает $Q \sim 10^6$ [19], а в чистых кристаллических микросферах можно добиться величин $Q \sim 10^{10}$ [20]. Это позволяет использовать подобные резонаторы в узкополосных спектральных фильтрах [21, 22], в сверхстабильных генераторах чистого сигнала [23], для измерений затухания в очень чистых материалах [24]. Становится возможным наблюдение рамановского индуцированного рассеяния [19, 25], получение эффективных лазеров [26]...

Добротность в оптическом диапазоне, чаще всего, определяется рассеянием на поверхностных и внутренних неоднородностях резонатора. Для неоднородностей, обладающих малыми размерами, рэлеевское рассеяние было хорошо изучено еще в связи с нуждами волоконной оптики. При более грубых технологиях массового производства поверхностные дефекты реальных резонаторов могут иметь масштабы, сравнимые и, даже большие длины волны, однако, хоть сколько-нибудь полный анализ этой проблемы на сегодняшний день не проведен [18].

Второе уникальное свойство МШГ заключается в их чрезвычайно малом модовом объеме. Тот факт, что поле сосредоточено в узком слое у границы резонатора означает увеличение интенсивности излучения при прочих равных условиях, т.е. высокую концентрацию фотонов. Высокая удельная интенсивность прекрасно подходит для самых разнообразных экспериментов по нелинейной оптике и квантовой электродинамике [16, 17].

Высокая интенсивность также означает большое оптическое давление на стенки резонатора и, следовательно, высокую степень оптомеханической связи [27], изучаемую сравнительно новой областью на стыке наук - оптомеханикой [28, 29]. Одним из интересных эффектов в этой области является самопроизвольная перекачка энергии из механических колебаний в оптическое поле - так называемое 'оптическое охлаждение'. Этот эффект позволяет охладить микрообъект до основного квантового состояния [30, 31].

Кроме того, высокая интенсивность у поверхности резонатора делает моду очень чувствительной к любым дефектам этой поверхности, в частности, если на микросферу оседает частица инородного вещества, это сильно отразится на спектре. Последнее явление позволяет использовать МШГ резонаторы в качестве детекторов химических и биологических единичных

частиц [32, 33]. По той же самой причине и любые регулярные структуры, покрывающие МШГ резонатор, будут оказывать большое влияние на спектр и поля мод. Простым примером является пленка, но в зависимости от форм и характеристик поверхностных структур появляются новые неисследованные возможности.

Еще одним важным свойством МШГ, помимо двух указанных выше, является двойное вырождение по частоте. Это - важная концепция, которую следует пояснить подробно. В одномерном ФП резонаторе из двух параллельных зеркал одной частоте и одному направлению поляризации соответствует одна мода. Если взять три зеркала и разместить их в вершинах равностороннего треугольника, то мы получим лазер т.н. кольцевого типа. Главная особенность таких лазеров в том, что одной частоте соответствуют две встречные моды: одна распространяется по часовой стрелке, другая против. Эти моды в резонаторе совершенно независимы и их амплитуды могут быть произвольными. Геометрические распределения полей встречных мод совершенно одинаковы, так как при зеркальном отражении они переходят друг в друга.

Резонаторы на МШГ тоже относятся к кольцевому типу и вдоль их стенок так же могут распространяться две независимые встречные моды. Если МШГ резонатор заполнить активной средой, изготовив тем самым лазер, то две встречные моды будут сильно воздействовать друг на друга [34]. Нетривиальное даже в простом кольцевом лазере взаимодействие встречных мод становится гораздо богаче при различных модификациях резонатора, открывая новую динамику и неизученные варианты применений.

Подводя итог скажем, что, несмотря на хорошую степень исследованности МШГ резонаторов идеальных форм и лазеров на их основе, при различных намеренных модификациях или же дефектах резонаторов, характеристики МШГ могут сильно меняться. Это приводит к огромному разнообразию как позитивных, так и негативных последствий, что открывает широкое поле для исследований и приложений.

Цель диссертационной работы состоит в теоретическом исследовании различных явлений в модифицированных МШГ резонаторах и лазерах на их основе.

Научная новизна работы заключается в теоретическом изучении следующих неизученных ранее вопросов:

1. Влияние дефектов поверхности на спектр и распределение полей МШГ в дисковом и полудисковом резонаторах.
2. Построение теории экспериментального спектра люминесценции кварцевой микросферы с тонкой пленкой люминофора на ней.
3. Установление механизма воздействия излучения на собственные механические колебания зонда в эксперименте со сканированием полудиско-

вого МШГ лазера.

4. Изучение условий, при которых в кольцевом резонаторе с внешней перекрестной задержанной обратной связью возможно переключение встречных мод.

Практическая значимость работы. В первой главе проанализировано поведение МШГ в резонаторах при возникновении реальных крупномасштабных производственных дефектов, сделано заключение, что влияние достаточно сильно и выясняется характер этого влияния. Во второй главе устанавливается сильное влияние тонкой пленки на спектр люминесценции микросферы, отсюда можно заключить, что спектр излучения можно легко контролировать различными способами, (механическими, температурными и т.п.) меняя толщину нанесенной пленки. В третьей главе приводится схема детектирования излучения при помощи кантилевера, которая может оказаться более чувствительной по сравнению с аналогами. В четвертой главе приводится модификация резонатора, позволяющая получить переключения встречных мод со строго заданным периодом, это может быть использовано как в простом оптическом генераторе, так и в более сложных системах, таких как, например, гипотетический твердотельный лазерный гироскоп.

Методология и методы исследования. В работе использовались различные методы математической физики и численных расчетов.

В гл. 1 использовались различные вариации метода теории граничных возмущений, в том числе численные расчеты для проверки соответствующих результатов. Численные расчеты также применялись для установления распределения полей МШГ при разных величинах дефектов.

В гл. 2 применялись методы классической электродинамики для расчета спектра соответствующих сферических структур с поверхностной пленкой. Для решения возникающих характеристических уравнений использовались численные методы, а для установления конкретных значений параметров в пределах погрешности был применен оптимизационный алгоритм Недлера-Мида.

В гл. 3 проводились оценочные расчеты для установления конкретного физического механизма явления. Проводились оптические расчеты как аналитического, так и численного типа для установления величины поглощенного излучения. Использовался тепловой расчет для вычисления температурного распределения и смещения частоты, вызванного им.

В гл. 4 применялась полуклассическая теория лазера класса В для получения уравнений кольцевого лазера с учетом задержанной перекрестной обратной связи. Применялись методы численного моделирования уравнений с задержкой для изучения полученных уравнений. Кроме того использовалась теория устойчивости стационарных точек уравнений с отклоняющимся аргументом для получения формул критической силы связи.

Основные положения, выносимые на защиту:

- 1 Дефекты поверхности резонатора, малые по одному из своих размеров в сравнении с длиной волны, существенным образом влияют на спектры МШГ в дисковом и полудисковом резонаторах, а когда дефекты становятся сравнимы с длиной волны по всем своим размерам, МШГ перестает распространяться вдоль стенок.
- 2 Спектры люминесценции микросфер с тонкой пленкой люминофора на них представляют собой спектры мод шепчущей галереи в шаре с учетом тонкого слоя оптически другого материала на его поверхности.
- 3 Механизм воздействия оптического излучения на собственную частоту колебаний микроантилевера состоит в изменении модуля Юнга материала зонда из-за нагрева.
- 4 Введение даже слабой внешней перекрестной обратной связи с задержкой в кольцевой лазер может приводить к переключениям встречных мод с периодом, почти равным удвоенному времени задержки.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на трех семинарах в ФТИ им. Иоффе, на семинаре в Политехническом университете и семинаре в Санкт-Петербургском государственном университете, был сделан устный доклад на 3-м симпозиуме 'Полупроводниковые лазеры: физика и технология', стендовый доклад на XI российской конференции по физике полупроводников.

Публикации. По результатам работы опубликованы четыре печатные работы, список которых имеется в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из общего введения, четырех глав, двух приложений и списка литературы. Каждая глава имеет основную часть, а также свои собственные введение и заключение. Диссертация содержит 117 страниц, 15 рисунков и 4 таблицы. Список литературы содержит 296 наименований.

Основное содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность темы исследований, сформулированы цель и научная новизна работы, перечислены положения, выносимые на защиту, а также кратко изложено содержание диссертации.

Первая глава имеет название 'Влияние дефектов стенок резонатора

на моды шепчущей галереи'. Как мы упоминали ранее, МШГ резонаторы очень чувствительны к разного рода дефектам поверхности, что позволяет использовать их в качестве детекторов частиц [32, 33]. С другой стороны, на практике при изготовлении МШГ резонаторов часто возникают непредвиденные дефекты. Целью первой главы являлось теоретическое выяснение степени влияния некоторых типов дефектов на МШГ в резонаторах дисковой и полудисковой форм.

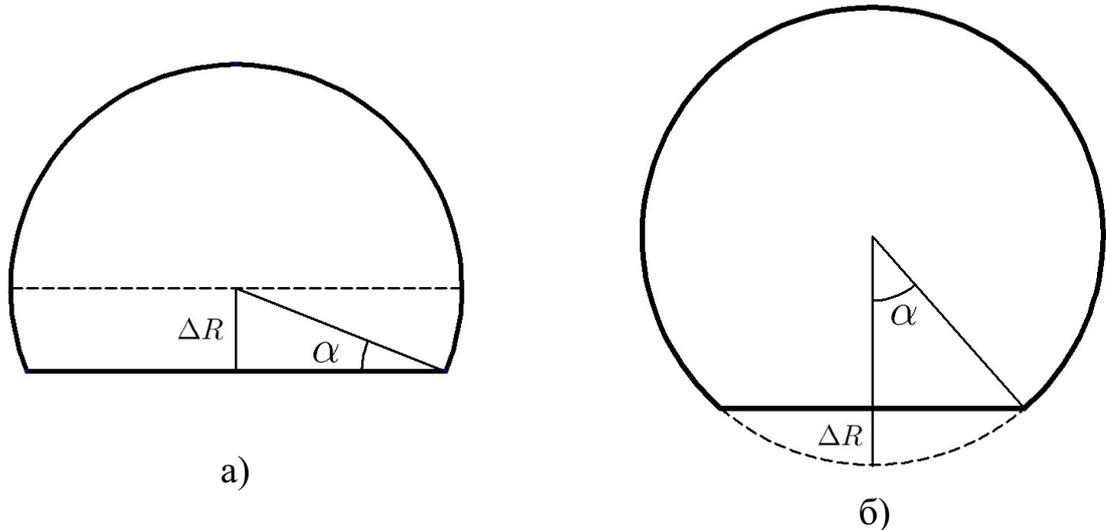


Рисунок 2 – Рассматриваемые неидеальные области, близкие к полудиску (а) и диску (б)

На Рис. 2 изображены два резонатора полудисковой и дисковой форм с малыми деформациями. Величины деформации определяются параметрами α , приведенными на рисунке. Можно видеть, что хотя при малом α , дефект мал в одном из направлений, в другом направлении он может иметь значительную величину по сравнению с длиной волны.

В обоих случаях при отсутствующих деформациях ($\alpha = 0$) спектры всех мод, в том числе и МШГ, известны точно. Задача состоит в том, чтобы изучить изменения спектров МШГ при малых деформациях ($\alpha \ll 1$). Для простоты предполагается, что стенки резонаторов изготовлены из идеально проводящего металла, а внутренность его заполнена диэлектриком. Вычисления проводились на основе различных форм теории возмущений.

Для резонатора почти дисковой формы, изображенного на Рис. 2, результат [A1] имеет вид

$$k = k_0 \left(1 + \frac{\alpha^3}{3\pi} \pm \frac{\Delta}{2} \right), \quad (1)$$

где k_0 - известное собственное волновое число в идеальном диске, а k - волновое число с учетом деформации. В данной задаче примем за ТМ моду такую, у которой магнитный вектор лежит в плоскости резонатора. Для ТМ

мод $k_0 = \frac{n_c \omega_0}{c} = \frac{p_{mn}}{R}$, где n_c - показатель преломления диэлектрика, ω_0 - собственная частота моды в недеформированном резонаторе, R - радиус диска, c - скорость света, m и n - угловой и радиальный индексы моды, а число p_{mn} - n -й корень функции Бесселя m -го порядка. Для того, чтобы мода была модой шепчущей галереи необходимо выполнение условий $m \gg 1$, $n \ll m$. Для МШГ величина $\Delta = (k^+ - k^-)/k_0 = \frac{1}{2\pi m^2}(\alpha \cos(2m\alpha) - \frac{\sin(2m\alpha)}{2m})$ обычно ($m \gg 1$) значительно меньше, чем $\frac{\alpha^3}{3\pi}$, она определяет расщепление частот. Дело в том, что при появлении дефекта симметрия нарушается, и вырождение мод по частоте, описанное ранее, снимается, приводя к расщеплению частоты. Формула (1) справедлива при $\alpha \ll \sqrt{\lambda/R}$ или, иначе, $\alpha \ll \sqrt{2\pi/m}$. Для типичного значения углового порядка моды $m = 600$, это приводит к условию: $\alpha \ll 0.1$.

В резонаторе полудисковой формы, изображенной на Рис. 2а, вырождения по частоте нет, поэтому ответ [A1] выглядит проще:

$$k = k_0(1 - \alpha \frac{2}{\pi}). \quad (2)$$

Границы применимости формально такие же, как для идеального диска $\alpha \ll \sqrt{2\pi/m}$.

В первой главе диссертации подробно приведен вывод обеих формул и осуществлена их численная проверка. Кроме этого, численно изучается изменение распределения полей в резонаторе при его деформации. При достаточно большом дефекте любая мода шепчущей галереи, строго говоря, перестает быть таковой. Её поле больше не распределяется вдоль стенок, условия 'полного внутреннего отражения' нарушаются, и мода должна катастрофически терять свою добротность. Можно утверждать, что указанные границы применимости формул 1 и 2 определяют и величину дефекта резонатора, при котором поле МШГ все еще остается распределенным вдоль стенок.

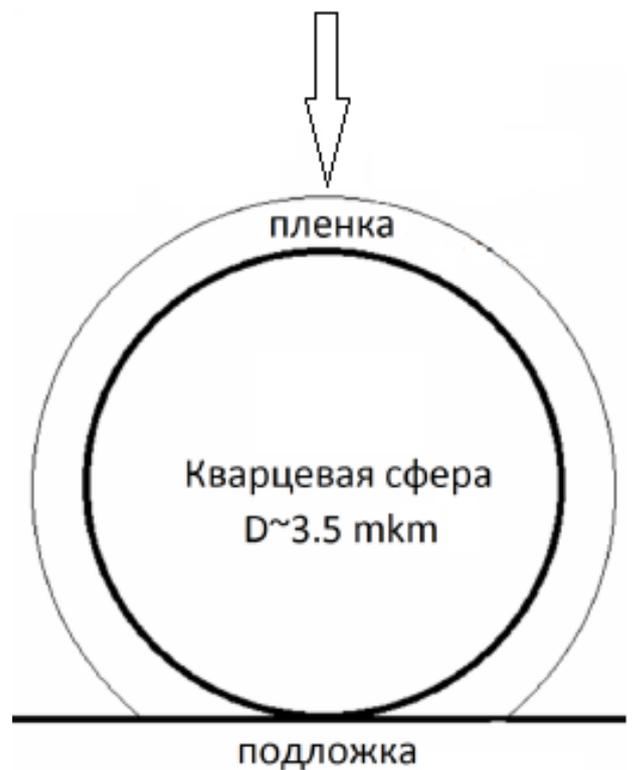


Рисунок 3 – Кварцевая сфера диаметром $\sim 3.5 \text{ мкм}$ покрыта люминесцирующей пленкой малой толщины $\sim 30 \text{ нм}$ и лежит на подложке. Люминофором является аморфный гидрогенизированный карбид кремния (a-SiC:H). На сфере фокусируется лазерный пучок с длиной волны 488 нм и спектр излучения люминофора наблюдается в диапазоне от 500 нм до 800 нм .

Вторая глава 'Фотолюминесценция микросфер с тонким покрытием из люминофора на модах шепчущей галереи' посвящена теоретическому изучению экспериментальных спектров, полученных соавторами в эксперименте [A2], схема которого приведена на Рис. 3. В обычном спектре люминофора появляются нетипичные острые пики (Рис.4), связанные с геометрическими параметрами и оптическими свойствами исследуемой структуры.

Существуют близкие по концепции эксперименты. Спектры с такими пиками наблюдались при лазерном облучении микрокапель красителя [35, 36], микропузырьков красителя [37], сплошных твердых микросфер из полимера с красителем [38] и т.д. Этот эффект всегда связывают с вынужденным излучением как, например, в лазерах [38]. Подобные картины спектра с пиками можно наблюдать и в резонаторах с квантовыми точками, излучение при этом имеет спонтанную природу [39], однако, в этом случае каждая точка имеет узкий спектр. Между тем известно [40], что если спектр излучения широк, как у пленки люминофора, то полностью спонтанную природу излучение иметь не может.

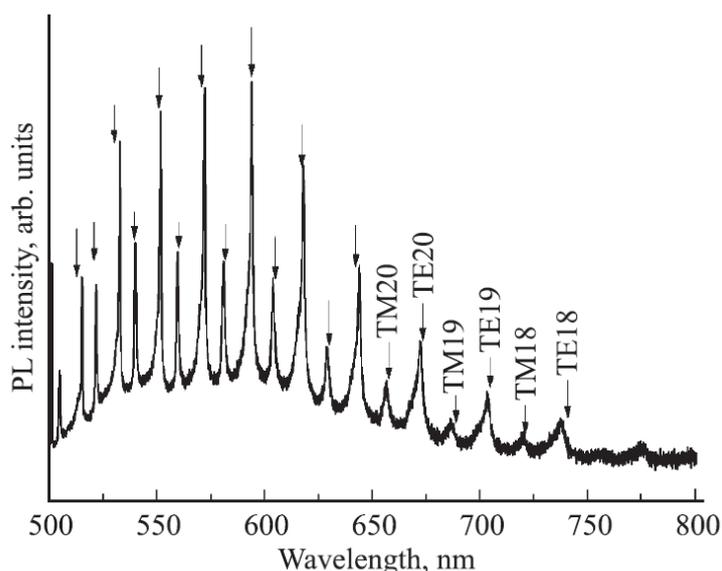


Рисунок 4 – Экспериментально полученный спектр для сферы диаметра ~ 3.5 мкм и толщины пленки 30 нм. Стрелками показаны теоретические значения частот, обеспечивающих наилучшее согласие с экспериментом. Видны два набора пиков различной интенсивности, соответствующие двум разным поляризациям МШГ.

со спектрами различных мод сферы. Это было проделано для нескольких различных микросфер с различными пленками. Оказалось, что в данном эксперименте возбуждаются МШГ только моды первого радиального порядка для каждой из поляризаций. При этом, по-настоящему хорошего согласия с экспериментом удалось добиться только учтя роль тонкой пленки

В экспериментах [35–38], как и в обсуждаемом, диаметры микросфер заметно превышали длину волны излучаемого люминофором света, поэтому в них возможно существование МШГ. Действительно, независимо от природы острые пики всегда соответствуют модам шепчущей галереи, поскольку из всех возможных мод микросферы именно они имеют максимальную добротность. При этом всегда возбуждаются моды лишь низких радиальных порядков.

В работе [A2] были проведены тщательные расчеты с тем, чтобы соотнести экспериментальные спектры

люминофора как оптического материала с иным, чем у кварца, показателем преломления. Несмотря на малую толщину этой пленки, её влияние оказалось существенным. На Рис. 3 мы видим две серии пиков разной интенсивности, которые соответствуют двум различным поляризациям МШГ первого радиального порядка. Стрелками показаны теоретические положения пиков по частоте и приведен их угловой порядок.

Название третьей главы 'Использование зонда сканирующей силовой микроскопии для исследования излучения полудискового лазера на модах шепчущей галереи'. Первоначальной задачей исследования [А3] было изучение профиля поля излучения полудискового МШГ лазера при помощи колеблющегося зонда для сканирующей микроскопии. Эксперименты, проведенные соавторами [41, 42], показали, что излучение в таком эксперименте действительно регистрируется. Однако, оставался до конца неясным сам механизм воздействия излучения на зонд в данной конкретной ситуации. Поэтому задачей исследования [А3] было окончательно установить природу этого механизма, что и было сделано, теоретические результаты совпали с экспериментальными данными.

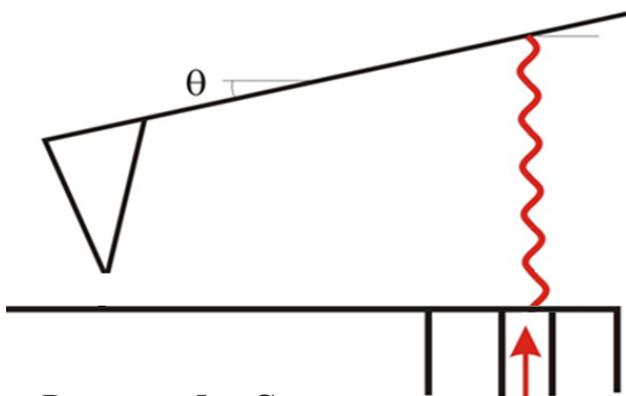


Рисунок 5 – Схема эксперимента. Зонд вынуждено колеблется на одной из собственных частот, что достигается петлей обратной связи. Эта собственная частота измеряется с большой точностью и по её изменениям делаются заключения о внешних влияниях на зонд. Из лазера выходит свет (обозначен красной линией) и, попадая на зонд, часть излучения поглощается нагревая его. Это и приводит к изменениям собственной частоты его колебаний.

выбраны в данной работе. Что касается оптических измерений, в них чаще всего применяется не колеблющийся, а статичный биматериальный кантилевер. Из-за разных коэффициентов температурного расширения двух ма-

Схема эксперимента с пояснениями приведена на Рис. 5. На Рис. 6 изображена карта изменений собственной частоты колебаний зонда в зависимости от положения его острия относительно лазера. Причина изменения частоты далеко не очевидна, и здесь возможны самые различные механизмы. Мы показали, что самым существенным является зависимость модуля Юнга от температуры. При нагреве излучением зонда изменялся его модуль упругости, что и приводило к изменению частоты.

Вообще, высокая чувствительность микрокантилеверов к самым различным внешним воздействиям сделала их прекрасными датчиками для точных измерений в разнообразных областях науки от оптики до биологии и химии [43]. Именно поэтому микрокантилеверы и были

териалов, из которых он изготовлен, попадающее на кантилевер излучение приводит к его изгибу вследствие нагрева. Измеряя этот изгиб и находят интенсивность излучения [44].

Механизм воздействия излучения на зонд, изученный нами в работе [А3], является основным также для другой микроструктуры - 'наномоста' [45]. В отличие от кантилевера, эта микроструктура представляет собой микробалку, закрепленную с обоих концов, амплитуда её колебаний измеряется емкостным способом. Здесь также производится точное измерение сдвига собственной частоты наномоста, обусловленное изменением модуля Юнга в результате нагрева.

Вернемся к обсуждаемому эксперименту. Когда острие зонда находится вдали от выходного зеркала лазера, излучение, попадающее на балку, можно считать дальним. Это простейшая ситуация, на которой мы и сосредоточились. Как видно из Рис. 6, при этом возникает характерная интерференционная картина. Расстояние между полосами зависит только от наклона зонда. Полосы возникают из-за интерференции света между поверхностью лазера и зондом. При сдвиге зонда расстояние между его балкой и поверхностью изменялось из-за наклона, что приводило к изменению амплитуды стоячей волны и, как следствие, к изменению количества поглощаемой мощности.

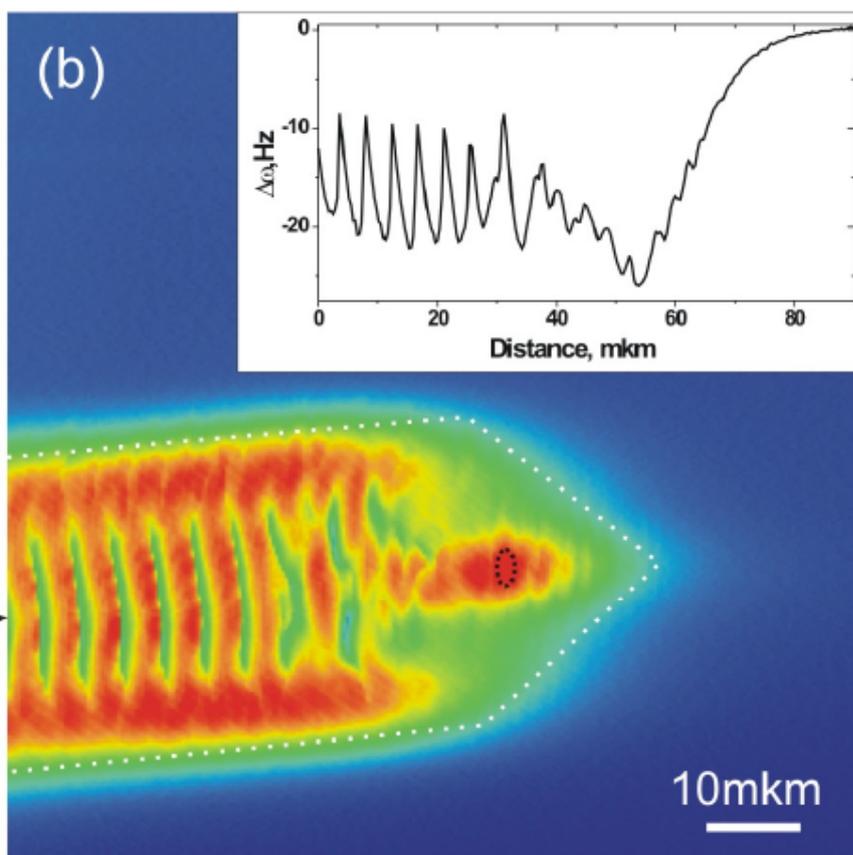


Рисунок 6 – Двумерный график зависимости отклонений собственной частоты колебаний зонда от положения зонда. Штриховым овалом обозначена область сдвига частот, когда острие зонда находится над выходным зеркалом лазера. Синяя область по краям соответствуют такому положению зонда, когда свет из лазера не попадает на него и сдвиг частоты равен нулю. Таким образом, на графике хорошо виден профиль зонда.

В третьей главе были теоретически получены формы и амплитуды этих интерференционных полос для трех зондов разной формы и из разных ма-

териалов. Полученные амплитуды и формы с хорошей точностью соответствовали экспериментальным. Для этого был проведен расчет, учитывающий поглощение излучения, распространение полученного тепла от свободного края зонда к закрепленному и, наконец, изменение собственной частоты из-за температурной зависимости модуля упругости. Результат одного из вычислений приведен на Рис. 7

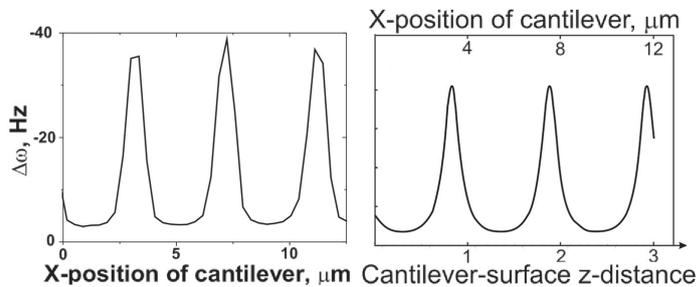


Рисунок 7 – Форма интерференционных полос в сечении для зонда из нитрида кремния с металлическим покрытием. Слева изображена экспериментальная форма, а справа - теоретическая. Ось X совпадает с главной осью зонда.

Для оценки чувствительности зонда к указанному эффекту была получена формула

$$R = \frac{\Delta f}{P \cdot f} = \frac{\beta L}{4 \chi S} k, \quad (3)$$

где $\Delta f/f$ - относительный сдвиг собственной частоты колебаний зонда, P - мощность излучения лазера, k - доля мощности, поглощаемой зондом. Для большинства зондов (при интерференционном максимуме) поглощение k находится в районе

0.1 – 1, L - длина зонда, S - площадь поперечного сечения, χ - теплопроводность, $\beta = \Delta E/\Delta T$ - коэффициент изменения модуля Юнга при изменении температуры. Величина k характеризует всю оптическую часть задачи - распространение света в зонде, интерференцию, поглощение и т.п.

Четвертая глава носит название 'Эффект переключения встречных мод в кольцевом лазере, вызванный внешней оптической перекрестной обратной связью с задержкой'. Ранее отмечалось, что одной оптической частоте и одному направлению поляризации в кольцевом резонаторе соответствуют две независимые моды. Если заполнить резонатор активной средой, получив таким образом лазер, то эти две моды будут сильно взаимодействовать друг с другом из-за сильного перекрытия их полей и вырождения по частоте [34]. Подобное вырождение встречается не так часто, например, моды с разными продольными числами в обычном ФП резонаторе таким свойством не обладают. Взаимодействие вырожденных перекрывающихся мод чрезвычайно сложно и здесь возможно несколько режимов, теоретически изученных в статье [34]. Экспериментально эти режимы наблюдались в кольцевом газовом лазере [46], в лазере на красителях [47], твердотельном лазере [48] и т.д.

Все обсуждаемые режимы относятся к случаю стационарной накачки лазера без каких-либо внешних воздействий. В простейшем варианте, для определенного диапазона внутренних параметров лазера одна мода подавляет другую и устанавливается однонаправленный стационарный режим.

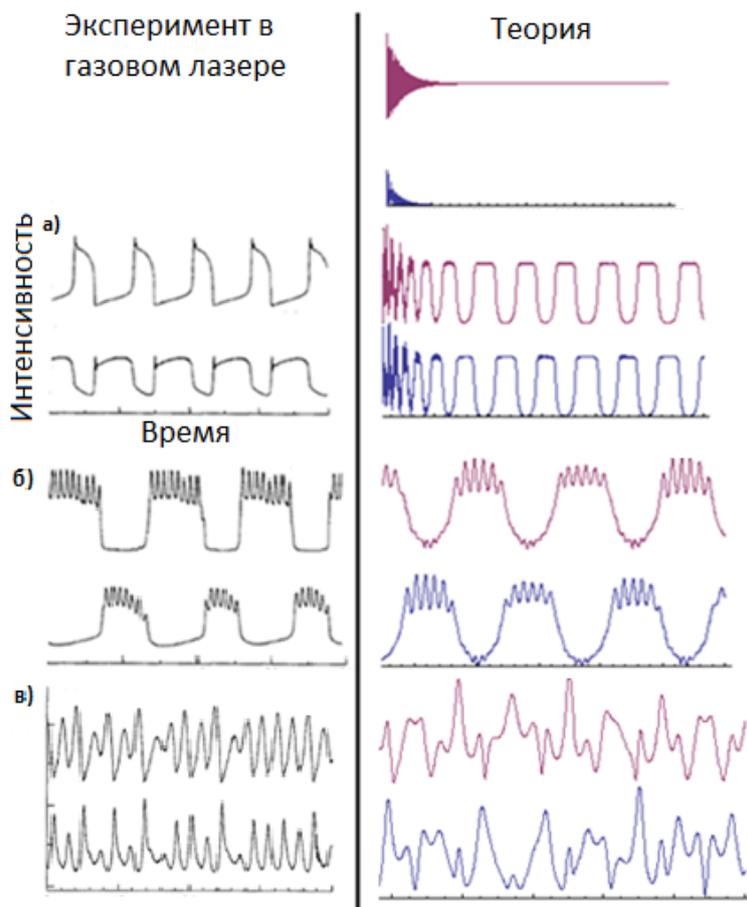


Рисунок 8 – На графиках изображены зависимости от времени интенсивностей мод бегущих по- и против- часовой стрелки (интенсивность одной из мод сдвинута вверх для удобства восприятия); характерный период переключений - 10 микросекунд; слева представлены графики, взятые из экспериментальной статьи по газовому кольцевому лазеру [46], а справа - результат численного моделирования уравнений, полученных из первых принципов в статье [34].

резонатор, чтобы указанные переключения возникали даже при таких внутренних параметрах, при которых должен реализовываться однонаправленный режим. Проблема рассматривается нами с теоретической точки зрения. На Рис 9 изображена предложенная схема кольцевого резонатора с внешней оптической перекрестной обратной связью с задержкой (задержанной связью). Если величина задержанной связи достаточно велика, то переключения действительно можно вызвать, а их период будет почти точно равен удвоенному времени задержки. Время задержки при этом должно быть много больше характерного времени установления равновесия в лазере.

Для исследований данной диссертации наибольший интерес представляет режим автопереключения мод. Он изображен на Рис. 8а, где показаны экспериментальные временные зависимости интенсивности каждой из мод, пропорциональные амплитуде моды в квадрате. Когда амплитуда одной из мод очень мала, амплитуда второй максимальна, через какое-то фиксированное время происходит переключение и ситуация меняется на зеркально симметричную. Период автопереключений определяется внутренними параметрами лазера.

Возможны и другие режимы, показанные на Рис. 8б (переключения с нерегулярной составляющей) или 8в (динамический хаос). Таким образом, и с теоретической и с экспериментальной точек зрения эффект автопереключений мод изучен достаточно хорошо.

Задача состояла в том, чтобы так модифицировать

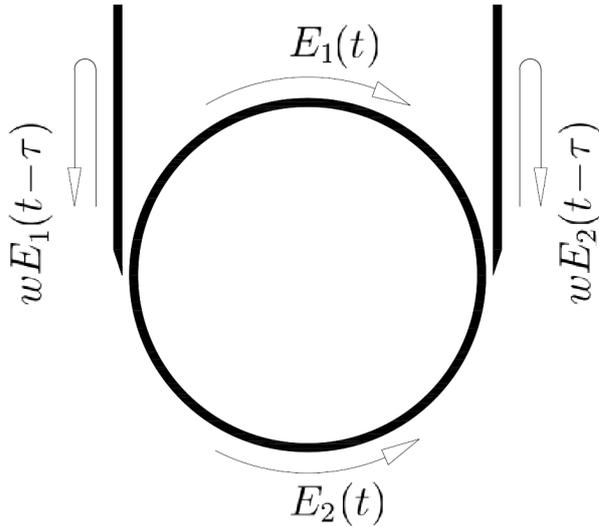


Рисунок 9 – Схема резонатора с перекрестной задержанной внешней обратной связью. Часть мощности w из одной моды распространяется в течение времени τ и возвращается в противоположную моду. Когда w достаточно велико, эта внешняя обратная связь способна вызвать переключения. Такие вынужденные переключения имеют период почти равный 2τ .

дифференциальных уравнений с задержанным аргументом, результатом которого является приближенная формула [A4] для критической величины задержанной связи, при которой устойчивость нарушается.

$$|w_{crit\ simp}|^2 = \frac{\sqrt{A-1} \sqrt{d_{\parallel}} (A^2 d_{\parallel} - \Delta^2 (A-1))}{A}. \quad (4)$$

Здесь $w_{crit\ simp}$ - критическая сила задержанной связи, примерно равная доле возвращаемой в лазер мощности, A - величина, пропорциональная инверсии заселенности; она тем больше, чем больше накачка лазера. Величина d_{\parallel} - скорость релаксации инверсии заселенности, Δ - 'отстройка частоты', т.е. разница между оптической частотой электромагнитной моды в резонаторе и центром полосы усиления активной среды. Для применимости формулы (4) необходимо выполнение условий $d_{\parallel} \ll 1$ и $\Delta^2 \ll 1$. В (4) не учтен эффект диффузии зарядов, поэтому эта формула применима для газового лазера, лазера на красителях, на квантовых точках, но не охватывает случай простых полупроводниковых лазеров [A4]. В четвертой главе также численно проверяется эта формула для различных параметров.

В полупроводниковом лазере на квантовых точках формула дает результат $w_{crit\ simp} \sim 0.07$. Это означает, что необходимо вернуть в лазер около

В четвертой главе получены уравнения для лазеров кольцевого типа с задержанной связью [A4]. Вывод этих уравнений проводился по аналогии с выводом уравнений для обычного кольцевого лазера [34]. Он основан на полуклассической теории лазера класса В. Эти уравнения охватывают чрезвычайно широкий класс кольцевых лазеров от простых полупроводниковых лазеров до газовых лазеров и лазеров на квантовых точках.

Далее в главе приводятся результаты численного моделирования полученных уравнений и устанавливается, что при достаточно сильной задержанной связи действительно возникают регулярные переключения с периодом примерно равным удвоенному времени задержки.

После этого проводится аналитическое исследование устойчивости стационарных режимов для

7% выделяемой им мощности, чтобы добиться переключений.

Из этой формулы следует, что величина необходимой задержанной связи $w_{crit\ simp}$ может обращаться в ноль. Когда накачка мала, возможна ситуация, при которой $A = 1$, что совпадает с условием начала генерации, когда усиление в лазере только начинает превосходить потери. При этом, однако, полуклассическая теория лазера непригодна, поскольку она не учитывает спонтанное излучение, которое является самым существенным вблизи порога генерации.

Другой случай $A^2 d_{\parallel} - \Delta^2(A - 1) = 0$ совпадает с условием начала автопереключений для кольцевого лазера без задержанной связи [34], поэтому равенство необходимой силы связи нулю $w_{crit\ simp} = 0$ вполне понятно.

Получение формулы для критической силы обратной связи $w_{crit,semicond}$ в обыкновенном полупроводниковом лазере отличается из-за совершенно иного соотношения между параметрами: $d_{\parallel} \ll d_{\parallel}^a$, $d_{\parallel} \ll 1$, $\Delta^2 \gg 1$ и $\tau \gg 1/d_{\parallel}$. Важнейшее отличие состоит в очень большой величине d_{\parallel}^a , связанной с высокой подвижностью носителей заряда. Также большую величину имеет параметр Δ^2 , выражающий в данном случае высокую степень асимметрии полосы усиления полупроводникового лазера. При этих условиях имеем

$$|w_{crit,semicond}|^2 = \frac{d_{\parallel}^2}{4 d_{\parallel}^a} \tilde{A}(\tilde{A} - 1). \quad (5)$$

Подставив в (5) параметры типичного полупроводникового лазера, получим $|w_{crit,semicond}| \approx 0.0013$, что значительно меньше, чем для других типов лазеров, поэтому именно в полупроводниковых лазерах явление вынужденных автопереключений наблюдать должно быть легче всего. В таком типе лазеров оно впервые и наблюдалось [49], при этом экспериментальная необходимая сила связи не превышала $w = 0.0003$, что хорошо совпадает с нашей оценкой.

В четвертой главе также имеется подробный обзор литературы по проблемам задержанной обратной связи в лазерах, часть которого мы приведем здесь, чтобы лучше обозначить место диссертационной работы среди современных исследований. Внешняя оптическая задержанная обратная связь в лазере исследовалась весьма широко, особенно в комбинации с одномодовым лазером. Простейшей, однако, и наиболее успешной теоретической моделью этого случая является модель Кобаяши-Лэнга: одномодовый ФП лазер класса В с внешней задержанной обратной связью. Физически эта модель может быть реализована установкой частично отражающего зеркала на достаточно большом расстоянии от ФП лазера. Ясно, что такая задержанная связь может возникать и как паразитное явление. Самая распространенная версия модели Кобаяши-Лэнга приведена в статье [50].

Влияние даже очень малой задержанной связи на динамику одномодового лазера может быть чрезвычайно сильным. Так, например, эксперимен-

тально было показано [51], что если вернуть в одномодовый лазер всего лишь 10^{-4} его выходной мощности, то интенсивность шума может увеличиться в 10^6 раз. Кроме того, влияние задержанной связи может быть и очень разнообразным: от сильного увеличения или уменьшения длины когерентности до стабилизации частоты или сложных пульсаций выходного излучения [52–54].

Что касается случая двух и более мод Фабри-Перо лазера с обычной задержанной связью, то здесь усложнения поведения почти не происходит. И теоретически, и экспериментально было установлено [55–58], что другие моды либо вообще не оказывают влияния, либо влияют лишь на статистику хаоса лазера в режиме динамического хаоса, так что одномодовой модели Кобаяши-Лэнга обычно оказывается вполне достаточно.

Однако, существуют исследования довольно экзотического варианта [59, 60] с вращением поляризации задержанного сигнала на 90° . Задержанная связь при этом вводится в обычный лазер с вертикальным резонатором. В этом случае даже при небольшой силе задержанной связи возникают переключения поляризации с периодом, равным удвоенному времени задержки, которые очень похожи на обсуждаемые в диссертации. Более подробно эта родственность явлений раскрыта в основном тексте, но здесь же отметим только, что она связана с очень сильным перекрытием полей в пространстве и вырождением по частоте в обоих случаях. Отличие в том, что в кольцевом лазере взаимодействуют две встречные моды, а здесь две моды с ортогональными поляризациями. Следует добавить что между продольными модами ФП резонатора нет ни сильного перекрытия полей, ни вырождения частот.

Существует сравнительно недавнее экспериментальное исследование полупроводникового кольцевого лазера с одноплечевой задержанной связью [61], опубликованное до работы [A4]. То, что задержанная связь в этой работе является одноплечевой, означает, что сигнал только от одной из мод возвращается во встречную моду. Кроме того, этот сигнал дополнительно пропускается через оптический усилитель. Несмотря на асимметрию, в этом случае возникают нерегулярные хаотические переключения. Они связаны с оптическим шумом, который играет здесь роль слабого внешнего воздействия, как бы заменяющего сигнал из второго плеча задержанной связи. В этой работе также приведены уравнения для кольцевого полупроводникового лазера с одноплечевой задержанной связью, учитывающие оптический шум и качественно объясняющие эффект. В теоретической работе [A4], задержанная связь симметрична и из-за этого оптический шум не играет существенной роли, а вынужденные переключения регулярны и детерминированны. Тем не менее, природа эффектов в обеих работах одинакова и обусловлена сильной связью между встречными модами.

Уже после работы [A4] было опубликовано экспериментальное исследование случая симметричной перекрестной задержанной связи [49], что

полностью соответствует теме диссертации. В этой работе экспериментально изучается полупроводниковый кольцевой лазер с задержанной связью и демонстрируется, что даже при малой силе задержанной связи переключения встречных мод действительно имеют место, а период их примерно равен удвоенному времени задержки. Как указано выше, сила связи в этой работе хорошо совпадает с теоретически предсказанной (5).

В **Приложении А** приведены громоздкие математические выкладки для получения формулы критической величины обратной связи, вызывающей переключения из гл.4. В **Приложении В** Приведен метод исследования квазиполиномов, возникающих при исследовании уравнений с задержкой.

СПИСОК ЦИТИРУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ:

- 1 Rayleigh J. S. B. The theory of sound, vol. 2, revised and enlarged macmillan // London, New York. — 1896. — P. 132.
- 2 Raman C., Sutherland G. Whispering-gallery phenomena at st. paul's cathedral // Nature. — 1921. — Vol. 108, no. 8.
- 3 Affolter P., Eliasson B. Electromagnetic resonances and q-factors of lossy dielectric spheres // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. — 1973. — Vol. 21, no. 9. — Pp. 573–578.
- 4 Extremely high-q factor dielectric resonators for millimeter-wave applications / J. Krupka, M. E. Tobar, J. G. Hartnett et al. // IEEE Transactions on Microwave theory and Techniques. — 2005. — Vol. 53, no. 2. — Pp. 702–712.
- 5 Ultra-high-q toroid microcavity on a chip / D. Armani, T. Kippenberg, S. Spillane, K. Vahala // Nature. — 2003. — Vol. 421, no. 6926. — Pp. 925–928.
- 6 Murugan G. S., Wilkinson J. S., Zervas M. N. Optical excitation and probing of whispering gallery modes in bottle microresonators: potential for all-fiber add-drop filters // Optics letters. — 2010. — Vol. 35, no. 11. — Pp. 1893–1895.
- 7 Mie G. Beiträge zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallösungen // Annalen der physik. — 1908. — Vol. 330, no. 3. — Pp. 377–445.
- 8 Wait J. R. A note on the electromagnetic response of a stratified earth // Geophysics. — 1962. — Vol. 27, no. 3. — Pp. 382–385.
- 9 Garrett C., Kaiser W., Bond W. Stimulated emission into optical whispering modes of spheres // Physical Review. — 1961. — Vol. 124, no. 6. — P. 1807.

- 10 Vedrenne C., Arnaud J. Whispering-gallery modes of dielectric resonators // IEE Proceedings H (Microwaves, Optics and Antennas) / IET. — Vol. 129. — 1982. — Pp. 183–187.
- 11 Observation of structure resonances in the fluorescence spectra from microspheres / R. Benner, P. Barber, J. Owen, R. Chang // Physical Review Letters. — 1980. — Vol. 44, no. 7. — P. 475.
- 12 Whispering-gallery-mode-resonator-based ultranarrow linewidth external-cavity semiconductor laser / W. Liang, V. Ilchenko, A. Savchenkov et al. // Optics letters. — 2010. — Vol. 35, no. 16. — Pp. 2822–2824.
- 13 Whispering-gallery mode microdisk lasers / S. McCall, A. Levi, R. Slusher et al. // Applied physics letters. — 1992. — Vol. 60, no. 3. — Pp. 289–291.
- 14 Cros D., Guillon P. Whispering gallery dielectric resonator modes for w-band devices // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. — 1990. — Vol. 38, no. 11. — Pp. 1667–1674.
- 15 Very high-q whispering-gallery mode resonances observed on fused silica microspheres / L. Collot, V. Lefevre-Seguin, M. Brune et al. // EPL (Europhysics Letters). — 1993. — Vol. 23, no. 5. — P. 327.
- 16 Nonlinear and quantum optics with whispering gallery resonators / D. V. Strekalov, C. Marquardt, A. B. Matsko et al. // Journal of Optics. — 2016. — Vol. 18, no. 12. — P. 123002.
- 17 Review of applications of whispering-gallery mode resonators in photonics and nonlinear optics / A. Matsko, A. Savchenkov, D. Strekalov et al. // IPN Progress Report. — 2005. — Vol. 42, no. 162. — Pp. 1–51.
- 18 Городецкий . Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. — Litres, 2017.
- 19 Raman lasing near 630 nm from stationary glycerol-water microdroplets on a superhydrophobic surface / A. Sennaroglu, A. Kiraz, M. Dündar et al. // Optics letters. — 2007. — Vol. 32, no. 15. — Pp. 2197–2199.
- 20 Grudinin I. S., Ilchenko V. S., Maleki L. Ultrahigh optical q factors of crystalline resonators in the linear regime // Physical Review A. — 2006. — Vol. 74, no. 6. — P. 063806.
- 21 Whispering-gallery modes of dielectric structures: Applications to millimeter-wave bandstop filters / X. H. Jiao, P. Guillon, L. A. Bermudez, P. Auxemery // IEEE transactions on microwave theory and techniques. — 1987. — Vol. 35, no. 12. — Pp. 1169–1175.
- 22 Schwelb O., Frigyes I. Vernier operation of series-coupled optical microring resonator filters // Microwave and optical technology letters. — 2003. — Vol. 39, no. 4. — Pp. 257–261.

- 23 Invited article: Dielectric material characterization techniques and designs of high-q resonators for applications from micro to millimeter-waves frequencies applicable at room and cryogenic temperatures / J.-M. Le Floch, Y. Fan, G. Humbert et al. // Review of Scientific Instruments. — 2014. — Vol. 85, no. 3. — P. 031301.
- 24 Complex permittivity of some ultralow loss dielectric crystals at cryogenic temperatures / J. Krupka, K. Derzakowski, M. Tobar et al. // Measurement Science and Technology. — 1999. — Vol. 10, no. 5. — P. 387.
- 25 Raman lasing near 650nm from pure water microdroplets on a superhydrophobic surface / A. Kiraz, S. Yorulmaz, M. Yorulmaz, A. Sennaroglu // Photonics and Nanostructures-Fundamentals and Applications. — 2009. — Vol. 7, no. 4. — Pp. 186–189.
- 26 Quantum dot microdrop laser / J. Schafer, J. P. Mondia, R. Sharma et al. // Nano letters. — 2008. — Vol. 8, no. 6. — Pp. 1709–1712.
- 27 High frequency gaas nano-optomechanical disk resonator / L. Ding, C. Baker, P. Senellart et al. // Physical review letters. — 2010. — Vol. 105, no. 26. — P. 263903.
- 28 Hofer J., Schliesser A., Kippenberg T. J. Cavity optomechanics with ultrahigh-q crystalline microresonators // Physical Review A. — 2010. — Vol. 82, no. 3. — P. 031804.
- 29 Analysis of radiation-pressure induced mechanical oscillation of an optical microcavity / T. Kippenberg, H. Rokhsari, T. Carmon et al. // Physical Review Letters. — 2005. — Vol. 95, no. 3. — P. 033901.
- 30 Kippenberg T. J., Vahala K. J. Cavity optomechanics: back-action at the mesoscale // science. — 2008. — Vol. 321, no. 5893. — Pp. 1172–1176.
- 31 Li Y. L., Millen J., Barker P. Simultaneous cooling of coupled mechanical oscillators using whispering gallery mode resonances // Optics express. — 2016. — Vol. 24, no. 2. — Pp. 1392–1401.
- 32 Whispering gallery mode biosensors in the low-q limit / A. Weller, F. Liu, R. Dahint, M. Himmelhaus // Applied Physics B: Lasers and Optics. — 2008. — Vol. 90, no. 3. — Pp. 561–567.
- 33 Vollmer F., Yang L. Review label-free detection with high-q microcavities: a review of biosensing mechanisms for integrated devices // Nanophotonics. — 2012. — Vol. 1, no. 3-4. — Pp. 267–291.
- 34 Bidirectional ring laser: Stability analysis and time-dependent solutions / H. Zeglache, P. Mandel, N. B. Abraham et al. // Physical Review A. — 1988. — Vol. 37, no. 2. — P. 470.
- 35 Time-resolved spectroscopy of laser emission from dye-doped droplets /

- A. Biswas, R. Pinnick, H. Latifi, R. Armstrong // Optics letters. — 1989. — Vol. 14, no. 4. — Pp. 214–216.
- 36 Campillo A., Eversole J., Lin H. Cavity quantum electrodynamic enhancement of stimulated emission in microdroplets // Physical review letters. — 1991. — Vol. 67, no. 4. — P. 437.
- 37 Single radial-mode lasing in a submicron-thickness spherical shell microlaser / S.-B. Lee, M.-K. Oh, J.-H. Lee, K. An // Applied physics letters. — 2007. — Vol. 90, no. 20. — P. 201102.
- 38 Kuwata-Gonokami M., Takeda K. Polymer whispering gallery mode lasers // Optical materials. — 1998. — Vol. 9, no. 1-4. — Pp. 12–17.
- 39 Probing the spontaneous emission dynamics in si-nanocrystals-based microdisk resonators / A. Pitanti, M. Ghulinyan, D. Navarro-Urrios et al. // Physical review letters. — 2010. — Vol. 104, no. 10. — P. 103901.
- 40 Gérard J., Gayral B. Inas quantum dots: artificial atoms for solid-state cavity-quantum electrodynamics // Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures. — 2001. — Vol. 9, no. 1. — Pp. 131–139.
- 41 Near field imaging of a semiconductor laser by scanning probe microscopy without a photodetector / M. Dunaevskiy, P. Alekseev, A. Baranov et al. // Applied Physics Letters. — 2013. — Vol. 103, no. 5. — P. 053120.
- 42 New scanning probe microscopy near-field imaging method for laser radiation intensity mapping / P. Alekseev, M. Dunaevskiy, A. Monahov et al. // Laser Optics, 2014 International Conference / IEEE. — 2014. — Pp. 1–1.
- 43 Lavrik N. V., Sepaniak M. J., Datskos P. G. Cantilever transducers as a platform for chemical and biological sensors // Review of scientific instruments. — 2004. — Vol. 75, no. 7. — Pp. 2229–2253.
- 44 Impact of silicon nitride thickness on the infrared sensitivity of silicon nitride–aluminum microcantilevers / M. R. Rosenberger, B. Kwon, D. G. Cahill, W. P. King // Sensors and Actuators A: Physical. — 2012. — Vol. 185. — Pp. 17–23.
- 45 Hui Y., Rinaldi M. Fast and high resolution thermal detector based on an aluminum nitride piezoelectric microelectromechanical resonator with an integrated suspended heat absorbing element // Applied Physics Letters. — 2013. — Vol. 102, no. 9. — P. 093501.
- 46 Tang D., Dykstra R., Heckenberg N. Antiphase dynamics in an optically pumped bidirectional ring laser // Optics communications. — 1996. — Vol. 126, no. 4-6. — Pp. 318–325.
- 47 Roy R., Mandel L. Optical bistability and first order phase transition in a ring dye laser // Optics Communications. — 1980. — Vol. 34, no. 1. — Pp. 133–136.

- 48 Oscillation regimes of a solid-state ring laser with active beat-note stabilization: From a chaotic device to a ring-laser gyroscope / S. Schwartz, G. Feugnet, E. Lariontsev, J.-P. Pocholle // Physical Review A. — 2007. — Vol. 76, no. 2. — P. 023807.
- 49 Square-wave oscillations in a semiconductor ring laser subject to counter-directional delayed mutual feedback / S.-S. Li, X.-Z. Li, J.-P. Zhuang et al. // Optics letters. — 2016. — Vol. 41, no. 4. — Pp. 812–815.
- 50 Lang R., Kobayashi K. External optical feedback effects on semiconductor injection laser properties // IEEE journal of Quantum Electronics. — 1980. — Vol. 16, no. 3. — Pp. 347–355.
- 51 Low-frequency noise characteristics of channel substrate planar gaalas laser diodes / R. Miles, A. Dandridge, A. Tveten et al. // Applied Physics Letters. — 1981. — Vol. 38, no. 11. — Pp. 848–850.
- 52 Lenstra D., Verbeek B., Den Boef A. Coherence collapse in single-mode semiconductor lasers due to optical feedback // IEEE Journal of Quantum Electronics. — 1985. — Vol. 21, no. 6. — Pp. 674–679.
- 53 Study of the single-mode injection laser / A. Bogatov, P. Eliseev, L. Ivanov et al. // IEEE Journal of Quantum Electronics. — 1973. — Vol. 9, no. 2. — Pp. 392–394.
- 54 Tkach R., Chraplyvy A. Regimes of feedback effects in 1.5- μ m distributed feedback lasers // Journal of Lightwave technology. — 1986. — Vol. 4, no. 11. — Pp. 1655–1661.
- 55 Low frequency fluctuations and multimode operation of a semiconductor laser with optical feedback / G. Huyet, S. Balle, M. Giudici et al. // Optics communications. — 1998. — Vol. 149, no. 4. — Pp. 341–347.
- 56 Picosecond intensity statistics of semiconductor lasers operating in the low-frequency fluctuation regime / D. Sukow, T. Heil, I. Fischer et al. // Physical Review A. — 1999. — Vol. 60, no. 1. — P. 667.
- 57 Viktorov E. A., Mandel P. Low frequency fluctuations in a multimode semiconductor laser with optical feedback // Physical review letters. — 2000. — Vol. 85, no. 15. — P. 3157.
- 58 Dynamics of a semiconductor laser with optical feedback / G. Huyet, J. White, A. Kent et al. // Physical Review A. — 1999. — Vol. 60, no. 2. — P. 1534.
- 59 Loh W., Ozeki Y., Tang C. L. High-frequency polarization self-modulation and chaotic phenomena in external cavity semiconductor lasers // Applied Physics Letters. — 1990. — Vol. 56, no. 26. — Pp. 2613–2615.
- 60 Stable polarization self-modulation in vertical-cavity surface-emitting lasers /

H. Li, A. Hohl, A. Gavrielides et al. // Applied physics letters. — 1998. — Vol. 72, no. 19. — Pp. 2355–2357.

- 61 Square-wave oscillations in semiconductor ring lasers with delayed optical feedback / L. Mashal, G. Van der Sande, L. Gelens et al. // Optics express. — 2012. — Vol. 20, no. 20. — Pp. 22503–22516.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ:

В изданиях, входящих в перечень рецензируемых научных изданий ВАК:

[A1] Донцов А. А., Монахов А. М., Аверкиев Н. С. Расчет спектра мод шепчущей галереи в цилиндрических резонаторах с возмущенными граничными условиями //Quantum Electronics. – 2013. – Т. 43. – №. 5. – С. 414-417.

[A2] Грудинкин, С. А., Донцов, А. А., Феоктистов и др. Моды шепчущей галереи в сферическом микрорезонаторе с фотолюминесцентной оболочкой //Физика и техника полупроводников. – 2015. – Т. 49. – №. 10. – С. 1415-1420.

[A3] Dunaevskiy, M., Dontsov, A., Alekseev, P et al Apertureless scanning microscope probe as a detector of semiconductor laser emission // Appl.Phys.Letters. – 2015. – Т. 106. – №. 17. – С. 171105.

[A4] Dontsov A. A. Mode switching in ring lasers with delayed optical feedback //Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2015. – Т. 23. – №. 1. – С. 71-77.