

*на правах рукописи*

**Мыльников Валентин Юрьевич**

**Коническая рефракция частично  
когерентного излучения**

Специальность 1.3.3 - Теоретическая физика

**Автореферат**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2024

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физико-технический институт имени А. Ф. Иоффе Российской академии наук.

Научный руководитель:

**Соколовский Григорий Семенович**, доктор физико-математических наук, профессор РАН, заведующий лабораторией, главный научный сотрудник ФТИ им. А.Ф. Иоффе

Официальные оппоненты:

**Тиходеев Сергей Григорьевич**, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент РАН, профессор кафедры общей физики и физики конденсированного состояния физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

**Соколов Игорь Александрович**, доктор физико-математических наук, руководитель Отделения физики диэлектриков и полупроводников ФТИ им. А.Ф. Иоффе

Ведущая организация: **СПбАУ РАН им. Ж.И. Алфёрова**

Защита состоится «\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 г. в \_\_\_\_\_ часов на заседании диссертационного совета ФТИ 34.01.02 Федерального государственного бюджетного учреждения науки Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук по адресу: 194021, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 26, e-mail: post@mail.ioffe.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Физико-технического института им. А. Ф. Иоффе РАН и на сайте <http://www.ioffe.ru>.

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2024 года.

Ученый секретарь диссертационного  
совета ФТИ 34.01.02,  
доктор физико-математических наук

Л. М. Сорокин

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** Структурирование света – это активно развивающееся направление современной науки, связанное с созданием и применением световых полей с управляемой интенсивностью, поляризацией, фазой и когерентностью, а также развитием теоретических подходов к описанию такого рода эффектов [1]. Хорошо известными представителями семейства структурированных пучков являются оптические вихри, обладающие ненулевым орбитальным угловым моментом, а также векторные пучки, характеризующиеся неоднородным в пространстве распределением поляризации. Одним из способов создания структурированного света является коническая рефракция [2]. Данное явление возникает при прохождении луча света вдоль одной из оптических осей двуосного кристалла. В результате, внутри кристалла идеально коллимированный луч преломится по полному световому конусу, а на выходе из кристалла будет наблюдаться полый световой цилиндр.

Можно выделить три основных характеристики конической рефракции, которые привлекают к себе активное внимание научного сообщества. Во-первых, коническая рефракция обладает нестандартной пространственной эволюцией [3]. Данное свойство используется для микроскопии высокого разрешения [4,5], создания лазеров на основе конической рефракции [6,7], а также для оптического манипулирования и захвата микрочастиц [8,9]. Во-вторых, состояние поляризации пучка конической рефракции непрерывно изменяется в плоскости [10]. Такие пучки называют поляризационно-неоднородными и используют для создания оптических преобразователей поляризации [11], систем мультиплексирования и демультимплексирования [12], формирования моно- или полихроматического структурированного света [13,14], поляриметрических измерений [15,16] и оптических датчиков [17]. И, в-третьих, пучок конической рефракции имеет дробный орбитальный угловой момент [18]. Эта особенность обеспечивает важные практические

приложения, такие как генерация и аннигиляция оптических вихрей [19,20], а также генерация суммарных и высших гармоник [21,22]. Примечательно, что, несмотря на почти двухвековую историю данного оптического явления, коническая рефракция до сих пор привлекает к себе большое внимание и продолжает удивлять множеством новых открытий, а теория этого эффекта остается неполной.

В подавляющем большинстве современных работ по изучению конической рефракции в качестве источника излучения используется газовый или твердотельный лазер. Однако, большой интерес вызывает исследование конической рефракции частично когерентного излучения. С практической точки зрения это очень выгодно благодаря свойствам низкокогерентных источников света, таких как лазерные диоды и светодиоды, которые просты, компактны и очень экономичны. Кроме того, пространственная когерентность дает дополнительную возможность управлять свойствами света, помимо уникальных поляризационных, фазовых и пространственных характеристик, связанных с конической рефракцией. В результате исследование конической рефракции частично когерентного излучения окажет непосредственное влияние на многие приложения структурированного света с контролем когерентности, включая оптическое когерентное шифрование, оптическую связь в свободном пространстве и профилирование пучка. Однако последовательная теория конической рефракции частично когерентного света к настоящему времени отсутствует.

**Целью работы** является теоретическое исследование фундаментальных особенностей конической рефракции излучения с частичной пространственной когерентностью.

Достижение этой цели сводится к решению конкретных **задач**:

1. Построить строгую теорию конической рефракции излучения с частичной пространственной когерентностью.
2. Разработать аналитическую модель конической рефракции лаггерр-гауссовых мод и обобщенных бессель-гауссовых пучков.

3. На основе развитой теории объяснить рост количества темных колец в фокальной плоскости и эффект сближения пятен Рамана при увеличении орбитального углового момента оптического вихря. Рассчитать пространственную эволюцию распределения интенсивности конической рефракции гауссовского источника модели Шелла. Исследовать влияние степени когерентности источника излучения на двух-кольцевое распределение интенсивности в фокальной плоскости и формирование пятен Рамана в дальнем поле.

**Научная новизна** результатов исследования:

1. Предложена неинтегральная модель конической рефракции, в которой электрическое поле за выходной гранью двуосного кристалла выражается через обобщенные бессель-гауссовы пучки, обладающие простой и наглядной пространственной эволюцией.
2. Теоретически рассмотрена коническая рефракция обобщенных бессель-гауссовых пучков и предсказаны новые эффекты, такие как сдвиг ллойдовской плоскости, инверсия пятен Рамана и формирование бутылочных пучков в дальнем поле.
3. Предложено два метода расчета корреляционных функций конической рефракции частично когерентного света, использующие представление источника излучения по когерентным модам и псевдо-модам. В рамках первого метода корреляционные функции излучения выражаются через суперпозицию интегралов Бельского-Хапалюка-Берри. Второй метод позволяет применить построенную бессель-гауссову модель конической рефракции для описания пространственной эволюции интенсивности конической рефракции частично когерентного излучения.
4. Предсказано, обнаружено и объяснено исчезновение темного кольца Поггендорфа в фокальной плоскости конической рефракции при уменьшении степени пространственной когерентности источника излучения.

5. Дано теоретическое объяснение эффекта сближения пятен Рамана, независимо возникающего при увеличении углового орбитального момента света, росте числовой апертуры и уменьшении степени когерентности падающего на двусный кристалл излучения.
6. Предсказано бездифракционное распространение пучка конической рефракции низкокогерентного излучения в дальнем поле, обусловленное интерференционной фокусировкой.

**Практическая и теоретическая значимость работы:**

1. Построена теория конической рефракции частично когерентного излучения.
2. Построена простая и наглядная бессель-гауссова модель конической рефракции, математический аппарат которой значительно проще ныне существующих теорий, при том же уровне качественного описания всех характерных особенностей изучаемого явления.
3. В рамках построенной модели объяснен рост количества темных колец в фокальной плоскости и предсказано сближение пятен Рамана при увеличении орбитального углового момента оптического вихря.
4. Выполненный теоретический анализ пространственной эволюции конической рефракции обобщенных бессель-гауссовых пучков позволил объяснить поляризационную структуру конусов конической рефракции и предсказать новый способ формирования световых капельных пучков или оптических капсул.
5. Численно и аналитически рассчитана пространственная эволюция распределения интенсивности пучка конической рефракции гауссовского источника модели Шелла.
6. Предложен новый способ генерации бездифракционных пучков структурированного света при помощи конической рефракции низкокогерентного излучения.

**Методология и методы исследования.** Результаты, приведённые в диссертации, получены с помощью современных методов теоретической и

математической физики. Распространение частично когерентного света в двуосных кристаллах и в свободном пространстве рассматривается с помощью параксиальной оптики и теории оптической когерентности второго порядка. При описании рассматриваемых явлений необходимая точность и надежность результатов обеспечивается сочетанием аналитических подходов и методов численного моделирования.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Оптический пучок, формирующийся при конической рефракции пучка Лагерра-Гаусса, может быть теоретически описан при помощи обобщенного векторного бессель-гауссова пучка с эффективной шириной и образующим углом, зависящими соответственно от радиального и орбитального индексов и ширины входного пучка.
2. Расстояние между пятнами Рамана при конической рефракции низкокогерентного света пропорционально длине его когерентности.
3. Ширина поперечного распределения интенсивности пучка конической рефракции низкокогерентного излучения в дальнем поле не зависит от продольной координаты, что проявляется в распространении света без дифракционной расходимости на расстояние, определяемое произведением длины Релея входного пучка на отношение радиуса кольца конической рефракции к его толщине.
4. Степень когерентности, описывающая подавление интерференционного вклада в распределение интенсивности излучения и исчезновение темного кольца Поггендорфа при конической рефракции гауссовского источника модели Шелла, растет пропорционально квадрату длины когерентности при низкой когерентности и увеличивается как функция Гаусса при высокой когерентности.

**Апробация работы:** Основные результаты работы докладывались на научных семинарах ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН; международных научных конференциях «CLEO/Europe» (Мюнхен 2019, 2021), «Laser Optics» (Санкт-Петербург 2018, 2020, 2022), «Физика.СПб» (Санкт-

Петербург 2019), международной зимней школе по физике полупроводников (Санкт-Петербург 2020). Диссертационная работа была выполнена при поддержке гранта фонда развития теоретической физики и математики «Базис» №21-1-5-76-1.

**Личный вклад:** Основные результаты, представленные в данной диссертации, были получены автором лично. Выбор темы и общего направления исследования, обсуждение и постановка задач осуществлялись совместно с научным руководителем.

**Публикации:** Основные результаты по теме диссертации изложены в 9 печатных изданиях, из которых 3 изданы в рекомендованных ВАК научных журналах, входящих в квартиль Q1 по Web of Science и Scopus, а 6 — в тезисах докладов, индексируемых в Web of Science и Scopus.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Каждая глава состоит из собственного введения, основной части и заключения. Диссертация содержит 120 страниц текста, включая 29 рисунка. Список цитируемой литературы содержит 110 наименований.

## **Содержание Работы**

**Во введении** раскрыта актуальность проведённых исследований, сформулированы цель, поставлены задачи, излагается научная новизна представляемой работы, сформулированы научные положения, выносимые на защиту.

**Первая глава** диссертации представляет собой обзор литературы и состоит из трех разделов. В §1.1 проводится обзор исследований, посвященных конической рефракции когерентного излучения. Описываются основные свойства конической рефракции, связанные с фокальной плоскостью (кольца Поггендорфа), пространственной эволюцией (пятна Рамана), поляризационной и вихревой структурой пучка.



В §1.2 приводятся основные положения параксиальной теории конической рефракции Бельского-Хапалюка-Берри [23]. На примере конической рефракции гауссова пучка с линейной и циркулярной поляризацией, а также конической рефракции оптического вихря, обсуждаются характерные особенности распространения когерентного излучения вдоль оптической оси двуосного кристалла. Рассматривается двухконусная модель конической рефракции [24] и интерференционная природа темного кольца Поггендорфа в фокальной плоскости.

В §1.3 описываются практические применения конической рефракции, связанные с оптическим захватом и манипулированием микрочастицами, созданием лазеров на основе конической рефракции, поляризационной метрологией и генерацией оптических вихрей.

**Во второй главе** разработана простая и наглядная модель конической рефракции, основную роль в которой играют обобщенные бессель-гауссовы пучки. Математический аппарат модели значительно проще ныне существующих теорий при том же уровне качественного описания всех характерных особенностей изучаемого явления. Построенная модель позволяет найти наглядное объяснение для новых экспериментальных наблюдений, особенно в тех случаях, где использование ранее известной теории затруднено в связи с ее сложным математическим аппаратом.

В §2.1 дается введение в проблему и формулируется план ее решения. В §2.2 построена бессель-гауссова модель конической рефракции гауссова пучка [A1]. В ее рамках электрическое поле за выходной гранью кристалла можно разбить на сумму двух векторов  $\mathbf{E}=\mathbf{C}^{(+)}+\mathbf{C}^{(-)}$ , где вектора  $\mathbf{C}^{(\pm)}$  также известны как конусы конической рефракции. Нами было показано, что конус  $\mathbf{C}^{(\pm)}$  можно представить в виде суперпозиции гауссовых пучков (Рис. 1а) [A2], центры которых в фокальной плоскости расположены на окружности радиуса  $R_0$ , а волновые векторы лежат на конусе с углом при вершине  $\pm 2\alpha$  (Рис. 1б-в). В результате, после суммирования всех гауссовых пучков, электрическое поле

выражается через векторные обобщенные бessel-гауссовы пучки. Их пространственная эволюция имеет простой и наглядный характер.

В §2.3 элегантные лаггер-гауссовы моды рассматриваются в качестве полного набора функций, к которым будет применяться бessel-гауссова модель. В §2.4 получена связь между эффективной шириной и образующим углом обобщенного векторного бessel-гауссова пучка и шириной и радиальным и орбитальным индексами элегантной лаггер-гауссовой моды.

В §2.5 рассматривается распределение интенсивности конической рефракции элегантной лаггер-гауссовой моды в фокальной плоскости и вблизи нее. В рамках полученной бessel-гауссовой модели объяснен переход от классического двух-кольцевого распределения интенсивности к многокольцевому [20,25].

Показано, что эффективная ширина кольца в фокальной плоскости слабо зависит от орбитального углового момента, а образующий угол пучка увеличивается корневым образом. Благодаря этому, период интерференции с ростом орбитального углового момента уменьшается при постоянной ширине

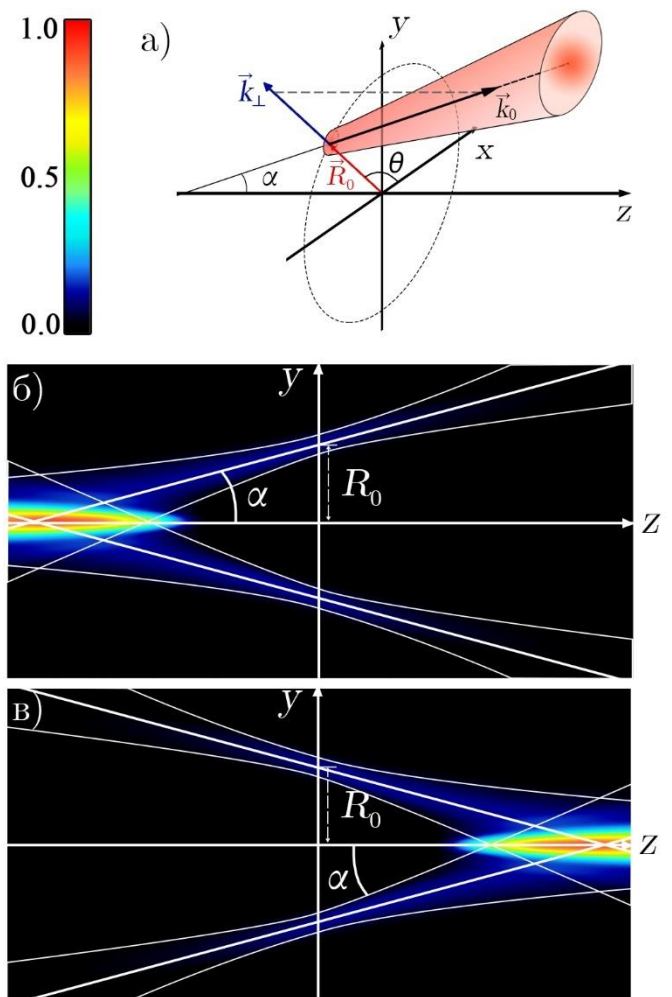


Рис. 1. Пространственная эволюция гауссова пучка (а). Осевое распределение интенсивности конуса  $C^{(+)}$  (б) и  $C^{(-)}$  (в). Белые сплошные кривые показывают, как конус конической рефракции может быть аппроксимирован гауссовыми пучками.

кольца конической рефракции. В результате, наблюдается увеличение количества темных колец в фокальной плоскости.

В §2.6 рассматривается распределение интенсивности конической рефракции элегантной лаггерр-гауссовой моды в дальнем поле [A3]. Предсказывается эффект сближения пятен Рамана при увеличении модовых индексов пучка. Данное явление объясняется ростом угла наклона конусов конической рефракции при переходе к лаггерр-гауссовым модам более высокого порядка. В §2.7 обсуждаются границы применимости построенной бессель-гауссовой модели. Рассчитываются поправки к эффективным параметрам бессель-гауссова пучка, связанные с зависимостью радиуса кольца конической рефракции от орбитального углового момента входного пучка.

Тесная взаимосвязь между конической рефракцией и обобщенными бессель-гауссовыми пучками глубже исследуется в §2.8. Рассматривается обобщение построенной бессель-гауссовой модели на случай произвольного бессель-гауссова пучка [A4]. Анализируется возникновение многокольцевого распределения в фокальной плоскости и сдвиг пятен Рамана аналогично поведению конической рефракции элегантных лаггерр-гауссовых пучков для больших модовых индексов.

В пункте §2.9 рассматривается коническая рефракция обобщенных бессель-гауссовых пучков. Рассчитывается пространственная эволюция интенсивности конически рефрагированного излучения и обсуждаются новые эффекты: сдвиг Ллойдовской плоскости, инверсия пятен Рамана и формирование бутылочных пучков. Также с помощью геометрической оптики объясняется формирование поляризационной структуры конической рефракции [A5].

В **третьей главе** диссертации проведено теоретическое исследование свойств конической рефракции частично когерентного излучения. В §3.1 дается введение в проблему и формулируется план решения задачи. В §3.2 построена теория конической рефракции частично когерентного излучения

[А6], базирующаяся на теории Бельского–Хапалюка–Берри [23], двухконусной модели конической рефракции [24] и теории оптической когерентности второго порядка [26]. Получено соотношение между взаимной спектральной плотностью падающего на кристалл излучения и матрицей когерентности орбитальных угловых моментов (КОУМ) [27], описывающей корреляции компонент электрического поля с различными орбитальными угловыми моментами. Также получена связь матрицы КОУМ с классическими параметрами Стокса.

В §3.3 рассматривается гауссовский источник модели Шелла, у которого матрица взаимных спектральных плотностей в фокальной плоскости имеет вид:

$$W_{ab}^{(0)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle E_a^*(\mathbf{r}_1) E_b(\mathbf{r}_2) \rangle = \delta_{ab} \mathcal{E}^{(0)*}(\mathbf{r}_1) \mathcal{E}^{(0)}(\mathbf{r}_2) g(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1), \quad (1)$$

где  $\mathcal{E}^{(0)}(\mathbf{r}) \propto \exp[-\mathbf{r}^2/2w_0^2]$  – амплитуда детерминированного электрического поля в точке с поперечной координатой  $\mathbf{r}$ ;  $w_0$  – перетяжка пучка;  $g(\mathbf{r}) = \exp[-\mathbf{r}^2/2R_C^2]$  – степень пространственной когерентности;  $R_C$  – длина когерентности;  $\delta_{ab}$  – символ Кронекера. Можно ввести параметр когерентности  $\Delta = w_0/R_C$ , который служит мерой «степени глобальной когерентности» источника света [26]. В случае малого параметра когерентности ( $\Delta \ll 1$ ) источник можно назвать относительно когерентным в глобальном смысле. Напротив, при  $\Delta \gg 1$  источник излучения является низкокогерентным.

В §3.4 значительно упрощено выражение для матрицы КОУМ конической рефракции гауссовского источника модели Шелла [А7]. Для этого использовано представление взаимной спектральной плотности источника через некогерентную суперпозицию полностью когерентных лаггерр-гауссовых мод (Рис. 2). Данное представление позволило выразить матрицу КОУМ в терминах интегралов теории Бельского-Хапалюка-Берри и двухконусной модели конической рефракции. Полученный формализм в дальнейшем активно использовался для проведения численных расчетов

пространственной эволюции интенсивности конической рефракции частично когерентного излучения.

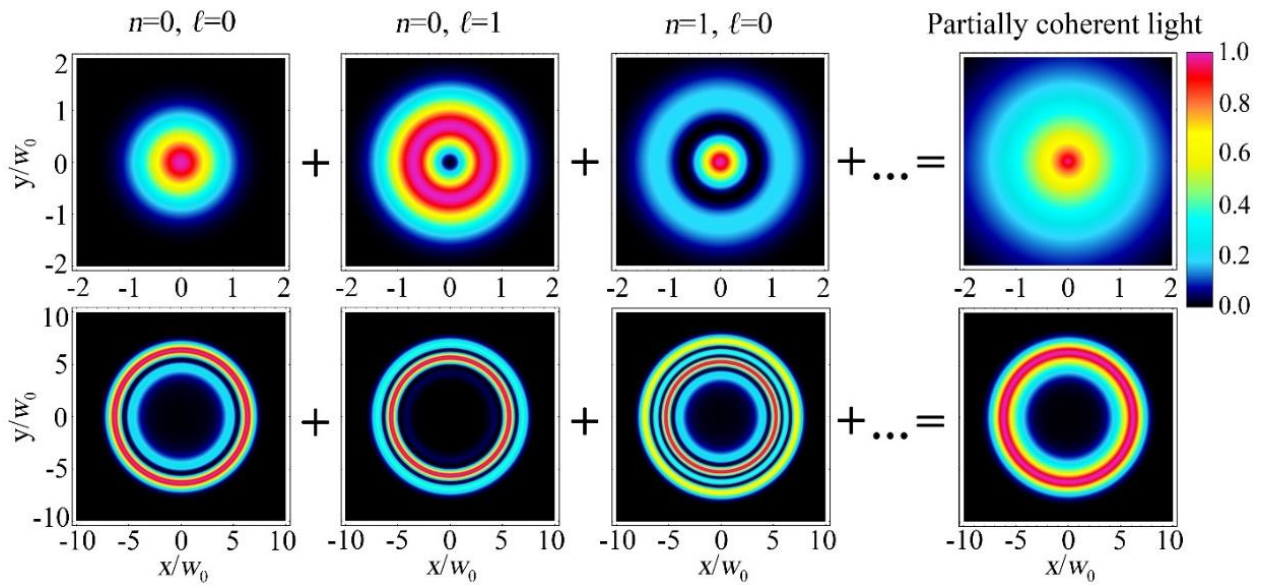


Рис. 2. Наглядная иллюстрация представления по когерентным модам для частично когерентного света до (первый ряд) и после кристалла (второй ряд). В первом столбце показано поперечное распределение интенсивности полностью когерентного гауссова пучка ( $n=0, \ell=0$ ). Во втором и третьем столбцах показаны лаггерр-гауссовы моды с индексами  $n=0, \ell=1$  и  $n=1, \ell=0$ . Их некогерентная суперпозиция с другими лаггерр-гауссовыми модами приводит к формированию пространственного распределения интенсивности частично когерентного излучения (последний столбец).

Однако, представление по когерентным модам, удобное при проведении численного расчета, не дает интуитивного физического понимания возникающих явлений. Для получения аналитических выражений и соответствующего им физического смысла в §3.5 использовалось псевдомодовое представление гауссовского источника модели Шелла [A8]. Как и в случае представления по когерентным модам, взаимная спектральная плотность выражается через суперпозицию взаимно некогерентных пучков. Однако, такие пучки обладают детерминированной амплитудой, но флуктуирующей фазой [28]. Для источников модели Шелла флуктуирующая фаза имеет вид  $\Phi(\mathbf{Q})=\mathbf{Q}\mathbf{r}$ , где  $\mathbf{Q}$  — случайный поперечный волновой вектор, а  $\mathbf{r}$  — радиус вектор в плоскости. При этом, усреднение по ансамблю реализаций

вектора электрического поля теперь реализуется за счет интегрирования по всем возможным случайным волновым векторам. Данный подход позволяет вычислять непосредственно случайное электрическое поле пучка за выходной гранью двуосного кристалла. При этом, учет случайного характера фазы происходит только на последнем этапе расчета при усреднении матрицы КОУМ. Чтобы данное усреднение можно было осуществить в явном виде, необходимо рассчитать зависимость электрического поля пучка от случайного волнового вектора. Данный расчет был проведен §3.5 для случая малых и больших поперечных волновых векторов. Для расчета электрического поля в пределе малых волновых векторов использован формализм амплитудно-фазовых модуляций. В случае больших волновых векторов применена бессель-гауссова модель конической рефракции. При этом показано, что переход от малых поперечных волновых векторов к большим соответствует трансформации конической рефракции в двулучепреломление. Для промежуточных волновых векторов коническая рефракция описывается введенными обобщенными асимметричными бессель-гауссовыми пучками, имеющими форму полумесяца.

§3.6 посвящен описанию экспериментов по конической рефракции частично когерентного излучения [A9]. В рамках экспериментов было

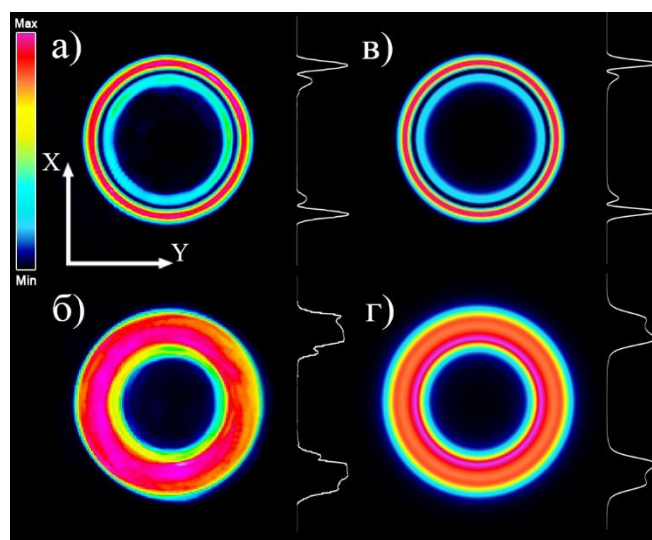


Рис. 3. Распределение интенсивности пучка конической рефракции в фокальной плоскости. (а-б) Экспериментальные результаты для лазерного луча с высокой (а) и с низкой пространственной когерентностью (б). (в-г) Численный расчет распределения интенсивности в рамках феноменологической модели для (в) когерентного и (г) низкокogerентного света.

показано, что темное кольцо Поггендорффа (Рис. 3а), наблюдаемое при конической рефракции когерентного излучения, исчезает при уменьшении пространственной когерентности света, как показано на Рис. 3б.

В §3.7 построена феноменологическая модель распределения интенсивности пучка конической рефракции частично когерентного излучения в фокальной плоскости. Базируясь на двух-конусной модели конической рефракции, электрическое поле пучка выражается в виде суммы двух конусов конической рефракции  $\mathbf{E}=\mathbf{C}^{(+)}+\mathbf{C}^{(-)}$ . В свою очередь, интенсивность света задается суммой интенсивностей каждого из конусов по отдельности и интерференционным слагаемым. В соответствии с феноменологической теорией, эффекты пространственной когерентности света в фокальной плоскости можно учесть следующим образом:

$$I(\mathbf{r})=|\mathbf{C}^{(+)}(\mathbf{r})|^2+|\mathbf{C}^{(-)}(\mathbf{r})|^2+\alpha_{CR}|\mathbf{C}^{(+)}(\mathbf{r})\|\mathbf{C}^{(-)}(\mathbf{r})|2\cos[\arg(\mathbf{C}^{(-)}(\mathbf{r})^*\mathbf{C}^{(+)}(\mathbf{r}))], \quad (2)$$

где  $\alpha_{CR}$  — феноменологическая степень когерентности конусов конической рефракции. Когда излучение полностью когерентно, степень когерентности  $\alpha_{CR}=1$ , конусы конической рефракции интерферируют друг с другом и в фокальной плоскости возникает темное кольцо Поггендорффа (Рис. 3в). В случае низкокогерентного излучения (степень когерентности  $\alpha_{CR}=0$ ) интерференционный член в уравнении (2) обращается в нуль, и мы наблюдаем полное исчезновение темного кольца Поггендорффа в фокальной плоскости (Рис. 3г).

В §3.8 строго обоснована феноменологическая модель конической рефракции частично когерентного излучения. Для этого, в рамках строгой теории, была рассчитана зависимость профиля интенсивности излучения (Рис. 4а) и степени когерентности конусов конической рефракции (Рис. 4б) от параметра когерентности света.

Так, можно выделить две характерные области: высокой и низкой пространственной когерентности, которые характеризуются маленьким и большим параметром когерентности  $\Delta$ . В приближении высокой



когерентности получено следующее выражение для степени когерентности конусов конической рефракции:  $\alpha_{CR}=g(w_{CR})$ , где  $g(r)$  – степень когерентности исходного излучения, а  $w_{CR}$  – характерное расстояние, выражающееся через детерминированную амплитуду поля частично когерентного пучка, которое для гауссовского источника модели Шелла  $w_{CR}\approx 2w_0$ . При выводе данного соотношения мы использовали представление флуктуирующей фазы. Было показано, что ключевую роль в рассматриваемом явлении играет флуктуация амплитуды электрического поля за выходной гранью кристалла, порождаемая флуктуацией фазы частично когерентного источника. Амплитудные флуктуации, в результате, становятся причиной исчезновения темного кольца Поггендорфа при уменьшении когерентности света.

В режиме низкой пространственной когерентности, мы предсказываем степенной закон поведения степени когерентности конусов конической рефракции,

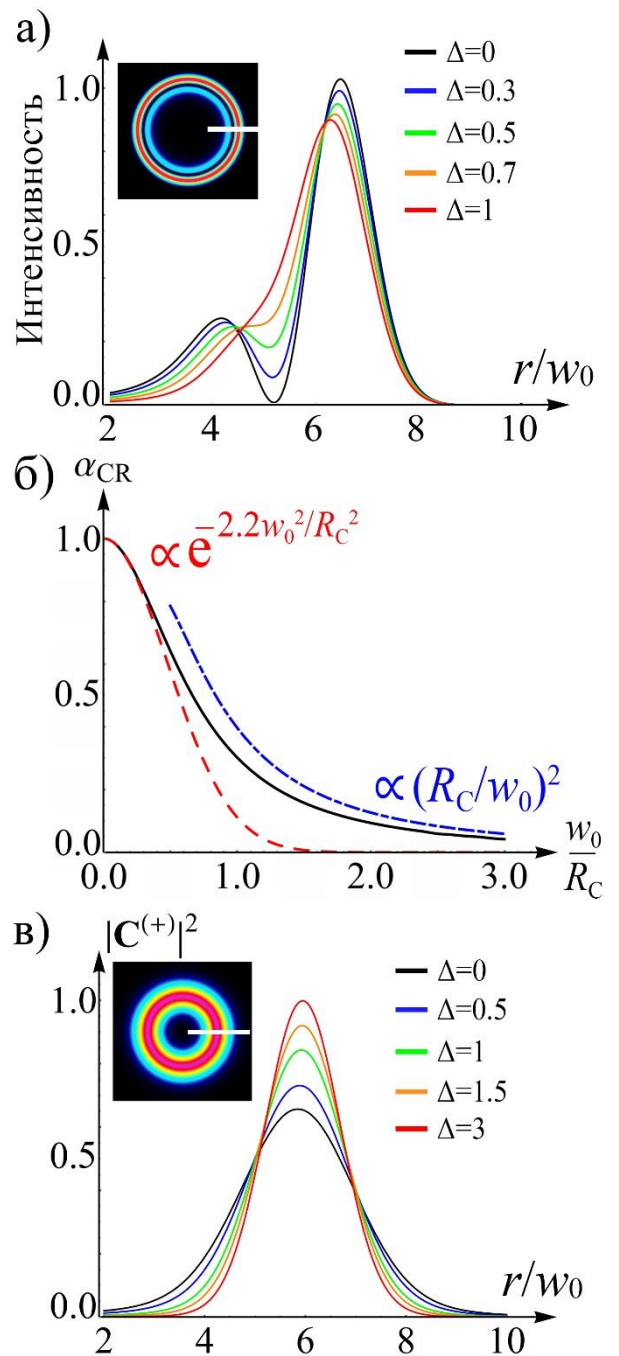


Рис. 4. Зависимость интенсивности излучения в фокальной плоскости (а) и степени когерентности  $\alpha_{CR}$  (б) от параметра когерентности  $\Delta=w_0/R_C$ . Расчет проводился с использованием численного моделирования (черная кривая), приближения высокой (красная пунктирная кривая) и низкой когерентности (синяя пунктирная кривая). (в) Профиль интенсивности для положительного конуса конической рефракции для различных параметров когерентности  $\Delta$ .



пропорциональный квадрату длины когерентности (Рис. 3б). Для доказательства данного утверждения, мы использовали представление флуктуирующей фазы в пределе больших случайных волновых векторов. В данном режиме, конусы конической рефракции до усреднения задаются введенными обобщенными асимметричными бессель-гауссовыми пучками, которые имеют форму полумесяца. Свойства данных пучков полностью определяют предсказанный универсальный степенной закон.

Кроме того, было исследовано поведение интенсивности непосредственно самих конусов конической рефракции для различных значений степени когерентности исходного излучения (Рис. 4в). Можно заметить, что уменьшение когерентности приводит к сужению ширины кольца. Данный эффект является новым нетривиальным результатом и не может быть получен в рамках феноменологической модели конической рефракции низкокогерентного излучения. Для объяснения контринтуитивной зависимости ширины конуса от степени когерентности, необходимо рассмотреть два предельных случая когерентного и некогерентного излучения. В когерентном случае полуширина кольца конической рефракции больше, чем полуширина падающего пучка. Это связано с эффективным сужением фурье-спектра конусов конической рефракции, что в полной мере объясняет уширение в прямом пространстве. Для некогерентного излучения показано, что полуширина кольца совпадает с полушириной исходного гауссова пучка, падающего на кристалл. В результате, будет наблюдаться эффективное уменьшение полуширины кольца с уменьшением когерентности.

В §3.9 обсуждаются эффекты, возникающие в дальнем поле конической рефракции частично когерентного излучения. На Рис. 5 показана пространственная эволюция интенсивности света, полученная из численного расчета конической рефракции когерентного (Рис. 5а) и низкокогерентного излучения (Рис. 5б). В когерентном случае, вблизи оси распространения в дальнем поле формируются яркие пятна Рамана. Из-за наличия дифракции, поперечная ширина пятен Рамана линейно растет с увеличением продольной

координаты  $z$ . Теперь перейдем к низкокогерентному случаю, показанному на Рис. 5б. Профиль интенсивности излучения в дальнем поле был аналитически получен в рамках строгой теории и имеет следующий вид:

$$I(r, z) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{w_0}{R_0} \left( \frac{k_0 R_C R_0}{z} \right)^2 \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{k_0 R_C R_0}{z} \right)^2 \right] \exp \left[ -\frac{r^2}{2w_0^2} \right] I_0 \left( \frac{r^2}{2w_0^2} \right), \quad (3)$$

где  $R_0$  – радиус кольца конической рефракции;  $k_0$  – волновой вектор света в вакууме;  $w_0$  – перетяжка пучка;  $R_C$  – длина когерентности,  $I_n(x)$  – модифицированными функциями Бесселя первого рода порядка  $n$ . Из Рис. 4б и анализа формулы (3) мы обнаруживаем, что пятна Рамана смещаются ближе к фокальной плоскости при уменьшении когерентности излучения. Это связано с тем, что расстояние между двумя пятнами Рамана в случае низкокогерентного излучения становится пропорционально корреляционной длине. При этом самый нетривиальный эффект обнаруживается при анализе поперечного распределения интенсивности пучка. Из формулы (3) видно, что поперечная ширина перестает зависеть от продольной координаты  $z$  и пучок распространяется без дифракции. Данный результат является контринтуитивным, ведь уменьшение когерентности источника в свободном пространстве, наоборот, усиливает дифракцию пучка в дальнем поле. В нашем же случае, когда свет проходит через двусный кристалл, возникает обратный эффект бездифракционного распространения.

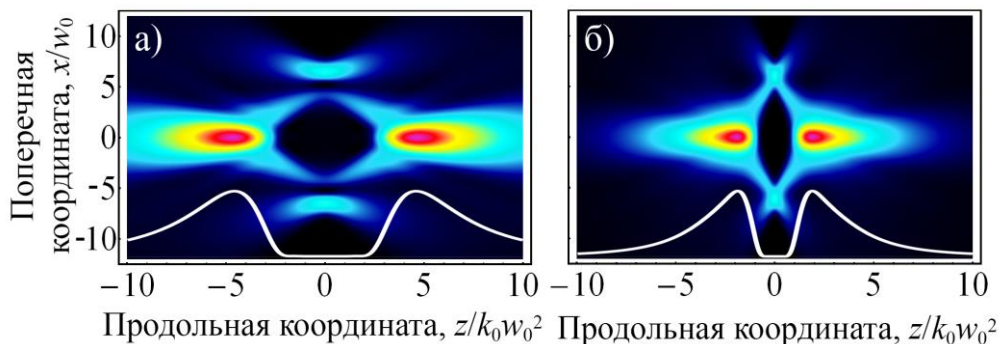


Рис. 5. Численный расчет пространственной эволюции распределения интенсивности пучка конической рефракции для (а) высоко- и (б) низкокогерентного света, с  $\Delta=0$  и  $\Delta=2$ , соответственно. Для наглядности внизу каждого рисунка показан профиль интенсивности на оси распространения (белая кривая).

Важно заметить, что область бездифракционного распространения имеет конечный размер. Она начинается вблизи максимума интенсивности некогерентного пятна Рамана ( $z_{\text{lowcoh}} \approx k_0 R_0 R_C$ ) и заканчивается на расстоянии, где раньше находилось пятно Рамана в случае когерентного света ( $z_{\text{coh}} \approx k_0 R_0 w_0$ ). Когда область бездифракционного распространения заканчивается, ширина пучка начинает линейно увеличиваться с продольной координатой за счет эффектов дифракционного уширения.

Физическое объяснение эффекта бездифракционного распространения связано со свойствами некогерентного источника и механизмом преобразования света при прохождении через двусный кристалл. Так, в случае низкой пространственной когерентности, некогерентный источник разбивается на когерентные области размером порядка корреляционной длины. Каждая такая область когерентна относительно себя, но некогерентна по отношению к другим областям. При этом, заданная когерентная область при конической рефракции будет преобразовываться в кольцо, которое затем интерференционно фокусируется в узкое пятно Рамана. Интенсивность результирующего некогерентного пятна Рамана, в результате, определяется сложением большого числа интенсивностей интерференционно сфокусированных когерентных пятен. При этом, каждое когерентное пятно испытывает дифракционное уширение, но после сложения всех пятен, результирующий некогерентный пучок распространяется без дифракции. В результате, эффект бездифракционного распространения определяется интерференционной фокусировкой излучения, возникающей при конической рефракции. В §3.10 обсуждаются все предсказанные эффекты, связанные с конической рефракцией частично когерентного излучения.

**В заключении** приведены основные результаты работы:

- 1) Построена строгая теория конической рефракции излучения с частичной пространственной когерентностью. Показано, что в случае гауссовского источника модели Шелла матрицу взаимных спектральных плотностей

конической рефракции можно выразить через хорошо известные интегралы Бельского-Хапалюка-Берри.

- 2) Получены аналитические выражения для интенсивности конической рефракции гауссовского источника модели Шелла в фокальной плоскости и в дальнем поле. Объяснены и строго обоснованы ранее полученные экспериментальные результаты и предсказаны новые явления. К последним относятся контринтуитивный эффект сужения ширины кольца конической рефракции, исчезновение темного кольца Поггендорффа в плоскости Ллойда и сближение пятен Рамана для низкокогерентного излучения, падающего на кристалл. Также предсказана универсальная степенная зависимость степени когерентности конусов конической рефракции от длины когерентности и бездифракционное распространение низкокогерентного пучка конической рефракции в дальнем поле.
- 3) Построена простая и наглядная бессель-гауссова модель конической рефракции, математический аппарат которой значительно проще ныне существующих теорий, при том же уровне качественного описания всех характерных особенностей изучаемого явления. Построенная модель справедлива во всех пространственных областях, включая фокальную плоскость и дальнее поле, где формируются пятна Рамана.
- 4) Объяснен переход классического двух-кольцевого распределения интенсивности в фокальной плоскости в многокольцевое при увеличении модового индекса падающего на кристалл света. Также, предсказано сближение пятен Рамана и зависимость радиуса кольца конической рефракции от индекса моды.

Основные результаты диссертации изложены в публикациях, в том числе из квартиля Q1, входящих в базы данных SCOPUS, WOS и РИНЦ.

- A1. V. Yu. Mylnikov, E. U. Rafailov, and G. S. Sokolovskii. Close relationship between Bessel-Gaussian and Conical Refraction beams // Opt. Express 28(23), 33900-33910 (2020).

- A2. G.S.Sokolovskii, V.Yu.Mylnikov, S.N.Losev, K.A.Fedorova, E.U.Rafailov. Conical refraction of a high-M2 laser beam // Proc. of SPIE, v. 10090, 100901R (2017).
- A3. V. Y. Mylnikov, E. U. Rafailov and G. S. Sokolovskii. Conical Refraction with Laguerre-Gaussian Beams: From Raman Spot to ‘Anti-Raman’ Doughnut Distribution // 2019 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC), Munich, Germany, 2019, pp. 1-1.
- A4. Valentin Yu. Mylnikov, Edik U. Rafailov, Grigorii S. Sokolovskii. Conical refraction with generalized Bessel-Gaussian beams // 2021 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC), Munich, Germany, 2021, pp. 1-1.
- A5. V. Y. Mylnikov, K. K. Soboloeva, E. U. Rafailov and G. S. Sokolovskii. Ray Transfer Matrix of Conically Refracting Crystal for Laser Cavity Analysis // 2018 International Conference Laser Optics (ICLO), St. Petersburg, 2018, p. 182.
- A6. V. Yu. Mylnikov, V.V. Dudelev, E.U. Rafailov, G.S. Sokolovskii. Partially coherent conical refraction promises new counter-intuitive phenomena // Scientific Reports 12, 16863 (2022).
- A7. V.Yu. Mylnikov, E.U. Rafailov, G.S. Sokolovskii. Conical refraction with Gaussian Schell-model sources // 2020 International Conference Laser Optics (ICLO), Saint Petersburg, 2020, pp. 1-1.
- A8. V.Yu. Mylnikov, E.U. Rafailov, G.S. Sokolovskii. Partially coherent conical refraction: Phase fluctuation and the Bessel-Gauss model // 2022 International Conference Laser Optics (ICLO), 2022, pp. 01-01.
- A9. V. Yu. Mylnikov, S. N. Losev, V. V. Dudelev, K. A. Fedorova, E. U. Rafailov, and G. S. Sokolovskii. Conical refraction with low-coherence light sources // Opt. Express 27(18), 25428-25435 (2019).

### **Список Литературы**

1. Forbes A., de Oliveira M., Dennis M.R. Structured light // Nat. Photonics.

2021. Vol. 15, № 4. P. 253–262.
2. Turpin A. et al. Conical refraction: fundamentals and applications // *Laser Photon. Rev.* 2016. Vol. 10, № 5. P. 750–771.
  3. Peet V., Zolotukhin D. Free-space evolution of focused Gaussian beams transformed by conical diffraction in a biaxial crystal // *Opt. Commun.* 2010. Vol. 283, № 15. P. 3011–3016.
  4. Rosen S. et al. A sub wavelength localization scheme in optical imaging using conical diffraction // *Opt. Express.* 2013. Vol. 21, № 8. P. 10133.
  5. Fallet C. et al. Conical diffraction as a versatile building block to implement new imaging modalities for superresolution in fluorescence microscopy // *Proc. SPIE.* 2014. Vol. 9169. P. 916905.
  6. Hellström J. et al. Polarization-tunable Yb:KGW laser based on internal conical refraction // *Opt. Lett.* 2007. Vol. 32, № 19. P. 2783.
  7. Abdolvand A. et al. Conical refraction Nd:KGd(WO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> laser // *Opt. Express.* 2010. Vol. 18, № 3. P. 2753.
  8. O'Dwyer D.P. et al. Conical diffraction of linearly polarised light controls the angular position of a microscopic object // *Opt. Express.* 2010. Vol. 18, № 26. P. 27319.
  9. McDougall C. et al. Flexible particle manipulation techniques with conical refraction-based optical tweezers // *Proc. SPIE. SPIE*, 2012. Vol. 8458. P. 845824.
  10. Turpin A. et al. Polarization tailored novel vector beams based on conical refraction // *Opt. Express. Optical Society of America*, 2015. Vol. 23, № 5. P. 5704.
  11. Sun X. et al. Unitary transformation in polarization of vector beams via biaxial cascade crystals // *J. Opt. IOP Publishing*, 2019. Vol. 22, № 2. P. 25602.
  12. Turpin A. et al. Free-space optical polarization demultiplexing and multiplexing by means of conical refraction // *Opt. Lett. OSA*, 2012. Vol. 37, № 20. P. 4197–4199.
  13. Sun X. et al. Generation of the periodically polarized structured light beams //

- Opt. Express. OSA, 2017. Vol. 25, № 18. P. 21460–21470.
14. Fallet C., Sirat G.Y. Achromatization of conical diffraction: application to the generation of a polychromatic optical vortex // Opt. Lett. OSA, 2016. Vol. 41, № 4. P. 769–772.
  15. Peinado A. et al. Conical refraction as a tool for polarization metrology // Opt. Lett. The Optical Society, 2013. Vol. 38, № 20. P. 4100–4103.
  16. Peinado A. et al. Optimization, tolerance analysis and implementation of a Stokes polarimeter based on the conical refraction phenomenon // Opt. Express. OSA, 2015. Vol. 23, № 5. P. 5636–5652.
  17. Grant S.D., Reynolds S., Abdolvand A. Optical sensing of polarization using conical diffraction phenomenon // J. Opt. {IOP} Publishing, 2016. Vol. 18, № 2. P. 25609.
  18. Berry M. V, Jeffrey M.R., Mansuripur M. Orbital and spin angular momentum in conical diffraction // J. Opt. A Pure Appl. Opt. IOP Publishing, 2005. Vol. 7, № 11. P. 685–690.
  19. Peet V. Conical refraction and formation of multiring focal image with Laguerre–Gauss light beams // Opt. Lett. 2011. Vol. 36, № 15. P. 2913–2915.
  20. Peet V. Experimental study of internal conical refraction in a biaxial crystal with Laguerre-Gauss light beams // J. Opt. Institute of Physics Publishing, 2014. Vol. 16, № 7. P. 075702.
  21. Kroupa J. Second-harmonic conical refraction in GUHP // J. Opt. {IOP} Publishing, 2010. Vol. 12, № 4. P. 45706.
  22. Grant S.D. et al. On the frequency-doubled conically-refracted Gaussian beam // Opt. Express. OSA, 2014. Vol. 22, № 18. P. 21347–21353.
  23. Berry M. V. Conical diffraction asymptotics: fine structure of Poggendorff rings and axial spike // J. Opt. A Pure Appl. Opt. 2004. Vol. 6, № 4. P. 289–300.
  24. Sokolovskii G.S. et al. Conical Refraction: New observations and a dual cone model // Opt. Express. 2013. Vol. 21, № 9. P. 11125–11131.
  25. Peet V. Conical refraction and formation of multiring focal image with

- Laguerre–Gauss light beams // Opt. Lett. 2011. Vol. 36, № 15. P. 2913.
26. Mandel L., Wolf E. Optical Coherence and Quantum Optics. Cambridge University, 1995. 233 p.
  27. Korotkova O., Gbur G. Unified matrix representation for spin and orbital angular momentum in partially coherent beams // Phys. Rev. A. American Physical Society, 2021. Vol. 103, № 2. P. 23529.
  28. Gori F., Santarsiero M. Devising genuine spatial correlation functions // Opt. Lett. OSA, 2007. Vol. 32, № 24. P. 3531–3533.