# Федеральное государственное бюджетное учреждение науки ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. А.Ф. ИОФФЕ

Российской академии наук

на правах рукописи

#### Пошакинский Александр Валерьевич

### ЭЛЕКТРОННАЯ СПИНОВАЯ ДИНАМИКА И КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ НАНОСИСТЕМАХ

Специальность: 01.04.10 - физика полупроводников

#### ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

научный руководитель:

доктор физико-математических наук, С. А. Тарасенко

Санкт-Петербург 2017

## Оглавление

#### Введение

1	Спи	Спиновая динамика электронов в квантовых ямах					
	1.1	Введение	11				
	1.2	Механизм спиновой релаксации Дьяконова–Переля (обзор)	13				
	1.3	Аномальный эффект Ханле в высокоподвижных структурах	16				
	1.4	Спиновая релаксация в системах с анизотропным рассеянием					
		1.4.1 Связь тензоров скоростей спиновой релаксации и проводимости	24				
	1.5	Спиновая динамика электронов в квантовых ямах (110)	30				
		1.5.1 Спиновая релаксация в асимметричных структурах	31				
		1.5.2 Спиновая релаксация в номинально симметричных структурах	43				
	1.6	Б Краткие итоги					
<b>2</b>	Про	Пространственные корреляции спиновой плотности в двумерном					
	электронном газе						
	2.1 Введение. Обзор литературы		49				
	2.2	2 Микроскопическая модель					
	2.3	Распространение спиновых флуктуаций					
		2.3.1 Баллистический режим	55				
		2.3.2 Диффузионный режим	57				

 $\mathbf{4}$ 

		2.3.3 A	низотропия спиновых флуктуаций	58			
	2.4	Краткие итоги					
3	Опт	гическая ориентация спинов и генерация токов					
	3.1	Введение					
	3.2	Спин-гальванический ток, вызванный дрожащим движением элек-					
		тронов					
		3.2.1 M	Іикроскопическая модель	65			
		3.2.2 T	еория	67			
		3.2.3 C	равнение с экспериментальными данными	70			
	3.3	Оптическая ориентация последовательностью линейно поляризован-					
		ных имп	ульсов	71			
		3.3.1 M	Іодель	72			
		3.3.2 K	огерентная оптическая ориентация	74			
		3.3.3 B	лияние магнитного поля на оптическую ориентацию	76			
		3.3.4 П	роявление спин-орбитального взаимодействия	78			
		3.3.5 Ф	отогальванический эффект	80			
	3.4	Краткие итоги					
4	4 Тонкая структура дефектов со спином 3/2 в карбиде кремния						
	4.1	Введени	e	84			
	4.2	Гамильтониан спинового центра симметрии $C_{3v}$					
		4.2.1 3	еемановское расщепление спиновых подуровней	88			
		4.2.2 Э	лектронный парамагнитный резонанас	89			
	4.3	Сопоставление с экспериментальными спектрами электронного па-					
		рамагнитного резонанса					

	4.4	Краткие итоги						
5	Биз	экситонный механизм фотонной блокады						
	5.1	Введение						
	5.2	Микроскопическая модель						
	5.3	Матрица рассеяния пары фотонов						
		5.3.1	Амплитуды рассеяния пары фотонов	100				
		5.3.2	Двухфотонные резонансы	100				
		5.3.3 l	Режим фотонной блокады	102				
		5.3.4 l	Биэкситонная фотонная блокада для большого числа кван-					
		ſ	говых точек в микрорезонаторе	104				
	5.4	Влияние неоднородного уширения						
	5.5	Краткие итоги						
За	Заключение							
$\mathbf{C}$	Список литературы							

### Введение

В настоящее время значительные усилия сосредоточены на экспериментальном и теоретическом изучении спиновой динамики электронов в полупроводниковых наноструктурах, разработке эффективных методов управления спиновой поляризацией. Это связано как с фундаментальным интересом к процессам ориентации и релаксации неравновесного спина, так и с возможным практическим применением разработанных методов в области спинтроники — нового раздела квантовой электроники, занимающегося изучением спин-зависимых явлений в твердом теле и возможностями их применения для хранения и обработки информации. Основными задачами спинтроники являются поиск эффективных оптических и электрических способов управления спинами носителей и магнитными свойствами вещества, а также контроль излучения и электрических токов спинами и магнитными полями. Конечной целью является создание устройств, использующих спиновую степень свободы носителей заряда [1, 2].

Для успешной практической реализации устройств, использующих спиновую степень свободы, необходимо глубокое теоретическое и экспериментальное изучение спиновых свойств полупроводников и полупроводниковых гетероструктур, особенностей спин-орбитального и обменного взаимодействий, динамики неравновесного спина и его взаимодействия с электрическим полем и светом [3]. Традиционным способом исследования спиновых свойств полупроводниковых наноструктур является метод «накачка–зондирование» [4]. При этом на структуру вначале посылается интенсивный циркулярно поляризованный оптический импульс накачки, который посредством эффекта оптической ориентации [5] создает неравновесные поляризованные по спину носители заряда. Затем спиновая поляризация носителей измеряется слабым линейно поляризованным зондирующим импульсом. Меняя время задержки между импульсами накачки и зондирования, можно восстановить динамику неравновесного спина.

Помимо метода «накачка–зондирование», уже ставшего классическим, в настоящее время активно развиваются слабо возмущающие методы изучения спиновых свойств наноструктур, которые не требуют внешнего возбуждения системы. Вместо этого изучаются флуктуаций спина в состоянии, близком к термодинамическому равновесию [6, 7]. Благодаря фундаментальной связи между флуктуациями и диссипационными процессами [8], исследование корреляционных функции спинового шума позволяет получать информацию о процессах спиновой динамики и релаксации.

Помимо оптических способов спиновая поляризация носителей заряда может создаваться и детектироваться электрическими методами [9]. Так за счет спингальванического эффекта неравновесная спиновая поляризация носителей заряда может преобразовываться в электрический ток [10]. Имеет место и обратный эффект, когда протекание тока приводит к ориентации спинов носителей заряда [11, 12, 13]. В немагнитных структурах спин-гальванический эффект и эффект ориентации спинов током обусловлены спин-орбитальным взаимодействием.

Особый интерес привлекают спиновые и оптические свойства одиночных квантовых объектов, каких как квантовые точки [14], NV дефекты в алмазе [15], вакансии в карбиде кремния [16], что связано с возможностью их использования в качестве прецизионных сенсоров внешних воздействий [17], а также, потенциально, в качестве кубитов в квантовых информационных системах [18]. Важной задачей является изучение взаимодействия одиночных фотонов и пар фотонов с одиночными квантовыми объектами [19, 20].

Сказанное выше обуславливает актуальность темы диссертации.

Цель настоящего исследования заключается в теоретическом изучении спи-

новой динамики, спин-гальванических и поляризационно-зависимых оптических эффектов в полупроводниковых структурах с квантовыми ямами, квантовыми точками и спиновыми центрами.

Научная новизна работы состоит в решении конкретных задач:

- 1. Построить теорию спиновой релаксации электронов в квантовых ямах низкой симметрии и в квантовых ямах с сильным спин-орбитальным взаимодействием, изучить влияние внешнего магнитного поля на спиновую релаксацию.
- 2. Рассчитать пространственно-временные корреляционные функции флуктуаций спиновой плотности в двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием.
- Описать эффект дрожащего движения электрона и ансамбля поляризованных по спину электронов в полупроводниковых структурах со спинорбитальным взаимодействием во внешнем магнитном поле.
- Разработать теорию тонкой структуры центров со спином 3/2 в карбиде кремния во внешнем магнитном поле и описать переходы между спиновыми подуровнями под действием радиочастотного поля.
- 5. Построить теорию прохождения пар фотонов через ансамбль квантовых точек в оптическом резонаторе, учитывающую биэкситонный резонанс.

<u>Практическая значимость</u> работы состоит в том, что впервые описан аномальный эффект Ханле в двумерном электронном газе с сильным спин-орбитальным взаимодействием, разработана теория спиновой динамики электронов в структурах с анизотропном рассеянием, описаны пространственно-временные флуктуации спиновой плотности двумерного электронного газа в квантовых ямах. Предсказан и обнаружен спин-гальванический ток, обусловленный дрожащим движением электронов. Установлена тонкая структура дефектов со спином 3/2 в карбиде кремния. Впервые рассчитана матрица рассеяния пары фотонов микрорезонатором с ансамблем квантовых точек и продемонстрирована возможность реализации биэкситонной фотонной блокады. Сопоставление полученных результатов с экспериментальными данными позволило определить константы спин-орбитального взаимодействия в квантовых ямах и параметры спинового гамильтониана дефектов в карбиде кремния. Описанные особенности тонкой структуры дефектов в карбиде кремния могут быть использованы для сверхточной магнитометрии.

Основные положения, выносимые на защиту:

- В квантовых ямах с сильным спин-орбитальным взаимодействием деполяризация электронного спина в магнитном поле описывается немонотонной кривой Ханле.
- 2. Пространственные и временные флуктуации спиновой плотности в двумерном электронном газе взаимосвязаны как в баллистическом, так и в диффузионном режиме транспорта электронов.
- 3. В полупроводниках с линейным по волновому вектору спин-орбитальным расщеплением спектра во внешнем магнитном поле возникает дрожащее движение электронов, аналогичное эффекту Zitterbewegung для релятивистских частиц.
- Тригональная симметрия дефекта со спином 3/2 приводит к модификации правил отбора для магнито-дипольных переходов и возникновению в спектре магнитного резонанса линий, соответствующих переходам с изменением проекции спина на ±2.
- 5. В микрорезонаторе с большим числом квантовых точек биэкситонный резонанс приводит к эффекту фотонной блокады: корреляционная функция интенсивности прошедшего света становится меньше единицы.

<u>Апробация работы.</u> Результаты работы докладывались на рабочих семинарах ФТИ им. А.Ф. Иоффе, ИОФ им. А.М. Прохорова, университетов Вюрцбурга, Дортмунда и Аахена в Германии, Университета Пьера и Марии Кюри в Париже, Лаборатории фотоники и наноструктур (Маркуси, Франция), научного центра IBM Research в Цюрихе, на Международной конференции по физике полупроводников (ICPS-2016, Пекин, Китай), Российских конференциях по физике полупроводников (Санкт-Петербург, 2013; Звенигород, 2015), международных симпозиумах «Nanostructures: Physics and Technology» (Санкт-Петербург, 2014, 2016, 2017), международной конференции «Spin physics, spin chemistry and spin technology» (Санкт-Петербург, 2015), международных школах «Symmetry and Structural Properties of Condensed Matter» (Жешув, Польша, 2014), «Single dopants» (Санкт-Петербург, 2014), «International School on Spin-Optronics» (Санкт-Петербург, 2012), «International Workshop on Relativistic Phenomena in Solids» (Ле Мон-Дор, Франция, 2012).

<u>Публикации.</u> По результатам исследований, представленных в диссертации, опубликовано 9 работ, в том числе 8 статей в реферируемых журналах. Список работ приведен в Заключении.

<u>Структура и объем диссертации.</u> Диссертация состоит из Введения, пяти глав, Заключения и списка литературы. Она содержит 130 страниц текста, включая 35 рисунков. Список цитируемой литературы содержит 133 наименования.

Во <u>Введении</u> обоснована актуальность проведенных исследований, сформулированы цель и научная новизна работы, перечислены основные положения, выносимые на защиту, а также кратко изложено содержание диссертации.

<u>Первая глава</u> диссертации посвящена динамике неравновесной спиновой поляризации двумерного электронного газа. Изучен эффект Ханле в квантовых ямах с большим спин-орбитальным расщеплением и высокой подвижностью электронов. Показано, что кривые Ханле немонотонны и имеют резкий максимум при внешнем магнитном поле, совпадающем по величине с полем спин-орбитального взаимодействия. Рассчитан тензор скоростей спиновой релаксации электронов в двумерных системах с анизотропным рассеянием. Установлено, что наибольшее время жизни электронного спина в квантовых ямах с кристаллографической ориентацией (001) и анизотропной проводимостью достигается при наличии структурной асимметрии. Разработана микроскопическая теория спиновой релаксации электронов в асимметричных квантовых ямах (110) с однородным полем Рашбы и номинально симметричных ямах с пространственно флуктуирующим полем Рашбы. Показано, что поле Дрессельхауза, которое всегда присутствует в полупроводниках с решеткой цинковой обманки, приводит к увеличению времени жизни спина.

Во <u>второй главе</u> диссертации развита теория флуктуаций спиновой плотности в двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием. Установлено, что пространственные и временные флуктуации связаны вследствие броуновского движения электронов. Рассчитаны пространственно-временные корреляционные функции спиновой плотности в баллистическом и диффузионном режимах. Показано, что корреляции спиновых флуктуаций на больших временах задержки определяются волнами спиновой плотности с наибольшим временем жизни. Спиновые флуктуации резко возрастают в режиме спиновой спирали.

В <u>третьей главе</u> диссертации описан эффект дрожащего движения электронов в системе со спин-орбитальным взаимодействием во внешнем магнитном поле, аналогичный эффекту Zitterbewegung для релятивистских частиц. Рассчитан спингальванический ток, возникающий в ансамбле поляризованных по спину электронов в результате их когерентного дрожащего движения. Также построена теория оптической ориентации электронных спинов и генерации нестационарных фототоков в квантовых ямах последовательностью двух не перекрывающихся во времени когерентных линейно поляризованных импульсов света.

В <u>четвертой главе</u> диссертации теоретически описана тонкая структура вакансий кремния со спином 3/2 в карбиде кремния. Построен эффективный гамильтониан, описывающий спиновую структуру вакансии в атомарном окружении с симметрией  $C_{3v}$ . Объяснено появление в экспериментальных спектрах оптически детектируемого магнитного резонанса "запрещенных" линий и антипересечений между уровнями с отличающимися на 2 проекциями спина.

<u>Пятая глава</u> посвящена поляризационным эффектам в транспорте пар фотонов через оптический микрорезонатор с несколькими квантовыми точками. Установлено, что наличие биэкситонного резонанса оказывает существенное влияние на корреляционную функцию второго порядка прошедших фотонов. Путем подстройки энергии биэкситона можно реализовать режим фотонной блокады для сколь угодно большого числа одинаковых квантовых точек в микрорезонаторе.

Каждая глава содержит вводный раздел и краткий список основных результатов. В <u>Заключении</u> обобщены основные результаты работы.

Формулы и рисунки в диссертации нумеруются по главам, нумерация литературы единая для всего текста.

### Глава 1

# Спиновая динамика электронов в квантовых ямах

#### 1.1 Введение

Важнейшую роль, определяющую возможность наблюдения различных спиновых эффектов, играют процессы спиновой релаксации. Данные процессы приводят к тому, что ансамбль электронов, обладавший в начальный момент времени отличным от нуля полным спином, со временем теряет свою спиновую поляризацию. Спиновая релаксация ансамбля возникает в результате действия на спины индивидуальных электронов случайных переменных во времени или в пространстве реальных или эффективных магнитных полей. Эффективные магнитные поля могут иметь различную микроскопическую природу. Они могут быть вызваны обменным взаимодействием электронов со спинами дырок (механизм Бира–Аронова– Пикуса [21]), сверхтонким взаимодействием электронов со спинами ядер решетки или примесей, а также спин-орбитальным взаимодействием. Воздействию спинорбитального эффективного магнитного поля электроны могут подвергаться как во время свободного движения в полупроводнике, так и во время их рассеяния на дефектах или примесях. Поэтому различают два механизма спиновой релаксации, связанной со спин-орбитальным взаимодействием: в механизме Эллиота-Яфета спин теряется в момент рассеяния электрона [22], а в механизме Дьяконова– Переля — между актами рассеяния [23].

В зависимости от размерности и параметров системы доминирующую роль могут играть различные из описанных выше механизмов. В нульмерных объектах, таких как квантовые точки, где отсутствует свободное движение электронов, а также для локализованных носителей спиновая релаксация определяется случайными магнитными полями, вызванными взаимодействием с фононами, сверхтонким взаимодействием с ядрами или анизотропным обменным взаимодействием [24]. Спиновая релаксация свободных электронов в объемных полупроводниках n-типа при малых интенсивностях оптического возбуждения, когда обменным взаимодействием электронов с дырками можно пренебречь, обусловлена спин-орбитальными механизмами Эллиота-Яфета или Дьяконова-Переля [25]. При этом скорость релаксации спина по механизму Эллиота-Яфета пропорциональна, а по механизму Дьяконова-Переля обратно пропорциональна вероятности рассеяния электрона по импульсу [26]. Поэтому в структурах хорошего качества с высокой подвижностью электронов доминирующую роль играет механизм Дьяконова–Переля. Микроскопическая теория спиновой релаксации электронов в двумерных системах по механизму Дьяконова-Переля описана подробнее в разделе 1.2.

К настоящему времени экспериментально подтверждено и теоретически обосновано, что среди двумерных структур на основе полупроводников с решеткой цинковой обманки наибольшим временем спиновой релаксации обладают квантовые ямы с кристаллографической ориентацией (110). Это связано с накладываемыми симметрией таких систем ограничениями на вид эффективного спинорбитального магнитного поля: в квантовых ямах (110) без структурной асимметрии оно оказывается направленным по нормали структуры и потому не вызывает прецессию нормальной компоненты электронного спина [27]. Время жизни спина в структурах (110) может достигать нескольких наносекунд при комнатной температуре и десятков наносекунд при низких температурах [28, 29]. Кроме того, в них оказывается возможным управление скоростью спиновой релаксации путем изменения профиля легирования структуры или приложением внешнего напряжения к затвору. Особенности спиновой динамики в симметричных и асимметричных квантовых ямах, выращенных в плоскости (110), исследованы в разделе 1.5.

Эффективное спин-орбитальное магнитное поле, действующее на электронный спин, зависит от импульса электрона, направление которого часто меняется при рассеянии электрона на дефектах структуры или фононах. Поэтому исследование процессов спиновой релаксации позволяет изучать также и параметры электронного транспорта. В разделе 1.4 исследовано, как анизотропия рассеяния электронов проявляется в анизотропии спиновой релаксации.

В данной главе рассматривается динамика неравновесного спина электронов в двумерных системах в условиях оптической ориентации. Вместе с тем изучение спиновых свойств полупроводниковых систем возможно и другими методами. В главе 2 показано, что термические флуктуации спиновой плотности также содержат информацию об особенностях спин-орбитального взаимодействия и спиновой диффузии, а в главе 3 рассмотрены спин-гальванические и фотогальванические эффекты, позволяющие получать информацию о спиновых свойствах электрическими методами.

#### 1.2 Механизм спиновой релаксации Дьяконова– Переля (обзор)

Механизм спиновой релаксации Дьяконова–Переля заключается в прецессии электронных спинов в эффективном магнитном поле, вызванном спин-орбитальным взаимодействием в полупроводниковых структурах без центра инверсии. Гамильтониан электронов проводимости в таких структурах имеет вид

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \hat{\boldsymbol{k}} - \frac{e}{\hbar c} \boldsymbol{A}_B \right)^2 + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\beta} \left( \hat{\boldsymbol{k}} - \frac{e}{\hbar c} \boldsymbol{A}_B \right) + \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}_L , \qquad (1.1)$$

где  $\hat{k} = -i \nabla$ ,  $m^*$  и e — эффективная масса электрона и его заряд, c — скорость света,  $\sigma$  — вектор из матриц Паули,  $A_B$  — векторный потенциал внешнего маг-

нитного поля,  $\Omega_L = (\mu_B/\hbar)gB$  — ларморовская частота прецессии спина во внешнем поле,  $\mu_B$  — магнетон Бора, g — тензор g-фактора. В отсутствие магнитного поля первое слагаемое в гамильтониане (1.1) соответствует кинетической энергии электрона. Второе слагаемое описывает линейное по волновому вектору спинорбитальное расщепление, определяемое тензором спин-орбитальных констант  $\beta$ . Спин-орбитальное взаимодействие состоит из двух вкладов: вклада Рашбы и вклада Дрессельхауза, связанных с отсутствием центра инверсии у гетероструктуры и объемного кристалла соответственно [27, 30]. Конкретный вид этих слагаемых для структур различной кристаллографической ориентации приведен в последующих разделах. Третье слагаемое в гамильтониане (1.1) описывает зеемановское расщепление спиновых состояний во внешнем магнитном поле **B**. Влияние внешнего магнитного поля на орбитальное движение учитывается включением соответствующего ему векторного потенциала  $A_B$  в первое и второе слагаемые гамильтониана (1.1).

Спин-орбитальное взаимодействие в гамильтониане (1.1) по форме аналогично слагаемому, описывающему влияние внешнего магнитного поля, и может быть представлено в виде  $(\hbar/2)(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{k})$ , где

$$\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}} = \frac{2}{\hbar} \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{k} \tag{1.2}$$

— частота прецессии электронного спина в эффективном магнитном поле, возникающем за счет спин-орбитального взаимодействия. Это эффективное магнитное поле зависит от волнового вектора электрона и меняется каждый раз, когда электрон рассеивается по импульсу, см. рис. 1.1. Воздействие на электронный спин такого случайно меняющегося магнитного поля приводит, в частности, к релаксации спиновой поляризации по механизму Дьяконова–Переля [23, 27].

Для теоретического описания спиновой динамики электронного газа удобно воспользоваться спиновой матрицей плотности электронов  $\hat{\rho}$ , которая удовлетво-



Рис. 1.1: Иллюстрация к механизму спиновой релаксации Дьяконова-Переля.

ряет уравнению

$$\frac{d\hat{\rho}}{dt} = \mathbf{i}[\hat{\rho}, \hat{H}]. \tag{1.3}$$

Представив матрицу плотности электронов с волновым вектором k в виде  $\hat{\rho}_{k} = f_{k} + s_{k} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ , можно получить кинетические уравнения для функции распределения электронов в k-пространстве  $f_{k}$  и функции распределения спина  $s_{k}$ , причем в переделе  $\hbar\Omega_{k}/\varepsilon_{k} \ll 1$  величины  $f_{k}$  и  $s_{k}$  не связанны друг с другом. Кинетическое уравнение для функции распределения спина имеет вид [5, 30, 31]

$$\frac{\partial \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}}}{\partial t} + \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} \times (\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}} + \boldsymbol{\Omega}_{L}) - \left(\boldsymbol{\omega}_{c} \cdot \left[\boldsymbol{k} \times \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{k}}\right]\right) \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{g}_{\boldsymbol{k}} + \operatorname{St} \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}}, \quad (1.4)$$

где  $g_k$  – скорость генерации спина, например за счет оптической ориентации,  $\omega_c = eB/(m^*c)$  — циклотронная частота, St — интеграл столкновений, имеющий вид

St 
$$\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} = \sum_{\boldsymbol{k}'} (W_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'}\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}'} - W_{\boldsymbol{k}'\boldsymbol{k}}\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}}) ,$$
 (1.5)

 $W_{kk'}$  — вероятность рассеяние электрона из состояния k' в состояние k. Для упругого рассеяния в пренебрежении спин-орбитальным расщеплением спектра вероятность можно представить как  $W_{kk'} = 2\pi \hbar^2/m^* w_{kk'} \,\delta(\varepsilon_k - \varepsilon_{k'})$ , где  $w_{kk'}$  — частота рассеяния,  $\varepsilon_k = \hbar^2 k^2/(2m^*)$ .

Существуют два режима спиновой динамики, которые качественно отличаются. Столкновительный режим соответствует малой величине параметра  $\Omega_{k}\tau$ , где  $\tau \sim 1/w_{kk'}$  — характерное время рассеяния. Малость параметра  $\Omega_{k}\tau$  означает, что между двумя последовательными актами рассеяния спин электрона поворачивается лишь на малый угол. В этом режиме компоненты неравновесного спина электронов релаксируют экспоненциально [23, 27]. В структурах с высокой подвижностью параметр  $\Omega_{k}\tau$  может быть велик, и спин электрона успевает сделать несколько оборотов вокруг направления эффективного магнитного поля до тех пор, пока направление этого поля не поменяется. В этом режиме зависимость компонент полного спина от времени содержит осцилляции [31, 32].

В данной главе рассматривается случай низких температур, когда электронный газ вырожден, и предполагается, что оптическое возбуждение создает поляризованные по спину электроны прямо на уровне Ферми. Такое резонансное возбуждение часто используется в экспериментах, чтобы минимизировать разогрев электронного газа [32]. В данных условиях спиновая релаксация определяется эффективным магнитным полем и деталями рассеяния электронов на уровне Ферми, а процессы энергетической релаксации несущественны.

#### 1.3 Аномальный эффект Ханле в высокоподвижных структурах

Поглощение циркулярно поляризованного света в полупроводниковых структурах приводит к ориентации спинов фотовозбужденных носителей заряда, что вызывает в свою очередь циркулярную поляризацию рекомбинационного излучения [3, 5, 33]. Поляризация вторичного излучения может быть подавлена внешним магнитным полем, перпендикулярным исходному лучу света. Подобный эффект, впервые описанный в работе Ханле в 1920-х годах для атомов ртути [34], широко используется в настоящее время для определения времени жизни спина и эффективных g-факторов электронов и дырок. Как правило, кривая Ханле описывается функцией Лоренца, которая достигает максимума в нулевом магнитном поле и монотонно убывает с увеличением поля. Также известно, что зависимость спиновой поляризации от внешнего магнитного поля может быть аномальной, если на спин электрона или дырки влияют дополнительные магнитные моменты ядер [5, 35] или магнитные ионы [36]. Кривые Ханле, измеряемые в таких системах не описываются функцией Лоренца и могут быть немонотонными.

В данном разделе построена теория эффекта Ханле для двумерного электронного газа с высокой подвижностью. Предполагается, что электронный газ находится в квантовой яме, выращенной вдоль кристаллографической оси  $z \parallel [001]$ , а внешнее магнитное поле приложено в плоскости ямы,  $B \perp z$ , и не оказывает влияния на орбитальное движение электронов. Структура непрерывно возбуждается циркулярно поляризованным светом в геометрии нормального падения, который создает на уровне Ферми поляризованные по спину электроны с темпом генерации  $g_k = g$ . Геометрия эксперимента изображена на вставке рис. 1.3 (b). Для простоты предполагается, что рассеяние происходит на короткодействующих примесях, поэтому вероятность рассеяния изотропна:  $w_{kk'} = 1/\tau = \text{const.}$  Тогда интеграл столкновений принимает простой вид

St 
$$\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} = -\frac{\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} - \langle \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} \rangle}{\tau}$$
, (1.6)

где угловые скобки обозначают усреднение по направлениям волнового вектора.

Уравнение (1.4) в стационарном случае можно свести к уравнению

$$\boldsymbol{s_k} = \frac{\boldsymbol{\zeta_k} + \tau \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\zeta_k} + \tau^2 \boldsymbol{\Omega} (\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\zeta_k})}{1 + \boldsymbol{\Omega}^2 \tau^2} , \qquad (1.7)$$

где  $\zeta_{k} = \langle s_{k} \rangle + g\tau$  и  $\Omega = \Omega_{L} + \Omega_{k}$ . Замкнутое уравнение для величины  $\zeta_{k}$  можно найти, усредняя обе части уравнения (1.7) по направлениям волнового вектора [37]. Такая процедура дает уравнение

$$[(\langle \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} \rangle + \boldsymbol{g}\tau) \times \tilde{\boldsymbol{\Omega}}]_{\alpha} = g_{\alpha} - \sum_{\beta} \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta} (\langle \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} \rangle_{\beta} + g_{\beta}\tau) , \qquad (1.8)$$

где

$$\tilde{\mathbf{\Omega}} = \left\langle \frac{\mathbf{\Omega}}{1 + \mathbf{\Omega}^2 \tau^2} \right\rangle , \quad \tilde{\Gamma}_{\alpha\beta} = \left\langle \frac{\mathbf{\Omega}^2 \delta_{\alpha\beta} - \Omega_{\alpha} \Omega_{\beta}}{1 + \mathbf{\Omega}^2 \tau^2} \right\rangle \tau . \tag{1.9}$$

Эффективное магнитное поле в квантовых ямах, выращенных вдоль направления [001], описывается двумя спин-орбитальными константами

$$\beta_{xy} = \alpha + \beta, \quad \beta_{yx} = \beta - \alpha,$$
 (1.10)



Рис. 1.2: Распределение эффективных магнитных полей Рашбы и Дрессельхауза на круге Ферми для квантовой ямы (001).

где  $\alpha$  и  $\beta$  — константы спин-орбитального взаимодействия Рашбы и Дрессельхауза [30],  $x \parallel [1\bar{1}0]$  и  $y \parallel [110]$  — координаты в плоскости квантовой ямы. Распределение соответствующего им эффективного магнитного поля на круге Ферми показано на рис. 1.2. Частота прецессии в эффективном поле может быть представлена в виде

$$\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}} = \left[ (\Omega_D + \Omega_R) \frac{k_y}{k_F}, \ (\Omega_D - \Omega_R) \frac{k_x}{k_F}, \ 0 \right] , \qquad (1.11)$$

где величины  $\Omega_D = (2/\hbar)\beta k_F$  и  $\Omega_R = (2/\hbar)\alpha k_F$  являются частотами прецессии в эффективных полях Дрессельхауза и Рашбы на уровне Ферми,  $k_F$  – волновой вектор Ферми.

Решение уравнения (1.8) для произвольных параметров  $\Omega_D$  и  $\Omega_R$  является весьма сложным и может быть найдено лишь численно. Однако оно имеет простой вид, если величина спин-орбитального расщепления  $\hbar |\Omega_k|$  не зависит от направления k, что реализуется в случаях, когда либо частота  $\Omega_D$ , либо  $\Omega_R$  равны нулю. В частности, в случае наличия только расщепления Рашбы и генерации спина по нормали квантовой ямы, компоненты полного спина электронов  $S = \sum_k s_k$  имеют вид [A1]

$$S_{z} = \frac{\Omega_{R}^{2} \tau G_{z}}{(\Omega_{R}^{2} - \Omega_{L}^{2})^{2} \tau^{2} + \Omega_{L}^{2} \left[1 + \sqrt{1 + (\Omega_{R} + \Omega_{L})^{2} \tau^{2}} \sqrt{1 + (\Omega_{R} - \Omega_{L})^{2} \tau^{2}}\right]}, \quad (1.12)$$



Рис. 1.3: Зависимости  $S_z$  и  $S_x$  от величины магнитного поля  $\boldsymbol{B} \parallel y$ , построенные по формулам (1.12) и (1.13) (сплошные линии) и по классическим уравнениям (1.14) (пунктирные линии) для различных значений параметра  $\Omega_R \tau$ . Вставка на панели (b) иллюстрирует геометрию эксперимента.

$$\boldsymbol{S}_{\parallel} = \frac{4\boldsymbol{\Omega}_{L} \times \boldsymbol{G}}{4\Omega_{L}^{2} + (\Omega_{R}^{2} - \Omega_{L}^{2})^{2}\tau^{2} + (\Omega_{R}^{2} - \Omega_{L}^{2})\left[\sqrt{1 + (\Omega_{R} + \Omega_{L})^{2}\tau^{2}}\sqrt{1 + (\Omega_{R} - \Omega_{L})^{2}\tau^{2}} - 1\right]}$$
(1.13)

где  $G = \sum_{k} g$  – полная скорость генерации спина. Подобный расчет может быть выполнен и для расщепления Дрессельхауза. В этом случае  $S_z$  также не зависит от направления  $\Omega_L$ , а зависимости компонент спина от магнитного поля могут быть получены из уравнений (1.12) и (1.13) заменой  $\Omega_R$  на  $\Omega_D$ .

На рис. 1.3 (a) и (b) показаны зависимости компонент спина  $S_z$  и  $S_x$  от магнитного поля, построенные для  $\boldsymbol{B} \parallel y$  и различных значений параметра  $\Omega_R \tau$ . В столкновительном режиме (при  $\Omega_R \tau \ll 1$ ) зависимости компонент спина описываются классическими кривыми Ханле

$$S_z = \frac{T_z G_z}{1 + \Omega_L^2 T_z T_{\parallel}}, \quad \boldsymbol{S}_{\parallel} = \frac{T_z T_{\parallel}}{1 + \Omega_L^2 T_z T_{\parallel}} \boldsymbol{\Omega}_L \times \boldsymbol{G}, \quad (1.14)$$

которые также следуют из уравнений (1.12) и (1.13). Здесь  $T_z = 1/(\Omega_R^2 \tau)$  и  $T_{\parallel} = 2/(\Omega_R^2 \tau)$  – времена релаксации продольной и поперечной по отношению к нормали ямы компонент спина электронов в столкновительном режиме [27]. Зависимости  $S_z(B)$  и  $S_x(B)$ , построенные по формулами (1.14), показаны на рисунке штриховыми линиями. В квантовых ямах с высокой подвижностью электронов или с сильным спин-орбитальным взаимодействием, когда параметр  $\Omega_R \tau$  велик, зависимость спина электронов от магнитного поля резко меняется.

Вместо монотонного уменьшения с ростом поля, функция  $S_z(B)$  сначала растет, достигает максимума и затем убывает в больших полях как  $1/B^4$ , см. формулу (1.12) и рис. 1.3 (а). При  $\Omega_R \tau \gg 1$ , кривая Ханле  $S_z(B)$  достигает максимума при магнитном поле, в котором  $\Omega_L = \Omega_R$ . Такое поведение может быть использовано в экспериментах для прямого измерения величины эффективного магнитного поля. При  $\Omega_L = \Omega_R$  электронный спин  $S_z$  достигает значения  $G_z/(2\Omega_R)$ , которое не зависит от времени рассеяния и много больше, чем  $S_z(0) = G_z/(\Omega_R^2 \tau)$ . Зависимость компоненты спина в плоскости ямы  $S_x$  от магнитного поля также качественно меняется с ростом параметра  $\Omega_R \tau$ , см. рис. 1.3 (b). В высокоподвижных квантовых ямах, функция  $S_x(B)$  демонстрирует резкий рост при  $\Omega_L \approx \Omega_R$  и достигает значения, превышающего  $S_z(0)$ . Такое поведение невозможно в столкновительном режиме спиновой релаксации.

Уравнения (1.12) и (1.13) позволяют проанализировать кривые Ханле в малых магнитных полях. С точностью до второго порядка по магнитному полю зависимости компонент спина имеют вид

$$S_{z} \approx \left[1 - \Omega_{L}^{2} T_{z} T_{\parallel} \left(1 - \frac{\Omega_{R}^{2} \tau^{2}}{2}\right)\right] T_{z} G_{z} , \qquad (1.15)$$
$$\boldsymbol{S}_{\parallel} \approx T_{z} T_{\parallel} \boldsymbol{\Omega}_{L} \times \boldsymbol{G} .$$

Отсюда следует, что  $dS_z/dB = 0$  в нулевом магнитном поле, в то время как знак второй производной,  $d^2S_z/dB^2$ , определяется параметром  $\Omega_R \tau$ . Компонента  $S_z$  уменьшается или увеличивается с индукцией поля, если  $\Omega_R \tau$  меньше или



Рис. 1.4: Распределение частоты  $\Omega = \Omega_L + \Omega_R$  в *k*-пространстве для двух случаев: (a)  $\Omega_L = 0$  и (b)  $\Omega_L \parallel y$ ,  $|\Omega_L| = |\Omega_R|$ .

больше  $\sqrt{2}$  соответственно. Таким образом, имеет место переход от классического к аномальному эффекту Ханле при  $\Omega_R \tau = \sqrt{2}$ , который можно видеть на рис. 1.3.

Увеличение  $S_z$ с ростом магнитного поля и его максимум при  $\Omega_L=\Omega_R$  в высокоподвижных структурах можно объяснить, рассмотрев спиновую динамику электронов в суммарном внешнем и эффективном магнитных полях. На рисунке 1.4 показано распределение частот прецессии в поле  $\Omega = \Omega_L + \Omega_R$  на круге Ферми. Рисунок (a) соответствует случаю  $\mathbf{\Omega}_L=0,$  рисунок (b) – случаю  $\mathbf{\Omega}_L\parallel y$  и  $|\Omega_L| = |\Omega_R|$ . В отсутствие внешнего магнитного поля [рис. 1.4 (a)], электронные спины, оптически ориентированные вдоль нормали квантовой ямы, быстро прецессируют в эффективном поле с частотой  $\Omega_R$  [31, 32]. Такая прецессия приводит к быстрой спиновой дефазировке. В условиях стационарной накачки формируется небольшой усредненный по времени спин  $S_z(0) = G_z/(\Omega_R^2 \tau)$ . Внешнее магнитное поле в плоскости квантовой ямы приводит к изменению величины и направления вектора  $\Omega$ , влияя тем самым на спиновую динамику. В частности, при ларморовской частоте  $|\mathbf{\Omega}_L| = |\mathbf{\Omega}_R|$  внешнее магнитное поле полностью компенсирует эффективное поле в определенной точке круга Ферми. В окрестности данной точки электронные спины не прецессируют, сохраняя свою ориентацию, что и приводит к увеличению  $S_z$  при  $|\Omega_L| \approx |\Omega_R|$  в высокоподвижных структурах.

Как правило, эффективное магнитное поле в асимметричных квантовых ямах (001) состоит из вкладов как Рашбы, так и Дрессельхауза. Это приводит к анизо-

тропии таких спиновых свойств, как скорость спиновой релаксации и эффективный g-фактор [38, 39, 40]. Анализ показывает, что спиновая динамика в асимметричных квантовых ямах аналогична рассмотренной выше. В зависимости от силы спин-орбитального расщепления эффект Ханле может демонстрировать классическое или аномальное поведение. Однако, если присутствуют вклады Рашбы и Дрессельхауза, кривая Ханле зависит от ориентации магнитного поля  $\boldsymbol{B}$  в плоскости квантовой ямы. Более того, может оказаться, что проекция спина  $S_z$  монотонно убывает с ростом поля для одних ориентаций внешнего поля, в то время как для других ориентаций имеет место немонотонная зависимость. Пример такой сильно анизотропной зависимости  $S_z$  от магнитного поля, лежащего в плоскости квантовой ямы, приведен на рис. 1.5. В данном случае  $S_z(\boldsymbol{B})$  является монотонной функцией для  $\boldsymbol{B} \parallel \boldsymbol{y}$  и немонотонной для  $\boldsymbol{B} \parallel \boldsymbol{x}$ .



Рис. 1.5: Зависимость нормальной компоненты спина  $S_z$  от магнитного поля в плоскости ямы для  $\Omega_D \tau = 2$  и  $\Omega_R \tau = 1$ .

В высокоподвижных квантовых ямах зависимость  $S_z$  от магнитного поля имеет резкий максимум при  $\Omega_L \approx \Omega_L^*$ . Здесь  $\Omega_L^*$  – частота, соответствующая внешнему полю, при которой вектор  $\Omega = \Omega_L + \Omega_R + \Omega_D$  обращается в нуль для определенного

значения  $\boldsymbol{k}$  на круге Ферми. В пределе  $\Omega_R \tau, \Omega_D \tau \gg 1$  частота  $\Omega_L^*$  определяется соотношением

$$\frac{1}{\Omega_L^*} \approx \sqrt{\frac{\cos^2 \phi}{(\Omega_R + \Omega_D)^2} + \frac{\sin^2 \phi}{(\Omega_R - \Omega_D)^2}}, \qquad (1.16)$$

где  $\phi = \arctan(\Omega_{L,y}/\Omega_{L,x})$  – угол между вектором  $\Omega_L$  и осью x. Перпендикулярная плоскости квантовой ямы компонента спина  $S_z$  в данном магнитное поле достигает значения

$$S_z(\Omega_L^*) \approx \frac{G_z}{2} \sqrt{\frac{(\Omega_R + \Omega_D)^2 \sin^2 \phi + (\Omega_R - \Omega_D)^2 \cos^2 \phi}{(\Omega_R + \Omega_D)^4 \sin^2 \phi + (\Omega_R - \Omega_D)^4 \cos^2 \phi}},$$
 (1.17)

не зависящего от времени релаксации импульса  $\tau$ . Изучение угловых зависимостей  $\Omega_L^*$  и  $S_z(\Omega_L^*)$  в экспериментах может быть полезным при определении коэффициентов спин-орбитального расщепления электронных подзон в квантовых ямах.

#### 1.4 Спиновая релаксация в системах с анизотропным рассеянием

Большой интерес представляет изучение спиновой динамики двумерного электронного газа в системах с анизотропным рассеянием электронов. Динамика функции распределения спина в этом случае описывается уравнением (1.4) с анизотропной вероятностью рассеяния  $w_{kk'}$  в интеграле столкновений. Для решения кинетического уравнения мы разлагаем функцию распределения  $s_k$ , частоту  $\Omega_k$ и вероятность рассеяния  $w_{kk'}$  по угловым гармоникам [5, 41]:

$$s_{k} = \sum_{n} s_{n} e^{in\varphi} ,$$
  

$$\Omega_{k} = \sum_{n=\pm 1}^{n} \Omega_{n} e^{in\varphi} ,$$
  

$$w_{kk'} = \sum_{n,m} w_{n,m} e^{in\varphi + im\varphi'} ,$$
(1.18)

где  $\varphi = \arctan(k_y/k_x)$  и  $\varphi' = \arctan(k'_y/k'_x)$  — полярные углы векторов k и k', соответственно. Так как эффективное магнитное поле линейно по волновому вектору, то частота  $\Omega_k$  содержит только гармоники с  $n = \pm 1$ ; коэффициенты  $\Omega_{\pm 1}$  связаны между собой соотношениями  $\Omega_1 = \Omega_{-1}^*$ . Коэффициенты  $w_{n,m}$  также удовлетворяют дополнительным соотношениям:  $w_{n,m} = w_{-n,-m}^*$ ,  $w_{n,m} = (-1)^{n+m} w_{m,n}$ и  $w_{n,0} = w_{0,n} = 0$  ( $n \neq 0$ ), которые следуют из действительности рассеивающегося потенциала, симметрии к инверсии времени и оптической теоремы, соответственно. Подстановка разложений по гармоникам (1.18) в уравнение (1.4) приводит к системе линейных дифференциальных уравнений для угловых гармоник

$$\frac{d\boldsymbol{s}_n}{dt} + \sum_{m=\pm 1} \boldsymbol{s}_{n-m} \times \boldsymbol{\Omega}_m = \boldsymbol{g} \,\delta_{n,0} - w_{0,0} \boldsymbol{s}_n + \sum_m w_{n,-m} \boldsymbol{s}_m \,. \tag{1.19}$$

В уравнении (1.19) предполагается, что генерация спина g не зависит от направления вектора k и поэтому содержит только нулевую угловую гармонику. Решая уравнение (1.19) численно или аналитически, можно вычислить временную зависимость гармоники  $s_0$  и таким образом временную зависимость спиновой плотности  $S = \sum_k s_k = m^*/(2\pi\hbar^2) \int_0^\infty s_0 d\varepsilon$ .

# 1.4.1 Связь тензоров скоростей спиновой релаксации и проводимости

Рассмотрим столкновительный режим спиновой динамики, когда параметр  $\Omega_{k}\tau$ мал. Последовательное описание спиновой динамики в осцилляционном режиме, когда  $\Omega_{k}\tau \gtrsim 1$ , дано в работе [A2]. Показано, что в этом режиме компоненты спины в плоскости структуры и вдоль нормали могут быть динамически связанными.

В столкновительном режиме анизотропная часть функции распределения спина  $s_k - s_0$  намного меньше, чем нулевая угловая гармоника  $s_0$ , что позволяет решить уравнение (1.19) итерационным методом [23, 27]. Итерационная процедура приводит к следующему уравнению для спиновой плотности

$$\frac{d\boldsymbol{S}}{dt} = \boldsymbol{G} - \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{S} \,, \tag{1.20}$$

где  $G = \sum_k g$  — полный темп генерации спина,  $\Gamma$  — тензор скоростей спиновой релаксации. Тензор скоростей спиновой релаксации определяется соотношением

$$\Gamma \boldsymbol{S} = \sum_{\boldsymbol{k}} (\boldsymbol{s}_{-1} \times \boldsymbol{\Omega}_1 + \boldsymbol{s}_1 \times \boldsymbol{\Omega}_{-1}), \qquad (1.21)$$

где гармоники  $s_{\pm 1}$  должны быть найдены из уравнения

$$\boldsymbol{s}_0 \times \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}} = \operatorname{St} \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} \,.$$
 (1.22)

Решение уравнений (1.21) и (1.22) аналогично решению уравнений по расчету плотности электрического тока  $\boldsymbol{j}$ , вызванного постоянным электрическим полем  $\boldsymbol{E}$ . Действительно, в рамках кинетического метода Больцмана плотность тока  $\boldsymbol{j}$  выражается через электронную функцию распределения  $f_{\boldsymbol{k}}$  соотношением  $\boldsymbol{j} = 2e \sum_{\boldsymbol{k}} (\boldsymbol{v}_1 f_{-1} + \boldsymbol{v}_{-1} f_1)$ , которое аналогично по форме уравнению (1.21). Здесь  $\boldsymbol{v}_{\pm 1}$  и  $f_{\pm 1}$  — угловые гармоники электронной скорости  $\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{k}} = \hbar \boldsymbol{k}/m^*$  и функции распределения соответственно. В линейном по полю режиме гармоники  $f_{\pm 1}$ находятся из уравнения  $e(df_0/d\varepsilon_{\boldsymbol{k}}) \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{k}} \cdot \boldsymbol{E} = \operatorname{St} f_{\boldsymbol{k}}$ , которое аналогично уравнению (1.22). Расчет плотности электрического тока приводит к следующему результату:  $\boldsymbol{j} = 2e^2 \sum_{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{k}} \operatorname{St}^{-1}[(df_0/d\varepsilon_{\boldsymbol{k}}) \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{k}} \cdot \boldsymbol{E}] = \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{E}$ , где  $\boldsymbol{\sigma}$  — тензор электропроводности в плоскости квантовой ямы. Такая аналогия между уравнениями, описывающими проводимость и спиновую релаксацию, позволяет выразить тензор скоростей спиновой релаксации через тензор удельной электропроводности следующим образом:

$$\boldsymbol{\Gamma} = \frac{4\pi m^*}{e^2 \hbar^2} \left[ \boldsymbol{I}_3 \text{Tr} \left( \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\beta}^T \right) - \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\beta}^T \right] , \qquad (1.23)$$

где  $I_3$  — единичная матрица 3 × 3. В расчете использовано, что  $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T$ . Уравнения (1.20) и (1.23) описывают спиновую релаксацию вырожденного двумерного электронного газа для произвольного упругого рассеяния и обобщают предыдущие результаты. Если рассеивающийся потенциал является центральным, то тензор удельной проводимости диагонален,  $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma} I_2$ , и может быть выражен через время релаксации импульса на уровне Ферми  $\tau_1$ :  $\boldsymbol{\sigma} = \tau_1 e^2 k_F^2 / (2\pi m^*)$ , где  $k_F$  — фермиевский волновой вектор,  $I_2$  — единичная матрица 2 × 2. В этом простом случае уравнение (1.23) принимает вид

$$\boldsymbol{\Gamma} = (2\tau_1 k_F^2 / \hbar^2) \left[ \boldsymbol{I}_3 \text{Tr} \left( \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\beta}^T \right) - \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\beta}^T \right], \qquad (1.24)$$

что согласуется известным результатом Дьяконова и Качоровского [27].



Рис. 1.6: Зависимости компонент тензора скоростей спиновой релаксации  $\Gamma_{xx}$ ,  $\Gamma_{yy}$  и  $\Gamma_{xy}$  (штриховые кривые) и собственных значений тензора  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  и  $\gamma_z = \Gamma_{zz}$  (сплошные кривые) от отношения  $\alpha/\beta$ . Зависимости вычислены для  $\sigma_{xx}/\text{Tr}\,\boldsymbol{\sigma} = \sigma_{xy}/\text{Tr}\,\boldsymbol{\sigma} = 1/4$  и отнормированы на  $\Gamma_0 = (\pi m^*/e^2)\,\beta^2\text{Tr}\,\boldsymbol{\sigma}$ .

Рассмотрим подробнее квантовую яму, выращенную вдоль кристаллографического направления [001], с анизотропной проводимостью. В таких структурах отличные от нуля компоненты матрицы  $\beta$  имеют форму (1.10). Компоненты тензора скоростей спиновой релаксации  $\Gamma$  принимают вид

$$\Gamma_{xx} = \frac{4\pi m^*}{\hbar^2 e^2} (\alpha - \beta)^2 \sigma_{xx} , \quad \Gamma_{yy} = \frac{4\pi m^*}{\hbar^2 e^2} (\alpha + \beta)^2 \sigma_{yy} ,$$
  
$$\Gamma_{xy} = \Gamma_{yx} = \frac{4\pi m^*}{\hbar^2 e^2} (\alpha^2 - \beta^2) \sigma_{xy} , \quad \Gamma_{zz} = \Gamma_{xx} + \Gamma_{yy} . \qquad (1.25)$$

Зависимости компонент  $\Gamma_{xx}$ ,  $\Gamma_{yy}$  и  $\Gamma_{xy}$  от отношения  $\alpha/\beta$  для квантовых ям со значительной анизотропией удельной проводимости показаны на рис. 1.6 штриховыми кривыми. Собственные значения тензора скоростей спиновой релаксации в плоскости ямы ( $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ ) и собственное значение  $\gamma_z$ , которое совпадает с  $\Gamma_{zz}$ , найденые из уравнения det( $\gamma I_3 - \Gamma$ ) = 0, представлены на рис. 1.6 сплошными кривыми. Из рисунка видно, что минимум  $\gamma_z$ , что соответствует наиболее длинному времени жизни спина, достигается в асимметричных квантовых ямах с отличной от нуля константой Рашбы  $\alpha \neq 0$ . Этим квантовые ямы с анизотропным рассеянием электронов отличаются от ям с центральным рассеянием, в которых расщепление Рашбы может приводить лишь к уменьшению времени жизни спина. Анализ уравнения (1.25) показывает, что при фиксированном коэффициенте  $\beta$  скорость релаксации  $\gamma_z$  достигает минимума, если  $\alpha/\beta = (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})/\text{Tr }\boldsymbol{\sigma}$ . Заметим также, что даже в структурах с изотропным спин-орбитальным расщеплением ( $\alpha = 0$ ) спиновая релаксация в плоскости ямы анизотропна,  $\gamma_1 \neq \gamma_2$ , в меру анизотропии проводимости.

Рассмотрим влияние внешнего магнитного поля на спиновую релаксацию. Анализ уравнения (1.4) показывает, что в столкновительном режиме спиновой релаксации временная зависимость спиновой плотности по-прежнему описывается уравнениями, аналогичными уравнениям (1.20) и (1.23):

$$\frac{d\boldsymbol{S}}{dt} = \boldsymbol{G} + \boldsymbol{\Omega}_L \times \boldsymbol{S} - \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{S} , \qquad (1.26)$$

$$\boldsymbol{\Gamma} = \frac{4\pi m^*}{e^2 \hbar^2} \left[ \boldsymbol{I}_3 \text{Tr} \left( \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\beta}^T \right) - \boldsymbol{\beta} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\beta}^T \right] \,. \tag{1.27}$$

В нулевом магнитном поле тензор удельной проводимости симметричен,  $\sigma^{T}(0) = \sigma(0)$ . В присутствии магнитного поля тензор  $\sigma(\omega_{c})$  содержит и симметричную  $\sigma^{(s)}(\omega_{c}) = [\sigma(\omega_{c}) + \sigma^{T}(\omega_{c})]/2$ , и антисимметричную  $\sigma^{(a)} = [\sigma(\omega_{c}) - \sigma^{T}(\omega_{c})]/2$  части. Соответственно, правая часть уравнения (1.27) также может быть сведена к сумме симметричного  $\Gamma^{(s)}(\omega_{c})$  и антисимметричного  $\Gamma^{(a)}(\omega_{c})$  тензоров. Симметричный тензор  $\Gamma^{(s)}(\omega_{c})$  описывает релаксацию спина, а антисимметричный тензор  $\Gamma^{(a)}(\omega_{c})$  эквивалентен псевдовектору  $\delta\Omega_{L}$  и представляет собой поправку к ларморовской частоте [42, 43, 44]. Таким образом, уравнение, описывающее временную эволюцию спиновой плотности, принимает вид

$$\frac{d\boldsymbol{S}}{dt} + \boldsymbol{S} \times (\boldsymbol{\Omega}_L + \delta \boldsymbol{\Omega}_L) = \boldsymbol{G} - \boldsymbol{\Gamma}(\omega_c) \boldsymbol{S} , \qquad (1.28)$$

где

$$\boldsymbol{\Gamma}(\omega_c) = \frac{\pi m^*}{e^2} \left\{ \boldsymbol{I}_3 \text{Tr} \left[ \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\sigma}^{(s)}(\omega_c) \boldsymbol{\Lambda}^T \right] - \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\sigma}^{(s)}(\omega_c) \boldsymbol{\Lambda}^T \right\}$$
(1.29)

— тензор скоростей релаксации спина,

$$\left(\delta \mathbf{\Omega}_L\right)_{\alpha} = \frac{\pi m^*}{2e^2} \sum_{\beta\gamma} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \left[ \mathbf{\Lambda} \boldsymbol{\sigma}^{(a)}(\omega_c) \mathbf{\Lambda}^T \right]_{\beta\gamma}$$
(1.30)

поправка к ларморовской частоте, вызванная циклотронным движением электронов, 
 *ϵ<sub>αβγ</sub>* — единичный антисимметричный тензор третьего ранга (символ Леви–Чивиты).

Из уравнения (1.28) следует, что прецессия полного спина электронов происходит с частотой  $\Omega_L + \delta \Omega_L$ . Поправка к ларморовской частоте  $\delta \Omega_L$  зависит от магнитного поля немонотонным образом: в малых магнитных полях она пропорциональна величине поля, достигает максимума при  $\omega_c \tau_1 \sim 1$  и затем уменьшается с дальнейшим увеличением магнитного поля. Может оказаться, что  $\Omega_L$  и  $\delta \Omega_L$ имеют противоположные знаки и компенсируют друг другу при определенной величине внешнего магнитного поля. Такая компенсация приведет к особенности в зависимости электронного спина от магнитного поля. Рассмотрим в качестве примера случай непрерывной генерации спина, центрального рассеяния электронов и магнитного поля, направленного вдоль нормали квантовой ямы с кристаллографической ориентацией (001). В такой системе тензор скоростей спиновой релаксации (1.29) является диагональным в системе координат (x, y, z). Прямые вычисления показывают, что компоненты установившейся спиновой плотности определяются выражениями:

$$S_{x} = \frac{\Gamma_{yy}(\omega_{c}) G_{x} - (\Omega_{L} + \delta\Omega_{L})G_{y}}{\Gamma_{xx}(\omega_{c}) \Gamma_{yy}(\omega_{c}) + (\Omega_{L} + \delta\Omega_{L})^{2}},$$

$$S_{y} = \frac{\Gamma_{xx}(\omega_{c}) G_{y} + (\Omega_{L} + \delta\Omega_{L})G_{x}}{\Gamma_{xx}(\omega_{c}) \Gamma_{yy}(\omega_{c}) + (\Omega_{L} + \delta\Omega_{L})^{2}},$$

$$S_{z} = \frac{G_{z}}{\Gamma_{zz}(\omega_{c})},$$
(1.31)

где тензор скоростей спиновой релаксации во внешнем магнитном поле выражается через тензор скоростей спиновой релаксации в отсутствие поля,  $\Gamma(\omega_c) = \Gamma(0)/[1 + (\omega_c \tau_1)^2]$ , а компоненты тезора  $\Gamma(0)$  даются выражениями:  $\Gamma_{xx}(0) = \tau_1(\Omega_R - \Omega_D)^2/2$ ,  $\Gamma_{yy}(0) = \tau_1(\Omega_R + \Omega_D)^2/2$ , и  $\Gamma_{zz}(0) = \Gamma_{xx}(0) + \Gamma_{yy}(0)$  [45]. Обусловленная циклотронным движением поправка к ларморовской частоте имеет вид

$$\delta\Omega_L = \frac{\tau_1(\Omega_R^2 - \Omega_D^2)}{2} \frac{\omega_c \tau_1}{1 + (\omega_c \tau_1)^2} \,. \tag{1.32}$$



Рис. 1.7: Зависимости компонент спина  $S_x$  и  $S_y$  от магнитного поля  $\boldsymbol{B} \parallel z$  в условиях непрерывной генерации спина  $\boldsymbol{G} \parallel x$ . Зависимости рассчитаны для спин-орбитального расщепления Рашбы,  $\Omega_R \tau_1 = 0.3$ , и отношений  $\Omega_L / \omega_c = -0.01$  (сплошные кривые) или  $\Omega_L / \omega_c = +0.01$  (штриховые кривые).

На рис. 1.7 показаны зависимости стационарных компонент спиновой плотности  $S_x$  и  $S_y$  при непрерывной генерации спина по оси x от магнитного поля  $B \parallel z$ , рассчитанные для спин-орбитального расщепления Рашбы ( $\Omega_R \neq 0$ ,  $\Omega_D = 0$ ) и  $\Omega_L/\omega_c = \pm 0.01$ . Такие соотношения ларморовской и циклотронной частот могут быть реализованы в структурах GaAs/AlGaAs [46]. Зависимости, построенные для  $\Omega_L/\omega_c = 0.01$  (штриховые кривые) имеют традиционный вид кривых Ханле: компонента  $S_x$  максимальна при B = 0 и монотонно уменьшается с ростом поля;  $S_y \propto B$  в малых полях, достигает максимума, а затем уменьшается. Зависимости же  $S_x$  и  $S_y$  от магнитного поля, вычисленные для  $\Omega_L/\omega_c = -0.01$  (сплошные кривые на рис. 1.7), имеют качественно другой характер. Компонента  $S_x$  достигает максимума в конечном магнитном поле, соответствующем  $\omega_c \tau_1 \approx 2$  для выбранных параметров. При примерно такой же величине поля компонента  $S_y$  меняет знак. Такое поведение обусловлено интерференцией вкладов  $\Omega_L$  и  $\delta\Omega_L$ , которые компенсируют друг друга в поле  $\omega_c \tau_1 \approx 2$ . Вблизи магнитного поля, соответствующего обнулению полной ларморовской частоты, зависимости  $S_x(B_z)$  и  $S_y(B_z)$  подобны традиционным кривым Ханле, см. рис. 1.7. При этом величина  $S_x$  превышает  $S_x(0)$ , что обусловлено замедлением спиновой релаксации циклотронным движением.

# 1.5 Спиновая динамика электронов в квантовых ямах (110)

Значительное внимание привлекают квантовые ямы, выращенные вдоль кристаллографического направления [110]. Это связано с тем, что в них эффективное магнитное поле Дрессельхауза, обусловленное отсутствием центра инверсии в объемном кристалле и ответственное за спиновую релаксацию в симметричных структурах, направлено по оси роста ямы и, соответственно, не вызывает релаксацию нормальной компоненты электронного спина [27]. Это приводит к рекордно длинным временам жизни спина свободных электронов в структурах (110), достигающим сотен наносекунд [28, 29].

Конечное время жизни нормальной компоненты спина в квантовых ямах (110) связывают с макроскопической асимметрией структуры или всегда имеющейся микроскопической асимметрией, обусловленной, например, флуктуациями распределения примесей [47] или доменной структурой. Структурная асимметрия приводит к однородному или флуктуирующему в пространстве спин-орбитальному расщеплению Рашбы. Эффективное магнитное поле, соответствующее расщеплению Рашбы, лежит в плоскости ямы и приводит к релаксации нормальной компоненты спина. Предыдущие исследования спиновой динамики в квантовых ямах (110) ограничивались случаем структур со слабым спин-орбитальным взаимодействием или низкой подвижностью, где имеет место столкновительный режим спиновой релаксации ( $\Omega_k \tau \ll 1$ ) [44, 48, 49]. В этом разделе построена теория спиновой релаксации, справедливая при произвольном соотношении между временем рассеяния электрона и периодом прецессии спина в эффективном спин-орбитальном магнитном поле.

#### 1.5.1 Спиновая релаксация в асимметричных структурах

Рассмотрим сначала асимметричные квантовые ямы (110) с пространственно однородным полем Рашбы. Линейное по волновому вектору электрона k спинорбитальное расщепление электронного спектра в таких структурах, имеющих точечную симметрию  $C_s$ , в общем случае описывается тремя линейно независимыми параметрами  $\beta_{xy} = \alpha_1$ ,  $\beta_{yx} = -\alpha_2$ , и  $\beta_{zx} = \beta$  [50], где  $x \parallel [1\bar{1}0]$  и  $y \parallel [00\bar{1}]$ – оси в плоскости ямы,  $z \parallel [110]$  – ось роста. Параметры  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  отличны от нуля только в асимметричных квантовых ямах, а параметр  $\beta$  связан с отсутствием центра инверсии в объемной структуре и описывает спин-орбитальное взаимодействие Дрессельхауза. Разница между  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  обусловлена одновременно кубической структурой кристалла и несимметричностью ямы [50] и поэтому обычно мала. Мы будем считать  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ . В этом приближении спин-орбитальное эффективное магнитное поле описывается ларморовской частотой

$$\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}} = \left(\Omega_R \frac{k_y}{k_F}, -\Omega_R \frac{k_x}{k_F}, \Omega_D \frac{k_x}{k_F}\right) , \qquad (1.33)$$

где  $k_F$  – волновой вектор Ферми,  $\Omega_R = 2\alpha k_F/\hbar$  и  $\Omega_D = 2\beta k_F/\hbar$  – частоты, соответствующие расщеплению Рашбы и максимальной величине расщепления Дрессельхауза на уровне Ферми. Частота  $\Omega_D$  может быть оценена как  $(\gamma/\hbar)\langle k_z^2\rangle$  [27], где  $\gamma$  — объемная константа спин-орбитального расщепления Дрессельхауза,  $\langle k_z^2\rangle \approx (\pi/d)^2$ , d – ширина квантовой ямы. Оценка дает  $\Omega_D \sim 10^{11} \,\mathrm{c}^{-1}$ ,  $2 \times 10^{11} \,\mathrm{c}^{-1}$ , и  $7 \times 10^{11} \,\mathrm{c}^{-1}$  при  $k_F = 10^6 \,\mathrm{cm}^{-1}$  для квантовых ям шириной  $d = 200 \,\mathrm{\AA}$ на основе GaAs ( $\gamma = 24 \,\mathrm{sB}\cdot\mathrm{\AA}^3$ ), InAs ( $\gamma = 42 \,\mathrm{sB}\cdot\mathrm{\AA}^3$ ), и GaSb ( $\gamma = 170 \,\mathrm{sB}\cdot\mathrm{\AA}^3$ ), соответственно, где константы  $\gamma$  были взяты из работы [51]. Величина расщепления Рашбы  $\Omega_R$  может меняться в широких пределах в зависимости от дизайна структуры и примерно равна  $2 \times 10^{11} \,\mathrm{c}^{-1}$  для GaAs квантовой ямы с указанными выше параметрами в электрическом поле  $10^5 \,\mathrm{B/cm}$ , направленном по нормали [50].

Рисунок 1.8 (а) показывает распределение частоты  $\Omega_k$  на круге Ферми. Это распределение сильно анизотропно. Вектор  $\Omega_k$  имеет как *z* компоненту, так и компоненту в плоскости структуры. Однако можно заметить, что вектора  $\Omega_k$ ,



Рис. 1.8: (а) Зависимость эффективной ларморовской частоты  $\Omega_k$  от волнового вектора k на круге Ферми. (b) Плоскость  $(x\tilde{z})$ , в которой лежит вектор  $\Omega_k$  при любом k. Прецессия спина электронов, изначально ориентированного по оси z, вокруг  $\Omega_k$  приводит к появлению y компоненты спина.

соответствующие всем возможным k, все лежат в некоторой плоскости  $(x\tilde{z})$ , см. Рис. 1.8 (b). Плоскость  $(x\tilde{z})$  получается из плоскости (xz) поворотом вокруг оси xна угол  $\theta = \arctan(\Omega_R/\Omega_D)$ .

#### Временная динамика спина

Плоскость, в которой лежат вектора  $\Omega_k$ , не содержит ось роста z и не перпендикулярна ей, что является следствием низкой симметрии квантовых ям (110). Это приводит к динамической связи компонент спина в плоскости ямы и по нормали к ней. На рис. 1.8 (b) показана прецессия электронных спинов, изначально ориентированных по оси z, в эффективном магнитном поле. В случае баллистического движения электронов динамика спина электронов с волновым вектором k дается формулой

$$\boldsymbol{s_k}(t) = \frac{\boldsymbol{\Omega_k} \cdot \boldsymbol{s}(0)}{\Omega_{\boldsymbol{k}}^2} \boldsymbol{\Omega_k} + \left[ \boldsymbol{s}(0) - \frac{\boldsymbol{\Omega_k} \cdot \boldsymbol{s}(0)}{\Omega_{\boldsymbol{k}}^2} \boldsymbol{\Omega_k} \right] \cos(\Omega_{\boldsymbol{k}} t) + \frac{\boldsymbol{\Omega_k} \times \boldsymbol{s}(0)}{\Omega_{\boldsymbol{k}}} \sin(\Omega_{\boldsymbol{k}} t) . \quad (1.34)$$

Эволюция полного спина  $S(t) = \sum_{k} s_{k}(t)$  получается суммированием распределения  $s_{k}(t)$  по всем волновым векторам k, лежащим на круге Ферми, что дает

$$S_{j}(t) = \sum_{j'} \left\langle \frac{\Omega_{\boldsymbol{k},j} \,\Omega_{\boldsymbol{k},j'}}{\Omega_{\boldsymbol{k}}^{2}} \right\rangle S_{j'}(0) + \sum_{j'} \left\langle \frac{\Omega_{\boldsymbol{k}}^{2} \,\delta_{jj'} - \Omega_{\boldsymbol{k},j} \,\Omega_{\boldsymbol{k},j'}}{\Omega_{\boldsymbol{k}}^{2}} \cos(\Omega_{\boldsymbol{k}} t) \right\rangle S_{j'}(0) \,, \quad (1.35)$$



Рис. 1.9: Динамика компонент полного спина S(t), ориентированного в начальный момент времени по оси z. Расчет проведен для  $\Omega_R = \Omega_D$  и различных величин параметра  $\Omega_D \tau$ . Пунктирные кривые построены по аналитическим формулам для баллистического режима,  $\tau = \infty$ , а штриховые – для столкновительного,  $\Omega_D \tau \ll 1$ .

где угловые скобки обозначают усреднение по направлениям k. Первое слагаемое в правой части уравнения (1.35) описывает среднюю проекцию спина электронов на направление эффективного магнитного поля и не зависит от времени. В квантовых ямах с ориентацией (110) это слагаемое присутствует, даже если электроны были изначально поляризованы по нормали. Это отличает такие структуры, например, от квантовых ям с ориентацией (001), где при  $S(0) \parallel z$  подобный вклад отсутствует, так как эффективное поле всегда лежит в плоскости ямы. Второе слагаемое в правой части уравнения (1.35) описывает спиновые осцилляции в эффективном спин-орбитальном поле.

Динамика компонент электронного спина в баллистическом режиме показана рис. 1.9 (a) и (b) пунктирными кривыми. Видно, что компоненты спина  $S_z$  и  $S_y$  оказываются динамически связанными: эволюция спинов электронов, направленных изначально по нормали структуры, приводит к появлению компоненты полного спина в плоскости ямы. Зависимость спина от времени имеет вид затухающих осцилляций. Аналитические выражения для зависимостей  $S_z(t)$  и  $S_y(t)$  на временах  $t \gtrsim 1/\Omega_k$ , полученные методом стационарной фазы, даются формулами

$$\frac{S_z(t)}{S_z(0)} \approx \left(1 - \frac{\Omega_R}{\Omega_{\Sigma}}\right) + \sqrt{\frac{2\Omega_R}{\pi\Omega_D^2 t}} \cos\left(\Omega_R t + \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{\frac{2\Omega_R^4}{\pi\Omega_D^2\Omega_{\Sigma}^3 t}} \cos\left(\Omega_{\Sigma} t - \frac{\pi}{4}\right), \quad (1.36)$$

$$\frac{S_y(t)}{S_z(0)} \approx -\left(1 - \frac{\Omega_R}{\Omega_{\Sigma}}\right) \frac{\Omega_R}{\Omega_D} + \sqrt{\frac{2\Omega_R^2}{\pi \Omega_{\Sigma}^3 t}} \cos\left(\Omega_{\Sigma} t - \frac{\pi}{4}\right),\tag{1.37}$$

где  $\Omega_{\Sigma} = \sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_D^2}$ . Полный спин осциллирует с частотами, соответствующими минимальной ( $\Omega_R$ ) и максимальной ( $\Omega_{\Sigma}$ ) величинам спин-орбитального расщепления на круге Ферми. При  $t \to \infty$  осцилляции затухают и спин выходит на стационарное значение.

Рассеяние электронов на дефектах или примесях приводит к изотропизации функции распределения спина в **k**-пространстве и подавлению спиновых осцилляций. В присутствии рассеяния динамика спина описывается кинетическим уравнением (1.4). Рассеяние будем предполагать изотропным и описывать интегралом столкновений (1.6). Сплошными кривыми на рис. 1.9 (a) и 1.9 (b) показана динамика компонент полного спина S(t) ориентированного при t = 0 вдоль оси z. Сравнивая различные кривые можно видеть, что наименьшее время жизни спина  $T \sim \tau$  достигается при  $\tau \sim 1/\Omega_k$ . Для типичных значений  $\Omega_k \sim 10^{11} \, c^{-1}$ , это соответствует  $\tau \sim 10$  пс, или подвижности  $3 \times 10^5 \, cm^2/(B \cdot c)$  для квантовых ям на основе GaAs. При больших,  $\tau > 1/\Omega_k$ , и при меньших,  $\tau < 1/\Omega_k$ , подвижностях электронов время жизни спина растет как  $T \propto \tau$  и  $T \propto 1/(\Omega_k^2 \tau)$  соответственно.

В столкновительном режиме, когда  $\Omega_R \tau$ ,  $\Omega_D \tau \ll 1$ , динамика полного спина описывается уравнением (1.20), где тензор скоростей спиновой релаксации Дьяконова–Переля  $\Gamma$  для квантовых ям (110), вычисленный по формуле (1.24), имеет вид [44]

$$\boldsymbol{\Gamma} = \frac{\tau}{2} \begin{bmatrix} \Omega_R^2 + \Omega_D^2 & 0 & 0\\ 0 & \Omega_R^2 + \Omega_D^2 & \Omega_R \Omega_D\\ 0 & \Omega_R \Omega_D & 2\Omega_R^2 \end{bmatrix}.$$
(1.38)

Решение уравнения (1.20) с G = 0 и начальным условием  $S(0) \parallel z$  приводит к биэкспоненциальным зависимостям компонент спина от времени:

$$S_{z}(t) = \frac{\Omega_{R}^{2} \exp(-\gamma_{\tilde{y}}t) + \Omega_{D}^{2} \exp(-\gamma_{\tilde{z}}t)}{\Omega_{R}^{2} + \Omega_{D}^{2}} S_{z}(0) ,$$
  

$$S_{y}(t) = \frac{\Omega_{R}\Omega_{D} \left[\exp(-\gamma_{\tilde{y}}t) - \exp(-\gamma_{\tilde{z}}t)\right]}{\Omega_{R}^{2} + \Omega_{D}^{2}} S_{z}(0) , \qquad (1.39)$$

где  $\gamma_{\tilde{y}} = (2\Omega_R^2 + \Omega_D^2)\tau/2$  и  $\gamma_{\tilde{z}} = \Omega_R^2 \tau/2$  – собственные значения тензора скоростей спиновой релаксации (1.38). Кривые, соответствующие формуле (1.39), построены пунктиром на рис. 1.9 и хорошо согласуются с численным расчетом при  $\Omega_R \tau, \Omega_D \tau \ll 1$ .

#### Стационарное фотовозбуждение

Помимо экспериментов по изучению динамики спина после импульсного фотовозбуждения, часто исследуется также стационарная спиновая поляризация в условиях непрерывного фотовозбуждения. В линейном по интенсивности накачки режиме связь между установившимся полным электронным спином S и скоростью генерации спина G имеет в самом общем случае вид

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{T}\boldsymbol{G} \,, \tag{1.40}$$

где **T** имеет смысл тензора времен жизни спина. Он может быть рассчитан путем решения системы линейных уравнений (1.8). Для эффективного спинорбитального поля, имеющего вид (1.33), тензор времен жизни спина принимает вид

$$T = \frac{\tau}{\sqrt{1 + \Omega_R^2 \tau^2} \sqrt{1 + \Omega_\Sigma^2 \tau^2} - 1}$$
(1.41)  
 
$$\times \begin{bmatrix} 1 + \frac{\Omega_R^2 (1 + \Omega_\Sigma^2 \tau^2)}{\Omega_\Sigma^2} & 0 & 0\\ 0 & 2 + \Omega_R^2 \tau^2 & -\frac{\Omega_D (1 + \Omega_R^2 \tau^2)}{\Omega_R}\\ 0 & -\frac{\Omega_D (1 + \Omega_R^2 \tau^2)}{\Omega_R} & \Omega_D^2 \tau^2 + \frac{\Omega_\Sigma^2}{\Omega_R^2} \end{bmatrix}.$$


Рис. 1.10: Зависимость компонент стационарного спина  $S_z$  и  $S_y$  от поля Дрессельхауза в условиях непрерывного фотовозбуждения электронов со спином, направленным по оси z. Сплошные кривые построены для различных значений параметра  $\Omega_R \tau$  и нормированы на величину  $G_z/(\Omega_R^2 \tau)$ , соответствующую  $S_z$  при  $\Omega_D = 0$ . Штриховые линии соответствуют столкновительному режиму,  $\Omega_R, \Omega_D \ll 1/\tau$ .

На рис. 1.10 построена зависимость компонент спина  $S_z$  и  $S_y$  в условиях стационарной генерации спина по оси z от поля Дрессельхауза. Кривые рассчитаны по формулам (1.40) и (1.41) для различных величин параметра  $\Omega_R \tau$ . Несмотря на то что поле Дрессельхауза направлено вдоль оси z, оно влияет на релаксацию нормальной компоненты спина, увеличивая компоненту спина  $S_z$  и приводя к появлению компоненты  $S_y$ . Проекция спина на ось роста  $S_z$  [рис. 1.10 (a)], определяемая компонентой  $T_{zz}$  тензора времен жизни спина, равняется  $1/(\Omega_R^2 \tau)$  при  $\Omega_D = 0$  и растет с увеличением поля Дрессельхауза как  $(\Omega_D/\Omega_R)\sqrt{1+\Omega_R^2 \tau^2}$  при  $\Omega_D \tau \gg 1$ . Такой рост времени жизни спина связан со стабилизирующим действием поля Дрессельхауза на нормальную компоненту спина. Компонента спина в плоскости структуры [рис. 1.10 (b)], определяемая величиной  $T_{yz}$ , немонотонно зависит от поля  $\Omega_D$ . Она линейно растет с полем Дрессельхауза как  $-\Omega_D(1+\Omega_R^2 \tau^2)/(\Omega_R^3 \tau)$  при малых  $\Omega_D$ , достигает максимума, равного  $-\tau(1+\Omega_R^2 \tau^2)^{3/2}/[\Omega_R^2 \tau^2 \sqrt{2+\Omega_R^2 \tau^2}]$ , при



Рис. 1.11: Зависимость компонент стационарного спина  $S_z$  и  $S_y$  от времени рассеяния  $\tau$  для случая непрерывного фотовозбуждения электронов со спином по оси z. Кривые построены для различных отношений  $\Omega_R/\Omega_D$ .

 $\Omega_D^* = \Omega_R \sqrt{(1 + \Omega_R^2 \tau^2)(2 + \Omega_R^2 \tau^2)}$ , затем спадает и насыщается на  $-(1 + \Omega_R^2 \tau^2)/\Omega_R$ при  $\Omega_D \tau \gg 1$ .

Зависимость компонент стационарного спина  $S_z$  и  $S_y$  от времени рассеяния  $\tau$  показана на рис. 1.11. В структурах с низкой подвижностью электронов спиновая поляризация уменьшается с ростом  $\tau$ , в соответствии с теорией Дьяконова–Переля для столкновительного режима. В этом режиме компоненты спина определяются формулами  $T_{zz} \approx (\Omega_R^2 + \Omega_D^2) / [\Omega_R^2 (\Omega_R^2 + \Omega_D^2/2) \tau]$  и  $T_{yz} \approx -\Omega_D / [\Omega_R (\Omega_R^2 + \Omega_D^2/2) \tau]$ . При дальнейшем увеличении времени рассеяния спиновая поляризация достигает минимума, а затем начинает расти с  $\tau$ . Такое поведение связано с переходом из столкновительного в осцилляционный режим спиновой динамики, см. рис. 1.9. В осцилляционном режиме величины  $T_{zz}$  и  $T_{yz}$  даются формулами  $\Omega_D^2 \tau / (\Omega_R \sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_D^2})$  и  $-\Omega_D \tau / \sqrt{\Omega_R^2 + \Omega_D^2}$  соответственно. Немонотонная зависимость  $S_z(\tau)$  является следствием низкой симметрии квантовых ям (110); она отсутствует в структурах (001), где  $S_z \propto 1/\tau$  как в столкновительном, так и в осцилляционном режиме [52].

#### Влияние внешнего магнитного поля на спиновую динамику

Экспериментально спиновую динамику электронного газа удобно изучать, прикладывая к системе внешнее магнитное поле. Чтобы выяснить особенности спиновой динамики в низкосимметричных структурах, группой экспериментаторов из Университета Тулузы (Франция) были проведены эксперименты в квантовых ямах кристаллографических ориентаций (001) и (110) во внешнем магнитном поле, приложенном вдоль оси роста [A4]. Ямы имели одинаковый химический состав GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As и одинаковую ширину 8 нм. В структуре, выращенной в плоскости (110), на расстоянии 15 нм от интерфейса со стороны подложки располагался легирующий  $\delta$ -слой с концентрацией доноров  $N_d = 8 \times 10^{11}$  см<sup>-2</sup>. Измерение временной зависимости спиновой поляризации электронного газа проводилось методом накачка-зондирование при температуре T = 150 К. Сравнение спиновой динамики в этих двух структурах позволило выявить характерные особенности, присущие низкосимметричным структурам (110) и отсутствующие в высокосимметричных структурах (001).

В общем случае магнитное поле приводит к двум эффектам, влияющим на спиновую динамику. Во-первых, оно вызывает ларморовскую прецессию спина электронов вокруг направления магнитного поля. Во-вторых, магнитное поле приводит к циклотронному движению носителей, которое, в свою очередь, вызывает более частое изменение волнового вектора электрона, подавляя тем самым спиновую релаксацию по механизму Дьяконова–Переля [42]. Параметрам имеющегося эксперимента соответствует столкновительный режим спиновой динамики. В этом случае релаксация полного электронного спина дается уравнением (1.28), где  $\Gamma(\omega_c) = \langle \Gamma(0)/(1 + \omega_c^2 \tau^2) \rangle$  – тензор скоростей спиновой релаксации с учетом ее замедления циклотронном движением,  $\Gamma(0)$  для квантовых ям (110) дается формулой (1.38), а угловые скобки обозначают усреднение  $\langle A \rangle = \int A \partial (f_{\varepsilon}/\partial \varepsilon) d^2 k / \int (\partial f_{\varepsilon}/\partial \varepsilon) d^2 k$  с функцией распределения электронов  $f_{\varepsilon}$ .



Рис. 1.12: Зависимость эффективного магнитного поля от волнового вектора k в (a) симметричной квантовой яме (001) и (b) асимметричной яме (110). В ямах (001) эффективное магнитное поле лежит в плоскости структуры, а собственными осями спиновой релаксации являются оси  $x \parallel [1\overline{10}], y \parallel [110]$  и  $z \parallel [001]$ . В структурах (110) эффективное магнитное поле лежит в плоскости  $(x\tilde{z})$ , а собственными осями спиновой релаксации являются оси  $x, \tilde{y}$  и  $\tilde{z}$ .

Циклотронная поправка к ларморовской частоте имеет вид

$$\delta \mathbf{\Omega} = -\frac{1}{2} \left\langle \frac{\omega_c \tau^2}{1 + \omega_c^2 \tau^2} \, \mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}} \times \frac{\partial \mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}}}{\partial \varphi_{\mathbf{k}}} \right\rangle \,, \tag{1.42}$$

где  $\varphi_{\boldsymbol{k}}$  – угол волнового вектора электрона в плоскости ямы.

Рассмотрим вначале влияние внешнего магнитного поля на спиновую динамику в симметричной квантовой яме (001). Поле Дрессельхауза в такой структуре имеет вид

$$\mathbf{\Omega}_{k} = \frac{2\gamma}{\hbar} \left\langle k_{z}^{2} \right\rangle \left( k_{x}, -k_{y}, 0 \right), \qquad (1.43)$$

где  $\gamma$  – объемная константа Дрессельхауза, x, y, z – кубические оси, см. puc. 1.12 (a). Ось роста z является собственной осью тензора скоростей спиновой релаксации и тензора g-факторов. Следовательно, при приложении магнитного вдоль оси z, спин, ориентированный в начальный момент времени по оси z, сохраняет свою ориентацию, а влияние магнитного поля заключается лишь в циклотронном подавлении спиновой релаксации. Спиновая поляризация затухает экспоненциально со временем [42]

$$T_z(B_z) = T_z(0) \left(1 + \omega_c^2 \tau^2\right), \tag{1.44}$$



Рис. 1.13: (a) Экспериментальная зависимость сигнала керровского вращения от времени в симметричной квантовой яме (001) при различных величинах магнитного поля [A4]. (b) Рассчитанные теоретические зависимости.

где

$$\frac{1}{T_z(0)} = \frac{8m_e\gamma^2 \langle k_z^2 \rangle^2 \tau}{\hbar^4} k_B T \,, \tag{1.45}$$

Экспериментально измеренная зависимость спиновой поляризации электронов от времени в квантовой яме (001) построена на рис. 1.13 (a) [A4]. Время жизни спина, определенное из этих временных зависимостей по формуле

$$T_z = \int_0^\infty S_z(t) \, dt \ / \ S_z(0) \,, \tag{1.46}$$

показано на рис. 1.14 белыми кружками. Данные экспериментальные точки были сопоставлены с аналитической формулой (1.44), при этом  $\langle k_z^2 \rangle = 4.3 \times 10^{-4} \text{ Å}^{-2}$ было взято из расчета основного состояния в квантовой яме шириной 8 нм, а константа  $\gamma = 11 \text{ >B} \cdot \text{Å}^3$  — из измерений, проведенных в работе [53]. Подгонка с единственным свободным параметром  $\tau$  хорошо описывает экспериментальные данные и дает значение  $\tau = 0.25$  пс. Построенные с использованием этого значения теоретические временные зависимости спина также хорошо согласуются с экспериментом, см. рис. 1.13 (а) и (b).

Рассмотрим теперь спиновую динамику в асимметричных квантовых ямах, выращенных вдоль направления (110). В таких структурах, ось роста z не является



Рис. 1.14: Зависимость времени жизни спина от внешнего магнитного поля, определенная по формуле (1.46). Белые кружки соответствуют экспериментальным данным для симметричной квантовой ямы (001), а черные квадраты – для асимметричной ямы (110). Сплошные кривые демонстрируют подгонку данных теорией.

собственной осью тензора g-факторов и тензора скоростей спиновой релаксации, что приводит к динамической связи компонент спина в плоскости ямы и по нормали к ней. Созданный путем оптической ориентации электронный спин изначально направлен по нормали структуры z. Его можно разложить по проекциям на собственные оси тензора скоростей спиновой релаксации  $\tilde{z}$  и  $\tilde{y}$ . В нулевом внешнем магнитном поле компоненты спина  $S_{\tilde{z}}$  и  $S_{\tilde{y}}$  затухают с разными скоростями: компонента  $S_{\tilde{y}}$ , перпендикулярная плоскости векторов  $\Omega_k$ , затухает быстрее, и со временем остается лишь компонента  $S_{\tilde{z}}$ , лежащая в этой плоскости и затухающая медленнее, см. рис. 1.12 (b). Внешнее магнитное поле, приложенное по оси z, отклоняет электронный спин от соответствующей длинному времени жизни оси  $\tilde{z}$ , ускоряя тем самым его релаксацию. При больших же величинах магнитного поля имеет место замедление спиновой релаксации за счет циклотронного эффекта, как и в квантовых ямах (001). Таким образом конкуренция циклотронного и ларморовского эффектов может приводить к немонотонной зависимости времени жизни электронного спина от величины внешнего магнитного поля.

Экспериментально измеренная динамика нормальной компоненты спина в несимметричных квантовых ямах (110) в магнитных полях различной величи-



Рис. 1.15: (a) Экспериментальная зависимость сигнала керровского вращения от времени в несимметричной квантовой яме (110) при различных величинах магнитного поля [A4]. (b) Рассчитанные теоретические зависимости.

ны показана на рис. 1.15 (а). Можно видеть, что релаксация неэкспоненциальная: например, имеется такой момент времени, выделенный на графике прямоугольником, где пересекаются сразу несколько кривых, соответствующих различным магнитным полям. Зависимость времени жизни спина, рассчитанная из экспериментальных данных по формуле (1.46), представлена черными точками на рис. 1.14. Эта зависимость, в отличие от случая квантовых ям (001), непараболична. Экспериментальные точки были подогнаны теоретической кривой, полученной путем решения кинетического уравнения для полного спина (1.26). При этом было использовано то же значение объемного параметра Дрессельхауза, что и в расчетах для ям (001),  $\gamma = 11 \text{ мэВ} \cdot \text{Å}^2$ , значение диагональной компоненты g-фактора было взято равным  $g_{zz} = -0.2$  из работ [54, 55, 56]. Наилучшее соответствие с экспериментом было достигнуто при следующих значениях подгоночных параметров: константа Рашбы  $\alpha = 3.1 \,\mathrm{msB}\cdot\mathrm{\AA}$ , недиагональная компонента g-фактора  $g_{yz}=0.06,$  время рассеяния  $au=0.33\,\mathrm{nc}.$  Заметим, что полученному значению константы Рашбы, используя формулу  $\alpha = r_{41}E$  и рассчитанный в [50] коэффициент  $r_{41} = 6 e \cdot \text{Å}^2$ , можно сопоставить встроенное электрическое поле E = 52 kB/cm, совпадающее с электрическим полем  $E = 2\pi e N_d / \varepsilon$ , создаваемым слоем заряженных примесей концентрацией  $N_d = 8 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ , при  $\varepsilon = 13$ . Используя полученные из подгонки параметры, были теоретически рассчитаны представленные на рис. 1.15 (b) зависимости спина от времени. Кривые хорошо согласуются с экспериментальными зависимостями, воспроизводя такие их основные особенности, как неэкспоненциальность, присутствие осцилляций, наличие особой точки, выделенной прямоугольником. В экспериментальных кривых осцилляции выражены слабее, возможно, из-за неоднородности *g*-фактора электрона в плоскости квантовой ямы.

## 1.5.2 Спиновая релаксация в номинально симметричных структурах

Наибольшее время жизни спина достигается в макроскопически симметричных квантовых ямах (110). В таких системах поле Рашбы возникает из-за доменной структуры или флуктуаций распределения заряженных примесей в легирующих слоях и в среднем равно нулю [47, 57]. Полная ларморовская частота  $\Omega_{k}$  определяется суммой постоянного вклада Дрессельхауза  $\Omega_{D,k} = \Omega_{D}(0,0,k_{x}/k_{F})$  и флуктуирующего в пространстве вклада Рашбы  $\Omega_{R,k}(\rho) = \Omega_{R}(\rho)(k_{y}/k_{F}, -k_{x}/k_{F}, 0)$ , где  $\rho$ – координата в плоскости ямы. Обычно флуктуации малы, поэтому в дальнейшем будем считать, что  $|\Omega_{R}(\rho)| \ll |\Omega_{D}|, 1/\tau$ .

В процессе релаксации спина электрон двигается по структуре и на его спин действуют поля Рашбы различной величины и знака. Характерное время изменения поля Рашбы, действующего на отдельно взятый электрон,  $\tau_c$  (время корреляции) определяется размером домена и подвижностью электронов. В зависимости от соотношения между  $\tau_c$  и другими характерными временами задачи можно выделить несколько режимов спиновой динамики ансамбля электронов, ориентированных в начальный момент по нормали структуры.

(i) Случай больших доменов,  $\tau_c \gg 1/(\Omega_R^2 \tau) \gg 1/(\Omega_D^2 \tau)$ ,  $\tau$ . Спиновая релаксация происходит в различных доменах независимо. Динамика спина внутри одного домена описывается уравнением (1.4) с начальным условием  $s_k(0) \parallel z$ . При  $\Omega_R/\Omega_D \ll 1$ , ось  $\tilde{z}$  почти совпадает с осью z, см. рис. 3.3 (b). Возникающая в процессе релаксации компонента спина в плоскости мала, а нормальная компонента спина затухает экспоненциально:

$$S_z(t) = S_z(0) \exp(-\gamma_{\tilde{z}} t),$$
 (1.47)

где

$$\gamma_{\tilde{z}} = \frac{\Omega_R^2(\boldsymbol{\rho})\tau}{1 + \sqrt{1 + \Omega_D^2 \tau^2}} \,. \tag{1.48}$$

Полная усредненная по всем доменам спиновая поляризация дается формулой

$$\overline{S_z(t)} = \int_{-\infty}^{\infty} S_z(t) w(\Omega_R) \, d\Omega_R \,, \qquad (1.49)$$

где  $w(\Omega_R)$  – функция распределения полей Рашбы. Наличие различных скоростей спиновой релаксации  $\gamma_{\tilde{z}}$  в различных доменах приводит к неэкспоненциальной зависимости полного спина от времени. Конкретный вид  $\overline{S_z(t)}$  определяется функцией распределения поля Рашбы. Для случая гауссового распределения  $w(\Omega_R) = 1/\sqrt{2\pi \overline{\Omega_R^2}} \exp\left(-\Omega_R^2/2\overline{\Omega_R^2}\right)$  он дается формулой

$$\overline{S_z(t)} = \left(1 + \frac{2\overline{\Omega_R^2}\tau t}{1 + \sqrt{1 + \Omega_D^2}\tau^2}\right)^{-1/2} S_z(0) .$$
(1.50)

На больших временах ( $t \gg 1/\overline{\gamma_{\tilde{z}}}$ , но  $t \ll \tau_c$ ), полный спин системы определяется доменами с наиболее слабым полем Рашбы. Независимо от конкретного вида  $w(\Omega_R)$  имеет место степенная асимптотика

$$\overline{S_z(t)} = w(0) \left[ \frac{\pi (1 + \sqrt{1 + \Omega_D^2 \tau^2})}{\tau t} \right]^{1/2} S_z(0) .$$
(1.51)

Наличие поля Дрессельхауза приводит к замедлению спиновой релаксации в каждом из доменов и, следовательно, к увеличению полного спина.

(ii)  $1/(\Omega_R^2 \tau) \gg \tau_c \gg 1/(\Omega_D^2 \tau)$ ,  $\tau$ . Спиновая релаксация происходит в каждом домене с соответствующей ему скоростью  $\gamma_{\tilde{z}}$ . Однако, электрон часто переходит из одного домена в другой. Динамика полного спина экспоненциальна,

$$\overline{S_z(t)} = S_z(0) \exp(-\overline{\gamma_z}t) , \qquad (1.52)$$

и описывается усредненной по доменам скоростью спиновой релаксации

$$\overline{\gamma_{\tilde{z}}} = \frac{\overline{\Omega_R^2(\boldsymbol{\rho})}\tau}{1 + \sqrt{1 + \Omega_D^2 \tau^2}} \,. \tag{1.53}$$

(ііі) Маленькие домены,  $1/(\Omega_R^2 \tau), 1/(\Omega_D^2 \tau) \gg \tau_c \gg \tau$ . В этом режиме частота перехода электрона из домена в домен больше, чем  $\gamma_{\tilde{z}}$  и  $\gamma_{\tilde{y}}$ . Компонента спина в плоскости ямы не появляется из-за частой смены поля Рашбы. Нормальная компонента полного спина затухает со скоростью

$$\overline{\Gamma}_{zz} = \overline{\Omega_R^2(\boldsymbol{\rho})} \,\tau \,, \tag{1.54}$$

не зависящей от поля Дрессельхауза. Скорость спиновой релаксации (1.54) в два раза больше скорости (1.53) даже при  $\Omega_D \tau < 1$ .

(iv)  $1/(\Omega_R^2 \tau) \gg \tau \gg \tau_c$ . Время корреляции поля Рашбы короче времени рассеяния и дефазировка электронных спинов происходит в режиме баллистического транспорта. Такой случай реализуется в высокоподвижных квантовых ямах, где флуктуирующее поле Рашбы возникает вследствие электрического поля заряженных примесей в легирующих слоях [47, 49]. В баллистическом режиме динамика спина электрона с волновым вектором k описывается уравнением

$$\frac{d\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}}}{dt} + \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} \times [\boldsymbol{\Omega}_{D,\boldsymbol{k}} + \boldsymbol{\Omega}_{R,\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{\rho}_0 + \boldsymbol{v}t)] = 0, \qquad (1.55)$$

где  $\rho_0$  – начальная координата электрона,  $\boldsymbol{v} = v_F(\boldsymbol{k}/k), v_F$  – скорость Ферми. Уравнение (1.55) удобно решать, перейдя в систему координат, вращающуюся вокруг оси z с частотой  $\Omega_{D,\boldsymbol{k}}$ . Это соответствует замене  $\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{k}} \, \tilde{\boldsymbol{s}}_{\boldsymbol{k}}$  и  $\Omega_{R,\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{k}} \, \tilde{\boldsymbol{\Omega}}_{R,\boldsymbol{k}}$ , где  $\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{k}}$  – матрица поворота:

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{k}} = \begin{bmatrix} \cos[\Omega_D t(k_x/k_F)] & -\sin[\Omega_D t(k_x/k_F)] & 0\\ \sin[\Omega_D t(k_x/k_F)] & \cos[\Omega_D t(k_x/k_F)] & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Произведя подстановку получаем уравнение  $d\tilde{s}_{k}/dt + \tilde{s}_{k} \times \tilde{\Omega}_{R,k}(\rho_{0} + vt) = 0$ . Учитывая, что поле Рашбы лежит в плоскости ямы, и  $\Omega_{R}(\rho)\tau_{c} \ll 1$ , скорость релаксации



Рис. 1.16: Скорость релаксации нормальной компоненты спина в квантовых ямах (110) с пространственно флуктуирующим полем Рашбы. В режимах (ii), (iii) и (iv) скорость спиновой релаксации дается выражениями (1.53), (1.54) и (1.60) соответственно. В режиме (i) динамика полного спина неэкспоненциальна и описывается уравнениями (1.49) и (1.50).

*z* компоненты спина принимает вид

$$\overline{\Gamma}_{zz}(\boldsymbol{k}) = \int_{0}^{\infty} \overline{\widetilde{\Omega}_{R,\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{\rho}_{0} + \boldsymbol{v}t) \cdot \widetilde{\Omega}_{R,\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{\rho}_{0})} dt \qquad (1.56)$$
$$= \int_{0}^{\infty} \overline{\Omega_{R}(\boldsymbol{\rho}_{0} + \boldsymbol{v}t) \Omega_{R}(\boldsymbol{\rho}_{0})} \cos[\Omega_{D}t(k_{x}/k_{F})] dt ,$$

где черта обозначает усреднение по начальной координате электрона.

Пространственная корреляционная функция поля Рашбы, вызванного кулоновскими примесями, случайно расположенными в легирующих  $\delta$ -слоях на расстоянии  $z_d$  над и под квантовой ямой, описывается формулой [47]

$$\overline{\Omega_R(\boldsymbol{\rho})\,\Omega_R(\boldsymbol{\rho}')} = \frac{\overline{\Omega_R^2(\boldsymbol{\rho})}(2z_d)^3}{[(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')^2 + (2z_d)^2]^{3/2}}\,.$$
(1.57)

Подставляя (1.57) в (1.56) получаем

$$\overline{\Gamma}_{zz}(\boldsymbol{k}) = \overline{\Omega_R^2(\boldsymbol{\rho})} \,\Omega_D \tau_c^2(k_x/k_F) K_1[\Omega_D \tau_c(k_x/k_F)] \,, \tag{1.58}$$

где  $\tau_c$  определено как

$$\tau_c = \frac{\int_0^\infty \overline{\Omega_R(\boldsymbol{\rho}_0 + \boldsymbol{v}t) \,\Omega_R(\boldsymbol{\rho}_0)} \,dt}{\overline{\Omega_R^2(\boldsymbol{\rho}_0)}} = \frac{2z_d}{v_F} \,, \tag{1.59}$$

а  $K_1$  – модифицированная функция Бесселя второго рода. Корреляционное время  $\tau_c$  примерно равно 0.5 пс для квантовых ям из GaAs с электронной концентрацией  $2 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и расстоянием до легирующих слоев  $z_d = 500 \text{ Å}$ . При  $\Omega_D \tau_c \ll 1$ , скорость  $\overline{\Gamma}_{zz}(\mathbf{k})$  равна  $\overline{\Omega_R^2(\mathbf{\rho})} \tau_c$ .

Скорость релаксации полного спина получается усреднением  $\overline{\Gamma}_{zz}(\mathbf{k})$  по направлениям волнового вектора электрона, что дает

$$\langle \overline{\Gamma}_{zz}(\boldsymbol{k}) \rangle = \overline{\Omega_R^2(\boldsymbol{\rho})} \tau_c \,\xi [I_0(\xi) K_1(\xi) - I_1(\xi) K_0(\xi)] \,, \tag{1.60}$$

где  $I_{\nu}$  – модифицированная функция Бесселя первого рода,  $\xi = \Omega_D \tau_c/2$ . Скорость спиновой релаксации равна  $\overline{\Omega_R^2(\rho)}\tau_c$  (см. [47]) и  $\overline{\Omega_R^2(\rho)}/\Omega_D$  в предельных случаях слабого ( $\Omega_D \tau_c \ll 1$ ) и сильного ( $\Omega_D \tau_c \gg 1$ ) поля Дрессельхауза соответственно.

Скорости спиновой релаксации в различных режимах обобщены на рис. 1.16. Во всех режимах сильное поле Дрессельхауза увеличивает время жизни электронного спина.

#### 1.6 Краткие итоги

- Показано, что в квантовых ямах с сильным спин-орбитальным взаимодействием зависимость спина от магнитного поля описывается немонотонными кривыми Ханле. Наибольшее значение спиновой поляризации достигается во внешнем магнитном поле, совпадающем по величине с полем спинорбитального взаимодействия. Продемонстрировано, что в несимметричных квантовых ямах вид кривых Ханле может зависеть от направления приложенного магнитного поля.
- Исследована спиновая релаксация электронов в двумерных системах с анизотропным рассеянием. В столкновительном режиме тензор скоростей спиновой релаксации определяется тензором проводимости. Наибольшее время жизни электронного спина в квантовых ямах (001) с анизотропной проводимостью достигается в асимметричных структурах.

- Разработана микроскопическая теория спиновой релаксации электронов в асимметричных квантовых ямах (110) с однородным полем Рашбы и номинально симметричных ямах с пространственно флуктуирующим полем Рашбы. Показано, что поле Дрессельхауза приводит к замедлению спиновой релаксации и увеличению полного электронного спина в условиях стационарного фотовозбуждения.
- В асимметричных квантовых ямах (110) время жизни спина немонотонно зависит от подвижности электронов: наиболее быстро спин релаксирует в структурах, где время рассеяния электронов сравнимо с периодом прецессии спина в эффективном магнитном поле. Во внешнем магнитном поле, направленном по оси роста структуры, релаксация спина неэкспоненциальна.

## Глава 2

## Пространственные корреляции спиновой плотности в двумерном электронном газе

#### 2.1 Введение. Обзор литературы.

Изучение спиновых свойств полупроводниковых наноструктур обычно связано с выведением системы из состояния термодинамического равновесия. Например, в методе «накачка–зондирование» создание неравновесной спиновой поляризации связано с оптическим возбуждением поляризованных по спину носителей и неизбежно сопровождается передачей дополнительной энергии изучаемой системе. Это может приводить к искажению спиновых свойств системы и появлению дополнительных механизмов спиновой релаксации. Данных трудностей можно избежать, если вместо динамики неравновесного электронного спина изучать флуктуации спиновой поляризации в состоянии термодинамического равновесия.

Тепловые и квантовые флуктуации наблюдаемых величин являются примером того, что случайные процессы присущи всем физическим системам. С открытием случайного движения частиц Р. Броуном и последовавшими теоретическими работами А. Эйнштейна [58] и М. Смолуховского [59] исследование флуктуаций заняло важное место в статистической физике и физической кинетике. Между корреляционной функцией флуктуирующей величины и функцией отклика этой величины имеет место фундаментальное соотношение, доказанное Г. Калленом и Т. Вельтоном [8]. Оно позволяет получать информацию о функциях отклика не выводя систему из термодинамического равновесия, а лишь изучая корреляции соответствующих флуктуирующих величин. Частным случаем флуктуационнодиссипационной теоремы является соотношение Эйнштейна, позволяющее определить проводимость по коэффициенту диффузии, описывающему броуновское движение электронов.

Так называемые слабовозмущающие методы изучения спиновых свойств наноструктур, основанные на исследовании флуктуаций спина в состоянии, близком к термодинамическому равновесию, активно развиваются в настоящее время [6, 7]. Первое измерение спинового шума было проведено для паров атомов натрия Е.Б. Александровым и В.С. Запасским в 1981 г. [60]. Современная техника оптической спектроскопии позволяет измерять флуктуации спинов электронов как в атомных системах [61], так и в полупроводниковых структурах, включая объемные материалы [62], квантовые ямы [63], квантовые проволоки [64] и квантовые точки [65]. Спектроскопия спиновых шумов становится в настоящее время мощным инструментом изучения спиновых свойств, позволяющим получать информацию о *g*-факторах и о временах спиновой релаксации.

Исследование спинового шума в полупроводниках ограничивалось ранее рассмотрением эволюции спиновых флуктуаций во времени (или изучением спектральной плотности флуктуаций). Однако, уже в первых экспериментах по спектроскопии спиновых шумов в электронном газе было установлено, что динамика спиновых флуктуаций чувствительна к пространственным размерам зондируемой области образца, так как сильное влияние на нее оказывает диффузия электронов [63]. Анализ показывает, что временные и пространственные корреляции спиновых флуктуаций, возникающих в электронном газе, связаны из-за броуновского движения электронов и спин-орбитального взаимодействия. Таким образом, последовательное описание спинового шума в электронном газе должно быть пространственно-временным.

В данной главе развита теория распространения спиновых флуктуаций в двумерном электронном газе. Рассчитаны пространственно-временные корреляционные функции спиновой плотности в диффузионном и баллистическом режимах. Показано, что корреляционные функции содержат информацию о параметрах спин-орбитального взаимодействия и спинового транспорта. Установлено, что корреляции спиновых флуктуаций резко возрастают в режиме устойчивой спиновой спирали (persistent spin helix) [66]. Поскольку измерение электронной спиновой плотности с высокими пространственным и временным разрешениями экспериментально осуществимы уже в настоящее время [53], теория спиновых флуктуаций может заложить основу нового слабо возмущающего метода изучения спиновых волн и процессов спиновой диффузии.

#### 2.2 Микроскопическая модель

Предполагаемый эксперимент по измерению пространственных корреляций спиновых флуктуаций представлен на рис. 2.1. Двумерный электронный газ в квантовой яме находится в тепловом равновесии. Газ в среднем не поляризован, но спиновая плотность постоянно флуктуирует. Спиновые флуктуации распространяются в плоскости квантовой ямы из-за броуновского движения электронов и прецессируют вокруг эффективного магнитного поля, вызванного спин-орбитальным взаимодействием. Частота прецессии спина  $\Omega_k$  линейно зависит от волнового вектора электрона k, что приводит к связи между траекторией электрона в реальном пространстве и углом поворота спина. Таким образом, броуновское движение электронов приводит к корреляции между спиновыми плотностями в точках  $r_1$  и  $r_2$ . Эта корреляция может быть положительной или отрицательной, в зависимости от среднего угла, на который поворачивается спин электрона при распространении из  $r_2$  в  $r_1$ . Угол, в свою очередь, определяется расстоянием между точками детектирования  $r = r_1 - r_2$  и величиной спин-орбитального взаимодействия.



Рис. 2.1: Схема возможного эксперимента по измерению пространственных корреляций флуктуаций спиновой плотности в квантовой яме.

Математически спиновые флуктуации можно описать с помощью корреляционных функций компонент спиновой плотности  $S(r_1, t_1)$  и  $S(r_2, t_2)$  в различных точках образца. Для систем однородных в пространстве и времени корреляционные функции зависят от разницы времен и координат,

$$K_{\alpha\beta}(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2, t_1 - t_2) = \left\langle \left\{ \hat{S}_{\alpha}(\boldsymbol{r}_1, t_1), \hat{S}_{\beta}(\boldsymbol{r}_2, t_2) \right\} \right\rangle .$$
(2.1)

Здесь  $\hat{S}_{\alpha}(\mathbf{r}_1, t_1) = \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}_1, t_1)\sigma_{\alpha}\hat{\psi}(\mathbf{r}_1, t_1)$  – оператор спиновой плотности,  $\hat{\psi}(\mathbf{r}_1, t_1)$  – полевой оператор электронов,  $\sigma_{\alpha}$  – матрицы Паули,  $\{A, B\} = (AB + BA)/2$  – симметризованное произведение двух операторов, а угловые скобки обозначают усреднение с матрицей плотности, соответствующей термодинамическому равновесию. Корреляционные функции удовлетворяют соотношениям  $K_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t) = K^*_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t)$ ,  $K_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t) = K_{\beta\alpha}(-\mathbf{r}, -t)$  и  $K_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, t) = K_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, -t)$ ; последнее из них вызвано симметрией к инверсии времени, имеющей место в отсутствие внешнего магнитного поля.

Спиновые корреляционные функции могут быть вычислены с помощью флуктуационно-диссипационной теоремы [8], которая связывает Фурье компоненту спинового коррелятора  $K_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) = \int \int K_{\alpha\beta}(\boldsymbol{r},t) e^{i\omega t - i\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{r}} dt d\boldsymbol{r}$  с Фурье компонентой спиновой восприимчивости  $\chi_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega)$ :

$$K_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) = \frac{\chi_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) - \chi^*_{\beta\alpha}(\boldsymbol{q},\omega)}{2i\hbar} \coth\frac{\hbar\omega}{2T}, \qquad (2.2)$$



Рис. 2.2: Диаграммы, соответствующие ряду для спиновой восприимчивости, уравнение (2.5).

где T – температура. Восприимчивость  $\chi_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega)$  определяется как коэффициент, описывающий отклик спиновой плотности  $S_{\alpha}(\boldsymbol{q},\omega) = \chi_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega)F_{\beta}(\boldsymbol{q},\omega)$  на поле  $F_{\beta}(\boldsymbol{q},\omega)$ , действие которого на систему описывается возмущением  $\delta \hat{H} = -\int \hat{\boldsymbol{S}}(\boldsymbol{r},t) \cdot \boldsymbol{F}(\boldsymbol{r},t) d\boldsymbol{r}.$ 

Электроны в квантовой яме описываются гамильтонианом

$$H = H_0(\hat{\boldsymbol{k}}) + V(\boldsymbol{r}), \qquad (2.3)$$

где  $H_0(\hat{k})$  — гамильтониан (1.1), внешнее магнитное поле будем считать равным нулю,  $V(\mathbf{r})$  – случайный потенциал рассеивающих примесей. Электронный газ предполагается вырожденным,  $\hbar/\tau$ ,  $\hbar\Omega_{k_F} \ll \varepsilon_F$ , где  $\tau$  – время релаксации при рассеянии на примесях,  $\varepsilon_F$  и  $k_F$  – энергия и волновой вектор Ферми. Восприимчивость  $\chi_{\alpha\beta}(\mathbf{q},\omega)$  может быть выражена через запаздывающие и опережающие функции Грина  $G_{\varepsilon}^{R,A}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ :

$$\chi_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) = \frac{m^*}{4\pi\hbar^2} \delta_{\alpha\beta} + \frac{\mathrm{i}}{4} \int_0^{\hbar\omega} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \int d\boldsymbol{r} \int d\boldsymbol{r}' \operatorname{Tr} \left\langle \sigma_\alpha G_\varepsilon^R(\boldsymbol{r},\boldsymbol{r}') \sigma_\beta G_{\varepsilon-\hbar\omega}^A(\boldsymbol{r}',\boldsymbol{r}) \right\rangle \mathrm{e}^{\mathrm{i}\boldsymbol{q}(\boldsymbol{r}'-\boldsymbol{r})}.$$
(2.4)

Здесь угловые скобки обозначают усреднение по случайному потенциалу и предполагается, что  $q \ll k_F$  и  $\hbar \omega \ll \varepsilon_F$ .

Усреднение по беспорядку приводит к сумме лестничных диаграмм, изображенных на рис. 2.2. Для случая короткодействующего потенциала,  $\langle V({m r})V({m r}')
angle = V_0^2\delta({m r}-{m r}'),$  соответствующий ряд имеет вид

$$\chi_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) = \frac{m^* \delta_{\alpha\beta}}{4\pi\hbar^2} + \frac{\mathrm{i}}{4} \int_0^{\hbar\omega} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \mathrm{Tr} \left[ \sum_{\boldsymbol{k}} \sigma_\alpha G^R_{\boldsymbol{k},\varepsilon} \sigma_\beta G^A_{\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q},\varepsilon-\hbar\omega} + V_0^2 \sum_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'} \sigma_\alpha G^R_{\boldsymbol{k},\varepsilon} G^R_{\boldsymbol{k}',\varepsilon} \sigma_\beta G^A_{\boldsymbol{k}'-\boldsymbol{q},\varepsilon-\hbar\omega} G^A_{\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q},\varepsilon-\hbar\omega} + \dots \right], \qquad (2.5)$$

где $G^{R,A}_{{\pmb k},\varepsilon}$ – усредненные по беспорядку функции Грина,

$$G_{\boldsymbol{k},\varepsilon}^{R,A} = \frac{1}{\varepsilon_F + \varepsilon - \hbar^2 \boldsymbol{k}^2 / 2m^* - (\hbar/2) \,\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}} \cdot \boldsymbol{\sigma} \pm i\hbar/2\tau}$$
(2.6)

и  $\tau = \hbar^3/(m^*V_0^2).$ 

Ряд (2.5) может быть записан как

$$\chi_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) = \frac{m^*}{4\pi\hbar^2} \left[ \delta_{\alpha\beta} + i\omega\tau C_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) + i\omega\tau C_{\alpha\gamma}(\boldsymbol{q},\omega) C_{\gamma\beta}(\boldsymbol{q},\omega) + \ldots \right] , \qquad (2.7)$$

где матрица $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\omega)$ дается выражением

$$C_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) = \frac{V_0^2}{2} \sum_{\boldsymbol{k}} \operatorname{Tr} \left( \sigma_{\alpha} \frac{1}{\varepsilon_F - H_0(\boldsymbol{k}) + i\hbar/2\tau} \right)$$

$$\sigma_{\beta} \frac{1}{\varepsilon_F - \hbar\omega - H_0(\boldsymbol{k}) + \hbar^2 \, \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{k}/m^* - i\hbar/2\tau}$$
(2.8)

Интегрирование по модулю вектора  $\boldsymbol{k}$  дает

$$C_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) = \int \frac{d\varphi_{\boldsymbol{k}}}{2\pi} \, \frac{\eta \delta_{\alpha\beta} - \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \Omega_{\boldsymbol{k},\gamma} \tau + \Omega_{\boldsymbol{k},\alpha} \Omega_{\boldsymbol{k},\beta} \tau^2 / \eta}{\eta^2 + \Omega_{\boldsymbol{k}}^2 \tau^2} \,, \tag{2.9}$$

где  $\eta(\mathbf{k}) = 1 - i\omega\tau + i(\hbar\tau/m^*)\mathbf{q}\cdot\mathbf{k}, \epsilon_{\alpha\beta\gamma}$  – символ Леви-Чивиты,  $\varphi_{\mathbf{k}}$  – полярный угол вектора  $\mathbf{k}$ , и  $|\mathbf{k}| = k_F$ .

Суммирование геометрической прогрессии в уравнении (2.7) приводит к выражению для спиновой восприимчивости

$$\chi_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) = \frac{m^*}{4\pi\hbar^2} \left[ \delta_{\alpha\beta} + i\omega T_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) \right] , \qquad (2.10)$$

где был введен тензор времен жизни спина

$$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{q},\omega) = \tau \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\omega) [1 - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\omega)]^{-1}.$$
(2.11)

Тензор  $T(q, \omega)$  описывает линейный отклик спиновой плотности  $S_{\alpha} = T_{\alpha\beta}G_{\beta}$  на спиновую генерацию, идущую на уровень Ферми со скоростью  $G(q, \omega)$ .

Подставляя уравнение (2.10) в уравнение (2.2) находим выражение для корреляционных функций при  $T \gg \hbar \omega$ :

$$K_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) = \frac{m^*T}{4\pi\hbar^2} [T_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) + T^*_{\beta\alpha}(\boldsymbol{q},\omega)]. \qquad (2.12)$$

#### 2.3 Распространение спиновых флуктуаций

Уравнение (2.12) вместе с уравнениями (2.9) и (2.11) описывает пространственновременные корреляции флуктуаций спиновой плотности в двумерном электронном газе с произвольной формой спин-орбитального взаимодействия и произвольным параметром  $\Omega_{k}\tau$ . Далее будут рассмотрены отдельно баллистический ( $\Omega_{k}\tau \gg 1$ ) и диффузионный ( $\Omega_{k}\tau \ll 1$ ) режимы распространения спиновых флуктуаций в квантовой яме с кристаллографической ориентацией (001). Спин-орбитальное взаимодействие в такой структуре описывается эффективным магнитными полями Рашбы и Дрессельхауза, имеющими вид (1.11).

#### 2.3.1 Баллистический режим

На рис. 2.3 показана пространственная и временная зависимость корреляционных функций  $K_{\alpha\beta}(\mathbf{r},t)$  в случае баллистического транспорта электронов между точками детектирования. Расчет проведен для эффективного магнитного поля Рашбы. Сильные корреляции между спиновой плотностью в точках образца, находящихся на расстоянии  $\mathbf{r}$  друг от друга, наблюдаются на времени задержки  $t = r/v_F$ , где  $v_F = \hbar k_F/m^*$  — скорость Ферми, что непосредственно следует из баллистического характера движения электронов. Коррелятор имеет как диагональные  $K_{\alpha\alpha}$  так и недиагональные  $K_{\alpha\beta}$  ( $\alpha \neq \beta$ ) компоненты. Последние возникают в результате прецессии спина в эффективном поле при распространении электрона от одной точки детектирования до другой. Эта прецессия также приводит к пространственным осцилляциям коррелятора. На рис. 2.3 оси координат выбраны так, что  $\mathbf{r} \parallel x$ . Поле



Рис. 2.3: Коррелятор спиновой плотности  $K_{\alpha\beta}(\boldsymbol{r},t)$  для случая спин-орбитального взаимодействия Рашбы и  $\boldsymbol{r} \parallel \boldsymbol{x}$ . Расчет проведен для  $\Omega_R \tau = 5$ , что соответствует баллистическому транспорту электронов между точками детектирования.

Рашбы для электронов, баллистически распространяющихся между точками детектирования, направлено в этом случае вдоль оси y и потому смешивает x и zкомпоненты спиновой плотности. Спин электронов прецессирует с частотой  $\Omega_R$ , что приводит к осцилляция корреляционных функций в реальном пространстве с волновым вектором  $q = \Omega_R/v_F$ .

Аналитическое выражение для спинового коррелятора может быть получено из уравнений (2.11)–(2.12) путем рассмотрения предела  $\Omega_{k}\tau, \omega\tau, qv_{F}\tau \gg 1$ . В таком пределе коррелятор определяется только первой диаграммой на рис. 2.2,  $C(q,\omega) \ll 1$ , и  $T(q,\omega) = \tau C(q,\omega)$ . В пределе  $\tau \to \infty$ , уравнения (2.11)-(2.12) дают

$$K_{\alpha\beta}(\boldsymbol{q},\omega) = \frac{m^*T}{4\pi\hbar^2} \int \frac{d\varphi_{\boldsymbol{k}}}{2\pi\mathrm{i}} \frac{\tilde{\omega}\delta_{\alpha\beta} - \mathrm{i}\epsilon_{\alpha\beta\gamma}\Omega_{\boldsymbol{k},\gamma} - \Omega_{\alpha}\Omega_{\boldsymbol{k},\beta}/\tilde{\omega}}{\Omega_{\boldsymbol{k}}^2 - \tilde{\omega}^2} + \mathrm{H.c.}, \qquad (2.13)$$

где  $\tilde{\omega} = \omega - \hbar \boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{k}/m^* + i0$ . Коррелятор в реальном пространстве и времени определяется полюсами подынтегрального выражения в уравнении (2.13) и имеет вид

$$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{r},t) = \frac{m^*T}{8\pi^2\hbar^2 r} \boldsymbol{R} \left[ \boldsymbol{\Omega}_{(m^*/\hbar)(\boldsymbol{r}/t)} t \right] \, \delta(r - v_F |t|) \,, \tag{2.14}$$

где  $R[\Theta]$  – матрица поворота на угол  $\Theta$ . В частности, компонента коррелятора  $K_{zz}$  для квантовой ямы, выращенной в плоскости (001), дается формулой

$$\boldsymbol{K}_{zz} = \frac{m^*T}{8\pi^2\hbar^2 r} \cos\left(\Omega_{\Sigma} t \sqrt{1 - \sin 2\phi \cos 2\varphi_r}\right) \delta(r - v_F|t|), \qquad (2.15)$$



Рис. 2.4: Коррелятор спиновой плотности  $K_{\alpha\beta}(\mathbf{r},t)$  для случая спин-орбитального взаимодействия Рашбы и  $\mathbf{r} \parallel x$ . Расчет проведен для  $\Omega_R \tau = 0.2$ , что соответствует диффузионному транспорту электронов между точками детектирования.

где  $\Omega_{\Sigma} = \sqrt{\Omega_D^2 + \Omega_R^2}, \phi = \arctan(\Omega_R/\Omega_D)$  и  $\varphi_r = \arctan(y/x)$  – полярный угол вектора r.

#### 2.3.2 Диффузионный режим

Рассчитанная зависимость коррелятора  $K_{\alpha\beta}(\mathbf{r},t)$  от координат и времени в диффузионном режиме электронного транспорта показана на рис. 2.4. Флуктуации спиновой плотности в точках образца, разделенных расстоянием  $\mathbf{r}$ , становятся скоррелированными на временах  $t \gtrsim r^2/D$ , где  $D = v_F^2 \tau/2$  – коэффициент диффузии. В диффузионном режиме электроны могут попасть из одной точки образца в другую по большому количеству различных траекторий, но, несмотря на это, корреляционные функции по-прежнему содержат пространственные осцилляции. Это может быть объяснено тем, что основной вклад в коррелятор дают траектории, близкие к прямой линии, соединяющей точки детектирования.

Аналитическое выражение для коррелятора в диффузионном режиме может быть получено из уравнений (2.11)–(2.12) путем рассмотрения предела  $\Omega_{k}\tau \ll 1$ и, следовательно,  $\omega \tau, Dq^{2}\tau \ll 1$ . Это дает выражение для Фурье компонент коррелятора

$$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{q},\omega) = \frac{m^*T}{4\pi\hbar^2} \left( \frac{1}{-\mathrm{i}\omega + \boldsymbol{\Gamma} + Dq^2 + 2\mathrm{i}D\boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{q})} + \mathrm{H.c.} \right),$$
(2.16)

где  $\Gamma_{\alpha\beta} = \tau \int (\Omega_{\mathbf{k}}^2 \delta_{\alpha\beta} - \Omega_{\mathbf{k},\alpha} \Omega_{\mathbf{k},\beta}) d\varphi_{\mathbf{k}}/(2\pi)$  – тензор скоростей спиновой релаксации Дьяконова–Переля для однородного распределения спина [27],  $\Lambda_{\alpha\beta}(\mathbf{q}) = (\hbar/\varepsilon_F) \int \epsilon_{\alpha\gamma\beta} \Omega_{\gamma} \mathbf{q} \cdot \mathbf{k} d\varphi_{\mathbf{k}}/(2\pi)$ . Тензор  $\Lambda_{\alpha\beta}(\mathbf{q})$  описывает прецессию электронного спина в процессе диффузии. На больших временах задержки корреляционные функции определяются спиновыми возбуждениями с наибольшим временем жизни. Коррелятор на временах  $t \gg 1/\Omega^2 \tau$  может быть вычислен методом стационарной фазы. Для случая, когда присутствует либо только спин-орбитальное поле Рашбы, либо только поле Дрессельхауза корреляционная функция описывается формулой

$$K_{zz}(\boldsymbol{r},t) = \frac{3m^*\Omega_{k_F}T}{32\pi v_F\hbar^2} \frac{\mathrm{e}^{-(7/32)\Omega_{k_F}^2\tau|t|}}{\sqrt{4\pi D|t|}} J_0\left(\sqrt{\frac{15}{16}}\frac{\Omega_{k_F}r}{v_F}\right),\tag{2.17}$$

где  $J_0$  – функция Бесселя.

#### 2.3.3 Анизотропия спиновых флуктуаций

Рассмотрим, какое влияние на спиновые флуктуации оказывает анизотропия спинорбитального расщепления, вызванная интерференцией полей Рашбы и Дрессельхауза в асимметричных квантовых ямах (001). На рис. 2.5 показана зависимость корреляционной функции  $K_{zz}$  от относительного расположения точек детектирования в плоскости квантовой ямы. Расчет проведен для различных соотношений между полями Дрессельхауза и Рашбы. Анизотропия спинового расщепления в импульсном пространстве [рис. 2.5 (e)] приводит к анизотропии корреляционной функции в реальном пространстве, которая оказывается сильной даже при небольших значениях параметра  $\Omega_D/\Omega_R$ , ср. рис. 2.5 (a)–(d) и рис. 2.5 (e).

Другим важным следствием интерференции полей Дрессельхауза и Рашбы является резкое увеличение времени жизни и амплитуды спиновых корреляций при увеличении параметра  $\Omega_D/\Omega_R$ . Это связано с тем, что при совпадающих по величине полях Рашбы и Дрессельхауза, у системы появляется новая SU(2) симметрия,



Рис. 2.5: (a)-(d) Пространственная зависимость коррелятора нормальной компоненты спиновой плотности  $K_{zz}$  в несимметричной квантовой яме, выращенной в плоскости (001). Расчет проведен для времени задержки  $t = 20/(\Omega_R^2 \tau)$ , поля Рашбы  $\Omega_R \tau = 0.2$  и различных величин полей Дрессельхауза. (e) Распределение эффективного магнитного поля на круге Ферми для различных соотношений между полем Дрессельхауза и полем Рашбы.

приводящая к появлению волн спиновой плотности с бесконечным временем жизни (устойчивая спиновая спираль) [67, 66]. Необходимо отметить, что появление долгоживущих спиновых мод с волновым вектором вдоль оси y четко видно уже при  $\Omega_D/\Omega_R = 0.5$ , см. рис. 2.5 (d).

При больших временах задержки корреляционная функция определяется спиновыми волнами с наибольшими временами жизни. Такие волны имеют волновой вектор вдоль оси x или y в зависимости от знака произведения  $\Omega_R \Omega_D$ . В случае  $\Omega_R \Omega_D > 0$  корреляционная функция  $K_{zz}$  осциллирует вдоль оси y. Асимптотическое поведение спинового коррелятора в этом случае определяется формулой

$$K_{zz}(\boldsymbol{r},t) \propto T \,\frac{\mathrm{e}^{-\tilde{\gamma}t}\cos(\tilde{q}y)}{t} \,,$$

$$(2.18)$$

где волновой вектор  $\tilde{q}$  и скорость релаксации  $\tilde{\gamma}$  долгоживущей спиновой волны даются выражениями

$$\tilde{q} = \frac{\Omega_R + \Omega_D}{v_F} \sqrt{1 - \frac{1}{16} \tan^4 \left(\phi - \frac{\pi}{4}\right)}, \qquad (2.19)$$
$$\tilde{\gamma} = \frac{(\Omega_R - \Omega_D)^2 \tau}{4} \left[ 1 - \frac{1}{8} \tan^2 \left(\phi - \frac{\pi}{4}\right) \right].$$

Скорость затухания корреляционной функции определяется, в основном, разностью величин полей Рашбы и Дрессельхауза, в то время как период пространственных осцилляций определяется их суммой.

#### 2.4 Краткие итоги

 Развита теория флуктуаций спиновой плотности в двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием. Установлено, что пространственные и временные флуктуации связаны вследствие броуновского движения электронов. Рассчитаны пространственно-временные корреляционные функции флуктуаций спиновой плотности в баллистическом и диффузионном режимах.

- Показано, что пространственно-временные корреляционные функции электронной спиновой плотности содержат информацию о спиновом транспорте электронов и параметрах спин-орбитального взаимодействия. На больших временах задержки корреляции спиновых флуктуаций определяются волнами спиновой плотности с наибольшим временем жизни. Измерения пространственно-временных корреляций спина могут быть использованы для изучения спиновых волн и процессов спиновой диффузии.
- Изучено влияние анизотропии спин-орбитального расщепления на пространственное распределение флуктуаций. Продемонстрировано, что в квантовых ямах, выращенных в плоскости (001), пространственные корреляции флуктуаций спиновой плотности резко возрастают при близких по величине полях Рашбы и Дрессельхауза, когда реализуется режим долгоживущей спиновой спирали (persistent spin helix).

### Глава 3

# Оптическая ориентация спинов и генерация токов

#### 3.1 Введение

Важной задачей современной спиновой физики является разработка эффективных методов создания и детектирования спиновой поляризации в полупроводниках структурах. Одним из основных методов создания и исследования спиновой поляризации является оптическое воздействие на систему поляризованным излучением. При поглощении системой циркулярно поляризованного света происходит передача углового момента фотонов фотовозбужденным носителям, которые, таким образом, оказываются поляризованными по спину [33, 68]. Данное явление, обнаруженное в кремнии Ж. Лампелем в 1968 г. [69] получило название оптической ориентации. Оптическое возбуждение линейно поляризованным светом может приводить к выстраиванию импульсов носителей заряда. В зависимости от правил отбора оптических переходов импульсы фотоэлектронов могут оказываться преимущественно параллельны или перпендикулярны вектору поляризации возбуждающего света [70].

Возбуждая систему последовательностью поляризованных оптических импульсов можно контролируемо заселять квантовые состояния и ориентировать по спину свободные носители, экситоны и трионы [14, 71] в объемных полупроводниках, полупроводниковых квантовых ямах и квантовых точках [72, 73]. Предыдущие исследования в области управления спиновыми состояниями при помощи когерентных импульсов света были сосредоточены на системах с дискретными уровнями. В разделе 3.3 развита теория оптической ориентации двумерного электронного газа последовательностью линейно поляризованных импульсов света.

В структурах с подвижными носителями заряда поглощение света может приводить также к генерации электрического тока. Возникновение фототока, чувствительного к угловому моменту фотонов, получило название циркулярного фотогальванического эффекта [74]. Фототок может быть обусловлен спин-орбитальным расщеплением спектра [75] и после окончания оптического импульса затухает за время релаксации импульса носителей заряда.

После поглощения системой циркулярно поляризованного оптического импульса на временах, превышающих время релаксации импульса носителей, фотогальванический ток отсутствует. Но к генерации электрического тока может приводить возникшая в результате оптической ориентации спиновая поляризация, сохраняющаяся на временах спиновой релаксации, обычно существенно превышающих время релаксации импульса [10]. Данный эффект, получивший название спингальванического, открывает возможность детектирования спиновой поляризации электрическими методами. Однако, обычно спин-гальванический ток пропорционален кубу константы спин-орбитального взаимодействия [76] и потому довольно мал. В разделе 3.2 проанализирован дополнительный динамический вклад в спин-гальванический ток во внешнем магнитном поле. Данный вклад обусловлен прецессией спина и линеен по константе спин-орбитального взаимодействия. Показано, что возникающий ток может быть интерпретирован как результат эффекта дрожащего движения электронов.

#### 3.2 Спин-гальванический ток, вызванный дрожащим движением электронов

Ключевым отличием квантовой механики от классической является то, что физическим величинам в ней соответствуют операторы, а не числа. Операторы, соответствующие двум различным физическим величинам, могут не коммутировать друг с другом, что свидетельствует о невозможности нахождения системы в состоянии с одновременно заданными значениями данных физических величин. В 1930 г. Э. Шредингером было обнаружено, что оператор скорости свободного релятивистского электрона, описываемого уравнением Дирака, не коммутирует с гамильтонианом [77]. Скорость релятивистской частицы в таком описании не является сохраняющейся величиной, а осциллирует со временем. Соответствующее микроскопическое движение свободного дираковского электрона получило название дрожащего движения (нем. Zitterbewegung). Физической причиной эффекта дрожащего движения является интерференция решений уравнения Дирака с положительными и отрицательными энергиями. Частота дрожания определяется энергетической щелью ~1 МэВ, разделяющей электроны и позитроны в дираковском спектре, и составляет 10<sup>20</sup> Гц, а амплитуда определяется комптоновской длиной волны ~ 10<sup>-12</sup> м. Детектирование подобных расстояний и частот принципиально невозможно в силу релятивистского соотношения неопределенности, поэтому эффект Zitterbewegung для релятивистских частиц остается ненаблюдаемым [78].

Недавно было показано, что феномен дрожащего движения может возникать не только для релятивистских частиц, но и в других системах, описываемых гамильтонианом, имеющим формальное сходство с дираковским [79]. Дрожащие движение предсказывалось теоретически для электронов в графене, топологических изоляторах, полупроводниковых наноструктурах со спин-орбитальным взаимодействием [80, 81, 82]. Так как величины энергетических щелей в полупроводниках гораздо меньше, чем электрон-позитронная щель в спектре Дирака, то дрожание ожидается на частотах, доступных для экспериментального исследования. Тем не менее, в виду сложности детектирования движения отдельных электронов, эффект дрожащего движения до настоящего времени экспериментально обнаружен не был. В данном разделе представлена теория дрожащего движения электронов в полупроводниковых структурах со спин-орбитальным взаимодействием в магнитном поле и когерентного дрожания поляризованного по спину электронного газа. Проведено сопоставление результатов с экспериментальными данными, полученными в Университете Аахена (Германия).

#### 3.2.1 Микроскопическая модель

Рассмотрим электроны в системе со спин-орбитальным взаимодействием во внешнем магнитном поле. Будем считать, что параметр  $\omega_c \tau$  мал, поэтому влияние магнитного поля на орбитальное движение можно не учитывать. Описывающий такую систему гамильтониан

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2 \hat{k}^2}{2m^*} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\beta} \hat{\boldsymbol{k}} + \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}_L$$
(3.1)

обладает определенным сходством с гамильтонианом Дирака: спин-орбитальное взаимодействие дает линейные по k члены, смешивающие спиновые состояния, а вызванное внешним магнитным полем зеемановское расщепление спиновых состояний при k = 0 аналогично массовому члену в гамильтониане релятивистского электрона.

Микроскопически возникновение дрожащего движения связано с тем, что оператор скорости не коммутирует с гамильтонианом,  $[\hat{H}, \hat{v}] \neq 0$ , поэтому скорость не является сохраняющейся величиной. Уравнение движения для оператора скорости  $\hat{v} = \hbar \hat{k}/m^* + \beta^T \sigma/\hbar$  в гейзенберговском представлении в отсутствие рассеяния имеет вид

$$\frac{d}{dt}\hat{\boldsymbol{v}} = \frac{\mathrm{i}}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\boldsymbol{v}}] = \frac{1}{\hbar}\boldsymbol{\beta}^{T}(\boldsymbol{\Omega}_{L} \times \boldsymbol{\sigma}) + \frac{2}{\hbar^{2}}\boldsymbol{\beta}^{T}(\boldsymbol{\beta}\hat{\boldsymbol{k}} \times \boldsymbol{\sigma}), \qquad (3.2)$$

а уравнение для оператора спина $\hat{\boldsymbol{s}} = \boldsymbol{\sigma}/2$  —

$$\frac{d}{dt}\hat{\boldsymbol{s}} = \frac{\mathrm{i}}{\hbar}[\hat{H}, \hat{\boldsymbol{s}}] = \boldsymbol{\Omega}_L \times \hat{\boldsymbol{s}} + \frac{2}{\hbar}(\boldsymbol{\beta}\hat{\boldsymbol{k}} \times \hat{\boldsymbol{s}}).$$
(3.3)

Вторые слагаемые в правых частях уравнений (3.2) и (3.3) имеют более высокий порядок по константе спин-орбитального взаимодействия, чем первые, и ответственны за процессы спиновой релаксации. Когда прецессия спина во внешнем магнитном поле происходит быстрее, чем спиновая релаксация, вторыми слагаемыми можно пренебречь и решить уравнения движения. Для случая  $\Omega_L \parallel x$ гейзенберговский оператор компоненты x скорости принимает вид

$$\hat{v}_x(t) = \hat{v}_x(0) + \frac{2\beta_{yx}}{\hbar} \left[ \hat{s}_y(0)(\cos\Omega_L t - 1) - \hat{s}_z(0)\sin\Omega_L t \right].$$
(3.4)

Осциллирующая добавка к скорости электрона описывает явление дрожащего движения электрона в отсутствие внешних сил. Осцилляции происходят с частотой  $\Omega_L$ , соответствующей зеемановскому расщеплению, и вызваны интерференцией двух спиновых подуровней. Осцилляции скорости электрона связаны с вращением его спина, также происходящим с частой  $\Omega_L$ . Амплитуда дрожания для типичных параметров структур из GaAs в магнитном поле 1 T может быть оценена как  $2\beta_{yx}/\hbar\Omega_L \sim 20$  нм.

Выражение (3.4) описывает динамику скорости одиночного электрона без учета процессов рассеяния. Усреднение динамического уравнения (3.2) по ансамблю электронов дает уравнение для средней скорости электронов v:

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \frac{2}{\hbar} \boldsymbol{\beta}^T (\boldsymbol{\Omega}_L \times \boldsymbol{s}) - \frac{\boldsymbol{v}}{\tau}, \qquad (3.5)$$

где s — средний спин ансамбля электронов, а последнее слагаемое описывает релаксацию скорости за время  $\tau$  за счет рассеяния на примесях или фононах. Из уравнения (3.5) следует, что при отличной от нуля средней поляризации электронов на них начинает действовать некая сила, пропорциональная среднему спину. Так как средний спин вращается с частотой  $\Omega_L$ , то эта сила является осциллирующей и должна приводить к появлению переменного электрического тока. Решая уравнение (3.5) в пределе  $\Omega_L \tau \ll 1$ , получаем следующие выражения для средней скорости и тока:

$$\boldsymbol{j}(t) = en\boldsymbol{v}(t) = \frac{2en\tau}{\hbar}\boldsymbol{\beta}^{T}(\boldsymbol{\Omega}_{L} \times \boldsymbol{s}).$$
(3.6)



Рис. 3.1: Иллюстрация дрожащего движения электронов во внешнем магнитном поле  $B_x$ . Синхронное дрожащее движение поляризованных по спину электронов приводит к возникновению макроскопического переменного тока вдоль оси x.

Таким образом, когерентное дрожащее движение ансамбля поляризованных по спину электронов приводит к появлению макроскопического переменного электрического тока.

#### 3.2.2 Теория

Проведем последовательный микроскопический расчет тока поляризованных по спину электронов в двумерной (N = 2) или трехмерной (N = 3) структуре во внешнем магнитном поле. Уравнение для спиновой матрицы плотности электронов  $\rho_{\mathbf{k}}$  с точностью до членов первого порядка по квантовому параметру  $\hbar\Omega_{\mathbf{k}}/\varepsilon$  имеет вид [83, 84, 76]

$$\frac{\partial \rho_{\boldsymbol{k}}}{\partial t} = \frac{\mathrm{i}}{2} [\rho_{\boldsymbol{k}}, (\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}} + \boldsymbol{\Omega}_{L}) \cdot \boldsymbol{\sigma}] + \sum_{\boldsymbol{k}'} \frac{2\pi |V_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'}|^2}{\hbar} \left\{ \delta(H_{\boldsymbol{k}} - H_{\boldsymbol{k}'}), (\rho_{\boldsymbol{k}'} - \rho_{\boldsymbol{k}}) \right\} , \qquad (3.7)$$

где  $\{A, B\} = (AB + BA)/2$  обозначает симметризованное произведение,  $V_{kk'}$  матричный элемент упругого рассеяния электрона на примесях, которое предполагается не зависящим от спина. Из уравнения (3.7) получаются связанные уравнения, описывающие динамику функции распределения электронов  $f_k = \text{Tr} \rho_k$ и функции распределения спина  $s_k = (1/2) \text{Tr} \sigma \rho_k$ . Влияние спина на функцию распределения электронов определяется уравнением

$$\frac{\partial f_{\boldsymbol{k}}}{\partial t} = \sum_{\boldsymbol{k}'} \frac{2\pi |V_{\boldsymbol{k}\boldsymbol{k}'}|^2}{\hbar} \left[ \delta(\varepsilon_{\boldsymbol{k}} - \varepsilon_{\boldsymbol{k}'})(f_{\boldsymbol{k}'} - f_{\boldsymbol{k}}) + \delta'(\varepsilon_{\boldsymbol{k}} - \varepsilon_{\boldsymbol{k}'})\hbar(\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}} - \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}'}) \cdot (\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}'} - \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}}) \right] \,. \tag{3.8}$$

Для нахождения спин-гальванического тока необходимо сначала определить функцию распределения спина  $s_k$  в нулевом порядке по параметру  $\hbar\Omega_k/\varepsilon$ , затем, используя уравнение (3.8), найти поправку к функции распределения электронов  $\delta f_k$  с точностью до членов первого порядка по  $\hbar\Omega_k/\varepsilon$ , и, наконец, вычислить электрический ток

$$j = e \sum_{\boldsymbol{k}} \operatorname{Tr} \left[ \rho_{\boldsymbol{k}} \left( \frac{\hbar \boldsymbol{k}}{m^*} + \frac{1}{\hbar} \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\sigma} \right) \right] = \frac{2e}{\hbar} \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{S} + e \sum_{\boldsymbol{k}} \frac{\hbar \boldsymbol{k}}{m^*} \delta f_{\boldsymbol{k}} , \qquad (3.9)$$

где  $\boldsymbol{S} = \sum_{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}}$  — полный спин электронов.

При решении уравнения спиновой динамики будем считать, что реализуется столкновительный режим,  $\Omega_{k}\tau \ll 1$ . Угловые гармоники  $s_{n}$  функции распределения спина могут быть определен путем итерационного решения уравнения (1.19). Для случая центрального рассеяния,  $w_{0,0} - w_{n,n'} = \delta_{n,n'}/\tau_{n}$ , решение с точностью до членов порядка  $\Omega_{k}^{2}\tau^{2}$  и  $\Omega_{L}\tau$  имеет вид

$$\frac{\partial \boldsymbol{s}_0}{\partial t} = \boldsymbol{\Omega}_L \times \boldsymbol{s}_0 - \overline{\boldsymbol{\Gamma}} \boldsymbol{s}_0 \,, \tag{3.10}$$

$$\boldsymbol{s}_{1}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi} + \boldsymbol{s}_{-1}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi} = \tau_{1}\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}} \times \boldsymbol{s}_{0}, \qquad (3.11)$$

$$\boldsymbol{s}_{2} \mathrm{e}^{2\mathrm{i}\phi} + \boldsymbol{s}_{-2} \mathrm{e}^{-2\mathrm{i}\phi} = \tau_{1} \tau_{2} (\boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}} \otimes \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}} - \boldsymbol{\Omega}_{\boldsymbol{k}}^{2} + \boldsymbol{\Gamma} / \tau_{1}) \boldsymbol{s}_{0} , \qquad (3.12)$$

где  $\Gamma_{\alpha\beta} = \tau_1 \langle \Omega_{\mathbf{k}}^2 \delta_{\alpha\beta} - \Omega_{\mathbf{k},\alpha} \Omega_{\mathbf{k},\beta} \rangle$  — тензор скоростей спиновой релаксации, угловые скобки обозначают усреднение по направлениям волнового вектора  $\mathbf{k}$ . При решении предполагалось, что скорость энергетической релаксации электронов выше скорости спиновой релаксации, поэтому последняя идет с усредненной по энергии скоростью  $\overline{\Gamma}$ , где черта означает усреднение

$$\overline{A} = \frac{\int A \frac{\partial f_{\rm FD}}{\partial \varepsilon} g \, d\varepsilon}{\int \frac{\partial f_{\rm FD}}{\partial \varepsilon} g \, d\varepsilon},\tag{3.13}$$

 $f_{\rm FD}$  — функция распределения Ферми–Дирака,  $g(\varepsilon)$  — плотность состояний.

Подставляя функцию распределения спина в виде разложения по угловым гармоникам (3.10)–(3.12) в уравнение (3.8), можно определить соответствующие поправки к функции распределения электронов  $\delta f_{\mathbf{k}} = \delta f^{(0)} + \delta f^{(1)} + \delta f^{(2)}$ . Уравнение на поправку  $\delta f^{(0)}$  имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta f^{(0)} = -\frac{\delta f^{(0)}}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_1}\hbar\Omega_{\boldsymbol{k}} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{s}_0}{\partial\varepsilon}; \qquad (3.14)$$

его решение с точностью до членов порядка  $\Omega_{\pmb{k}}^2 \tau_1^2$  <br/>и $\Omega_L \tau_1$ есть

$$\delta f^{(0)} = \hbar \Omega_{\boldsymbol{k}} \cdot \left[ \frac{\partial \boldsymbol{s}_{0\varepsilon}}{\partial \varepsilon} - \tau_1 \Omega_L \times \frac{\partial \boldsymbol{s}_{0\varepsilon}}{\partial \varepsilon} + \tau_1 \overline{\Gamma} \frac{\partial \boldsymbol{s}_{0\varepsilon}}{\partial \varepsilon} \right].$$
(3.15)

Поправка к функции распределения электронов, согласно уравнению (3.9), приводит к появлению тока

$$\boldsymbol{j}^{(0)} = -\frac{2}{\hbar} \overline{\left(\tau_1 + \frac{2\varepsilon}{N} \frac{\partial \tau_1}{\partial \varepsilon}\right)} \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} (\overline{\boldsymbol{\Gamma}} \boldsymbol{S} - \boldsymbol{\Omega}_L \times \boldsymbol{S}) \,.$$
(3.16)

Необходимо отметить, что первое слагаемое в формуле для тока (3.9) полностью компенсируется вкладом от первого члена поправки  $\delta f^{(0)}$  в формуле (3.15).

Первая угловая гармоника функции распределения спина, определяемая формулой (3.11), обращается в нуль тождественно при подстановке в уравнение (3.8) для поправки к функции распределения электронов. Подстановка второй угловой гармоники, уравнение (3.12), дает следующую поправку к функции распределения:

$$\delta f^{(2)} = \left(1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}\right) \hbar \mathbf{\Omega}_{\boldsymbol{k}} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} (\tau_2 \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{s}_0) - \frac{1}{2} \tau_1 \tau_2 \left[\frac{\partial}{\partial \varepsilon} \frac{1}{\tau_2} + \left(\frac{N}{2} - 1\right) \frac{1}{\varepsilon \tau_2}\right] \hbar \mathbf{\Omega}_{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{s}_0. \quad (3.17)$$

Соответствующий данной поправке вклад в ток равен

$$\boldsymbol{j}^{(2)} = \frac{2}{\hbar} \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \overline{\left[ (\tau_1 - \tau_2) + \frac{2\varepsilon}{N} \frac{\partial \tau_1}{\partial \varepsilon} - \frac{\tau_1}{\tau_2} \frac{\varepsilon}{N} \frac{\partial \tau_2}{\partial \varepsilon} - \tau_1 \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{N} \right) \right] \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{S}}.$$
 (3.18)

Складывая два вклада в ток, уравнения (3.16) и (3.18), и учитывая связь между временами релаксации

$$\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\frac{1}{\tau_2} = \frac{2}{\varepsilon}\left(\frac{1}{\tau_1} - \frac{1}{\tau_2}\right) + \left(\frac{N}{2} - 1\right)\frac{1}{\varepsilon\tau_2},\tag{3.19}$$

получаем окончательное выражение для спин-гальванического тока

$$\boldsymbol{j} = \frac{2e}{\hbar} \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \left\{ \overline{\left[ \left( 1 - \frac{2}{N} \right) (\tau_{1} - \tau_{2}) + \frac{2\varepsilon}{N} \frac{\partial \tau_{1}}{\partial \varepsilon} \right] \boldsymbol{\Gamma}} - \overline{\left( \tau_{1} + \frac{2\varepsilon}{N} \frac{\partial \tau_{1}}{\partial \varepsilon} \right)} \overline{\boldsymbol{\Gamma}} \right\} \boldsymbol{S} + \frac{2e}{\hbar} \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \overline{\left( \tau_{1} + \frac{2\varepsilon}{N} \frac{\partial \tau_{1}}{\partial \varepsilon} \right)} (\boldsymbol{\Omega}_{L} \times \boldsymbol{S}), \qquad (3.20)$$

где N = 2, 3 — размерность структуры. Спин-гальванический ток содержит два вклада. Первое слагаемое в уравнении (3.20) пропорционально тензору скоростей спиновой релаксации  $\Gamma$  и описывает классический спин-гальванический эффект, обусловленный спиновой релаксацией. Этот вклад в ток является кубическим по константам спин-орбитального взаимодействия. Второе слагаемое в уравнении (3.20) пропорционально ларморовской частоте  $\Omega_L$ . Оно линейно по константам спин-орбитального взаимодействия и описывает динамический спингальванический эффект, обусловленный спиновой прецессией. Необходимо отметить, что входящее в прецессионный вклад время релаксации

$$\overline{\left(\tau_1 + \frac{2\varepsilon}{N}\frac{\partial\tau_1}{\partial\varepsilon}\right)} \equiv \tau \tag{3.21}$$

совпадает со временем релаксации импульса, которое входит в подвижность электронов. Таким образом, прецессионный вклад в спин-гальванический ток совпадает с током (3.6) и поэтому может быть интерпретирован как результат когерентного дрожащего движения электронов.

#### 3.2.3 Сравнение с экспериментальными данными

Когерентное дрожание электронного газа может быть инициировано циркулярно поляризованным оптическим импульсом, как показано на рис. 3.1. Импульс света создает поляризованные по спину электроны. После импульса спины электронов начинают когерентно прецессировать вокруг внешнего магнитного поля и, одновременно с этим, электроны начинают дрожать в реальном пространстве.

На рис. 3.2 показаны измеренные экспериментально зависимости электрического тока, возникающего после возбуждения образца циркулярно поляризованным



Рис. 3.2: Экспериментальные временные зависимости электрического тока, возникающего в направлении приложенного внешнего магнитного поля в напряженном слое InGaAs после возбуждения циркулярно поляризованным импульсом света [A9]. Кривые соответствуют различным величинам внешнего магнитного поля.

импульсом [A9]. Эксперименты были проведены на напряженных эпитаксиальных слоях InGaAs *n*-типа при температуре 30 К. Трехмерный электронный газ имел больцмановскую статистику; наличие деформации приводило к линейным по волновому вектору членам в электронном спектре.

В согласии с теорией электрический ток осциллирует на ларморовской частоте и затухает за время спиновой релаксации. Различные кривые на рис. 3.2 соответствуют различным величинам магнитного поля. Частота осцилляций, а также амплитуда тока растут линейно с увеличением магнитного поля. Линейная зависимость амплитуды тока от магнитного поля является отличительной особенностью тока, обусловленного дрожащим движением, см. второе слагаемое в уравнении (3.20), позволяющей отделить его от спин-гальванического тока, обусловленного спиновой релаксацией, см. первое слагаемое в уравнении (3.20).

## 3.3 Оптическая ориентация последовательностью линейно поляризованных импульсов

Возбуждая систему последовательностью оптических импульсов с определенной разницей фаз и поляризацией можно контролируемо заселять квантовые состояния и ориентировать по спину экситоны [85, 86] и трионы [87] в квантовых ямах
и квантовых точках [88], поляритоны в микрорезонаторах [89]. Предыдущее исследования в области когерентного оптического контроля были сосредоточены на системах с дискретными уровнями. В данном разделе представлена теория спиновой ориентации электронов и генерации фототоков в квантовых ямах последовательностью когерентных линейно поляризованных оптических импульсов.

#### 3.3.1 Модель

Рассмотрим возбуждение квантовой ямы двумя последовательными, не перекрывающимися во времени оптическими импульсами, см. рис. 3.3. Импульсы линейно поляризованы и падают на структуру по нормали. Электромагнитное поле импульсов описывается векторными потенциалами

$$A_{1}(t) = e_{1}a_{1}(t)e^{-i\omega t} + c.c., \qquad (3.22)$$
$$A_{2}(t) = e_{2}a_{2}(t - t_{21})e^{-i\omega(t - t_{21}) - i\phi_{21}} + c.c.,$$

где  $e_1$  и  $e_1$  – единичные векторы, определяющие поляризацию импульсов,  $\omega$  – несущая частота импульсов, соответствующая краю поглощения в квантовой яме,  $a_1(t)$  и  $a_2(t - t_{21})$  – их огибающие, центрированные в моменты времени t = 0 и  $t = t_{21}, t_{21}$  – время задержки между импульсами,  $\phi_{21}$  – дополнительная задержка фазы второго импульса.

Импульсы света вызывают прямые оптические переходы между подзоной тяжелых дырок hh1 и подзоной электронов e1. До прихода импульсов система находилась в равновесии: все уровни в валентной зоне заняты, а уровни в зоне проводимости свободны. Оптическое возбуждение, вызванное первым импульсом, приводит к появлению межзонной поляризации, которая осциллирует на оптической частоте. Если электронная система сохраняет когерентность ко времени прихода второго импульса, то межзонная поляризация, созданная первым импульсом, будет интерферировать с поляризацией, индуцированной вторым импульсом. Таким образом, окончательное распределение электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне будет определяться не только двумя импульсами по отдельности,



Рис. 3.3: Иллюстрация возбуждения квантовой ямы двумя когерентными линейно поляризованными импульсами света, приводящего к появлению спиновой поляризации электронов и электрического тока.

но и интерференционными процессами, даже если импульсы не перекрываются во времени.

Для расчета функции распределения фотоэлектронов можно воспользоваться квантовым кинетическим уравнением для полной матрицы плотности системы [86]

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{cc} & \rho_{cv} \\ \rho_{vc} & \rho_{vv} \end{pmatrix},$$
(3.23)

которая состоит из четырех боков  $2 \times 2$ . Диагональные блоки  $\rho_{cc}$  и  $\rho_{vv}$  представляют собой спиновую и псевдоспиновую матрицы плотности в подзонах e1 и hh1 соответственно. Недиагональные блоки  $\rho_{cv}$  и  $\rho_{vc}$  описывают корреляцию между электронными и дырочными состояниями, определяющую наличие межзонной поляризации. Полная матрица плотности  $\rho$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\mathrm{i}}{\hbar} [H, \rho] + \mathrm{St}\rho , \qquad (3.24)$$

где гамильтониан Н имеет вид

$$H = \begin{pmatrix} H_{e1} & V_{cv} \\ V_{vc} & H_{hh1} \end{pmatrix}, \qquad (3.25)$$

 $H_{e1}$  и  $H_{hh1}$  описывают спектр в подзонах e1 и hh1,  $V_{cv}$  и  $V_{vc} = V_{cv}^{\dagger}$  – взаимодействие электронов со светом, интеграл столкновений St $\rho$  – процессы релаксации электронов и дырок на дефектах или фононах. В каноническом базисе состояний с проекцией спина на ось роста  $\pm 1/2$  в зоне проводимости и  $\pm 3/2$  в валентной зоне оператор взаимодействия электронов с электромагнитным полем дается формулой [76]

$$V_{cv} = \frac{eJP_{cv}}{\sqrt{2}m_0c} \begin{bmatrix} A_x + iA_y & 0\\ 0 & -A_x + iA_y \end{bmatrix}, \qquad (3.26)$$

где  $m_0$  – масса свободного электрона, e – заряд электрона, c – скорость света, J – интеграл перекрытия электронной и дырочной функций размерного квантования,  $P_{cv} = \langle S | \hat{p}_x | X \rangle$  – межзонный матричный элемент оператора импульса. Считая, что длительность одного импульса короче любых времен релаксации, при расчете влияния импульса на эволюцию матрицы плотности системы можно пренебречь последним членом в уравнении (3.24). Процессы рассеяния, имеющие место между импульсами света, удобно учесть в приближении времени релаксации, считая что анизотропные части матрицы плотности электронов  $\rho_{cc}$  и дырок  $\rho_{vv}$  затухают с характерными временами  $\tau_e$  и  $\tau_h$  соответственно. Недиагональные межзонные компоненты матрицы плотности  $\rho_{cv}$  и  $\rho_{vc}$  релаксируют со скоростью  $\gamma = (1/\tau_e + 1/\tau_h)/2.$ 

### 3.3.2 Когерентная оптическая ориентация

Вначале рассмотрим простой случай, когда энергетический спектр в подзонах *e*1 и *hh*1 параболический и вырожден по спину:

$$H_{e1} = \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_e}, \quad H_{hh1} = -E_g - \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_h}. \tag{3.27}$$

Здесь k – волновой вектор в плоскости ямы,  $m_e$  и  $m_h$  – эффективные массы электронов и дырок в подзонах e1 и hh1,  $E_g$  – эффективная ширина запрещенной зоны. Решение уравнения (3.24) во втором порядке по взаимодействию электронов со светом дает следующую матрицу плотности электронов сразу после второго импульса:

$$\rho_{cc} = R \Big\{ E_1 E_1^{\dagger} |a_1(\omega_k - \omega)|^2 + E_2 E_2^{\dagger} |a_2(\omega_k - \omega)|^2 + [E_1 E_2^{\dagger} a_1(\omega_k - \omega) a_2^*(\omega_k - \omega) e^{-i\Phi_k} + h.c.] e^{-\gamma t_{21}} \Big\},$$
(3.28)

где  $R = (1/2)[eJ|P_{cv}|/(\hbar m_0 c)]^2$ ,  $E_j = e_{j,x}\sigma_z + ie_{j,y}I$  – матрицы, определяемые поляризацией импульсов (j = 1, 2),  $\sigma_z$  – матрица Паули, I – единичная матрица,  $a_j(\omega) = \int a_j(t)e^{i\omega t}dt$  – фурье-компоненты огибающих импульсов,  $\Phi_{\mathbf{k}} = \omega_{\mathbf{k}}t_{21} - \phi_{21}$ ,  $\omega_{\mathbf{k}} = [\hbar^2 \mathbf{k}^2/(2\mu) + E_g]/\hbar$ ,  $\mu = m_e m_h/(m_e + m_h)$  – приведенная масса. Два первых слагаемых в уравнении (3.28) описывают распределения электронов, создаваемые первым и вторым импульсами по отдельности, а последнее слагаемое вызвано интерференцией.

Используя матрицу плотности (3.28), можно вычислить функцию распределения электронов  $f_{\mathbf{k}} = \text{Tr}\rho_{cc}$  и функцию распределения спина  $\mathbf{s}_{\mathbf{k}} = \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}\rho_{cc})/2$ . Для случая возбуждения линейно поляризованными оптическими импульсами с одинаковой огибающей эти распределения имеют вид

$$f_{k} = f_0 \left( 1 + \cos \Phi_{k} \cos \alpha_{21} \,\mathrm{e}^{-\gamma t_{21}} \right) \,, \tag{3.29}$$

$$s_{k,z} = -\frac{f_0}{2} \sin \Phi_k \sin \alpha_{21} \,\mathrm{e}^{-\gamma t_{21}} \,, \tag{3.30}$$

где  $f_0 = 4R|a(\omega_k - \omega)|^2$  – функция распределения электронов, соответствующая двум некогерентным импульсам,  $a(t) \equiv a_1(t) = a_2(t)$  и  $\alpha_{21}$  – угол между плоскостями поляризации импульсов.

На рис. 3.4 (а) построена функция распределения фотоэлектронов по энергии сразу после возбуждения квантовой ямы двумя когерентными импульсами света. Кривые соответствуют различным углам  $\alpha_{21}$  между плоскостями поляризации света. Характерный энергетический масштаб функции распределения определяется спектральной шириной одного импульса. Видно также, что функция распределения имеет ярко выраженные осцилляции с периодом  $\Delta \varepsilon = (2\pi\hbar/t_{21})(\mu/m_e)$ , связанные с интерференцией оптических переходов. Амплитуда этих осцилляций максимальна для импульсов, поляризованных в одной плоскости.

Интерференция оптических переходов приводит также к появлению электронного спина, несмотря на то, что ни один из падающих импульсов по отдельности не несет углового момента и сам по себе не вызывает оптической ориентации [85]. Рисунок 3.4 (b) показывает энергетическое распределение компоненты электрон-



Рис. 3.4: Энергетическое распределение (a) электронной плотности и (b) электронного спина, созданных двумя когерентными импульсами света. Расчет проведен для гауссовых профилей импульсов  $a(t) = a_0 \exp[-t^2/(2\tau^2)]$  и параметров  $\tau = 0.1 \,\mathrm{nc}, \, \omega = E_g/\hbar, t_{21} = 1 \,\mathrm{nc}, \, \gamma = 0.5 \,\mathrm{nc}^{-1}, \, \Phi_{k=0} = 0, \, m_h \gg m_e.$ 

ного спина  $S_z$  для различных углов между плоскостями поляризации импульсов. Так же как и функция распределения электронов, функция распределения спина осциллирует с энергией. Степень спиновой поляризации максимальна для ортогонально поляризованных импульсов.

Поскольку осцилляции в энергетическом распределении электронной плотности и оптическая ориентация вызваны интерференцией, они очень чувствительны к изменению времени задержки  $t_{21}$  и фазовому сдвигу  $\phi_{21}$  и могут быть использованы при экспериментальном исследовании процессов межзонной когерентности.

#### 3.3.3 Влияние магнитного поля на оптическую ориентацию

Рассмотрим теперь влияние внешнего магнитного поля **B** на оптическую ориентацию когерентными импульсами. Магнитное поле приводит к двум эффектам: циклотронному движению носителей заряда и к зеемановскому расщеплению спиновых подуровней. Эффективные гамильтонианы электронов и дырок в магнитном поле имеют вид

$$H_{e1} = \frac{1}{2m_e} \left( \boldsymbol{p} - \frac{e}{c} \boldsymbol{A}_B \right)^2 + \frac{\hbar}{2} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}_e , \qquad (3.31)$$

$$H_{hh1} = -\left[E_g + \frac{1}{2m_h}\left(\boldsymbol{p} - \frac{e}{c}\boldsymbol{A}_B\right)^2\right] + \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{\Omega}_h \ ,$$

где p – оператор импульса,  $A_B$  – векторный потенциал, соответствующий магнитному полю B,  $\Omega_{e,\alpha} = (\mu_B/\hbar)g_{\alpha\beta}^{(e1)}B_\beta$  и  $\Omega_{h,\alpha} = (\mu_B/\hbar)g_{\alpha\beta}^{(hh1)}B_\beta$  – ларморовские частоты, соответствующие спиновым расщеплениям подзон e1 и hh1,  $\mu_B$  – магнетон Бора,  $g_{\alpha\beta}^{(e1)}$  и  $g_{\alpha\beta}^{(hh1)}$  тензора g-факторов.

Будем предполагать, что длительность оптических импульсов меньше обратных ларморовских и циклотронных частот, и влиянием магнитного поля на оптические переходы можно пренебречь. Между импульсами влияние магнитного поля на электронную динамику описывается квазиклассически. Эволюцию межзонной компоненты матрицы плотности с учетом внешнего магнитного поля можно определить, используя вигнеровское представление матрицы плотности. Расчет приводит к следующему уравнению:

$$\frac{\partial \rho_{cv}}{\partial t} = -\frac{\boldsymbol{v}_e + \boldsymbol{v}_h}{2} \cdot \frac{\partial \rho_{cv}}{\partial \boldsymbol{r}} - \frac{e(\boldsymbol{v}_e + \boldsymbol{v}_h) \times \boldsymbol{B}}{2c\hbar} \cdot \frac{\partial \rho_{cv}}{\partial \boldsymbol{k}} - \frac{i}{2} \left(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}_e \, \rho_{cv} - \rho_{cv} \, \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}_h\right) - (i\omega_{\boldsymbol{k}} + \gamma)\rho_{cv} \,, \tag{3.32}$$

где  $v_e = \hbar k/m_e$  и  $v_h = -\hbar k/m_h$ . В рассматриваемом случае матрица плотности пространственно однородна и не зависит от направления волнового вектора, поэтому первые два слагаемых в правой части уравнения (3.32) равны нулю.

Решение уравнения (3.32) показывает, что спиновая матрица плотности электронов сразу после импульсов дается формулой

$$\rho_{cc} = \frac{f_0}{4} \left[ 1 + \exp\left(-\mathrm{i}\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}_e t_{21}}{2}\right) E_1 \exp\left(\mathrm{i}\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}_h t_{21}}{2}\right) E_2^{\dagger} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Phi_{\boldsymbol{k}} - \gamma t_{21}} \right] + h.c. \quad (3.33)$$

Если векторы  $\Omega_e$  и  $\Omega_h$  направлены по нормали структуры z, что обычно соответствует внешнему магнитному полю вдоль оси z, то влияние магнитного поля сводится к появлению дополнительной фазы ( $\Omega_e - \Omega_h$ ) $t_{21}$ . В этой геометрии функции распределения электронной плотности и спина даются уравнениями (3.29)–(3.30), где  $\alpha_{21}$  необходимо заменить на  $\alpha_{21} + (\Omega_{e,z} - \Omega_{h,z})t_{21}/2$ . Оптическая ориентация, таким образом, становится возможной для импульсов, поляризованных в одной плоскости,  $\alpha_{21} = 0$ , и может быть весьма эффективной, если  $|\Omega_e - \Omega_h|$  сравнимо с  $1/t_{21}$ . Такое условие достижимо в реальных структурах: при  $|g_{zz}^{hh1} - g_{zz}^{e1}| = 2$ , B = 2 Т и  $t_{21} = 1$  пс имеем  $|\Omega_e - \Omega_h| \tau_{21} \approx 0.4$ .

При произвольной ориентации внешнего магнитного поля и импульсах, поляризованных в одной плоскости, распределение спина определяется выражением

$$\boldsymbol{s_k} = \frac{f_0}{2} \sin \Phi_{\boldsymbol{k}} e^{-\gamma t_{21}} \left( \frac{\boldsymbol{\Omega}_e \times \tilde{\boldsymbol{\Omega}}_h}{\boldsymbol{\Omega}_e \,\boldsymbol{\Omega}_h} \sin \frac{\boldsymbol{\Omega}_e t_{21}}{2} \sin \frac{\boldsymbol{\Omega}_h t_{21}}{2} - \frac{\boldsymbol{\Omega}_e}{\boldsymbol{\Omega}_e} \sin \frac{\boldsymbol{\Omega}_e t_{21}}{2} \cos \frac{\boldsymbol{\Omega}_h t_{21}}{2} + \frac{\tilde{\boldsymbol{\Omega}}_h}{\boldsymbol{\Omega}_h} \cos \frac{\boldsymbol{\Omega}_e t_{21}}{2} \sin \frac{\boldsymbol{\Omega}_h t_{21}}{2} \right),$$
(3.34)

где  $\tilde{\Omega}_h$  – вектор полученный из  $\Omega_h$  вращением вокруг оси z на угол  $\pi - 2\alpha$ ,  $\alpha = \arctan e_y/e_x$  – угол между плоскостью поляризации импульсов и осью x. В общем случае направление спина электронов может не совпадать с направлением вектора  $\Omega_e$ , а значит после импульсов спиновая поляризация не будет стационарной: спин будет прецессировать вокруг  $\Omega_e$ .

### 3.3.4 Проявление спин-орбитального взаимодействия

Уравнения (3.33) и (3.34), которые были получены для случая зеемановского расщепления подзон el и hhl, вызванного внешним магнитным полем, справедливы и для эффективного магнитного поля, вызванного спин-орбитальными взаимодействиями Рашбы и Дрессельхауза. При этом становится возможна оптическая ориентация электронов двумя одинаковыми линейно поляризованными импульсами света в отсутствие внешнего магнитного поля. Ларморовские частоты вращения в эффективном спин-орбитальном поле  $\Omega_e$  и  $\Omega_h$  являются нечетными функциями волнового вектора k, а их конкретный вид определяется кристаллографической ориентацией и дизайном структуры [90]. Сразу после импульсов распределение спина в k-пространстве дается уравнением (3.34) и содержит как нечетные, так и четные по k вклады, приводящие к отличной от нуля полной спиновой поляризации. После импульсов спиновая динамика электронов определятся уравнением

$$\frac{\partial \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}}}{\partial t} + \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} \times \boldsymbol{\Omega}_{e} = -\frac{\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} - \langle \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{k}} \rangle}{\tau_{e}} , \qquad (3.35)$$

где угловые скобки обозначают усреднение по направлениям k. Уравнение (3.35) следует из уравнения (3.24) и справедливо в приближении упругого рассеяния на временах меньших времени энергетической релаксации [23, 27].

Рассмотрим в качестве примера оптическую ориентацию двумя одинаковыми линейно поляризованными импульсами света в квантовых ямах (001). Симметрийный анализ показывает, что оптическая ориентация линейно поляризованными импульсами может иметь место для систем точечной группы симметрии C<sub>2v</sub> (асимметричные квантовые ямы) и запрещена для структур симметри<br/>и $D_{2d}$  (симметричные квантовые ямы) или  $C_{\infty v}$  (одноосное приближение) [91]. Следовательно, чтобы получить эффект оптической ориентации линейно поляризованными импульсами, необходимо учесть как спин-орбитальное взаимодействие Дрессельхауза, так и взаимодействие Рашбы. Для определенности предположим, что расщепление подзоны e1 определяется слагаемым Рашбы  $\Omega_e = 2\beta_e/\hbar \left(k_y, -k_y, 0\right)$ а расщепление подзоны hh1 – слагаемым Дрессельхауза  $\Omega_h = 2\beta_h/\hbar(k_x,k_y,0)$  [92, 93], где оси  $x \parallel [100], y \parallel [010]$  и  $z \parallel [001]$  выбраны вдоль кубических осей структуры. В этом случае величина спин-орбитального расщепления электронов  $\hbar\Omega_e$  оказывается независящей от направления волнового вектора, и уравнение (3.35) можно решить аналитически [31]. Расчет показывает, что временная динамика электронного спина после второго импульса  $t > t_{21}$  имеет вид

$$S_{z}(t) = -\cos 2\alpha \sum_{k} \frac{f_{0}}{2} \sin \Phi_{k} \sin \frac{\beta_{h} k t_{21}}{\hbar} \times$$

$$\times \left\{ \left[ \sin \frac{\beta_{e} k t_{21}}{\hbar} + \frac{4\beta_{e} k \tau_{e}}{\hbar} \cos \frac{\beta_{e} k t_{21}}{\hbar} \right] \frac{\sin \nu (t - t_{21})}{2\nu \tau_{e}} + \sin \frac{\beta_{e} k t_{21}}{\hbar} \cos \nu (t - t_{21}) \right\} \times$$

$$\times e^{-(t - t_{21})/2\tau_{e}} e^{-\gamma t_{21}},$$

$$(3.36)$$

где  $\nu = \sqrt{(2\beta_e k/\hbar)^2 - 1/(4\tau_e^2)}$ . Рисунок 3.5 иллюстрирует зависимость полной спиновой поляризации электронов  $P_z(t) = 2S_z(t)/\sum_k f_k$  от времени после возбужде-



Рис. 3.5: Динамика спиновой поляризации  $P_z(t)$  электронного газа в квантовой яме (001) после двух импульсов света, поляризованных в одной плоскости. Кривые рассчитаны по формуле (3.36) при  $\beta_e = \beta_h = 30 \text{ мэВ·Å}$ ,  $\alpha = 0$ ,  $\Phi_{k=0} = \pi/2$  и других параметрах таких же, как для рис. 3.4.

ния квантовой ямы двумя одинаковыми линейно поляризованными импульсами света. Кривые построены для различных времен релаксации  $\tau_e = \tau_h = 1/\gamma$ . Сразу после второго импульса  $(t = t_{21})$  электронный газ приобретает небольшую спиновую поляризацию, описываемую первым членом в правой части уравнения (3.34) и пропорциональную  $\Omega_e \times \tilde{\Omega}_h$ . Помимо средней поляризации оптические импульсы создают также и анизотропный вклад в функцию распределения спинов, см. два последних слагаемых в правой части уравнения (3.34). Последующая динамика электронных спинов в эффективном магнитном поле приводит к появлению дополнительных вкладов в полный спин  $S_z$  и увеличению спиновой поляризации, см. рис. 3.5. На больших временах спиновая поляризация затухает либо монотонно, либо осциллируя на частоте  $\Omega_e$ , в зависимости от соотношения между частотой прецессии спина  $\Omega_e$  и скоростью рассеяния электронов  $1/\tau_e$ .

## 3.3.5 Фотогальванический эффект

Линейное по k спин-орбитальное расщепление электронной и дырочной подзон может приводить к генерации фототоков, чувствительных к знаку циркулярной поляризации света. Появление тока связано с асимметрией функции распределения фотоэлектронов, вызванной спин-зависимыми правилами отбора для межзон-



Рис. 3.6: (a) Энергетическое распределение фототока электронов в подзоне e1 в квантовой яме (110), вызванного двумя ортогонально поляризованными импульсами света. (b) Полный ток электронов как функция времени задержки между импульсами  $t_{21}$ . Величины  $t_{21}$  и  $\gamma$  указаны на рисунке, другие параметры такие же, как для рис. 3.4.

ных переходов и спиновым расщеплением спектра [94, 95]. В данном параграфе показано, что такие фототоки могут быть индуцированы и последовательностью когерентных линейно поляризованных оптических импульсов.

При нормальном падении света фотогальванический эффект разрешен в системах достаточно низкой пространственной симметрии [96], в которых эффективное магнитное поле имеет компоненту вдоль нормали структуры. Для определенности рассмотрим эффект в симметричных квантовых ямах с кристаллографической ориентацией (110). В таких системах спин-орбитальное расщепление подзон e1 и hh1 определяется векторами  $\Omega_e = 2\beta_e/\hbar (0, 0, k_{x'})$  и  $\Omega_h = 2\beta_h/\hbar (0, 0, k_{x'})$ , где  $x' \parallel [1\overline{10}]$  и  $y' \parallel [00\overline{1}]$  – оси в плоскости квантовой ямы,  $z' \parallel [110]$  – ее нормаль. Линейное по  $k_{x'}$  спин-орбитальное расщепление приводит к электрическому току, направленному вдоль оси x'. Энергетическое распределение фототока в подзоне e1 дается выражением

$$j_{x'}(\varepsilon) = e \sum_{\mathbf{k},s} v_{s,x'} f_{\mathbf{k},s} \,\delta\left(\varepsilon_{\mathbf{k},s} - \varepsilon\right) \,, \tag{3.37}$$

где  $s=\pm 1/2$  — проекция спина на ось  $z', v_{s,x'}=\hbar k_{x'}/m_e+2s\beta_e/\hbar$  — ско-

рость электрона в спиновой подзоне *s* с учетом спин-орбитального расщепления,  $\varepsilon_{\mathbf{k},s} = \hbar^2 \mathbf{k}^2 / (2m_e) + 2s\beta_e k_{x'}$  – энергия,  $f_{\mathbf{k},s}$  – функция распределения электронов в спиновых подзонах. Расчет показывает, что в первом порядке по спинорбитальному расщеплению энергетическое распределение тока сразу после импульсов имеет вид

$$j_{x'}(\varepsilon) = -\frac{2e}{\hbar} \frac{m_e \beta_e + m_h \beta_h}{m_e + m_h} \frac{ds_{z'}}{d\varepsilon} \varepsilon , \qquad (3.38)$$

где  $s_{z'}(\varepsilon)$  – функция распределения электронного спина в пренебрежении спинорбитальным взаимодействием, которая определяется уравнением (3.30). Полный фототок электронов дается выражением

$$J_{x'} = \int_{0}^{\infty} j_{x'}(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{2e}{\hbar} \frac{m_e \beta_e + m_h \beta_h}{m_e + m_h} S_{z'}, \qquad (3.39)$$

где  $S_{z'} = \int_0^\infty s_{z'}(\varepsilon) d\varepsilon$  — полный спин электронов.

Рисунок 3.6 (а) показывает энергетическое распределение фототока электронов  $j_{x'}(\varepsilon)$  в квантовой яме (110), вызванного оптическими импульсами с ортогональными поляризациями. Так же как и функции распределения электронной плотности и спина, распределение тока имеет осциллирующий вид. Полный ток электронов как функция времени задержки между импульсами построен на рис. 3.6 (b). Фототок очень чувствителен к фазе  $\Phi_{k} = \omega_{k}t_{21} - \phi_{21}$  и при изменении времени задержки между импульсами построен на рис. 3.6 (b). Фототок очень чувствителен к фазе  $\Phi_{k} = \omega_{k}t_{21} - \phi_{21}$  и при изменении времени задержки между импульсами построен на рис. 3.6 (b). Фототок очень чувствителен к фазе  $\Phi_{k} = \omega_{k}t_{21} - \phi_{21}$  и при изменении времени задержки между импульсами  $t_{21}$  на величину  $\delta t_{21} \sim \pi/\omega \sim 1$  фс меняет направление на противоположное. Помимо тока электронов в подзоне e1 импульсы возбуждают также и ток дырок в подзоне hh1. В рассмотренной нами модели сразу после оптического возбуждения эти два тока равны по величине и противоположны по направлению. Однако из-за различных времен релаксации электронов и дырок по импульсу, электронный и дырочный токи затухают с разными скоростями, что приводит к появлению полного тока. Изучая фотогальванический эффект с временным разрешением можно разделить эти два вклада и определить соответствующие времена релаксации.

## 3.4 Краткие итоги

- Описан эффект дрожащего движения электрона и ансамбля поляризованных по спину электронов в системе со спин-орбитальным взаимодействием во внешнем магнитном поле. Рассчитан спин-гальванический ток, возникающий вследствие когерентного дрожащего движения поляризованных по спину электронов.
- Построена теория оптической ориентации электронов и генерации нестационарных фототоков в квантовых ямах последовательностью двух не перекрывающихся во времени когерентных линейно поляризованных импульсов света. Изучено влияние внешнего магнитного поля и спин-орбитального расщепления на спиновую поляризацию фотоэлектронов и фототок.

## Глава 4

## Тонкая структура дефектов со спином 3/2 в карбиде кремния

## 4.1 Введение

Уникальными спиновыми свойствами обладают одиночные квантовые объекты, такие как квантовые точки или дефекты в объемных полупроводниках. В последние годы большую популярность получили NV-центры в алмазе, ставшие одним из основных кандидатов на роль кубитов в квантовых информационных системах [15]. Спиновыми состояниями этих центров можно эффективно управлять при помощи света ультрафиолетового диапазона [17].

Еще более перспективными объектами представляются дефекты в карбиде кремния (SiC). Этот полупроводник кристаллизуется в естественную сверхрешетку с большим числом различных кристаллических форм, включающих как кубическую, так и гексагональные и ромбические. Каждый политип карбида кремния обладает уникальным набором дефектов, отличающихся по физическим свойствам от дефектов в других политипах [97]. Важным свойством ряда дефектов в карбиде кремния является возможность селективно заселять и считывать их спиновые состояния при помощи света инфракрасного диапазона. Оптическое выстраивание дефектов имеет место даже при комнатной температуре [98], а времена жизни спина при низких температурах достигают десяти секунд, что наряду с совместимостью карбида кремния с существующей кремниевой электроникой делает такие спиновые центры особенно перспективными для прецизионного детектирования магнитных полей, температуры, деформации и других физических воздействий, а также для квантовых вычислений [16, 18, 20].

Особый интерес вызывают кремниевые вакансии в SiC. Электронная конфигурация кремниевой вакансии формируется 5 электронами [99] в состоянии с полным спином 3/2 [100, 101]. В отличие от NV-центров в алмазе, имеющих спин 1, центры со спином 3/2 в SiC имеют 4, а не 3 спиновых подуровня. Это дает дополнительную степень свободы, которая может быть использована в квантовых устройствах будущего, основанных на таких центрах [102].

В данной главе теоретически описана тонкая структура центров со спином 3/2 в гексагональном политипе карбида кремния. Построен эффективный спиновый гамильтониан, рассчитана структура электронных уровней во внешнем магнитном поле, изучены переходы между подуровнями под действием радиочастотного магнитного поля. Установлено, что низкая тригональная пирамидальная симметрия спинового центра приводит к существенным отличиям структуры его уровней от той, что ожидалась в одноосном приближении. Проведено сопоставление теории с экспериментальными данными по оптически детектируемому магнитному резонансу (ОДМР) на дефектах типа V2 в политипе 4H карбида кремния. Объяснено появление в экспериментальных спектрах "запрещенных" линий и антипересечений уровней.

## 4.2 Гамильтониан спинового центра симметрии $C_{3v}$

В предыдущих работах при описании тонкой структуры электронных уровней кремниевой вакансии в карбиде кремния, по аналогии с NV-центрами в алмазе [103], использовалось аксиальное приближение. В таком приближении, соответствующем точечной группе симметрии  $C_{\infty v}$ , спиновый гамильтониан имеет вид

$$H = D\left(S_z^2 - \frac{5}{4}\right) + g_{\parallel}\mu_B S_z B_z + g_{\perp}\mu_B \boldsymbol{S}_{\perp} \cdot \boldsymbol{B}_{\perp}, \qquad (4.1)$$

где D — константа, описывающая расщепление уровней в отсутствие магнитного поля,  $g_{\parallel}$  и  $g_{\perp}$  — параллельная и перпендикулярная по отношению к оси структуры компоненты g-фактора электрона,  $B_z$  и  $B_{\perp} = (B_x, B_y)$  — компоненты внешнего магнитного поля, S вектор, составленный из компонент оператора спина 3/2. Однако, эксперименты по ОДМР [A7] свидетельствуют, что гамильтониан (4.1) не описывает всех особенностей спектров.

С учетом реальной тригональной пирамидальной симметрии окружения дефекта, описываемой точечной группой  $C_{3v}$  [104], гамильтониан содержит больше линейно независимых параметров. Гамильтониан в линейном приближении по внешнему магнитному полю **B** можно разбить на три части:

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{1\parallel} + \mathcal{H}_{1\perp} \,, \tag{4.2}$$

где  $\mathcal{H}_0$  — гамильтониан в отсутствие внешнего поля, а слагаемые  $\mathcal{H}_{1\parallel} \propto B_z$  и  $\mathcal{H}_{1\perp} \propto \mathbf{B}_{\perp} = (B_x, B_y)$  описывают зеемановское расщепление состояний в продольном и поперечном по отношению к гексагональной оси структуры поле. Будем использовать систему координат, в которой ось z параллельна гексагональной оси, а оси x и y выбраны так, что система обладает плоскостью отражения  $x \to -x$ .

Определить все разрешенные симметрией вклады в  $\mathcal{H}_0$ ,  $\mathcal{H}_{1\parallel}$  и  $\mathcal{H}_{1\perp}$  можно при помощи метода инвариантов теории представлений групп [105]. В группе  $C_{3v}$  имеется три неприводимых представления, обычно обозначаемых как  $A_1$ ,  $A_2$ , и E. Компоненты магнитного поля  $B_{\alpha}$  ( $\alpha = x, y, z$ ) и все возможные линейно независимые комбинации спиновых операторов  $S_{\alpha}$  могут бы классифицированы согласно тому, по какому неприводимому представлению они преобразуются:

$$A_{1} : S_{z}^{2}; S_{x}(3S_{y}^{2} - S_{x}^{2});$$

$$A_{2} : B_{z}; S_{z}; S_{z}^{3}; S_{y}(3S_{x}^{2} - S_{y});$$

$$E : (B_{x}, B_{y}); (S_{x}, S_{y}); (S_{y}S_{z}, -S_{x}S_{z}); (S_{x}S_{z}^{2}, S_{y}S_{z}^{2});$$

$$(S_{x}^{2} - S_{y}^{2}, -2\{S_{x}, S_{y}\}); (2\{S_{x}, S_{y}\}S_{z}, (S_{x}^{2} - S_{y}^{2})S_{z}),$$

$$(4.3)$$

где  $\{A, B\} = (AB + BA)/2$  — симметризованное произведение. Здесь было учтено, что четвертые и более высокие степени оператора спина 3/2 сводятся к более низким степеням, а также имеет место тождество  $S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = 15/4$ . Спиновый гамильтониан строится как сумма всех возможных комбинаций спиновых операторов и компонент магнитного поля, инвариантных относительно операций группы  $C_{3v}$ . Симметрия гамильтониана по отношению к инверсии времени также требует, чтобы  $\mathcal{H}_0$  был четным по операторам S, а  $\mathcal{H}_{1\parallel}$  и  $\mathcal{H}_{1\perp}$  — нечетными. В итоге, приходим к следующему наиболее общему выражению для гамильтониана:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{0} &= D\left(S_{z}^{2} - \frac{5}{4}\right), \end{aligned}$$
(4.4)  
$$\mathcal{H}_{1\parallel} &= \left[g_{\parallel}S_{z} + g_{2\parallel}S_{z}\left(S_{z}^{2} - \frac{5}{4}\right) + g_{3\parallel}\frac{S_{+}^{3} - S_{-}^{3}}{4i}\right]\mu_{B}B_{z}, \end{aligned}$$
$$\mathcal{H}_{1\perp} &= g_{\perp}\mu_{B}\mathbf{S}_{\perp} \cdot \mathbf{B}_{\perp} + 2g_{2\perp}\mu_{B}\left\{\mathbf{S}_{\perp} \cdot \mathbf{B}_{\perp}, S_{z}^{2} - \frac{3}{4}\right\} + g_{3\perp}\mu_{B}\frac{\{S_{+}^{2}, S_{z}\}B_{+} - \{S_{-}^{2}, S_{z}\}B_{-}}{2i}, \end{aligned}$$
$$rge \ \mathbf{S}_{\perp} &= (S_{x}, S_{y}), \ S_{\pm} = S_{x} \pm iS_{y}, \ B_{\pm} = B_{x} \pm iB_{y}, \ \mu_{B} - \text{магнетон Бора. Шесть } g_{-}$$
  
фактров, введенных в формуле (4.4) линейно независимы в структуре симметрии

Фактров, введенных в формуле (4.4) линеино независимы в структуре симметрии  $C_{3v}$ . Отличие  $g_{\parallel}$  от  $g_{\perp}$ , а также ненулевые величины D,  $g_{2\parallel}$  и  $g_{2\perp}$  обусловлены неэквивалентностью оси z и перпендикулярных ей осей x и y. Компоненты g-фактора  $g_{3\parallel}$  и  $g_{3\perp}$  возникают в меру тригональной пирамидальной асимметрии центра. В структурах со слабым спин-орбитальным взаимодействием, таких как SiC,  $g_{\parallel} \approx g_{\perp} \approx 2$ , а остальные компоненты g-фактора имеют меньшую величину. Используя стандартное представление операторов спина 3/2 в виде матриц  $4 \times 4$ , гамильтониан (4.4) может быть представлен в матричном виде:

$$\mathcal{H} = \tag{4.5}$$

$$\begin{pmatrix} D + \frac{3}{2}(g_{\parallel} + g_{2\parallel})\mu_{B}B_{z} & \frac{\sqrt{3}}{2}(g_{\perp} + g_{2\perp})\mu_{B}B_{-} & -i\frac{\sqrt{3}}{2}g_{3\perp}\mu_{B}B_{+} & -i\frac{3}{2}g_{3\parallel}\mu_{B}B_{z} \\ \frac{\sqrt{3}}{2}(g_{\perp} + g_{2\perp})\mu_{B}B_{+} & -D + \frac{1}{2}(g_{\parallel} - g_{2\parallel})\mu_{B}B_{z} & (g_{\perp} - g_{2\perp})\mu_{B}B_{-} & i\frac{\sqrt{3}}{2}g_{3\perp}\mu_{B}B_{+} \\ i\frac{\sqrt{3}}{2}g_{3\perp}\mu_{B}B_{-} & (g_{\perp} - g_{2\perp})\mu_{B}B_{+} & -D - \frac{1}{2}(g_{\parallel} - g_{2\parallel})\mu_{B}B_{z} & \frac{\sqrt{3}}{2}(g_{\perp} + g_{2\perp})\mu_{B}B_{-} \\ i\frac{3}{2}g_{3\parallel}\mu_{B}B_{z} & -i\frac{\sqrt{3}}{2}g_{3\perp}\mu_{B}B_{-} & \frac{\sqrt{3}}{2}(g_{\perp} + g_{2\perp})\mu_{B}B_{+} & D - \frac{3}{2}(g_{\parallel} + g_{2\parallel})\mu_{B}B_{z} \end{cases}$$

Параметры спинового гамильтониана могут быть определены из сравнения с экспериментальными данными, см. раздел 4.3.

#### 4.2.1 Зеемановское расщепление спиновых подуровней

В отсутствие магнитного поля гамильтониан  $\mathcal{H}_0$  описывает два двукратно вырожденных спиновых подуровня, соответствующих проекциям спина  $\pm 3/2$  и  $\pm 1/2$  на ось z, с энергиями D и -D соответственно. Приложение внешнего магнитного поля параллельно оси z, влияние которого описывается гамильтонианом  $\mathcal{H}_{\parallel}$ , приводит к смешиванию уровней с проекциями спина +3/2 и -3/2, так что собственные состояния приобретают вид

$$|``\pm 3/2"\rangle = |\pm 3/2\rangle + \frac{ig_{3\parallel}}{g_{\parallel} + g_{2\parallel} + g_{\parallel,3/2}} |\mp 3/2\rangle,$$
(4.6)

а энергии собственных состояний  $|\pm 1/2\rangle$ и |<br/>" $\pm 3/2"\rangle$ даются выражениями

$$E_{\pm 1/2} = -D \pm \frac{1}{2} g_{\parallel,1/2} \,\mu_B B_z \,, \qquad E_{\pm 3/2"} = D \pm \frac{3}{2} g_{\parallel,3/2} \,\mu_B B_z \,, \tag{4.7}$$

где эффективные *g*-фактора в продольном магнитном поле описываются формулами

$$g_{\parallel,1/2} = g_{\parallel} - g_{2\parallel}, \qquad g_{\parallel,3/2} = \sqrt{(g_{\parallel} + g_{2\parallel})^2 + g_{3\parallel}^2}.$$
 (4.8)

Смешивание уровней (4.6) обусловлено ненулевым значением g-фактора  $g_{3\parallel}$  и происходит в меру тригональной пирамидальной асимметрии.

При увеличении магнитного поля  $B_z$  энергия уровня  $|``-3/2"\rangle$  сравнивается с энергиями уровней  $|-1/2\rangle$  и  $|+1/2\rangle$  при величинах поля  $B_z$ 

$$B_{G1} = \frac{4D}{(3g_{\parallel,3/2} - g_{\parallel,1/2})\mu_B} \quad \text{if} \quad B_{G2} = \frac{4D}{(3g_{\parallel,3/2} + g_{\parallel,1/2})\mu_B} \tag{4.9}$$

соответственно, см. рис. 4.1. При приложении дополнительно к магнитному полю  $B_z$ , направленному по z, небольшого магнитного поля  $B_{\perp}$ , перпендикулярного оси z, данные пересечения уровней превращаются в антипересечения. Величины расщеплений спиновых уровней в точках антипересечений линейны по  $B_{\perp}$  при  $\mu_B B_\perp \ll D$ и даются формулами

$$\Lambda_{1} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left[ (g_{\perp} + g_{2\perp}) \sqrt{1 + \frac{g_{\parallel} + g_{2\parallel}}{g_{\parallel,3/2}}} + \frac{g_{3\parallel}g_{3\perp}}{\sqrt{g_{\parallel,3/2}}\sqrt{g_{\parallel} + g_{2\parallel} + g_{\parallel,3/2}}} \right] \mu_{B} B_{\perp}$$
  

$$\Lambda_{2} = \sqrt{\frac{3}{2}} \left[ \frac{g_{3\parallel}(g_{\perp} + g_{2\perp})}{\sqrt{g_{\parallel,3/2}}\sqrt{g_{\parallel} + g_{2\parallel} + g_{\parallel,3/2}}} + g_{3\perp} \sqrt{1 + \frac{g_{\parallel} + g_{2\parallel}}{g_{\parallel,3/2}}} \right] \mu_{B} B_{\perp}.$$
(4.10)

Необходимо отметить, что расщепление  $\Lambda_2$  в точке антипересечения уровней  $|(-3/2)^{\circ}\rangle$  и  $|+1/2\rangle$ , различающихся по проекции спина на 2, возможно лишь в меру тригональной пирамидальной асимметрии центра или в более высоких порядках по  $B_{\perp}$ . Два вклада в расщепление  $\Lambda_2$ , первое и второе слагаемые в формуле (4.10), соответствуют взаимодействию состояния  $|+1/2\rangle$  либо с примесью состояния  $|+3/2\rangle$ , имеющейся в состоянии  $|(-3/2)^{\circ}\rangle$  согласно формуле (4.6) (в меру  $g_{3\parallel}$ ), либо непосредственно с состоянием  $|+3/2\rangle$  за счет матричных элементов, пропорциональных  $g_{3\perp}$  в гамильтониане (4.5).

В перпендикулярном ос<br/>иzмагнитном поле $B_{\perp}=(B_x^2+B_y^2)^{1/2}$ энергии спиновых подуровней даются выражениями

$$E_{3/2} = \pm \frac{1}{2} (g_{\perp} - g_{2\perp}) \mu_B B_{\perp} + \frac{1}{2} \sqrt{[2D \mp (g_{\perp} - g_{2\perp}) \mu_B B_{\perp}]^2 + 3[(g_{\perp} + g_{2\perp})^2 + g_{3\perp}^2] \mu_B^2 B_{\perp}^2} + E_{1/2} = \pm \frac{1}{2} (g_{\perp} - g_{2\perp}) \mu_B B_{\perp} - \frac{1}{2} \sqrt{[2D \mp (g_{\perp} - g_{2\perp}) \mu_B B_{\perp}]^2 + 3[(g_{\perp} + g_{2\perp})^2 + g_{3\perp}^2] \mu_B^2 B_{\perp}^2} + (4.11)$$

В малых магнитных полях,  $B_{\perp} \ll D/\mu_B$ , линейное по  $B_{\perp}$  расщепление можно охарактеризовать *g*-факторами

$$g_{\perp,3/2} = 0, \qquad (4.12)$$

$$g_{\perp,1/2} = 2(g_{\perp} - g_{2\perp}). \tag{4.13}$$

## 4.2.2 Электронный парамагнитный резонанас

Рассчитаем матричные элементы, характеризующие интенсивность резонансных переходов между спиновыми подуровнями под действием радиочастотного магнитного поля

$$\boldsymbol{B}_{\rm rf}(t) = \boldsymbol{B}_1 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} + \boldsymbol{B}_1^* \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} \,. \tag{4.14}$$

Гамильтониан взаимодействия с радиочастотным полем дается слагаемыми  $\mathcal{H}_{\parallel}$  и  $\mathcal{H}_{\perp}$  в формуле (4.4), в которых постоянное магнитное поле  $\boldsymbol{B}$  нужно заменить на радиочастотное поле  $\boldsymbol{B}_{rf}(t)$ . Матричные элементы всех разрешенных переходов между спиновыми подуровнями в магнитном поле  $\boldsymbol{B} \parallel z$  приведены ниже:

$$M_{``\pm3/2",\ \pm1/2} = \sqrt{\frac{3}{8}} \left[ (g_{\perp} + g_{2\perp}) \sqrt{1 + \frac{g_{\parallel} + g_{2\parallel}}{g_{\parallel,3/2}}} + \frac{g_{3\parallel}g_{3\perp}}{\sqrt{g_{\parallel,3/2}}\sqrt{g_{\parallel} + g_{2\parallel} + g_{\parallel,3/2}}} \right] \mu_B B_{1,\mp},$$
  

$$M_{``\mp3/2",\ \pm1/2} = -i\sqrt{\frac{3}{8}} \left[ \frac{g_{3\parallel}(g_{\perp} + g_{2\perp})}{\sqrt{g_{\parallel,3/2}}\sqrt{g_{\parallel} + g_{2\parallel} + g_{\parallel,3/2}}} + g_{3\perp}\sqrt{1 + \frac{g_{\parallel} + g_{2\parallel}}{g_{\parallel,3/2}}} \right] \mu_B B_{1,\mp},$$
  

$$M_{+1/2,\ -1/2} = (g_{\perp} - g_{2\perp})\mu_B B_{1,-};$$
(4.15)

переходы между состояниям<br/>и $|``+3/2"\rangle$ и $|``-3/2"\rangle$ отсутствуют.

Матричный элемент  $M_{\mp 3/2", \pm 1/2}$ , соответсвующий переходам с изменением проекции спина на 2, был бы запрещен для центра аксиальной симметрии, описываемого гамильтонианом (4.1), но становится разрешенным при наличии тригональной пирамидальной асимметрии. Амплитуда этого перехода определяется величинами *g*-факторов  $g_{3\parallel}$  и  $g_{3\perp}$ , аналогично величине расщепления между уровнями  $|``-3/2"\rangle$  и  $|+1/2\rangle$  в точке их антипересечения, формула (4.10).

## 4.3 Сопоставление с экспериментальными спектрами электронного парамагнитного резонанса

Спиновое расщепление в нулевом поле и *g*-факторы, входящие в эффективный спиновый гамильтониан (4.4), были определены из подгонки экспериментальных спектров оптически детектируемого магнитного резонанса (ОДМР), полученных экспериментаторами ФТИ им. А.Ф. Иоффе и Университета Вюрцбурга (Германия) [А7]. На рис. 4.1 (b) показана интенсивность сигнала ОДМР как функция частоты радиочастотного поля и величины внешнего магнитного поля  $B_z$ . В спектре имеется 4 линии, обозначенных как  $\nu_1$ ,  $\nu_2$ ,  $\nu_3$  и  $\nu_4$  и соответствующих переходам с уровней  $\pm 1/2$ , преимущественное заселение которых происходит под действием оптической накачки, на уровни " $\pm 3/2$ ", имеющие более сильную люминесценцию.



Рис. 4.1: (а) Структура уровней спинового центра в магнитном поле  $B_z$  с небольшой добавкой  $B_{\perp}$ . Стрелками показаны переходы, наблюдаемые в экспериментах по ОДМР. (b) Экспериментально измеренный спектр ОДМР в продольном магнитном поле  $B \parallel z$  [A7].

Ввиду одинаковой заселенности уровней +1/2 и -1/2 и одинаковый интенсивности люминесценции из них, переходы между ними в спектрах ОДМР не проявляются.

Частоты переходов определяются разностью энергий соответствующих спиновых подуровней:

$$\nu_{1,2} = |E_{\pm 1/2} - E_{\pm 3/2"}| = \left|\nu_0 \mp \left(\frac{3}{2}g_{\parallel,3/2} - \frac{1}{2}g_{\parallel,1/2}\right)\mu_B B_z/h\right|,$$
  

$$\nu_{3,4} = |E_{\pm 1/2} - E_{\pm 3/2"}| = \left|\nu_0 \mp \left(\frac{3}{2}g_{\parallel,3/2} + \frac{1}{2}g_{\parallel,1/2}\right)\mu_B B_z/h\right|, \quad (4.16)$$

где  $\nu_0 = 2D/h$  — частота ОДМР резонанса в нулевом магнитном поле. Из подгонки положений линий были определены параллельные *g*-фактора  $g_{\parallel,3/2}$  и  $g_{\parallel,1/2}$ . Для определения перпендикулярных *g*-факторов использовались спектры ОДМР, полученные в поле  $B \perp z$ , показанные на рис. 4.2 (а). Используя уравнение (4.11), положение двух линий  $\nu_5$  и  $\nu_6$  в спектрах ОДМР в поперечном магнитном поле с точностью до членов  $B_{\perp}^2$  может быть описано формулой

$$\nu_{5,6} = \nu_0 \mp (g_\perp - g_{2\perp}) \frac{\mu_B B_\perp}{h} + \frac{3[(g_\perp + g_{2\perp})^2 + g_{3\perp}^2]}{2\nu_0} \left(\frac{\mu_B B_\perp}{h}\right)^2.$$
(4.17)

Наконец, при помощи формул (4.10) были подогнаны величины расщеплений спиновых подуровней в двух антипересечениях, см. рис. 4.2 (b).

В результате подгонки было определено, что  $D = 35 \,\mathrm{MFu}$ , а величины  $g_{\parallel}$  и  $g_{\perp}$  близки к 2, что типично для глубоких дефектов. Точное определение величин  $g_{\parallel}$ 



Рис. 4.2: (а) Экспериментально измеренный спектр ОДМР в перпендикулярном магнитном поле  $B_x$  [A7]. (b) Экспериментально измеренная зависимость величины расщепления уровней  $|"-3/2"\rangle$  и  $|-1/2\rangle$  ( $h\nu_1^{AC}$ ),  $|"-3/2"\rangle$  и  $|+1/2\rangle$  ( $h\nu_3^{AC}$ ) в точке их антипересечения [формула (4.9)] от величины перпендикулярного поля  $B_x$  [A7]. Линиями показана подгонка теоретическими формулами (4.10), учитывающая также уширение антипересечения за счет случайных ядерных полей на величину  $\Lambda_0/h = 2.5$  МГц.

и  $g_{\perp}$  затруднено вследствие отсутствия в экспериментах точной калибровки величины внешнего магнитного поля. Величины  $g_{2\parallel}$  и  $g_{2\perp}$  оказались близкими к нулю,  $g_{2\parallel} = g_{2\perp} = 0.0 \pm 0.1$ , что свидетельствуют о малой роли неэквивалентности оси z и осей в плоскости, перпендикулярной ей. Параметр  $g_{3\perp} + g_{3\parallel}/2 = 0.5 \pm 0.2$ ; его величина непосредственно определяет величину расщепления уровней в точке "запрещенного" антипересечения, уравнение (4.10), а также интенсивность "запрещенного" перехода, соответствующего изменению проекции спина на 2, уравнение (4.15). Отношение интенсивностей "запрещенного" и разрешенного переходов, используя определенные параметры, может быть оценено как

$$\frac{|M_{-3/2, 1/2}|^2}{|M_{-3/2, -1/2}|^2} \approx \frac{(g_{3\perp} + g_{3\parallel}/2)^2}{4} \approx 0.06.$$
(4.18)

Данная величина близка к отношению интенсивности линий  $\nu_3$  и  $\nu_1$  в экспериментальном ОДМР спектре вдали от точек антипересечения,  $I_3/I_1 \approx 0.1$ . Некоторое отличие, возможно, связано с различной шириной и формой линий, детальное изучение которых не проводилось.

## 4.4 Краткие итоги

- Теоретически описана тонкая структура центров со спином 3/2 в гексагональном политипе карбида кремния во внешнем магнитном поле. Методом теории представлений групп построен эффективный спиновый гамильтониан, описывающий центр в атомарном окружении с тригональной пирамидальной симметрией.
- Рассчитаны интенсивности переходов между спиновыми подуровнями под действием радиочастотного магнитного поля. Объяснено появление в экспериментальных спектрах магнитного резонанса "запрещенных" линий, соответствующих переходам между уровнями с отличающимися на 2 проекциями спина. Установлено, что низкая тригональная пирамидальная симметрия спинового центра приводит к появлению "запрещенных" антипересечений между уровнями с отличающимися на 2 проекциями спина в магнитном поле, ориентированном близко к гексагональной оси.

## Глава 5

# Биэкситонный механизм фотонной блокады

## 5.1 Введение

Оптический отклик нульмерных квантовых объектов, таких как одиночные дефекты или квантовые точки, может оказываться существенно нелинейным даже при небольшой интенсивности света, в предельном случае — для пары фотонов. Одним из интересных нелинейных квантовых эффектов является фотонная блокада [106]. В простейшем варианте она реализуется при взаимодействии света с двухуровневой системой. Двухуровневая система не может излучить или поглотить два фотона одновременно, поэтому в излученном или рассеянном ею свете фотоны летят по одному, т.е. корреляционная функция интенсивности  $g^{(2)}(t) < 1$ на малых временах задержки t. Подобные системы могут быть использованы в качестве источников одиночных фотонов. Их эффективность определяется силой взаимодействия двухуровневой системы со светом и может быть увеличена при помощи оптического резонатора [107]. В согласии с теорией, в недавних экспериментах была обнаружена антигруппировка фотонов, испущенных квантовой точкой [107, 108] или атомом [109, 110], помещенными в микрорезонатор.

Если свет переизлучается не одной, а несколькими квантовыми точками, эффект фотонной блокады пропадает. Действительно, в этом случае фотоны могут быть испущены различными двухуровневыми системами одновременно, и явления антигруппировки фотонов в рассеянном свете не возникает. В согласии с этим, предыдущие расчеты фотонного транспорта через ансамбль нескольких точек в волноводе [19, 111] свидетельствуют об отсутствии эффекта фотонной блокады в такой системе.

В данной главе рассмотрено влияние биэкситонного резонанса на транспорт фотонов через ансамбли квантовых точек в волноводах и микрорезонаторах. Биэкситон — два экситона с противоположными спинами в одной квантовой точке может быть возбужден линейно поляризованным светом. На первый взгляд может показаться, что наличие биэкситонного резонанса, благодаря которому квантовая точка может поглотить или испустить два фотона одновременно, не может способствовать режиму фотонной блокады. Однако, как показано ниже, при правильной подстройке частоты биэкситонного резонанса режим фотонной блокады можно не только усилить, но и сохранить для сколь угодно большого числа одинаковых квантовых точек, помещенных в микрорезонатор.

## 5.2 Микроскопическая модель

Рассмотрим транспорт пары фотонов через нульмерный оптический микрорезонатор, в котором оптическая мода ограничена во всех направлениях, с помещенными в него N квантовыми точками, см. рис. 5.1. Гамильтониан, описывающий такую систему, имеет вид

$$H = \sum_{\sigma=\pm} \left\{ \omega_c c^{\dagger}_{\sigma} c_{\sigma} + \sum_{i=1}^{N} \left[ \omega_{x,i} b^{\dagger}_{i,\sigma} b_{i,\sigma} + g_i (b^{\dagger}_{i,\sigma} c_{\sigma} + c^{\dagger}_{\sigma} b_{i,\sigma}) \right] \right\} - \sum_{i=1}^{N} B_i b^{\dagger}_{i,-} b^{\dagger}_{i,+} b_{i,-} b_{i,+} , \quad (5.1)$$

где  $c_{\pm}$  — операторы уничтожения фотонов в двух вырожденных циркулярно поляризованных оптических модах микрорезонатора,  $\omega_c$  — резонансная частота,  $b_{i,\pm}$ — оператор уничтожения экситона в *i*-ой квантовой точке с проекцией спина на ось резонатора  $\pm 1$ ,  $\omega_{x,i}$  — частота экситонного резонанса,  $g_i$  — константы взаимодействия экситонов в *i*-ых квантовых точках с оптической модой резонатора,  $B_i$ — энергии связи биэкситонов (разница удвоенной энергии экситона и энергии би-



Рис. 5.1: Иллюстрация рассматриваемой системы: N квантовых точек, помещенных в микрорезонатор. На вставке показана схема уровней квантовой точки с учетом биэкситонного состояния.

экситона) [112, 113]. В этой главе частота измеряется в энергетических единицах,  $\hbar = 1$ . Вначале будет рассмотрен случай, когда все точки одинаковые:  $\omega_{x,i} = \omega_x$ ,  $g_i = g, B_i = B$ . Учет дисперсии параметров проведен в разделе 5.4.

Оператор уничтожения экситона  $b_{i,\pm}$  может быть представлен в виде произведения двух фермионных операторов  $\xi_{i,\mp 1/2}\xi_{i,\mp 3/2}^{\dagger}$ , описывающих уничтожение электрона на уровне размерного квантования в зоне проводимости и рождение электрона на уровне в валентной зоне. Используя данный факт, можно рассчитывать амплитуды различных процессов по теории возмущений. Данный подход приводит к фейнмановским диаграммам, аналогичным тем, что встречаются в квантовой электродинамике. Однако, так как в этом подходе экситон-фотонное взаимодействие рассматривается как возмущение, получение точных ответов, особенно в наиболее интересном режиме сильной связи, оказывается затруднено. Поэтому в предыдущих работах для расчета многофотонных процессов в квантовых системах, таких как атомы в резонаторах [114, 115] или волноводы с ансамблями атомов [116, 117, 118], использовались другие методы: анзац Бете [19, 111, 119], уравнение Липмана–Швингера [120], "input-output" формализм [121], континуальный интеграл [122, 123].

Здесь, чтобы просуммировать весь ряд теории возмущений, будет использован другой метод, часто применяемый при описании двухуровневых систем [120, 124, 125]. Мы будем рассматривать оператор уничтожения экситона в квантовой точке  $b_{i,\sigma}$  как бозонный. Чтобы учесть то, что на самом деле оператор  $b_{i,\sigma}$  соответствует не бозонному возбуждению, а двухуровневой системе, добавим в гамильтониан дополнительное слагаемое

$$\sum_{\sigma=\pm} \sum_{i=1}^{N} V b_{i,\sigma}^{\dagger} b_{i,\sigma}^{\dagger} b_{i,\sigma} b_{i,\sigma}$$
(5.2)

и будем рассматривать предел  $V \to \infty$ . С учетом этого слагаемого все состояния, содержащие два и более экситона с одинаковой поляризацией в одной квантовой точке и не имеющие физического смысла, приобретают добавку к энергии  $\propto V$ . Тогда в пределе  $V \to \infty$  эти нефизические состояния оказываются бесконечно удалены по энергии от физических, поэтому взаимодействие с ними отсутствует. Как показано далее, такой метод позволяет кардинальным образом упростить ряд теории возмущений. Также необходимо отметить, что вспомогательное взаимодействие (5.2) имеет тот же вид, что и биэкситонная нелинейность, см. последний член в гамильтониане (5.1), что позволяет учитывать два этих взаимодействия единым образом.

## 5.3 Матрица рассеяния пары фотонов

Найдем вначале "одетую" функцию Грина экситона  $G_{ij,\sigma'\sigma}(\omega)$ , описывающую переход экситона из *j*-ой квантовой точки в *i*-ую через оптическую моду микрорезонатора. Ввиду высокой симметрии задачи одноэкситонная функция Грина диагональна по поляризационным индексам,  $G_{ij,\sigma'\sigma}(\omega) = G_{ij}(\omega)\delta_{\sigma'\sigma}$ . Уравнение Дайсона, описывающее взаимодействие экситона с оптической модой микрорезонатора за счет слагаемого  $\propto g$  в гамильтониане (5.1), имеет вид [114]

$$G_{ij} = \delta_{ij}G^{(0)} + Ng^2 G^{(0)} D_c^{(0)} \sum_{k=1}^N G_{kj}, \qquad (5.3)$$



Рис. 5.2: (а) Диаграммы, соответствующие прохождению одиночного фотона через резонатор с квантовыми точками. Волнистой линией обозначена функция Грина оптической моды микрорезонатора, толстой прямой линией — функция Грина экситона в квантовых точках, "одетая" взаимодействием с оптической модой микрорезонатора, уравнение (5.4). Крестами обозначен вход или выход фотона из микрорезонатора, которому соответствует амплитуда  $\sqrt{\Gamma_c}$ . (b) Ряд теории возмущений, описывающий рассеяние двух фотонов в микрорезонаторе. Жирными точками обозначено взаимодействие двух экситонов. Взаимодействие экситонов с одинаковыми и противоположными спинами описывается амплитудами  $V \to \infty$  и -B соответственно.

где  $G^{(0)}(\omega) = 1/(\omega - \tilde{\omega}_x)$  "голая" функция Грина экситона,  $D_c^{(0)} = 1/(\omega - \tilde{\omega}_c) -$ "голая" функция Грина оптической моды резонатора. Здесь введены обозначения  $\tilde{\omega}_c = \omega_c - i\Gamma_c$  и  $\tilde{\omega}_x = \omega_x - i\Gamma_x$ . Величина  $\Gamma_c$  описывает затухание оптической моды за счет отличного от единицы коэффициента отражения света от зеркал, формирующих микрорезонатор. Величина  $\Gamma_x$  описывает нерадиационное затухание экситона. Решая уравнение Дайсона, получаем функцию Грина экситона в виде

$$G_{ij}(\omega) = \frac{1}{\omega - \tilde{\omega}_x} \left[ \delta_{ij} + \frac{g^2}{(\omega - \tilde{\omega}_x)(\omega - \tilde{\omega}_c) - Ng^2} \right].$$
(5.4)

Используя функцию Грина (5.4) можно найти коэффициент прохождения одиночного фотона через систему. Два вклада в амплитуду этого процесса, соответствующие прохождению фотона без возбуждения и с возбуждением экситона, изображены на рис. 5.2 (a). Их сумма дает [126]

$$t(\omega) = -\frac{\mathrm{i}\Gamma_c(\omega - \tilde{\omega}_x)}{(\omega - \tilde{\omega}_x)(\omega - \tilde{\omega}_c) - Ng^2}.$$
(5.5)

Здесь было использовано, что амплитуда входа или выхода фотона через зеркало резонатора, обозначенная крестами на диаграммах рис. 5.2, равна  $\sqrt{\Gamma_c}$ .

Рассмотрим теперь процесс прохождения через систему пары фотонов. Процесс рассеяния фотонов  $(\omega_1 \sigma_1, \omega_2 \sigma_2) \rightarrow (\omega'_1 \sigma'_1, \omega'_2 \sigma'_2)$  описывается матрицей рассеяния [127]

$$S_{1'2',12} = (2\pi)^{2} [\delta_{\sigma_{1}'\sigma_{1}} \delta_{\sigma_{2}'\sigma_{2}} \delta(\omega_{1}' - \omega_{1}) \delta(\omega_{2}' - \omega_{2}) \\ + \delta_{\sigma_{2}'\sigma_{1}} \delta_{\sigma_{1}'\sigma_{2}} \delta(\omega_{2}' - \omega_{1}) \delta(\omega_{1}' - \omega_{2})] t(\omega_{1}) t(\omega_{2}) \\ + 2\pi i M_{1'2',12} \delta(\omega_{1}' + \omega_{2}' - \omega_{1} - \omega_{2}).$$
(5.6)

Два первых слагаемых в уравнении (5.6) отвечают независимому прохождению двух фотонов без изменения их частот. Такие процессы описываются однофотонным коэффициентом прохождения (5.5). Последнее слагаемое в уравнении (5.6) описывает процесс взаимодействия фотонов, при котором они обмениваются энергией. Взаимодействие пары фотонов происходит так, как показано на рис. 5.2 (b). Сначала фотоны входят в микрорезонатор и возбуждают в квантовых точках два экситона. Затем экситоны взаимодействуют между собой: экситоны с противоположными спинами взаимодействуют за счет биэкситонной нелинейности, экситоны с одинаковыми спинами взаимодействуют за счет бесконечного отталкивающего потенциала (5.2). После взаимодействия экситоны высвечиваются, и два получивпихся фотона выходят из резонатора. Ряд теории возмущений, соответствующий однократному, двукратному и т.д. взаимодействию экситонов показан диаграммами на рис. 5.2 (b). Суммирование геометрической прогрессии дает следующее выражение для амплитуды рассеяния

$$M_{1'2',12} = \sum_{i,j=1}^{N} \left[ U(1+\Sigma U)^{-1} \right]_{i,\sigma_1'\sigma_2';j,\sigma_1\sigma_2} \prod_a s(\omega_a),$$
(5.7)

где множители

$$s(\omega_a) = \frac{g\sqrt{\Gamma_c}}{(\omega_a - \tilde{\omega}_x)(\omega_a - \tilde{\omega}_c) - Ng^2}$$
(5.8)

описывают вход и выход из резонатора фотона с частотой  $\omega_a = \omega_1, \omega_2, \omega'_1, \omega'_2$  и соответствуют внешним концам диаграмм на рис. 5.2 (b), матрица

$$\Sigma_{i,\sigma_1'\sigma_2';j,\sigma_1\sigma_2} = \mathrm{i}\delta_{\sigma_1\sigma_1'}\delta_{\sigma_2\sigma_2'}\int G_{ij}(\omega)G_{ij}(2\varepsilon - \omega)\frac{d\omega}{2\pi}$$
(5.9)

представляет собой двухэкситонную собственно-энергетическую часть, описывающую распространение пары экситонов со спинами  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  из *j*-ой квантовой точки в *i*-ую. Здесь  $\varepsilon = (\omega_1 + \omega_2)/2 = (\omega'_1 + \omega'_2)/2$  — средняя энергия двух экситонов, а  $U_{i,\sigma'_1\sigma'_2;j,\sigma_1\sigma_2} = \delta_{ij}U_{\sigma'_1\sigma'_2,\sigma_1\sigma_2}, U_{++,++} = U_{--,--} = V \rightarrow \infty,$  $U_{+-,+-} = U_{+-,-+} = U_{-+,+-} = U_{-+,-+} = B/2$  — сила взаимодействия между ними.

## 5.3.1 Амплитуды рассеяния пары фотонов

Подставляя функции Грина (5.4) в уравнения (5.7)–(5.9), получаем следующие амплитуды рассеяния двух фотонов с одинаковыми и противоположными циркулярными поляризациями:

$$M_{\uparrow\uparrow} \equiv M_{++,++} = M_{--,--}$$

$$= \frac{4N(2\varepsilon - \tilde{\omega}_x - \tilde{\omega}_c)(\varepsilon - \tilde{\omega}_x - \frac{Ng^2}{\varepsilon - \tilde{\omega}_c})\prod_a s(\omega_a)}{2\varepsilon - \tilde{\omega}_x - \tilde{\omega}_c - \frac{Ng^2}{\varepsilon - \tilde{\omega}_c} - \frac{(N-1)g^2}{\varepsilon - \tilde{\omega}_x}},$$

$$M_{\uparrow\downarrow} \equiv M_{+-,+-} = M_{+-,-+} = M_{-+,+-} = M_{-+,-+}$$

$$= \frac{2NB(2\varepsilon - \tilde{\omega}_x - \tilde{\omega}_c)(\varepsilon - \tilde{\omega}_x - \frac{Ng^2}{\varepsilon - \tilde{\omega}_c})\prod_a s(\omega_a)}{(2\varepsilon - 2\tilde{\omega}_x + B)[2\varepsilon - \tilde{\omega}_x - \tilde{\omega}_c - \frac{Ng^2}{\varepsilon - \tilde{\omega}_c} - \frac{(N-1)g^2}{\varepsilon - \tilde{\omega}_x}] - 2g^2}.$$
(5.10)

Два фотона с одинаковой циркулярной поляризацией не могут возбудить биэкситон, поэтому амплитуда  $M_{\uparrow\uparrow}$  не зависит от энергии связи биэкситона B. Обратно, взаимодействие двух фотонов с противоположными спинами возможно лишь в меру биэкситонной нелинейности, поэтому амплитуда  $M_{\uparrow\downarrow}$  обращается в нуль при B = 0. В пределе очень большой энергии связи биэкситона  $B \to \infty$  биэкситон не возбуждается, поэтому фотоны с противоположной циркулярной поляризацией взаимодействуют с системой точно так же, как и пара фотонов с одинаковой циркулярной поляризацией. Поэтому при  $B \to \infty$  имеем  $M_{\uparrow\uparrow} = 2M_{\uparrow\downarrow}$ , где множитель 2 возникает из-за неразличимости пары фотонов с одинаковой поляризацией.

### 5.3.2 Двухфотонные резонансы

Рассмотрим сначала однофотонные резонансы, соответствующие полюсам коэффициента прохождения (5.5) и множителей  $s(\omega_a)$  в амплитудах (5.10)–(5.11). При



Рис. 5.3: Энергии оптически активных двухчастичных состояний в системе N = 2 квантовых точек, сильно связанных с оптической модой микрорезонатора, как функция энергии связи биэкситона B. Сплошными синими и красными линиями показаны энергии состояний двух частиц с одинаковыми и противоположными спинами, проявляющиеся как полюса ампилитуд  $M_{\uparrow\uparrow}$  и  $M_{\uparrow\downarrow}$  соответственно, см. уравнения (5.10) и (5.11). Черной пунктирной линией показана энергия сверхизлучательного биэкситонного состояния. Желтой пунктирной линией показана энергия возбуждения, соответствующая однофотонному резонансу и максимальному однофотонному коэффициенту прохождения. Желтой точкой показана энергия связи биэкситона, оптимальная для эффекта фотонной блокады. Справа от графика показаны схематически нулевая, первая и вторая ступени лестницы Тэвиса–Каммингса. Стрелками обозначено двухфотонное возбуждение, реализующее режим фотонной блокады.

 $\omega_c = \omega_x$  и  $\Gamma_x, \Gamma_c \ll g$  резонансы находятся на частотах  $\omega_a = \omega_x \pm \sqrt{Ng}$ , что соответствует энергиям уровней первой ступени лестницы Тэвиса–Каммингса [128]. Соответствующие состояния возникают в результате взаимодействия оптической моды резонатора со сверхизлучательной экситонной модой, являющейся симметричной суперпозицией экситонов во всех квантовых точках [129, 130, 131]:

$$|\mathrm{SR1}_{\sigma}\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i} b_{i,\sigma}^{\dagger} |0\rangle .$$
 (5.12)

Энергии двух состояний расщеплены на величину  $2\sqrt{N}g$ , соответствующую силе взаимодействия сверхизлучательной моды с оптической модой резонатора.

Помимо однофотонных резонансов амплитуда рассеяния пары фотонов имеет

также полюса на энергиях, соответствующих двухчастичным состояниям. Полюса амплитуды рассеяния фотонов с одинаковой циркулярной поляризацией  $M_{\uparrow\uparrow}$ находятся на частотах  $2\varepsilon = 2\omega_x \pm 2g\sqrt{N-1/2}$ , которые соответствуют энергиям состояний на второй ступени лестницы Тэвиса–Каммингса. Эти состояния представляют собой результат взаимодействия двухэкситонного сверхизлучательного состояния

$$|\mathrm{SR2}_{\sigma\sigma}\rangle = \sqrt{\frac{2}{N(N-1)}} \sum_{i$$

состояния с двумя фотонами в моде резонатора,  $(c_{\sigma}^{\dagger 2}/\sqrt{2})|0\rangle$ , и состояния с одним фотоном в резонаторе и одним экситоном в сверхизлучательной моде,  $c_{\sigma}^{\dagger}|\text{SR1}_{\sigma}\rangle$ .

Полюса амплитуды рассеяния двух фотонов с противоположными циркулярными поляризациями  $M_{\uparrow\downarrow}$  отвечают состояниям, получающимся в результате взаимодействия описанных выше состояний  $|\text{SR2}_{+-}\rangle$ ,  $c_{+}^{\dagger}c_{-}^{\dagger}|0\rangle$  и  $(c_{+}^{\dagger}|\text{SR1}_{-}\rangle + c_{-}^{\dagger}|\text{SR1}_{+}\rangle)/\sqrt{2}$  со сверхизлучательным биэкситонным состоянием

$$|\mathrm{SR2}_B\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_i b_{i,+}^{\dagger} b_{i,-}^{\dagger} |0\rangle \,. \tag{5.14}$$

Зависимость энергий всех двухфотонных резонансов амплитуд рассеяния  $M_{\uparrow\uparrow}$ и  $M_{\uparrow\downarrow}$  от энергии связи биэкситона *B* показана на рис. 5.3. Кривые, соответствующие энергиям состояний двух частиц с противоположными спинами (сплошные красные линии) могут быть получены как результат антипересечения кривых, соответствующих состояниям двух частиц с одинаковыми спинами (сплошные синие линии) с прямой, соответствующей энергии сверхизлучательного биэкситонного состояния  $2\varepsilon = 2\omega_x - B$  (сплошная пунктирная линия). Данный факт следует из вида знаменателей амплитуд  $M_{\uparrow\uparrow}$  и  $M_{\uparrow\downarrow}$ , см. уравнения (5.10) и (5.11).

### 5.3.3 Режим фотонной блокады

Рассмотрим возбуждение системы когерентным линейно поляризованным вдоль оси x светом с частотой  $\varepsilon$ . Будем считать, что интенсивность света мала, так что состояние падающего света имеет вид

$$|\psi_{\rm in}\rangle = e^{\alpha a_{\varepsilon,x}^{\dagger}}|0\rangle \approx (1 + \alpha a_{\varepsilon,x}^{\dagger} + \alpha^2 a_{\varepsilon,x}^{\dagger 2}/2)|0\rangle, \qquad (5.15)$$

где  $a_{\varepsilon,x}^{\dagger}$  оператор рождения фотона с поляризацией x и частотой  $\varepsilon$ , параметр  $|\alpha|^2 \ll 1$  мал и пропорционален интенсивности света. Используя однофотонный коэффициент прохождения (5.5) и матрицу рассеяния двух фотонов в виде формулы (5.6), получаем фотонное состояние прошедшего света в виде  $|\psi_{\text{out}}\rangle = |0\rangle + |\psi_{\text{out}}^{(1)}\rangle + |\psi_{\text{out}}^{(2)}\rangle$ , где

$$|\psi_{\text{out}}^{(1)}\rangle = t(\varepsilon)\alpha a_{\varepsilon,x}^{\dagger}|0\rangle \tag{5.16}$$

— однофотонное состояние прошедшего света, а

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{out}}^{(2)}\rangle &= \frac{1}{2}t^{2}(\varepsilon)\alpha^{2}a_{\varepsilon,x}^{\dagger2}|0\rangle \\ &+ \frac{\mathrm{i}\alpha^{2}}{4}\int \frac{d\omega}{2\pi} \Big[M_{xx,xx}(\omega, 2\varepsilon - \omega; \varepsilon, \varepsilon)a_{\omega,x}^{\dagger}a_{2\varepsilon - \omega,x}^{\dagger} + M_{yy,xx}(\omega, 2\varepsilon - \omega; \varepsilon, \varepsilon)a_{\omega,y}^{\dagger}a_{2\varepsilon - \omega,y}^{\dagger}\Big]|0\rangle \end{aligned}$$
(5.17)

— двухфотонное состояние прошедшего света. Использованные в уравнении (5.17) амплитуды рассеяния в базисе линейных поляризаций выражаются через полученные ранее амплитуды в базисе циркулярных поляризаций, уравнения (5.10) и (5.11), по формулам

$$M_{xx,xx} = M_{\uparrow\downarrow} + \frac{1}{2}M_{\uparrow\uparrow},$$
  

$$M_{yy,xx} = M_{\uparrow\downarrow} - \frac{1}{2}M_{\uparrow\uparrow}.$$
(5.18)

Двухфотонное состояние (5.17) представляет собой суперпозицию двух фотонов с поляризацией x и двух фотонов с поляризацией y. Причиной этого является то, что возбуждаемый линейно поляризованным светом биэкситон может излучаться либо как два x-поляризованных фотона, либо как два y-поляризованных фотона [113]. Таким образом, прошедший свет содержит поляризационно запутанные фотонные пары [112]. Рассмотрим корреляционную функцию интенсивности прошедшего *x*-поляризованного света. Используя определение

$$g^{(2)}(t) = \frac{\langle \psi_{\text{out}}^{(2)} | a_x^{\dagger}(0) a_x^{\dagger}(t) a_x(t) a_x(0) | \psi_{\text{out}}^{(2)} \rangle}{\langle \psi_{\text{out}}^{(1)} | a_x^{\dagger}(0) a_x(0) | \psi_{\text{out}}^{(1)} \rangle^2}, \qquad (5.19)$$

где  $a_x(t) = \int a_{\omega,x} e^{-i\omega t} d\omega$ , и подставляя в него однофотонные и двухфотонные состояния (5.16) и (5.17), получаем следующее выражение для корреляционной функции второго порядка:

$$g^{(2)}(t) = \left| 1 + \frac{\int i M_{xx,xx}(\varepsilon + \omega, \varepsilon - \omega; \varepsilon, \varepsilon) e^{-i\omega t} d\omega}{4\pi t^2(\varepsilon)} \right|^2.$$
(5.20)

Далее будет рассмотрен случай, когда частота падающего света соответствует однофотонному резонансу и достигается наибольшее значение коэффициента прохождения света. В этом случае корреляционная функция  $g^{(2)}(t)$  зависит от времени монотонным образом: она растет (или спадает) от значения  $g^{(2)}(0)$  к единице при  $t \to \infty$  на временах порядка  $1/(\Gamma_c + \Gamma_x)$ . Необходимо отметить, что в случае нерезонансного возбуждения, рассмотренном в работе [132], зависимость более сложная и содержит осцилляции Раби. В рассматриваемом же здесь случае резонансного возбуждения для анализа можно ограничиться значением корреляционной функции при t = 0.

## 5.3.4 Биэкситонная фотонная блокада для большого числа квантовых точек в микрорезонаторе

В режиме сильной связи, когда  $g \gg \Gamma_x$ ,  $\Gamma_c$ , максимальный коэффициент прохождения  $t(\omega)$  реализуется на частотах  $\varepsilon = \omega_x \pm \sqrt{Ng}$ . Для определенности будем считать, что возбуждение идет на меньшей из них; результаты для большей полностью аналогичны. Рассчитывая корреляционную функцию для *x*-поляризованного прошедшего света по формуле (5.19), находим

$$g^{(2)}(0) = \left| \frac{2N^{3/2}g - (2N+1)B + \frac{4\mathrm{i}N^2g}{g/\Gamma + 2\mathrm{i}\sqrt{N}}}{4\mathrm{i}N^{3/2}g - \sqrt{N}B(g/\Gamma + 2\mathrm{i}\sqrt{N})} \right|^2,$$
(5.21)



Рис. 5.4: Зависимость двухфотонной корреляционной функции  $g^{(2)}(0)$  от числа квантовых точек N. Черной кривой показана корреляционная функция света, отраженного от N квантовых точек без резонатора. Такие же значения корреляционной функции наблюдаются для света, прошедшего через резонатор с N квантовыми точками в режиме слабой связи. Синей и красной кривыми показаны корреляционные функции фотонов с поляризацией x, прошедших через микрорезонатор с N квантовыми точками в режиме сильной связи,  $\Gamma = 0.1g$ , при x-поляризованном возбуждении с частотой  $\varepsilon = \omega_x - \sqrt{Ng}$ , соответствующей однофотонному резонансу. Синяя кривая рассчитана для  $B = \infty$ , что соответствует отсутствию биэкситонного резонанса. Красная кривая рассчитана для случая оптимальной энергии связи биэкситона  $B = B^*$ , для которой реализуется минимальное значение  $g^{(2)}(0)$ .

где  $\Gamma = \Gamma_c + \Gamma_x$ . Формула (5.21) для двухфотонного коррелятора является основным результатом данной главы. Далее будет проанализирована зависимость величины  $g^{(2)}(0)$  от числа квантовых точек в резонаторе N (рис. 5.4) и от энергии связи биэкситона B (рис. 5.5), будут выявлены режимы минимизирующие  $g^{(2)}(0)$  и, таким образом, оптимальные для эффекта фотонной блокады.

Синей кривой на рисунке 5.4 (а) показана зависимость  $g^{(2)}(0)$  от числа квантовых точек N для  $B \to \infty$ , что соответствует отсутствию биэкситонного резонанса. При N = 1 имеет место ярко выраженный режим фотонной блокады  $g^{(2)}(0) \ll 1$ . Режим фотонной блокады для одиночной двухуровневой системы в микрорезонаторе реализуется вследствие того, что энергии двухчастичных состояний лестницы Джейнса–Каммингса отстроены от удвоенной энергии одноча-



Рис. 5.5: Зависимость корреляционной функции *x*-поляризованных фотонов прошедших через микрорезонатор с N квантовыми точками в режиме сильной связи,  $\Gamma = 0.1g$ , от энергии связи биэкситона B при *x*-поляризованном возбуждении с частотой  $\varepsilon = \omega_x - \sqrt{Ng}$ , соответствующей однофотонному резонансу. Кривые соответствуют различному числу точек N в микрорезонаторе.

стичных состояний [107]. При увеличении числа квантовых точек в микрорезонаторе режим фотонной блокады постепенно разрушается и в пределе  $N \to \infty$ имеем  $g^{(2)}(0) \to 1$ . Это объясняется тем, что пара фотонов может возбудить симметричное сверхизлучательное двухчастичное состояние второго уровня лестницы Тэвиса–Каммингса, см. красную кривую на рис. 5.3. Но это состояние имеет энергию  $2\omega_x - 2\sqrt{N-1/2} g$ , отличную от удвоенной энергии возбуждения  $2\varepsilon = 2(\omega_x - \sqrt{N}g)$ , соответствующей однофотонному резонансу, см. желтую кривую на рис. 5.3. Режим фотонной блокады сохраняется до тех пор, пока различие между этими энергиями превышает уширение уровней Г. Разрушение фотонной блокады происходит для достаточно больших  $N \sim (g/2\Gamma)^2 \sim 25$  для параметров рис. 5.4.

Влияние биэкситонного резонанса на фотонную блокаду иллюстрирует рис. 5.5, где построена зависимость корреляционной функции  $g^{(2)}(0)$  от энергии связи биэкситона *B*. Эта зависимость немонотонная: для определенного значения энергии связи биэкситона  $B = B^*$  достигается минимум  $g^{(2)}(0)$ . Провал в зависимости корреляционной функции от B не исчезает даже с увеличением числа квантовых точек N. Таким образом, режим фотонной блокады может быть обеспечен даже для большого числа квантовых точек в микрорезонаторе.

Фотонная блокада для большого числа квантовых точек в микрорезонаторе возникает, потому что взаимодействие с биэкситонным состоянием отстраивает частоты двухфотонных резонансов от удвоенной частоты однофотонного резонанса. Для небольших  $N \ll (g/2\Gamma)^2,$ для которых фотонная блокада имела место и в отсутствие биэкситона, наличие биэкситонного резонанса может приводить к дополнительному подавлению величины  $q^{(2)}(0)$  за счет интерференции двух каналов прохождения: линейно поляризованные фотоны могут пройти через систему как фотоны с одинаковыми или противоположными циркулярными поляризациями,  $M_{xx,xx} = M_{\uparrow\downarrow} + \frac{1}{2}M_{\uparrow\uparrow}$ . Наименьшее значение корреляционной функции достигается для энергии связи биэкситона  $B^{\ast} = N^{3/2}g/(N+1/2)$ и равно  $g^{(2)}(0) = 4(2N+1)^2 (\Gamma/g)^4$ . Оптимальная энергия связи  $B^*$  показана желтой точкой на рис. 5.3. Величина корреляционной функции при оптимальном биэкситоне пропорциональна  $(\Gamma/g)^4$ , что параметрически меньше, чем значение корреляционной функции  $g^{(2)}(0) = (2N+1)^2 \Gamma^2 / Ng^2$  в отсутствие биэкситонного резонанса (при  $B = \infty$ ). Зависимость корреляционной функции от числа квантовых точек без биэкситонного резонанса и с биэкситонным резонансом на оптимальной энергии показаны на рис. 5.4 синей и красной кривыми, соответственно.

При больших числах квантовых точек  $N \gg (g/2\Gamma)^2$ , когда в отсутствие биэкситонного резонанса фотонная блокада разрушается, корреляционная функция  $g^{(2)}(0)$  равняется единице всюду, кроме узкой области энергий связи биэкситона шириной ~ g около  $B^* = 2\sqrt{Ng}$ . Эта область энергий связи биэкситона соответствует антипересечению энергии биэкситонного уровня с уровнем второй ступени лестницы Тэвиса–Каммингса. В этом случае удвоенная энергия возбуждения попадает ровно в энергетическую щель между расщепленными модами  $\uparrow\downarrow$ , см. рис. 5.3. Пока величина щели ~ g больше, чем уширение уровней ~  $\Gamma$ , прохож-
дение фотонов с противоположной циркулярной поляризацией подавлено, т.е. в канале  $\uparrow\downarrow$  имеет место фотонная блокада. На прохождение фотонов в канале  $\uparrow\uparrow$  биэкситонный резонанс не влияет, и фотонная блокада в нем отсутствует. Величина корреляционной функции  $g^{(2)}(0)$  для прошедшего *x*-поляризованного света, складывается из вкладов обоих каналов,  $\uparrow\uparrow$  и  $\uparrow\downarrow$ , и поэтому равна 1/4, см. красную кривую на рис. 5.5.

# Отсутствие фотонной блокады в системе квантовых точек без резонатора

Необходимо отметить, что зависимость  $g^{(2)}(0)$  от числа точек отличается для квантовых точек в резонаторе и без него. Уже для двух квантовых точек без резонатора режим фотонной блокады отсутствует, см. черную кривую на рис. 5.4.

Для выявления роли микрорезонатора рассчитаем амплитуду рассеяния пары фотонов на N одинаковых квантовых точках с биэкситонной нелинейностью без резонатора. Будем считать, что оптическая система одномерна, и представляет собой одномодовый волновод. Одночастичная функция Грина экситона, учитывающая его взаимодействие с континуумом окружающих оптических мод, находится из уравнения Дайсона

$$G_{ij} = \delta_{ij}G^{(0)} + NG^{(0)}\sum_{q} |g_q|^2 D_q \sum_{k=1}^{N} G_{kj}, \qquad (5.22)$$

где  $G^{(0)}(\omega) = 1/(\omega - \tilde{\omega}_x)$  — голая функция Грина экситона,  $D_q = 1/(\omega - \omega_q + i0)$  — функция Грина оптической моды волновода с волновым вектором q и частотой  $\omega_q$ , а  $g_q$  — матричный элемент взаимодействия экситона с этой модой. Предполагая линейную зависимость  $\omega_q$  от q,  $\omega_q = v_g |q|$ , и считая  $g_q$  константой, при суммировании по q в уравнении (5.22) получаем чисто мнимый результат,

$$\sum_{q} |g_{q}|^{2} D_{q} = -i\Gamma_{0} , \qquad (5.23)$$

где  $\Gamma_0 = |g_q|^2/v_g$  — скорость радиационного затухания экситона в квантовой точ-

ке [76]. Решение уравнения Дайсона (5.22) дает

$$G_{ij}(\omega) = \frac{1}{\omega - \tilde{\omega}_x} \left( \delta_{ij} - \frac{\mathrm{i}\Gamma_0}{\omega - \tilde{\omega}_x + \mathrm{i}N\Gamma_0} \right) \,. \tag{5.24}$$

Используя функцию Грина (5.24) и метод расчета двухфотонной матрицы рассеяния, который был развит в разделе 5.3, приходим к следующим амплитудам рассеяния для фотонов с одинаковыми и противоположными циркулярными поляризациями:

$$M_{\uparrow\uparrow} = \frac{4N(\varepsilon - \tilde{\omega}_x)(\varepsilon - \tilde{\omega}_x + iN\Gamma_0)\prod_a s(\omega_a)}{\varepsilon - \tilde{\omega}_x + i(N-1)\Gamma_0},$$
(5.25)

$$M_{\uparrow\downarrow} = \frac{2BN(\varepsilon - \tilde{\omega}_x)(\varepsilon - \tilde{\omega}_x + \mathrm{i}N\Gamma_0)\prod_a s(\omega_a)}{(\varepsilon - \tilde{\omega}_x + \mathrm{i}N\Gamma_0)(2\varepsilon - 2\tilde{\omega}_x + B) - \mathrm{i}B\Gamma_0},\tag{5.26}$$

где  $s(\omega) = \sqrt{\Gamma_0}/(\omega - \tilde{\omega}_x + iN\Gamma_0)$ . Корреляционная функция второго порядка для отраженного света вычисляется при помощи уравнения (5.20), где  $t(\omega)$  необходимо заменить однофотонным коэффициентом отражения от N квантовых точек

$$r(\omega) = -\frac{\mathrm{i}N\Gamma_0}{\omega - \tilde{\omega}_x + \mathrm{i}N\Gamma_0}.$$
(5.27)

Для случая возбуждения с частотой  $\omega_x$ , когда реализуется максимум коэффициента отражения, корреляционная функция имеет вид

$$g^{(2)}(0) = \left| 1 - \frac{\Gamma_x}{2N} \left[ \frac{1}{\Gamma_x + (N-1)\Gamma_0} + \frac{B}{(\Gamma_x + N\Gamma_0)(B+2i\Gamma_x) - B\Gamma_0} \right] \right|^2.$$
(5.28)

Можно показать, что величина  $g^{(2)}(0)$ , описываемая уравнением (5.28), монотонно уменьшается с ростом абсолютной величины *B*. Таким образом, наименьшее значение коррелятора достигается в пределе  $B \to \infty$ , т.е. при отсутствии биэкситонного резонанса. Корреляционная функция в этом пределе равна

$$g^{(2)}(0) = \left(1 - \frac{\Gamma_x}{N[\Gamma_x + (N-1)\Gamma_0]}\right)^2.$$
 (5.29)

В режиме сильного взаимодействия экситона со светом,  $\Gamma_0 \gg \Gamma_x$ , зависимость корреляционной функции от числа квантовых точек N принимает форму, изображенную черной кривой на рис. 5.4: для N = 1 имеем  $g^{(2)}(0) = 0$ , в то время

как  $g^{(2)}(0) = 1$  для  $N \ge 2$ . В противоположном режиме слабого взаимодействия экситона со светом,  $\Gamma_0 \gg \Gamma_x$ , имеем  $g^{(2)}(0) = (1 - 1/N)^2$ . Уже для небольшого числа квантовых точек корреляционная функция становится близка к единице.

Таким образом, в отсутствие оптического резонатора биэкситонный резонанс приводит лишь к увеличению корреляционной функции отраженного света и не может способствовать реализации режима фотонной блокады. Более того, фотонная блокада невозможна для нескольких квантовых точек в волноводе. Это объясняется тем, что взаимодействие экситонных мод в квантовых точках с континуумом оптических мод приводит лишь к чисто мнимой поправке к их частотам, и таким образом не может обеспечить отстройку энергии двухчастичных возбуждений от удвоенной энергии одночастичных возбуждений. Напротив, взаимодействие экситонных мод с дискретной оптической модой резонатора приводит к реальной поправке к их энергии, описывающей поляритонный эффект, и необходимая для режима фотонной блокады отстройка может быть реализована.

#### 5.4 Влияние неоднородного уширения

В данном разделе изучено влияние разброса параметров квантовых точек на описанный выше эффект фотонной блокады в микрорезонаторе. Для реализации биэкситонной фотонной блокады критически важно существование коллективных сверхизлучательных мод. При слишком большом разбросе параметров экситонных и биэкситонных резонансов в квантовых точках появляется большое число оптически активных мод, что делает невозможным отстройку всех двухфотонных резонансов от удвоенной частоты однофотонного резонанса.

Экситонная сверхизлучательная мода слабо чувствительна к разбросу констант взаимодействия экситона со светом  $\delta g$ . Она может быть разрушена лишь при достаточно сильном разбросе частот экситонных резонансов  $\delta \omega_x \gtrsim \sqrt{N}g$  [131, 133]. Двухчастичные сверхизлучательные моды оказываются чувствительны как к разбросу частот экситонных резонансов, так и к разбросу констант взаимодействия



Рис. 5.6: Зависимость корреляционной функции *x*-поляризованных фотонов, прошедших через микрорезонатор с ансамблем из N = 50 квантовых точек, от энергии связи биэкситона *B* при *x*-поляризованном возбуждении с частотой  $\varepsilon = \bar{\omega}_x - \sqrt{Ng}$ ,  $\Gamma = 0.1g$ . Черные кривые соответствуют различным наборам частот экситонных резонансов в квантовых точках, нормально распределенных вокруг  $\bar{\omega}_x = \omega_c$  с дисперсией  $\delta\omega_x = 0.2g$ . Розовой кривой показана зависимость корреляционной функции при отсутствии разброса частот,  $\delta\omega_x = 0$ . На вставке показана зависимость минимального значения корреляционной функции  $g^{(2)}(0)$  от дисперсии распределения частот экситонов в квантовых точках. Вертикальными отрезками обозначена дисперсия минимального значения корреляционной функции.

со светом. Коллективные состояния двух экситонов с противоположными спинами чувствительны также к разбросу энергий связи биэкситона  $\delta B$ . Для биэкситонной фотонной блокады в резонаторе с большим числом квантовых точек необходимо существование антипересечения между двухчастичными резонансами в канале  $\uparrow\downarrow$ , см. рис. 5.3, обеспечивающего отстройку частоты этих резонансов от удвоенной частоты однофотонного резонанса. Величина расщепления в точке антипересечения  $\sim g$ , поэтому чтобы щель была разрешена в спектре микрорезонатора с Nквантовыми точками, необходимо  $\delta\omega_x, \sqrt{N}\delta g, \delta B \ll g$ .

На рис. 5.6 набором тонких сплошных кривых показаны зависимости корреляционной функции  $g^{(2)}(0)$  для 50 разных реализаций ансамбля из N = 50 квантовых точек в микрорезонаторе. Частоты экситонных резонансов в квантовых точках считались нормально распределенными вокруг среднего значения, равного частоте моды резонатора, с дисперсией  $\delta\omega_x = 0.2g$ . Видно, что величина корреляционной функции для некоторых реализаций может сильно отличаться от идеального случая, когда частоты экситонных резонансов во всех квантовых точках совпадают, показанного толстой пунктирной кривой на рис. 5.6. Однако, положение минимума в зависимости корреляционной функции от энергии связи биэкситона для всех реализаций практически одинаково. Зависимость минимального значения  $g^{(2)}(0)$  от разброса частот экситонных резонансов  $\delta\omega_x$  показана на вставке рис. 5.6. Точками показана усредненная по реализациям минимальная величина коррелятора, а вертикальными отрезками — ее дисперсия. Минимальное значение корреляционной функции растет с ростом дисперсии частот экситонных резонансов, однако остается малым в рассматриваемом случае  $\delta\omega_x \ll g$ .

### 5.5 Краткие итоги

- Построена теория, описывающая прохождение пар фотонов через оптический микрорезонатор с несколькими квантовыми точками с учетом биэкситонной нелинейности. Установлено, что наличие биэкситонного резонанса оказывает существенное влияние на величину корреляционной функции второго порядка прошедших фотонов g<sup>(2)</sup>(0).
- Корреляционная функция прошедшего линейно поляризованного света  $g^{(2)}(0)$  зависит от энергии связи биэкситона немонотонным образом: наименьшее значение коррелятора достигается при совпадении энергии биэкситона с энергией уровня второй ступени лестницы Тэвиса–Каммингса. Путем подстройки энергии биэкситона можно реализовать режим фотонной блокады для сколь угодно большого числа одинаковых квантовых точек в микрорезонаторе; корреляционная функция при этом не превышает 1/4.

## Заключение

В диссертации получены следующие основные результаты:

- Показано, что в квантовых ямах с сильным спин-орбитальным взаимодействием деполяризация неравновесного спина в магнитном поле описывается немонотонной кривой Ханле. Максимум спиновой поляризации достигается во внешнем поле, совпадающем по величине с эффективным полем спинорбитального взаимодействия.
- Теоретически описана спиновая динамика электронов в двумерных системах с анизотропным рассеянием. Установлено, что тензор скоростей спиновой релаксации определяется тензором проводимости.
- Развита микроскопическая теория спиновой релаксации электронов в асимметричных квантовых ямах кристаллографической ориентации (110) с однородным и с пространственно флуктуирующим полем Рашбы. Показано, что поле Дрессельхауза приводит к увеличению времени жизни спина.
- Построена теория пространственно-временных флуктуаций спиновой плотности в двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием в баллистическом и диффузионном режимах транспорта электронов. Продемонстрировано усиление корреляций флуктуаций спина в условиях долгоживущей спиновой спирали.
- Предсказан эффект дрожащего движения электронов в структурах с линейным по волновому вектору спин-орбитальным расщеплением спектра во

внешнем магнитном поле. Рассчитан нестационарный спин-гальванический ток, обусловленный когерентным дрожащим движением ансамбля поляризованных по спину электронов.

- Продемонстрирована возможность оптической ориентации электронов и генерации нестационарных фототоков в квантовых ямах последовательностью двух не перекрывающихся во времени когерентных линейно поляризованных импульсов света.
- Построен эффективный спиновый гамильтониан, описывающий тонкую структуру уровней кремниевой вакансии со спином 3/2 в SiC с учетом тригональной симметрии кристаллического окружения. Объяснено появление в экспериментальных спектрах магнитного резонанса вакансий линий, соответствующих переходам с изменением проекции спина на ±2, и антипересечений уровней.
- Рассчитана матрица рассеяния, описывающая прохождение пары фотонов через оптический микрорезонатор с квантовыми точками с учетом биэкситонной нелинейности. Корреляционная функция прошедшего линейно поляризованного света зависит от энергии связи биэкситона немонотонно. Путем подстройки энергии связи биэкситона можно реализовать режим фотонной блокады для сколь угодно большого числа одинаковых квантовых точек в микрорезонаторе.

Основные результаты диссертационной работы изложены в публикациях:

- [A1] A.V. Poshakinskiy, S.A.Tarasenko. Spin-orbit Hanle effect in high-mobility quantum wells // Phys. Rev. B 84, 073301 (2011).
- [A2] A.V. Poshakinskiy, S.A. Tarasenko. Electron spin dephasing in two-dimensional systems with anisotropic scattering // Phys. Rev. B 84, 155326 (2011).
- [A3] A.V. Poshakinskiy, S.A.Tarasenko. Effect of Dresselhaus spin-orbit coupling on spin dephasing in asymmetric and macroscopically symmetric (110)-grown quantum wells // Phys. Rev. B 87, 235301 (2013).
- [A4] G. Wang, A. Balocchi, A.V. Poshakinskiy, C.R. Zhu, S.A. Tarasenko, T. Amand, B.L. Liu, X. Marie. Magnetic field effect on electron spin dynamics in (110) GaAs quantum wells // New J. Phys. 16, 045008 (2014).
- [A5] A.V. Poshakinskiy, S.A. Tarasenko. Excitation of spin density and current by coherent light pulses in QWs // Письма в ЖЭТФ 99, 743 (2014).
- [A6] A.V. Poshakinskiy, S.A. Tarasenko. Spatiotemporal spin fluctuations caused by spin-orbit-coupled Brownian motion // Phys. Rev. B 92, 045308 (2015).
- [A7] D. Simin, V.A. Soltamov, A.V. Poshakinskiy, A.N. Anisimov, R.A. Babunts, D.O. Tolmachev, E.N. Mokhov, M. Trupke, S.A. Tarasenko, A. Sperlich, P.G. Baranov, V. Dyakonov, G.V. Astakhov. All-optical dc nanotesla magnetometry using silicon vacancy fine structure in isotopically purified silicon carbide // Phys. Rev. X 6, 031014 (2016).
- [A8] A.V. Poshakinskiy, A.N. Poddubny. Biexciton-mediated superradiant photon blockade // Phys. Rev. A 93, 033856 (2016).
- [A9] A.V. Poshakinskiy, I. Stepanov, M. Ersfeld, M. Lepsa, E.L. Ivchenko, S.A. Tarasenko, B. Beschoten. Coherent Zitterbewegung of electrons in semiconductor structures triggered by optical pulses // 33rd International Conference on the Physics of Semiconductors (Beijing, China, 2016), Book of Abstracts, part I, p. 362.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю С.А. Тарасенко. Работа под его руководством была для меня очень полезной и интересной. Также я благодарен А.Н. Поддубному, совместная работа с которым была чрезвычайно увлекательной.

Я признателен участникам Низкоразмерного и Чайного семинаров ФТИ. Обсуждение на этих семинарах работ, вошедших в диссертацию, принесло мне большую пользу.

Я благодарен Е.Л. Ивченко, Л.Е. Голубу, М.М. Глазову и всем сотрудникам сектора Л.Е. Голуба за полезные обсуждения, а также М.В. Дурневу и Г.В. Будкину за помощь, любезно оказанную при оформлении диссертации и сопутствующих документов.

## Литература

- Spintronics: A spin-based electronics vision for the future / S. A. Wolf,
   D. D. Awschalom, R. A. Buhrman et al. // Science. 2001. Vol. 294, no. 5546. Pp. 1488-1495.
- [2] Žutić I., Fabian J., Das Sarma S. Spintronics: Fundamentals and applications // Rev. Mod. Phys. - 2004. - Vol. 76. - P. 323.
- [3] Spin Physics in Semiconductors / Ed. by M. I. Dyakonov. Berlin: Springer-Verlag, 2008.
- [4] Spin beats and dynamical magnetization in quantum structures / J. J. Baumberg,
  D. D. Awschalom, N. Samarth et al. // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 72. Pp. 717-720.
- [5] Оптическая ориентация / Под ред. Б. П. Захарчени, Ф. Майера. Ленинград: Наука, 1989.
- [6] Zapasskii V. S. Spin-noise spectroscopy: from proof of principle to applications // Adv. Opt. Photon. - 2013. - Vol. 5, no. 2. - P. 131.
- [7] Semiconductor spin noise spectroscopy: Fundamentals, accomplishments, and challenges / G. M. Müller, M. Oestreich, M. Römer, J. Hübner // Physica E. – 2010. – Vol. 43, no. 2. – Pp. 569–587.
- [8] Callen H. B., Welton T. A. Irreversibility and generalized noise // Phys. Rev. 1951. – Vol. 83. – Pp. 34–40.

- [9] Electric field-driven coherent spin reorientation of optically generated electron spin packets in InGaAs / S. Kuhlen, K. Schmalbuch, M. Hagedorn et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – Vol. 109. – P. 146603.
- [10] Spin-galvanic effect / S. D. Ganichev, E. L. Ivchenko, V. V. Bel'kov et al. // *Nature.* - 2002. - Vol. 417, no. 6885. - P. 153.
- [11] Ивченко Е. Л., Пикус Г. Е. Новый фотогальванический эффект в гиротропных кристаллах // Писъма в ЖЭТФ. — 1978. — Т. 27. — С. 640.
- [12] Edelstein V. Spin polarization of conduction electrons induced by electric current in two-dimensional asymmetric electron systems // Solid State Commun. – 1990. – Vol. 73, no. 3. – Pp. 233–235.
- [13] Current-induced spin polarization in strained semiconductors / Y. K. Kato,
  R. C. Myers, A. C. Gossard, D. D. Awschalom // Phys. Rev. Lett. 2004. Vol. 93. P. 176601.
- [14] Optical control of spin coherence in singly charged (In, Ga)As/GaAs quantum dots / A. Greilich, R. Oulton, E. A. Zhukov et al. // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 96. P. 227401.
- [15] Awschalom D. D., Epstein R., Hanson R. The diamond age of spintronics // Scientific American. - 2007. - Vol. 297, no. 4. - Pp. 84-91.
- [16] Resonant Addressing and Manipulation of Silicon Vacancy Qubits in Silicon Carbide / D. Riedel, F. Fuchs, H. Kraus et al. // Phys. Rev. Lett. 2012. Vol. 109, no. 22. P. 226402.
- [17] Subpicotesla Diamond Magnetometry / T. Wolf, P. Neumann, K. Nakamura et al. // Phys. Rev. X. - 2015. - Vol. 5, no. 4. - P. 041001.
- [18] Quantum computing with defects / J. R. Weber, W. F. Koehl, J. B. Varley et al. // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. - 2010. - Vol. 107, no. 19. - Pp. 8513-8518.

- [19] Yudson V. I., Reineker P. Multiphoton scattering in a one-dimensional waveguide with resonant atoms // Phys. Rev. A. - 2008. - Vol. 78. - P. 052713.
- [20] Silicon vacancy in SiC as a promising quantum system for single-defect and singlephoton spectroscopy / P. G. Baranov, A. P. Bundakova, A. A. Soltamova et al. // *Phys. Rev. B.* - 2011. - Vol. 83, no. 12. - P. 125203.
- [21] Бир Г. Л., Аронов А. Г., Пикус Г. Е. Спиновая релаксация электронов, рассеиваемых дырками // ЖЭТФ. — 1975. — Т. 69. — С. 1382.
- [22] Elliott R. J. Theory of the effect of spin-orbit coupling on magnetic resonance in some semiconductors // Phys. Rev. - 1954. - Vol. 96. - Pp. 266-279.
- [23] Дьяконов М. И., Перель В. И. Спиновая релаксация электронов проводимости в полупроводниках без центра инверсии // ФТТ. — 1971. — Т. 13. — С. 3581.
- [24] Kavokin K. V. Anisotropic exchange interaction of localized conduction-band electrons in semiconductors // Phys. Rev. B. - 2001. - Vol. 64. - P. 075305.
- [25] Low-temperature spin relaxation in *n*-type GaAs / R. I. Dzhioev, K. V. Kavokin,
   V. L. Korenev et al. // *Phys. Rev. B.* 2002. Vol. 66. P. 245204.
- [26] Wu M., Jiang J., Weng M. Spin dynamics in semiconductors // Phys. Rep. –
   2010. Vol. 493, no. 2-4. Pp. 61–236.
- [27] Дьяконов М. И., Качоровский В. Ю. Спиновая релаксация двумерных электронов в полупроводниках без центра инверсии // ФТП. 1986. Т. 20. С. 178.
- [28] Spin relaxation in GaAs(110) quantum wells / Y. Ohno, R. Terauchi, T. Adachi et al. // Phys. Rev. Lett. - 1999. - Vol. 83. - P. 4196.
- [29] Anomalous spin dephasing in (110) GaAs quantum wells: Anisotropy and intersubband effects / S. Döhrmann, D. Hägele, J. Rudolph et al. // Phys. Rev. Lett. - 2004. - Vol. 93. - P. 147405.

- [30] Averkiev N. S., Golub L. E. Spin relaxation anisotropy: microscopic mechanisms for 2D systems // Semicond. Sci. Technol. - 2008. - Vol. 23, no. 11. - P. 114002.
- [31] Гриднев В. Н. Теория биений фарадеевского вращения в квантовых ямах с большой величиной спинового расщепления // Письма в ЖЭТФ. 2001. Т. 74. С. 417.
- [32] Oscillatory Dyakonov-Perel spin dynamics in two-dimensional electron gases /
  W. J. H. Leyland, R. T. Harley, M. Henini et al. // Phys. Rev. B. 2007. Vol. 76, no. 19. P. 195305.
- [33] Optical Orientation / Ed. by Y. Kusrayev, G. Landwehr. 2008. Vol. 23.
- [34] Hanle W. Über magnetische Beeinflussung der Polarisation der Resonanzfluoreszenz // Z. Phys. A. - 1924. - Vol. 30. - Pp. 93-105.
- [35] Anomalous Hanle effect due to optically created transverse Overhauser field in single InAs/GaAs quantum dots / O. Krebs, P. Maletinsky, T. Amand et al. // Phys. Rev. Lett. - 2010. - Vol. 104, no. 5. - P. 056603.
- [36] Аномальный эффект Ханле в квантовых ямах на основе полумагнитных полупроводников / А. В. Кудинов, Ю. Г. Кусраев, И. А. Меркулов и др. // ФТТ. – 2003. – Т. 45. – С. 1297.
- [37] Тарасенко С. А. Scattering induced spin orientation and spin currents in gyrotropic structures // Писъма в ЖЭТФ. – 2006. – Т. 84. – С. 233.
- [38] Калевич В. К., Коренв В. Л. Анизотропия электронного g-фактора в асимметричной квантовой яме GaAs/AlGaAs // Письма в ЖЭТФ. — 1993. — Т. 57, № 9. — С. 577.
- [39] Spin-relaxation anisotropy in asymmetrical (001) Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As quantum wells from Hanle-effect measurements: Relative strengths of Rashba and Dresselhaus spin-orbit coupling / N. S. Averkiev, L. E. Golub, A. S. Gurevich et al. // Phys. Rev. B. - 2006. - Vol. 74, no. 3. - P. 033305.

- [40] Two-dimensional imaging of the spin-orbit effective magnetic field / L. Meier,
  G. Salis, E. Gini et al. // Phys. Rev. B. 2008. Vol. 77, no. 3. P. 035305.
- [41] Maialle M. Z., de Andrada e Silva E. A., Sham L. J. Exciton spin dynamics in quantum wells // Phys. Rev. B. - 1993. - Vol. 47. - Pp. 15776-15788.
- [42] Ивченко Е. Л. Спиновая релаксация свободных носителей в нецентросимметричных полупроводниках в продольном магнитном поле // ФТТ. — 1973. — Т. 15. — С. 1566.
- [44] Tarasenko S. A. Spin relaxation of conduction electrons in (110)-grown quantum wells: A microscopic theory // Phys. Rev. B. 2009. Vol. 80, no. 16. P. 165317.
- [45] Averkiev N. S., Golub L. E. Giant spin relaxation anisotropy in zinc-blende heterostructures // Phys. Rev. B. - 1999. - Vol. 60, no. 23. - Pp. 15582-15584.
- [46] Kiselev A. A., Ivchenko E. L., Rössler U. Electron g factor in one- and zerodimensional semiconductor nanostructures // Phys. Rev. B. - 1998. - Vol. 58, no. 24. - Pp. 16353-16359.
- [47] Sherman E. Y. Random spin-orbit coupling and spin relaxation in symmetric quantum wells // Appl. Phys. Lett. - 2003. - Vol. 82, no. 2. - Pp. 209-211.
- [48] Glazov M. M., Semina M. A., Sherman E. Y. Spin relaxation in multiple (110) quantum wells // Phys. Rev. B. - 2010. - Vol. 81. - P. 115332.
- [49] Glazov M., Sherman E., Dugaev V. Two-dimensional electron gas with spin-orbit coupling disorder // Physica E. – 2010. – Vol. 42, no. 9. – Pp. 2157 – 2177.
- [50] Spin splitting of electron states in (110) quantum wells: Symmetry analysis and k·p theory versus microscopic calculations / M. O. Nestoklon, S. A. Tarasenko, J.-M. Jancu, P. Voisin // Phys. Rev. B. − 2012. − Vol. 85. − P. 205307.

- [51] Atomistic spin-orbit coupling and k·p parameters in III-V semiconductors / J.-M. Jancu, R. Scholz, E. A. de Andrada e Silva, G. C. La Rocca // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 72. P. 193201.
- [52] Glazov M. Effect of structure anisotropy on low temperature spin dynamics in quantum wells // Solid State Commun. - 2007. - Vol. 142, no. 9. - Pp. 531 -535.
- [53] Direct mapping of the formation of a persistent spin helix / M. P. Walser,
  C. Reichl, W. Wegscheider, G. Salis // Nat. Physics. 2012. Vol. 8. Pp. 757-762.
- [54] Ивченко Е. Л., Киселев А. А. Электронный g-фактор в квантовых ямах и сверхрешетках // ФТП. – 1992. – Т. 26. – С. 1471.
- [55] Anisotropy of the electron Landé g factor in quantum wells / P. L. Jeune,
  D. Robart, X. Marie et al. // Semicond. Sci. Technol. 1997. Vol. 12, no. 4. P. 380.
- [56] Universal behavior of the electron g factor in GaAs/Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As quantum wells /
  I. A. Yugova, A. Greilich, D. R. Yakovlev et al. // Phys. Rev. B. 2007. Vol. 75. P. 245302.
- [57] Грнчарова Е. И., Перель В. И. Спиновая релаксация в полупроводниках, вызванная электрическими полями // ФТП. — 1976. — Т. 10, № 12. — С. 2272.
- [58] Einstein A. Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen // Annalen der Physik. — 1905. — Vol. 322, no. 8. — Pp. 549–560.
- [59] Smoluchowski M. Zur kinetischen Theorie der Brownschen Molekularbewegung und der Suspensionen // Annalen der Physik. – 1906. – Vol. 21, no. 14. – Pp. 756–780.
- [60] Александров Е. Б., Запасский В. С. Магнитный резонанс в спектре шумов фарадеевского вращения // ЖЭТФ. 1981. Т. 81. С. 132–138.

- [61] Spectroscopy of spontaneous spin noise as a probe of spin dynamics and magnetic resonance / S. A. Crooker, D. G. Rickel, A. V. Balatsky, D. Smith // Nature (London). - 2004. - Vol. 431, no. 7004. - Pp. 49–52.
- [62] Spin Noise Spectroscopy in GaAs / M. Oestreich, M. Römer, R. J. Haug,
  D. Hägele // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 95. P. 216603.
- [63] Spin Noise Spectroscopy in GaAs (110) Quantum Wells: Access to Intrinsic Spin Lifetimes and Equilibrium Electron Dynamics / G. M. Müller, M. Römer, D. Schuh et al. // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101. P. 206601.
- [64] Glazov M. M., Sherman E. Y. Theory of Spin Noise in Nanowires // Phys. Rev. Lett. - 2011. - Vol. 107. - P. 156602.
- [65] Spin Noise of Electrons and Holes in Self-Assembled Quantum Dots /
  S. A. Crooker, J. Brandt, C. Sandfort et al. // Phys. Rev. Lett. 2010. Vol. 104. P. 036601.
- [66] Bernevig B. A., Orenstein J., Zhang S.-C. Exact SU(2) Symmetry and Persistent Spin Helix in a Spin-Orbit Coupled System // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 97. – P. 236601.
- [67] Gridnev V. N. Anisotropic spin diffusion in a semiconductor quantum well // JETP Lett. - 2002. - Vol. 76, no. 8. - P. 502.
- [68] Optical Orientation / Ed. by F. Meier, B. Zakharchenya. Amsterdam: Elsevier Science, 1984.
- [69] Lampel G. Nuclear dynamic polarization by optical electronic saturation and optical pumping in semiconductors // Phys. Rev. Lett. – 1968. – Vol. 20. – Pp. 491–493.
- [70] Дымников В. Д., Дьяконов М. И., Перель В. И. Анизотропия распределения импульсов фотовозбужденных электронов и поляризация горячей люминесценции в полупроводниках // ЖЭТФ. — 1976. — Т. 71. — С. 2373.

- [71] Access to long-term optical memories using photon echoes retrieved from semiconductor spins / L. Langer, S. V. Poltavtsev, I. A. Yugova et al. // Nature Photonics. - 2014. - Vol. 8, no. 11. - P. 851.
- [72] Cundiff S. T. Coherent spectroscopy of semiconductors // Opt. Express. —
   2008. Vol. 16, no. 7. P. 4639.
- [73] Ramsay A. J. A review of the coherent optical control of the exciton and spin states of semiconductor quantum dots // Semicond. Sci. Technol. 2010. Vol. 25, no. 10. P. 103001.
- [74] Conversion of spin into directed electric current in quantum wells /
  S. D. Ganichev, E. L. Ivchenko, S. N. Danilov et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 86. Pp. 4358-4361.
- [75] Golub L. E. Spin-splitting-induced photogalvanic effect in quantum wells // Phys.
   Rev. B. 2003. Vol. 67. P. 235320.
- [76] Ivchenko E. L. Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures. Harrow, UK: Alpha Science International, 2005.
- [77] Schrödinger E. Über die kräftefreie Bewegung in der relativistischen Quantenmechanik // Sitz. Press. Akad. Wiss. Phys.-Math. - 1930. - Vol. 24. -P. 418.
- [78] Huang K. On the zitterbewegung of the Dirac electron // American Journal of Physics. - 1952. - Vol. 20, no. 8. - Pp. 479-484.
- [79] Zawadzki W. Zitterbewegung and its effects on electrons in semiconductors // Phys. Rev. B. - 2005. - Vol. 72. - P. 085217.
- [80] Schliemann J., Loss D., Westervelt R. M. Zitterbewegung of electronic wave packets in III-V zinc-blende semiconductor quantum wells // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol. 94. – P. 206801.

- [81] Zawadzki W., Rusin T. M. Zitterbewegung (trembling motion) of electrons in semiconductors: a review // J. Phys.: Condens. Matter. 2011. Vol. 23, no. 14. P. 143201.
- [82] Biswas T., Ghosh T. K. Zitterbewegung of electrons in quantum wells and dots in the presence of an in-plane magnetic field // J. Phys.: Condens. Matter. – 2012. – Vol. 24, no. 18. – P. 185304.
- [83] Ивченко Е. Л., Лянда-Геллер Ю. Б., Пикус Г. Е. Фототок в структурах с квантовыми ямами при оптической ориентации свободных носителей // Писъма в ЖЭТФ. – 1989. – Vol. 50. – Р. 156.
- [84] Ивченко Е. Л., Лянда-Геллер Ю. Б., Пикус Г. Е. Ток термализованных носителей, ориентированных по спину // ЖЭТФ. — 1990. — Vol. 98. — Р. 989.
- [85] Coherent control of the optical orientation of excitons in quantum wells /
  X. Marie, P. Le Jeune, T. Amand et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79. P. 3222.
- [86] Гриднев В. Н. Оптический контроль когерентной динамики экситонов в полупроводниковой квантовой яме // Писъма в ЖЭТФ. — 2011. — Т. 93, № 3. — С. 177.
- [87] Magnetic-field control of photon echo from the electron-trion system in a CdTe quantum well: Shuffling coherence between optically accessible and inaccessible states / L. Langer, S. V. Poltavtsev, I. A. Yugova et al. // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 109. – P. 157403.
- [88] Coherent optical control of the spin of a single hole in an InAs/GaAs quantum dot / T. M. Godden, J. H. Quilter, A. J. Ramsay et al. // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 108. – P. 017402.
- [89] Renucci P., Amand T., Marie X. Coherent spin dynamics of polaritons in semiconductor microcavities // Semicond. Sci. Technol. – 2003. – Vol. 18, no. 10. – P. S361.

- [90] Winkler R. Spin-orbit coupling effects in two-dimensional electron and hole systems. — Berlin: Springer, 2003.
- [91] Tarasenko S. A. Optical orientation of electron spins by linearly polarized light // Phys. Rev. B. - 2005. - Vol. 72. - P. 113302.
- [92] Rashba E. I., Sherman E. Y. Spin orbital band splitting in symmetric quantum wells // Phys. Lett. A. - 1988. - Vol. 129, no. 3. - P. 175.
- [93] Durnev M. V., Glazov M. M., Ivchenko E. L. Spin-orbit splitting of valence subbands in semiconductor nanostructures // Phys. Rev. B. - 2014. - Vol. 89. -P. 075430.
- [94] Ivchenko E. L., Tarasenko S. A. Pure spin photocurrents // Semicond. Sci. Technol. - 2008. - Vol. 23, no. 11. - P. 114007.
- [95] Ganichev S. D., Golub L. E. Interplay of Rashba/Dresselhaus spin splittings probed by photogalvanic spectroscopy — A review // physica status solidi (b). — 2014. — Vol. 251, no. 9. — Pp. 1801–1823.
- [96] Spin photocurrents and circular photon drag effect in (110)-grown quantum well structures / V. A. Shalygin, H. Diehl, C. Hoffmann и др. // Письма в ЖЭТФ. — 2006. — Т. 84. — С. 666.
- [97] Electronic structure of the neutral silicon vacancy in 4H and 6H SiC / M. Wagner,
  B. Magnusson, W. Chen et al. // Phys. Rev. B. 2000. Vol. 62, no. 24. Pp. 16555-16560.
- [98] Room temperature coherent control of defect spin qubits in silicon carbide / W. F. Koehl, B. B. Buckley, F. J. Heremans et al. // Nature. 2011. Vol. 479, no. 7371. P. 84.
- [99] Soykal O. O., Dev P., Economou S. E. Silicon vacancy center in 4H-SiC: Electronic structure and spin-photon interfaces // Phys. Rev. B. - 2016. --Vol. 93. - P. 081207.

- [100] Continuous-wave and pulsed EPR study of the negatively charged silicon vacancy with S=3/2 and C<sub>3v</sub> symmetry in *n*-type 4*H*-SiC / N. Mizuochi, S. Yamasaki, H. Takizawa et al. // *Phys. Rev. B.* 2002. Vol. 66, no. 23. P. 235202.
- [101] Room-temperature quantum microwave emitters based on spin defects in silicon carbide / H. Kraus, V. A. Soltamov, D. Riedel et al. // Nature Phys. - 2014. --Vol. 10, no. 2. - Pp. 157-162.
- [102] Simplifying quantum logic using higher-dimensional Hilbert spaces /
  B. P. Lanyon, M. Barbieri, M. P. Almeida et al. // Nature Phys. 2008. Vol. 5, no. 2. Pp. 134-140.
- [103] Magnetic Resonance of Semiconductors and Their Nanostructures / P. G. Baranov, H. J. von Bardeleben, F. Jelezko, J. Wrachtrup. — Springer Vienna, 2017.
- [104] EPR studies of the isolated negatively charged silicon vacancies in n-type 4H-and 6H-SiC: Identification of C<sub>3v</sub> symmetry and silicon sites / N. Mizuochi, S. Yamasaki, H. Takizawa et al. // Phys. Rev. B. 2003. Vol. 68, no. 16. P. 165206.
- [105] Бир Г. Л., Пикус Г. Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. — Москва: Наука, 1972.
- [106] Strongly Interacting Photons in a Nonlinear Cavity / A. Imamoğlu, H. Schmidt,
   G. Woods, M. Deutsch // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 79. P. 1467.
- [107] Photon blockade in an optical cavity with one trapped atom / K. M. Birnbaum,
   A. Boca, R. Miller et al. // Nature. 2005. Vol. 436. Pp. 87-90.
- [108] Two-Photon Gateway in One-Atom Cavity Quantum Electrodynamics /
   A. Kubanek, A. Ourjoumtsev, I. Schuster et al. // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101. P. 203602.

- [109] Post-Selected Indistinguishable Photons from the Resonance Fluorescence of a Single Quantum Dot in a Microcavity / S. Ates, S. M. Ulrich, S. Reitzenstein et al. // Phys. Rev. Lett. - 2009. - Vol. 103. - P. 167402.
- [110] Coherent generation of non-classical light on a chip via photon-induced tunnelling and blockade / A. Faraon, I. Fushman, D. Englund et al. // Nature Phys. – 2008. – Vol. 4. – Pp. 859–863.
- [111] Рупасов В. И., Юдсон В. И. К точной теории сверхизлучения Дике: бетевские волновые функции в модели с дискретными атомами // ЖЭТФ. — 1984. — Т. 86. — С. 819.
- [112] Regulated and Entangled Photons from a Single Quantum Dot / O. Benson,
   C. Santori, M. Pelton, Y. Yamamoto // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 84. Pp. 2513-2516.
- [113] Vectorial nonlinear coherent response of a strongly confined exciton-biexciton system / J. Kasprzak, S. Portolan, A. Rastelli et al. // New J. Phys. 2013. Vol. 15, no. 5. P. 055006.
- [114] Shi T., Fan S. Two-photon transport through a waveguide coupling to a whispering-gallery resonator containing an atom and photon-blockade effect // Phys. Rev. A. - 2013. - Vol. 87. - P. 063818.
- [115] Shi T., Fan S., Sun C. P. Two-photon transport in a waveguide coupled to a cavity in a two-level system // Phys. Rev. A. - 2011. - Vol. 84. - P. 063803.
- [116] Laakso M., Pletyukhov M. Scattering of Two Photons from Two Distant Qubits:
   Exact Solution // Phys. Rev. Lett. 2014. Vol. 113. P. 183601.
- [117] Kolchin P., Oulton R. F., Zhang X. Nonlinear Quantum Optics in a Waveguide: Distinct Single Photons Strongly Interacting at the Single Atom Level // Phys. Rev. Lett. - 2011. - Vol. 106. - P. 113601.

- [118] Rephaeli E., Kocabaş Ş. E., Fan S. Few-photon transport in a waveguide coupled to a pair of colocated two-level atoms // Phys. Rev. A. - 2011. - Vol. 84. -P. 063832.
- [119] Shen J.-T., Fan S. Strongly Correlated Two-Photon Transport in a One-Dimensional Waveguide Coupled to a Two-Level System // Phys. Rev. Lett. – 2007. – Vol. 98. – P. 153003.
- [120] Zheng H., Baranger H. U. Persistent Quantum Beats and Long-Distance Entanglement from Waveguide-Mediated Interactions // Phys. Rev. Lett. – 2013. – Vol. 110. – P. 113601.
- [121] Fan S., Kocabaş Ş. E., Shen J.-T. Input-output formalism for few-photon transport in one-dimensional nanophotonic waveguides coupled to a qubit // Phys. Rev. A. - 2010. - Vol. 82. - P. 063821.
- [123] Ringel M., Gritsev V. Dynamical symmetry approach to path integrals of quantum spin systems // Phys. Rev. A. - 2013. - Vol. 88. - P. 062105.
- [124] Roy D. Correlated few-photon transport in one-dimensional waveguides: Linear and nonlinear dispersions // Phys. Rev. A. - 2011. - Vol. 83. - P. 043823.
- [126] Microcavities / A. Kavokin, J. Baumberg, G. Malpuech, F. Laussy. Oxford: Clarendon Press, 2006.
- [127] Xu S., Rephaeli E., Fan S. Analytic Properties of Two-Photon Scattering Matrix in Integrated Quantum Systems Determined by the Cluster Decomposition Principle // Phys. Rev. Lett. - 2013. - Vol. 111. - P. 223602.

- [128] Tavis M., Cummings F. W. Exact Solution for an N-Molecule-Radiation-Field Hamiltonian // Phys. Rev. - 1968. - Vol. 170. - Pp. 379-384.
- [129] Dicke R. H. Coherence in Spontaneous Radiation Processes // Phys. Rev. 1954. – Vol. 93, no. 1. – P. 99.
- [130] Khitrova G., Gibbs H. M. Quantum dots: Collective radiance // Nat. Phys. 2007. – Vol. 3. – Pp. 84–86.
- [131] Averkiev N. S., Glazov M. M., Poddubnyi A. N. Collective modes of quantum dot ensembles in microcavities // JETP. - 2009. - Vol. 108. - Pp. 836-844.
- [132] Poshakinskiy A. V., Poddubny A. N. Time-dependent photon correlations for incoherently pumped quantum dot strongly coupled to the cavity mode // JETP. - 2014. - Vol. 118, no. 2. - Pp. 205-216.
- [133] Houdré R., Stanley R. P., Ilegems M. Vacuum-field Rabi splitting in the presence of inhomogeneous broadening: Resolution of a homogeneous linewidth in an inhomogeneously broadened system // Phys. Rev. A. – 1996. – Vol. 53. – Pp. 2711–2715.