

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. А.Ф. ИОФФЕ  
Российской академии наук

---

*на правах рукописи*

Смирнов Дмитрий Сергеевич

ТЕОРИЯ СПИНОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ  
НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА  
В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ НАНОСТРУКТУРАХ

**Специальность:**

01.04.10 - физика полупроводников

ДИССЕРТАЦИЯ  
на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
М. М. Глазов

Санкт-Петербург

2017

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>3</b>
<b>1 Спиновые флуктуации локализованных носителей заряда в условиях сверхтонкого взаимодействия с ядрами кристаллической решетки</b>	<b>9</b>
1.1 Введение . . . . .	9
1.2 Сопоставление аналитического подхода с численным моделированием	12
1.3 Электронный и дырочный вклады в спектры спинового шума . . .	18
1.4 Учёт обменного взаимодействия электронов . . . . .	23
1.5 Краткие итоги . . . . .	32
<b>2 Электронные спиновые шумы при динамической поляризации ядер</b>	<b>33</b>
2.1 Введение . . . . .	33
2.2 Модель статической ядерной спиновой поляризации . . . . .	37
2.2.1 Сопоставление теории и эксперимента . . . . .	43
2.3 Проявление динамического эффекта Зеемана . . . . .	47
2.4 Краткие итоги . . . . .	55
<b>3 Спиновый шум локализованных носителей заряда в неравновес-</b>	

<b>ных условиях</b>	<b>56</b>
3.1 Введение . . . . .	56
3.2 Возбуждение многочастичных комплексов . . . . .	57
3.2.1 Спиновые флуктуации электронов и трионов в структуре с квантовой ямой . . . . .	60
3.2.2 Возбуждение локализованных носителей в квантовых точках	64
3.3 Режим сильной связи в микрорезонаторе . . . . .	67
3.3.1 Модель . . . . .	68
3.3.2 Вычисление коррелятора коэффициента пропускания . . . . .	72
3.3.3 Спектр флуктуаций коэффициента прохождения . . . . .	81
3.4 Краткие итоги . . . . .	82
<b>4 Спиновый шум в режиме стриминга</b>	<b>84</b>
4.1 Введение . . . . .	84
4.2 Кинетическое уравнение . . . . .	87
4.3 Спиновая динамика . . . . .	92
4.3.1 Продольное эффективное поле . . . . .	92
4.3.2 Поперечное эффективное поле . . . . .	95
4.4 Спектр спиновых флуктуаций . . . . .	99
4.5 Краткие итоги . . . . .	102
<b>Заключение</b>	<b>103</b>
<b>Список литературы</b>	<b>108</b>

# Введение

Наиболее захватывающие и неожиданные открытия в современной физике связаны с квантовомеханическими явлениями. Обнаружение новых элементарных частиц и исследование их свойств требует создания масштабных экспериментальных установок, таких как, например, большой адронный коллайдер. В последние годы было продемонстрировано, что квазичастицы с необычным энергетическим спектром могут быть также найдены в полупроводниковых структурах. Для теоретического описания квазичастиц часто оказывается важным учёт наличия у них внутренней степени свободы — спина.

Помимо стандартных методов исследования спиновой динамики в полупроводниках, таких как поляризационно-разрешённая фотолюминесценция и метод накачка-зондирование [1], за последнее десятилетие арсенал методов пополнился ещё одним — спектроскопией спиновых флуктуаций [2, 3]. Этот метод был предложен и впервые экспериментально реализован в атомной физике в начале 80-х годов прошлого века [4], а в начале XXI века был перенесен в область физики полупроводников [2, 5]. Широкое применение спектроскопии спинового шума связано прежде всего с тем, что в прямозонных полупроводниках и структурах на их основе относительная сила осциллятора оказывается существенно больше, чем в других системах, например, в атомных газах.

Спектроскопия спиновых флуктуаций позволяет определять времена спиновой релаксации, частоты спиновой прецессии, величины сверхтонкого взаимодействия с ядрами решётки и другие параметры спиновой динамики как в условиях, максимально близких к термодинамическому равновесию, так и в неравновесных

условиях.

Сказанное выше обуславливает актуальность темы диссертации. Цель настоящего исследования заключается в теоретическом описании спиновых флуктуаций носителей заряда и их комплексов в полупроводниковых наноструктурах.

Научная новизна работы состоит в решении конкретных задач:

1. Исследовать спиновые флуктуации локализованных носителей заряда с учётом конкуренции обменного и сверхтонкого взаимодействий.
2. Построить теорию спектроскопии спиновых шумов электронов в условиях динамической поляризации ядер.
3. Изучить спиновый шум носителей заряда и их комплексов в неравновесных условиях с учётом поглощения зондирующего луча.
4. Построить теорию спиновой динамики и спиновых флуктуаций в двумерном электронном газе в режиме стриминга с учётом спин-орбитального взаимодействия.

Практическая значимость работы состоит в том, что в ней впервые рассчитан спектр спиновых флуктуаций локализованных электронов с учётом обменного взаимодействия между ними. Путем сравнения аналитической теории с результатами компьютерного моделирования показана правомерность модели “замороженных” ядерных флуктуаций для описания спиновых шумов локализованных электронов. Предложен новый метод исследования ядерной спиновой динамики, основанный на спектроскопии спиновых флуктуаций резидентных электронов с временным разрешением и предсказан динамический эффект Зеемана в структурах с квантовыми микрорезонаторами. Построена теория спиновых флуктуаций резидентных носителей заряда в неравновесных условиях с учётом возбуждения многочастичных комплексов, и показано, что спектроскопия спинового шума в этом случае позволяет определять параметры спиновой и зарядовой динамики даже за пределами применимости флуктуационно-диссипационной теоремы. В работе демонстрируется возможность определения собственных спиновых мод и их скоростей

затухания по спектрам спинового шума свободных электронов в квантовых ямах в режиме стриминга. Особое внимание уделялось получению аналитических результатов. Сопоставление теоретических результатов с экспериментальными данными позволило уточнить параметры спиновой динамики электронов и дырок, а также ядер кристаллической решётки, такие как времена продольной и поперечной релаксации, константы сверхтонкого взаимодействия и величины  $g$ -факторов.

**Основные положения выносимые на защиту:**

1. Распространение циркулярно поляризованного света в области оптической прозрачности полупроводника приводит к динамическому эффекту Зеемана, то есть к расщеплению спиновых подуровней электрона.
2. Обменное взаимодействие локализованных носителей заряда приводит к замедлению спиновой релаксации электронов, обусловленной сверхтонким взаимодействием с ядрами решётки, и смещению прецессионного пика в спектре спиновых флуктуаций к меньшим частотам.
3. Оптическое возбуждение заряженных квантовых точек приводит к уширению и уменьшению площади спектра спиновых флуктуаций, а также к анизотропии спиновой релаксации резидентных электронов.
4. В спектре флуктуаций интенсивности света, проходящего через микрорезонатор с одиночной заряженной квантовой точкой, содержится информация как о статистике фотонов, так и о спиновой динамике резидентного электрона.
5. В режиме стриминга спектр спиновых флуктуаций кардинально перестраивается и состоит из набора пиков, положения которых определяются временем ускорения электрона до энергии оптического фонона в электрическом поле.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на рабочих семинарах ФТИ им. А. Ф. Иоффе, ИФТТ РАН, СПбГУ и Сколковского института науки и технологий, семинарах в университетах гг. Дортмунд и Ганновер в Германии,

международной конференции «Nanostructures: Physics and Technology» (Санкт-Петербург, 2013, 2014), международной зимней школе по физике полупроводников (Санкт-Петербург, 2014), международной конференции «Single dopants» (Санкт-Петербург, 2014), Российской конференции по физике полупроводников (Санкт-Петербург, 2013, Звенигород, 2015 и Екатеринбург, 2017), XXI симпозиуме «Нанофизика и нанoeлектроника» (Нижний Новгород, 2017), международной конференции «33rd International Conference on the Physics of Semiconductors» (Пекин, 2016), международном симпозиуме «Progress In Electromagnetics Research Symposium» (Санкт-Петербург, 2017), а также в качестве приглашенных докладов на XX Уральской международной зимней школе по физике полупроводников (Новоуральск, 2014), совещании по теории полупроводников (Санкт-Петербург, 2016) и 16-ой Международной научной конференции-школе «Материалы нано-, микро-, оптоэлектроники и волоконной оптики: физические свойства и применение» (Саранск, 2017).

Публикации. По результатам представленных в диссертации исследований опубликовано 9 работ. Список работ приведен в Заключении.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка литературы. Она содержит 119 страниц текста, включая 28 рисунков и 1 таблицу. Список цитируемой литературы содержит 109 наименований.

Во введении обоснована актуальность проведенных исследований, сформулированы цель и научная новизна работы, перечислены основные положения, выносимые на защиту, а также кратко изложено содержание диссертации.

В первой главе диссертации развита теоретическая модель термодинамически равновесных спиновых флуктуаций локализованных электронов в условиях сверхтонкого взаимодействия с ядрами кристаллической решётки. Показано, что спектр спинового шума состоит из двух пиков, соответствующих спиновой прецессии во флуктуационном поле Оверхаузера и релаксации компоненты спина, сонаправлен-

ной с полем ядер. Аналитические выражения сопоставлены с численным моделированием в модели центрального спина. Теоретическая модель применена к описанию экспериментальных данных, в результате чего определены константы сверхтонкого взаимодействия для электронов и дырок в (In,Ga)As квантовых точках и времена спиновой релаксации носителей заряда. Также теоретически проанализирована конкуренция сверхтонкого взаимодействия с обменным взаимодействием между электронами локализованными на донорах, для чего развита модель спиновых кластеров.

Во второй главе диссертации исследованы спиновые шумы резидентных носителей заряда в условиях динамической поляризации ядер. При этом используется приближение эффективной ядерной спиновой температуры, которая меняется гораздо медленнее, чем характерные времена электронной спиновой динамики. Предсказано смещение пика в спектре спиновых флуктуаций к большим частотам и его сужение на несколько порядков при увеличении ядерной спиновой поляризации. Предложен протокол эксперимента, который позволил исследовать такую систему. Выполненные эксперименты подтверждают теоретические предсказания. Также развита микроскопическая теория динамического эффекта Зеемана в объёмном полупроводнике.

Третья глава диссертации посвящена спиновым флуктуациям носителей заряда в стационарных, но не равновесных условиях. Показано, что поглощение зондирующего луча приводит к анизотропии спиновой релаксации для электронов и качественной модификации спектров спиновых флуктуаций. В случае, когда дополнительный луч нерезонансной накачки возбуждает дополнительные электроны и дырки в системе, интенсивность спинового шума резидентных носителей заряда уменьшается, а спектры спиновых флуктуаций уширяются. Теоретические предсказания подтверждены сравнением с экспериментом. Также развита теория спинового шума одиночного электрона, локализованного в квантовой точке, помещённой в микрорезонатор в режиме сильной связи между фотонной модой и

трионным резонансом квантовой точки. Спектры спиновых флуктуаций в этом случае наравне с параметрами спиновой динамики отражают статистику фотонов и силу электрон-фотонного взаимодействия.

В четвёртой главе проведено исследование спиной динамики и флуктуаций в режиме стриминга в двумерном электронном газе. Этот режим реализуется в умеренно сильных электрических полях и характеризуется тем, что электрон разгоняется до больших энергий, так что основным механизмом релаксации импульса является рассеяние на оптических фононах. Задача о спиновой динамике в таком режиме сведена к нахождению собственных спиновых мод системы. Рассмотрен режим импульсной инжекции неравновесной спиновой поляризации в систему и дальнейшая её релаксация. Также построена теория спонтанных спиновых флуктуаций в режиме стриминга и вычислены спектры флуктуаций.

Каждая глава начинается с вводного раздела, содержащего обзор современного состояния исследований по тематике главы.

В Заключении обобщены основные результаты работы.

Формулы и рисунки в диссертации нумеруются по главам, нумерация литературы единая для всего текста.

# Глава 1

## Спиновые флуктуации локализованных носителей заряда в условиях сверхтонкого взаимодействия с ядрами кристаллической решетки

### 1.1 Введение

Тепловые флуктуации физических величин неизбежны в любых реальных системах. Обычно они рассматриваются как паразитное явление, мешающее изучению физических эффектов. Однако, в условиях термодинамического равновесия существует фундаментальная связь между спектрами флуктуаций измеряемых величин и восприимчивостью соответствующей величины по отношению к внешней силе. Эта связь известна как соотношение Каллена – Вельтона или флуктуационно-диссипационная теорема [6, 7]. Яркими примерами проявления этой связи являются формула Найквиста для соотношения между флуктуациями тока и сопротивлением электрической цепи и соотношение Эйнштейна связывающее подвижность и коэффициент диффузии для броуновского движения. Исследование же флуктуаций спина позволяет изучать частотную зависимость магнитной восприимчивости системы, и тем самым определять времена спиновой релаксации, эффективный  $g$ -фактор и другие параметры спиновой динамики [8].

Спектроскопия спинового шума основана на пропускании через исследуемый образец линейно поляризованного пробного (зондирующего) луча и изучении флуктуаций поляризации света прошедшего через образец или отражённого от него. Спонтанные флуктуации спинов носителей заряда в полупроводниках приводят в силу эффектов Фарадея и Керра к случайному повороту плоскости поляризации зондирующего луча на угол  $\delta\theta_F$  в геометрии на пропускание или на угол  $\delta\theta_K$  в геометрии на отражение. Мгновенные значения соответствующих углов

$$\delta\theta_F(t), \delta\theta_K(t) \sim \delta S_z(t) \quad (1.1)$$

пропорциональны флуктуации полного спина ансамбля из  $N_e$  электронов в области зондирования

$$\delta S_z(t) = \sum_{i=1}^{N_e} \delta s_{z,i}, \quad (1.2)$$

где  $\delta s_{z,i}$  — флуктуации спинов отдельных электронов, и ось  $z$  параллельна направлению распространения пробного луча.

В силу определения флуктуаций их усреднённые по времени значения равны нулю:  $\langle \delta\theta_{F,K}(t) \rangle = \langle \delta S_z(t) \rangle = 0$ . Предметом изучения спектроскопии спинового шума являются корреляционные функции

$$\langle \delta\theta_K(t)\delta\theta_K(t+\tau) \rangle, \langle \delta\theta_F(t)\delta\theta_F(t+\tau) \rangle \sim \langle \delta S_z(t)\delta S_z(t+\tau) \rangle, \quad (1.3)$$

где усреднение производится по времени  $t$  при фиксированном параметре  $\tau$ . В квантовом случае усреднение должно проводиться для симметризованного произведения операторов  $[\delta\hat{S}_\alpha(t)\delta\hat{S}_\beta(t+\tau) + \delta\hat{S}_\beta(t+\tau)\delta\hat{S}_\alpha(t)]/2$ , где индексы  $\alpha, \beta = x, y, z$  в общем случае определяют декартовы компоненты флуктуаций полного спина  $\delta\mathbf{S}$  [6]. Спектр спиновых флуктуаций определяется как Фурье-образ корреляционной функции

$$(\delta S_\alpha \delta S_\beta)_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \delta S_\alpha(t)\delta S_\beta(t+\tau) \rangle e^{i\omega\tau} d\tau. \quad (1.4)$$

Первый эксперимент по спектроскопии спинового шума был выполнен в 1981 г. Е. Б. Александровым и В. С. Запасским применительно к парам атомов Na [4].

Однако всплеск интереса к данной методике произошёл лишь недавно, и связан с появлением высококачественных полупроводниковых наноструктур [2]. Заслуживает внимания то, что данное направление уже успело пройти путь от чисто фундаментальных исследований до мощного инструмента исследования спиновой динамики в полупроводниках. Действительно, объектами исследований спиновых флуктуаций могут быть свободные электроны в объёмных полупроводниках [9], квантовых ямах [10] и квантовых проволоках [11]; электроны локализованные на донорах в объёмном полупроводнике [12], электроны и дырки в ансамблях квантовых точек [13], носители заряда, локализованные на шероховатостях интерфейсов квантовых ям [14] и др. Для увеличения чувствительности данного метода может быть использована геометрия с высокой поляризационной экстинкцией [15], где используется дополнительное подавление одной из поляризаций прошедшего света, методика гетеродинамирования, основанная на интерференции света, прошедшего через образец, с падающим светом [16], а также использованы микрорезонаторы, где угол фарадеевского вращения накапливается при многократном прохождении света между зеркалами [14]. Это позволяет регистрировать спиновый шум в одиночной квантовой яме [14], одиночного носителя заряда [17], а также ядер кристаллической решётки [18].

Спектроскопия спинового шума особенно удобна для изучения медленной спиновой динамики на частотах  $\lesssim 100$  МГц. Поэтому основным объектом изучения данным методом являются носители заряда, локализованные на примесных центрах в объёмном полупроводнике или в массивах квантовых точек. Теоретическое описание спиновых флуктуаций в таких системах является основной целью данной главы.

Для локализованных носителей заряда механизмы спиновой релаксации, связанные с орбитальным движением оказываются подавлены, так что в малых магнитных полях спиновая динамика и релаксация определяются в первую очередь сверхтонким взаимодействием с ядрами кристаллической решётки, а также тун-

	<sup>27</sup> Al	<sup>69,71</sup> Ga	<sup>75</sup> As	<sup>115</sup> In	<sup>31</sup> P	<sup>67</sup> Zn	<sup>17</sup> O	<sup>111,113</sup> Cd	<sup>77</sup> Se
$P$ (%)	100	100	100	100	100	4.1	3.7	25	7.6
$I$	5/2	3/2	3/2	1/2	5/2	5/2	1/2	1/2	1/2

Таблица 1.1: Распространённые изотопы ядер полупроводниковых соединений типа  $A_3B_5$  и  $A_2B_6$ , их естественные распространённости,  $P$ , и величины спинов,  $I$ .

нелированием между центрами локализации и обменным взаимодействием между носителями заряда. В таблице 1.1 представлены наиболее распространённые изотопы, величины их спинов и их естественная распространённость. Видно, что абсолютное большинство ядер в полупроводниках типа  $A_{III}B_V$ , а также значительное число ядер в полупроводниках типа  $A_{II}B_{VI}$  обладают ненулевым спином.

Таким образом, описание равновесных спиновых флуктуаций электронов и дырок требует учёта взаимодействия со спинами ядер, что делает эту задачу существенно многочастичной. Для её решения могут быть использованы различные модели, которые описаны и сопоставлены в следующем разделе.

## 1.2 Сопоставление аналитического подхода с численным моделированием

В данном разделе рассмотрен ансамбль электронов, локализованных в квантовых точках. В этой системе туннелирование носителей между центрами локализации и обменное взаимодействие подавлены, так что основную роль в спиновой динамике играет сверхтонкое взаимодействие с ядрами кристаллической решётки.

Спиновый гамильтониан локализованного электрона во внешнем магнитном поле,  $\mathbf{B}$ , в условиях сверхтонкого взаимодействия с ядрами имеет вид

$$\mathcal{H} = \hbar\Omega_L \mathbf{s} + \sum_{k=1}^{N_n} A_k \mathbf{I}_k \mathbf{s}. \quad (1.5)$$

Здесь  $\mathbf{s}$  — оператор спина электрона,  $\Omega_L = g_e \mu_B \mathbf{B} / \hbar$  — частота ларморовской прецессии,  $g_e$  — эффективный  $g$ -фактор, индекс  $k$  нумерует  $N_n$  ядерных спинов, с которыми эффективно взаимодействует спин данного электрона,  $\mathbf{I}_k$  — операторы спинов ядер, а  $A_k$  — константы сверхтонкого взаимодействия. Магнитное поле

предполагается достаточно слабым, а температура достаточно большой, так что средней тепловой спиновой поляризацией электронов  $g_e\mu_B\mathbf{B}/(4k_B T)$  можно пренебречь. В термодинамическом равновесии спины ядер ориентированы случайным образом, так что на электрон действует случайное ядерное поле

$$\hbar\boldsymbol{\Omega}_N = \sum_{k=1}^N A_k \mathbf{I}_k. \quad (1.6)$$

В реальных системах число ядер в каждой квантовой точке составляет  $N_n \sim 10^4 - 10^6$ . Среднеквадратичная флуктуация ядерного поля может быть вычислена как  $\langle \boldsymbol{\Omega}_N^2 \rangle = 3\delta_e^2/2$ , где

$$\delta_e^2 = \frac{2}{3} \sum_{k=1}^{N_n} I_k(I_k + 1) A_k^2 / \hbar^2. \quad (1.7)$$

Описание совместной спиновой динамики электронов и ядер с помощью гамильтониана (1.5) известно в литературе, как модель центрального спина [19].

Задачей микроскопической теории является расчёт спектра спиновых флуктуаций ансамбля электронов, локализованных в квантовых точках с учётом конкуренции внешнего магнитного поля и сверхтонкого взаимодействия с ядрами кристаллической решётки.

Ядерная спиновая динамика в квантовых точках может обуславливаться либо квадрупольным взаимодействием, то есть расщеплением ядерных спиновых подуровней за счёт упругих напряжений в структуре, либо прецессией спинов ядер во внешнем магнитном поле, либо обратным действием резидентного носителя на ядра. Соответствующие характерные времена значительно превосходят период прецессии резидентного спина во флуктуационном поле ядер  $\sim 1/\delta_e$ . Это обуславливается как малостью ядерного  $g$ -фактора, так и малостью поля Найта по сравнению с полем Оверхаузера по параметру  $1/\sqrt{N_n}$ . Благодаря разделению временных масштабов ядерную спиновую поляризацию на временах, соответствующих спиновой динамике электронов, можно считать замороженной [20]. Это позволяет развить “квазиклассический” подход к описанию электронного спинового шума [21]. Целью данного раздела является установление границ применения данного приближения

путём сравнения его с расчётом спектра спинового шума, учитывающим ядерную спиновую динамику в модели центрального спина.

В термодинамическом равновесии спектр спинового шума может быть найден при помощи флуктуационно-диссипационной теоремы [21, 22]. Однако более простыми методами расчёта спиновых флуктуаций локализованных электронов оказываются метод случайных сил Ланжевена, решение уравнения движения для спиновых корреляторов и явное нахождение гейзенберговских спиновых операторов. Все четыре подхода приводят одинаковым окончательным выражениям. Ниже для примера представлен расчёт спектра спинового шума методом случайных сил Ланжевена.

В квазиклассической модели динамика спиновых флуктуаций описывается уравнением Блоха [21]

$$\frac{\partial \delta \mathbf{s}(t)}{\partial t} + \frac{\delta \mathbf{s}(t)}{\tau_s} + \delta \mathbf{s} \times (\boldsymbol{\Omega}_L + \boldsymbol{\Omega}_N) = \boldsymbol{\xi}(t). \quad (1.8)$$

Здесь введено феноменологическое время спиновой релаксации  $\tau_s \gg 1/\delta_e$ , которое может определяться, например, электрон-фононным взаимодействием, временем переориентации ядерных спинов [23] или временем туннелирования между точками, в барьер или в смачивающий слой [24]. В уравнении (1.8) также введена случайная сила Ланжевена  $\boldsymbol{\xi}(t)$ , удовлетворяющая соотношению [6]

$$\langle \xi_\alpha(t) \xi_\beta(t + \tau) \rangle = \frac{\delta_{\alpha\beta} \delta(\tau)}{2\tau_s}, \quad (1.9)$$

учитывающему, то что  $\langle \delta s_\alpha^2 \rangle = 1/4$ . Сила Ланжевена не имеет физического смысла и вводится чисто формально для поддержания в системе, описываемой уравнением (1.8), ненулевого среднеквадратичного значения спиновой флуктуации. При фиксированном значении поля Оверхаузера спиновый коррелятор (1.3) находится напрямую путём решения уравнения (1.8) с учётом (1.9):

$$\langle \delta s_z(t) \delta s_z(t + \tau) \rangle = \frac{1}{4} [\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) \cos(\Omega\tau)] e^{-|\tau|/\tau_s} \quad (1.10)$$

где  $\theta$  — это угол который составляет суммарное поле  $\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}_L + \boldsymbol{\Omega}_N$  с осью  $z$ .

В ансамбле локализованных носителей заряда происходит как статистическое, так и временное усреднение коррелятора (1.10) по различным реализациям поля Оверхаузера.

В виду большого количества ядер  $N_n \gg 1$  считая их спины независимыми распределение ядерного поля является гауссовым с функцией распределения [20]

$$\mathcal{F}(\Omega_N) = \frac{1}{(\sqrt{\pi}\delta_e)^3} \exp\left(-\frac{\Omega_N^2}{\delta_e^2}\right). \quad (1.11)$$

Пользуясь определением (1.4) легко найти спектр спинового шума, нормированный на один электрон, [21]

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{2} \int d\Omega_N \mathcal{F}(\Omega_N) \left\{ \cos^2(\theta)\Delta(\omega) + \sin^2(\theta)\frac{\Delta(\omega - \Omega) + \Delta(\omega + \Omega)}{2} \right\}, \quad (1.12)$$

где

$$\Delta(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\tau_s}{1 + (x\tau_s)^2} \quad (1.13)$$

— уширенная дельта-функция.

Как правило, время спиновой релаксации гораздо длиннее, чем период спиновой прецессии в ядерном поле, т.е.  $\delta_e\tau_s \gg 1$ . Это позволяет получить аналитическое выражение для спектра спинового шума в нулевом магнитном поле:

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{6} \Delta(\omega) + \frac{2\sqrt{\pi}\omega^2}{3\delta_e^3} e^{-\omega^2/\delta_e^2}. \quad (1.14)$$

Это выражение показано чёрной кривой на рис. 1.1. Спектр состоит из двух пиков. Первый пик, расположенный на нулевой частоте, очень высокий и узкий (область низких частот для случая поперечного магнитного поля показана на вставке). Он соответствует релаксации компоненты спина, параллельной полю  $\Omega_N$  с характерным временем  $\tau_s$ . Второй пик с максимумом на частоте  $\omega = \delta_e$  соответствует прецессии электронного спина в случайном поле ядер, а его форма повторяет функцию распределения абсолютной величины  $\Omega_N$ .

Модель замороженной ядерной спиновой флуктуации была изначально предложена для описания спиновой динамика электронов, локализованных в квантовых точках, в условиях импульсной спиновой ориентации [20]. Легко убедиться в

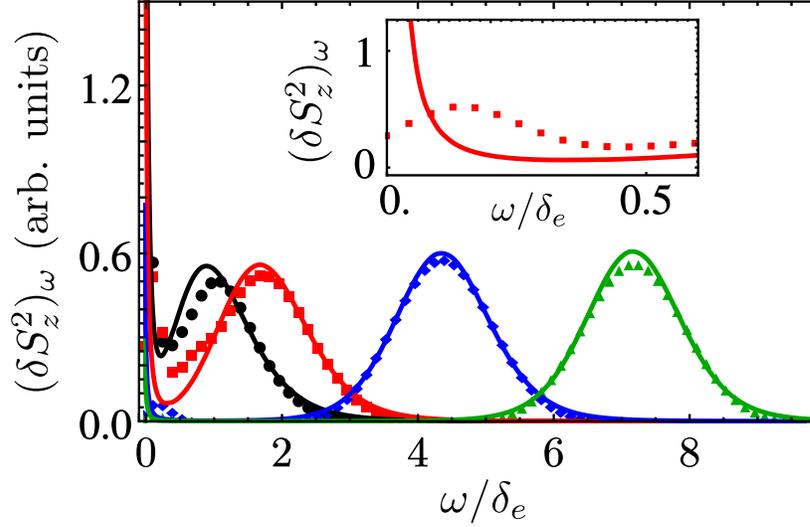


Рис. 1.1: Спектры спинового шума, рассчитанные аналитически по формуле (1.12) (сплошные кривые) и численно с учётом динамики спинов ядер (точки) при различных величинах поперечного внешнего магнитного поля  $\Omega_L = 0$  (чёрный цвет),  $\Omega_L = \delta_e$  (красный),  $\Omega_L = 3\delta_e$  (синий),  $\Omega_L = 5\delta_e$  (зелёный) при  $\tau_s\delta_e = 50$ . Вставка показывает в увеличенном масштабе область малых частот для случая  $\Omega_L = \delta_e$ .

том, что преобразование Фурье от временной динамики спина  $S_z(t)$  в этом случае повторяет прецессионный пик в спектре спинового шума (1.14).

Приложение поперечного магнитного поля приводит к уменьшению вероятности того, что суммарное поле  $\Omega$  окажется параллельно оси  $z$ ,  $\sim \cos^2 \theta$ . В результате происходит подавление пика на нулевой частоте и смещение прецессионного пика в спектре к бóльшим частотам, как показано на рис. 1.1. В пределе большого магнитного поля  $\Omega_L \gg \delta_e$  спектр имеет вид

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\sqrt{\pi}}{4\delta_e} e^{-(\omega - \Omega_L)^2 / \delta_e^2}. \quad (1.15)$$

То есть спектр имеет вид функции Гаусса, centered на частоте  $\Omega_L$ , с шириной, определяемой характерной флуктуацией поля Оверхаузера.

Эффект продольного магнитного поля качественно противоположен. Оно приводит к уменьшению характерного угла  $\theta$ , то есть к подавлению прецессионного пика и усилению релаксационного пика. В пределе большого продольного магнит-

ного поля,  $\Omega_L \gg \delta_e$ , спектр спинового шума имеет вид функции Лоренца

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{2} \Delta(\omega), \quad (1.16)$$

центрированной на нулевой частоте, при этом высота пика в 3 раза больше, чем в случае нулевого магнитного поля.

Представленные результаты получены в модели, пренебрегающей ядерной спиновой динамикой. Модель центрального спина позволяет учесть прецессию ядерных спинов в поле Найта. В общем случае спектр спинового шума может быть найден как

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{2\pi}{\mathcal{N}} \sum_{n,m} \langle n | S_z | m \rangle \langle m | S_z | n \rangle \Delta \left( \omega - \frac{E_n - E_m}{\hbar} \right), \quad (1.17)$$

где  $n, m = 1 \dots \mathcal{N}$  нумерует собственные состояния гамильтониана (1.5), а  $E_n$  и  $E_m$  — энергии соответствующих состояний. Несмотря на то, что модель центрального спина может быть решена точно с помощью анзаца Бете [19], реальный расчёт оказывается наиболее эффективно проводить с помощью разложения оператора эволюции  $\exp(-i\mathcal{H}\tau/\hbar)$  по полиномам Чебышева [25], что гарантирует равномерную сходимость независимо от начального состояния системы. Так как число собственных состояний  $\mathcal{N}$  экспоненциально возрастает с числом ядер  $N_n$ , в реальных расчётах оказывается возможным анализировать лишь несколько десятков ядер [25, 26].

Результаты численного расчёта показаны точками на рис. 1.1. Видно, что форма прецессионного пика в обоих расчётах практически совпадает, и согласие становится тем лучше, чем большее число спинов учитывается при численном моделировании. Согласие также становится почти полным в случае поперечного магнитного поля  $\Omega_L \gtrsim \delta_e$ .

Кардинальное различие двух подходов проявляется в форме пика, расположенного на нулевой частоте, как показано на вставке к рис. 1.1. Низкочастотная область описывает релаксацию компоненты электронной спиновой флуктуации,

параллельной суммарному полю  $\Omega$ . В квазиклассической модели спиновая поляризация на временах  $\tau \gg 1/\delta_e$  экспоненциально затухает со временем  $\tau_s$ , так что спектр спинового шума на низких частотах имеет форму лоренциана с полушириной  $1/\tau_s$ . Напротив, в модели центрального спина на долгих временах происходит прецессия спинов ядер в магнитном поле и усреднённом поле Найта, создаваемым электронным спином [20]. Ядерная спиновая прецессия приводит к переориентации поля  $\Omega_N$  и дефазировке долгоживущей компоненты электронной спиновой флуктуации. В результате спектр спинового шума на низких частотах оказывается немонотонным и его форма резко отличается от предсказаний квазиклассической модели.

Таким образом, модель статической ядерной спиновой флуктуации некорректно описывает спиновый шум на частотах соответствующих временам ядерной спиновой динамики, однако правильно воспроизводит спектр спинового шума на больших частотах. В виду относительной простоты квазиклассической модели в дальнейшем спектры спинового шума будут вычисляться именно с её помощью.

### 1.3 Электронный и дырочный вклады в спектры спинового шума

В данном разделе демонстрируется применимость развитой теории для описания реальных экспериментальных данных и показывается возможность извлечения параметров спиновой динамики локализованных носителей заряда из спектров их спиновых флуктуаций. Эксперименты были выполнены в лаборатории г. Дортмунд (Германия).

Были исследованы два образца, содержащие ансамбли квантовых точек (In,Ga)As/GaAs, выращенных методом молекулярно-пучковой эпитаксии. Первый образец был легирован акцепторами, так что часть квантовых точек содержала резидентные дырки, а часть была пустой. Второй образец номинально имел  $n$ -тип, однако содержал как положительно, так и отрицательно заряженные квантовые

точки. В этом случае спектр фарадеевского вращения содержит два вклада

$$(\delta\theta_F^2) = \mathcal{A}(\delta S_{e,z}^2)_\omega + \mathcal{B}(\delta S_{h,z}^2)_\omega, \quad (1.18)$$

соответствующие спиновому шуму электронов и дырок, где  $\mathcal{A}$  и  $\mathcal{B}$  — константы.

Тяжёлые дырки, локализованные в квантовых точках (In,Ga)As/GaAs, могут иметь проекцию спина  $s_z = \pm 3/2$  на направление роста структуры, которое совпадает с осью  $z$ . Состояния лёгких дырок с проекцией спина  $s_z = \pm 1/2$  отщеплены по энергии и не вносят вклад в спектры спинового шума. В отличие от электронов, тяжёлые дырки характеризуются анизотропией как тензора  $g$ -факторов, так и сверхтонкого взаимодействия. В результате вместо скалярного  $g$ -фактора электрона  $g_e$ , частота спиновой прецессии дырки определяется тензором  $\hat{g}_h$  с двумя независимыми компонентами  $g_{h,zz} = g_h^\parallel$  и  $g_{h,xx} = g_{h,yy} = g_h^\perp$  [27, 28, 29, 30]. За счёт анизотропии сверхтонкого взаимодействия [31] функция распределения поля Оверхаузера, действующего на спин тяжёлой дырки, принимает вид

$$\mathcal{F}(\Omega_N) = \frac{\lambda^2}{(\sqrt{\pi}\delta_h)^3} \exp\left(-\frac{\Omega_{N,z}^2}{\delta_h^2} - \lambda^2 \frac{\Omega_{N,x}^2 + \Omega_{N,y}^2}{\delta_h^2}\right), \quad (1.19)$$

где параметр  $\delta_h$  определяет характерную величину продольного поля Оверхаузера, а  $\lambda$  — параметр анизотропии. Сверхтонкое взаимодействие для дырок слабее, чем для электронов, так что  $\delta_h < \delta_e$  и  $\lambda > 1$ . Спектр спинового шума дырок может быть вычислен по формуле (1.12) с учётом анизотропной функции распределения (1.19).

Экспериментальные спектры спинового шума локализованных электронов и дырок в нулевом магнитном поле представлены на рис. 1.2. Спектр спинового шума образца  $n$ -типа в согласии с формулой (1.14) состоит из двух пиков. Первый пик расположен на нулевой частоте, а второй — на характерной частоте спиновой прецессии в поле Оверхаузера  $\delta_e = 70$  МГц. Однако, в силу наличия примеси положительно заряженных квантовых точек, прецессионный пик менее выражен, чем можно было бы ожидать для исключительно электронного спинового шума. В случае же  $p$ -легированного образца за счёт более слабого сверхтонкого взаимодействия,  $\delta_h/\lambda = 4$  МГц, прецессионный пик в спектре спинового шума не проявляется.

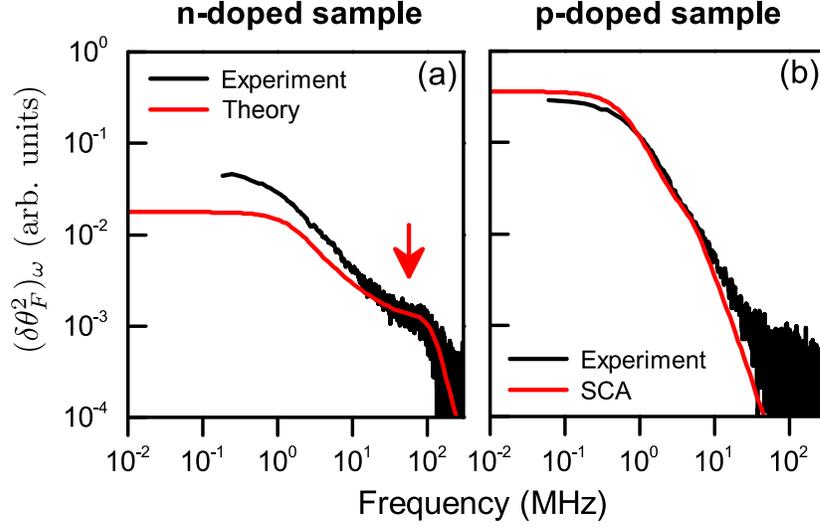


Рис. 1.2: Спектры спинового шума ансамбля квантовых точек в образцах (а)  $n$ -типа и (б)  $p$ -типа. Чёрные кривые показывают экспериментальные данные, а красные — результат расчёта по формуле (1.18). Параметры расчёта:  $\delta_e = 70$  МГц,  $\tau_s^e = 5$  нс,  $\delta_h = 40$  МГц,  $\lambda_h = 10$ ,  $\tau_s^h = 80$  нс на панели (а) и  $\tau_s^h = 240$  нс на панели (б). В образце  $n$ -типа учтена примесь положительно заряженных квантовых точек  $B/A = 1/4$ , см. пояснения в тексте.

Модификация экспериментальных спектров спинового шума при приложении поперечного внешнего магнитного поле показана на рис. 1.3(а) и (б). В соответствии с теоретическим предсказанием прецессионный пик сдвигается к частоте  $\Omega_L$ , а релаксационный пик пропадает. В спектре спинового шума образца  $n$ -типа наличие квантовых точек заряженных как электроном, так и дыркой проявляется в том, что спектр состоит из двух пиков, расположенных на частотах  $g_e \mu_B B / \hbar$  и  $g_h^\perp \mu_B B / \hbar$ . Положение прецессионного пика позволяет определить величину поперечного  $g$ -фактора дырок  $g_h^\perp = 0.16$  и электронов  $g_e = 0.55$ , что хорошо согласуется с литературными данными [1]. Для более точного описания экспериментальных спектров в теоретическом расчёте был учтён разброс  $g$ -факторов электронов и дырок в ансамбле квантовых точек с функцией распределения

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta g} \exp\left(-\frac{(g - \bar{g})^2}{2\Delta g^2}\right), \quad (1.20)$$

где  $\bar{g} = g_e, g_h^\perp$  — средние значения поперечного  $g$ -фактора, соответственно, электронов и дырок, а  $\Delta g = \Delta g_e, \Delta g_h^\perp$  — их среднеквадратические отклонения. Разброс

эффективных  $g$ -факторов приводит к уширению прецессионных пиков в спектрах спинового шума с ростом магнитного поля.

Для более детального анализа экспериментальных данных было изучено отношение площадей релаксационного пика к полной площади спектра в зависимости от величины приложенного поперечного магнитного поля. Так как характерное поле, в котором происходит подавление релаксационного пика для образца  $p$ -типа соответствует  $\Omega_L \sim \delta_h$ , такой анализ позволяет наиболее надёжно определить характерную величину продольного поля Оверхаузера. Спектры спинового шума при каждой величине магнитного поля были подогнаны суммой лоренциана, центрированного на нулевой частоте и гауссиана, центрированного на частоте ларморовой прецессии, затем было вычислено отношение соответствующих площадей. Результат анализа экспериментальных данных показан на рис. 1.3(с) вместе с теоретическим расчётом с теми же параметрами, что и для панелей (а) и (b).

Аналогичный анализ может быть выполнен для случая продольного магнитного поля, как показано на вставке к рис. 1.3(с). В случае образца  $p$ -типа прецессионный пик в спектре спинового шума не различим, что формально соответствует отношению площадей равному единице. Для образца  $n$ -типа приложение продольного магнитного поля приводит к усилению релаксационного и подавлению прецессионного пика в соответствии с теоретическим предсказанием.

Таким образом, в данном разделе продемонстрировано, что развитая теория позволяет количественно описать экспериментальные спектры спинового шума. Подгонка экспериментальных данных позволяет определить времена спиновой релаксации резидентных носителей заряда, величины констант сверхтонкого взаимодействия, степень их анизотропии, а также тензоры  $g$ -факторов, и величины их разброса в неоднородном ансамбле.

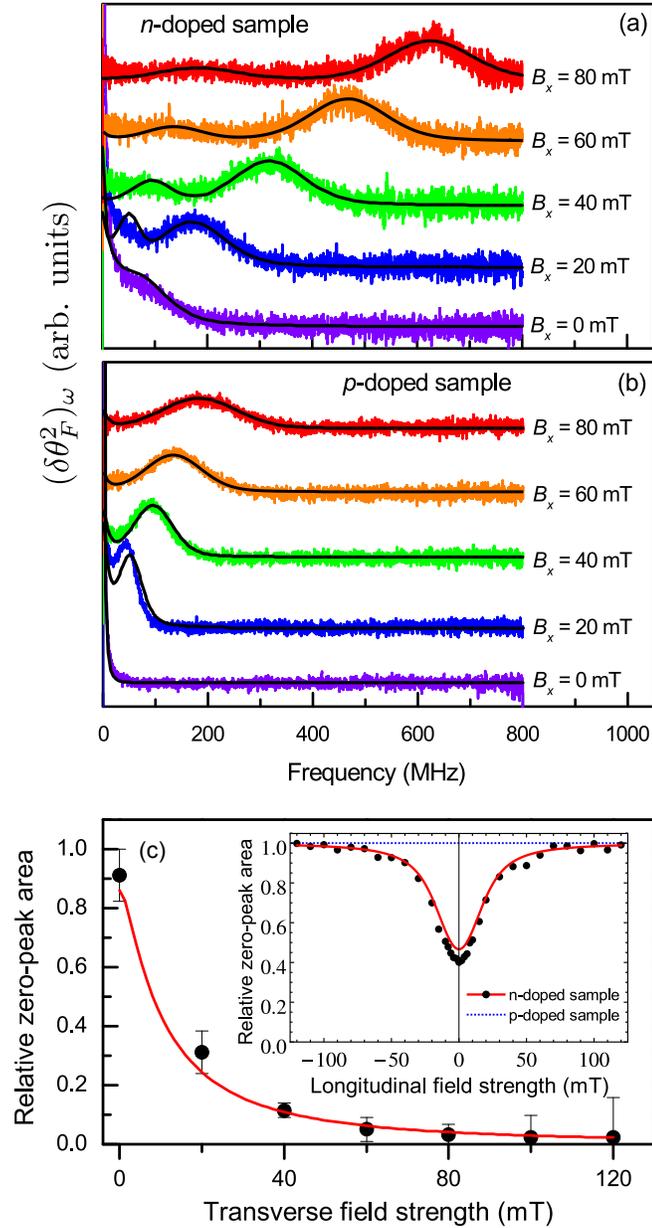


Рис. 1.3: Спектры спинового шума ансамбля квантовых точек в поперечном магнитном поле (a) для  $n$ -легированного образца и (b) для  $p$ -легированного. (c) Относительная площадь релаксационного пика в спектре образца  $p$ -типа в зависимости от величины поперечного магнитного поля. Точки — экспериментальные данные, сплошная — кривая теоретический расчёт. Вставка показывает аналогичную зависимость для продольного поля: точки — экспериментальные данные для образца  $n$ -типа, красная сплошная кривая — теоретический расчёт, синяя точечная кривая соответствует образцу  $p$ -типа, в котором прецессионный пик отсутствует. Параметры расчёта  $g_h^\perp = 0.16$  с разбросом  $\Delta g_h^\perp / g_h^\perp = 37\%$ ,  $g_e = 0.55$  с разбросом  $\Delta g_e / g_e = 7\%$ , остальные параметры те же что на Рис. 1.2 за исключением  $\tau_s^h = 16$  нс при  $B_x \geq 20$  мТ.

## 1.4 Учёт обменного взаимодействия электронов

В случае электронов и дырок, локализованных в ансамбле квантовых точек туннелирование носителей между центрами локализации сильно подавлено, так что отдельные квантовые точки можно считать независимыми друг от друга. В случае же электронов, локализованных на донорах в объёмном полупроводнике, эффекты взаимодействия носителей заряда могут существенно влиять на спиновую динамику [32]. В частности благодаря обменному взаимодействию время спиновой релаксации возрастает при увеличении концентрации доноров и достигает максимума при переходе “изолятор-металл” [33].

В данном разделе рассмотрен ансамбль электронов, локализованных на донорах в объёмном полупроводнике, в отсутствие внешнего магнитного поля с учётом как сверхтонкого взаимодействия, так и обменного взаимодействия между электронами. Гамильтониан системы в отсутствие внешнего магнитного поля имеет вид

$$\mathcal{H} = \hbar \sum_i \Omega_i \mathbf{s}_i + \sum_{i \neq j} J_{ij} \mathbf{s}_i \mathbf{s}_j. \quad (1.21)$$

Здесь индексы  $i, j$  нумеруют доноры,  $\mathbf{s}_i$  — спины электронов на соответствующих примесях, а  $\Omega_i$  — соответствующие частоты спиновой прецессии электронов в поле Оверхаузера. Как было показано в разделе 1.2, величины  $\Omega_i$  можно считать не зависящими от времени, а затем провести усреднение спектра спиновых флуктуаций с функцией распределения (1.11). Обменное взаимодействие электронов описывается константами  $J_{ij} = J_{ji}$ , которые экспоненциально спадают при увеличении расстояния между донорами  $R_{ij}$  [34, 35]:

$$J_{ij} \approx 0.82 \mathcal{R} \left( \frac{R_{ij}}{a_B} \right)^{5/2} \exp \left( -2 \frac{R_{ij}}{a_B} \right). \quad (1.22)$$

Здесь  $\mathcal{R}$  и  $a_B$  — электронный Ридберг и боровский радиус, соответственно, (в GaAs  $\mathcal{R} \approx 4$  мэВ,  $a_B \approx 120$  Å), и предполагается, что  $R_{ik} \gg a_B$ . Типичная величина частоты спиновой прецессии в поле ядерной флуктуации в арсениде галлия составляет  $\delta \sim 2 \times 10^8$  s<sup>-1</sup> [36, 37], так что при расстоянии между донорами  $\sim 0.1$  μm

межэлектронное обменное взаимодействие сопоставимо со сверхтонким. Это соответствует концентрации доноров  $n_d = 10^{14} \div 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Отметим, что в GaAs переход “изолятор-металл” происходит при значительно бóльших концентрациях доноров,  $\sim 2 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$  [33]. Таким образом, для описания спинового шума электронов, локализованных на донорах в объемных полупроводниках, даже при достаточно низком уровне легирования следует учитывать конкуренцию обменного взаимодействия между электронами и сверхтонкого взаимодействия спинов электронов и ядер.

Непосредственный расчет спектров спинового шума по общей формуле (1.17) не представляется возможным, поскольку в типичных экспериментальных условиях, когда концентрация доноров составляет  $n_d = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , площадь пятна зондирования  $A > 1000 \text{ мкм}^2$ , а толщина области зондирования  $L > 10 \text{ мкм}$ , число доноров в объеме зондирования  $N_e = n_d LA$  превышает  $10^6$ . Однако экспоненциальная зависимость константы обменного взаимодействия  $J_{ij}$  от расстояния между донорами приводит к тому, что взаимодействие между достаточно далекими электронами оказывается несущественным. Таким образом, обменное взаимодействие является важным только для групп доноров, расположенных достаточно близко друг от друга. Это позволяет разработать подход для расчета спектров спинового шума аналогичный теории протекания и используемый для анализа эффектов электронного транспорта в неупорядоченных системах [38].

Структура спиновых состояний ансамбля электронов определяется конкуренцией обменного взаимодействия между носителями заряда и сверхтонкого взаимодействия с ядрами решетки. Если абсолютные величины ядерных полей  $|\Omega_i|$  и  $|\Omega_j|$ , действующие на электроны  $i$  и  $j$ , превосходят константу обменного межэлектронного взаимодействия  $J_{ij}$ , то обменное взаимодействие между этими электронами несущественно. В противном случае главным является именно межэлектронное обменное взаимодействие, и спиновые состояния электронов квантуются по полному магнитному моменту. В рамках этой модели естественно разбить весь ансамбль

локализованных электронов на группы (или кластеры) доноров. Внутри каждого кластера обменное взаимодействие доминирует над сверхтонким:

$$J_{ij} > C\hbar\delta_e, \quad (1.23)$$

где  $C$  – безразмерный коэффициент порядка единицы, от его конкретной величины окончательные результаты зависят слабо. Введем характерное расстояние между донорами  $R_c$ , при котором  $J(R_c) = C\hbar\delta_e$ , тогда задача о формировании кластеров в ансамбле электронов, локализованных на донорах, вполне аналогична задаче о формировании кластеров при изучении высокочастотной проводимости неупорядоченной системы. В последнем случае параметр  $R_c$  зависит от частоты электромагнитного поля и характеризует смещение электрона за полупериод осцилляций поля [39, 40]. Строго говоря, к одному кластеру относится группа доноров с расстоянием между ближайшими соседями, меньшим или равным  $R_c$ . Введем безразмерный параметр

$$\eta = \frac{\pi}{6}n_d R_c^3, \quad (1.24)$$

показывающий, какую объемную долю пространства занимают сферы радиусом  $R_c/2$ . Параметр  $\eta$  определяет статистику кластеров в системе – функцию  $\mathcal{P}(N)$ , описывающую вероятность найти кластер из  $N$  электронов.

Отметим, что при  $\eta \approx 0.34$  в системе формируется кластер бесконечного размера [38, 41]. Это соответствует критической концентрации доноров  $n_c \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Мы сосредоточимся на случае  $n_d \ll n_c$ , когда подавляющее большинство кластеров представляют собой “одиночные” электроны и группы из небольшого числа доноров  $N \leq 4$ , связанных сильным обменным взаимодействием. Даже при  $\eta = 0.1$  вероятность обнаружения кластера из четырех электронов составляет не больше 8%, а значения  $\mathcal{P}(N)$  при  $N > 4$  пренебрежимо малы.

Структура уровней в кластере, состоящем из  $N$  электронов, определяется в первую очередь обменным взаимодействием. Это приводит к тому, что в нулевом приближении по сверхтонкому взаимодействию имеющиеся  $2^N$  уровней объединя-

ются в группы, относящиеся к фиксированному полному спину всех электронов  $M$ . Число групп состояний (или мультиплетов) со спином  $M$  есть [42]

$$\mathcal{N}_m(M) = \frac{(2M+1)N!}{(N/2+M+1)!(N/2-M)!}. \quad (1.25)$$

Введем собственные функции электронов  $\Psi_l(M, m)$  и собственные энергии  $E_l(M)$  в кластере, где  $m$  — проекция полного спина  $M$  на ось  $z$ , индекс  $l$  нумерует  $\mathcal{N}_m(M)$  различных уровней энергии с заданным значением полного спина  $M$ . Энергетические зазоры между этими уровнями определяются константами обменного взаимодействия. Фазы собственных функций выберем так, чтобы при преобразованиях координат в спиновом пространстве наборы  $\Psi_l(M, m)$  при фиксированных  $l$  и  $M$  преобразовывались по представлению  $D_M$ , как сферические функции  $Y_{Mm}(\theta, \varphi)$ . В этом случае матричные элементы оператора суммарного спина  $\mathbf{S}_N = \sum_{i=1}^N \mathbf{s}_i$  в кластере определяются формулами

$$\langle \Psi_l(M, m') | S_\alpha | \Psi_l(M, m) \rangle = J_{\alpha; m'm}^M,$$

где  $J_{\alpha; m'm}^M$  — элементы стандартных матриц операторов проекций углового момента  $M$ . Так как в прямом произведении

$$D_M \times D_M = \sum_{M'=0}^{2M} D_{M'}$$

представление  $D_1$  содержится только один раз, матричные элементы отдельного спина  $i$  пропорциональны элементам матрицы  $J_{\alpha; m'm}^M$ , а именно

$$\langle \Psi_l(M, m') | s_{i,\alpha} | \Psi_l(M, m) \rangle = c_i^{(M,l)} J_{\alpha; m'm}^M. \quad (1.26)$$

Здесь  $c_i^{(M,l)}$  — коэффициент, зависящий от энергетического уровня  $l$ , но не зависящий от  $m$  и  $m'$ . Представим состояние  $\Psi_l(M, m)$  в виде разложения

$$\Psi_l(M, m) = \sum_{m_1 \dots m_i \dots m_N} C_{m_1 \dots m_i \dots m_N}^{(M,m,l)} \chi(m_1 \dots m_i \dots m_N), \quad (1.27)$$

где  $m_i = \pm 1/2$  — проекция спина  $i$ -го электрона на ось  $z$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $\chi(m_1 \dots m_i \dots m_N)$  —  $N$ -частичная базисная спиновая функция для состояния с заданным набором проекций спинов  $m_i$ . Очевидно, что коэффициенты  $C_{m_1 \dots m_i \dots m_N}^{(M,m,l)}$

могут быть отличны от нуля лишь при условии  $\sum_i m_i = m$ . Коэффициент  $c_i^{(M,l)}$  в (1.26) выражается через коэффициенты разложения (1.27) в виде

$$c_i^{(M,l)} = \sum_{m_1 \dots m_{i-1} m_{i+1} \dots m_N} \frac{1}{2M} \left( |C_{m_1 \dots m_i=1/2 \dots m_N}^{(M,m,l)}|^2 - |C_{m_1 \dots m_i=-1/2 \dots m_N}^{(M,m,l)}|^2 \right).$$

Величины  $C_{m_1 \dots m_i \dots m_N}^{(M,m,l)}$ , а значит и  $c_i^{(M,l)}$  зависят от конкретной реализации констант обменного взаимодействия в кластере и могут быть найдены в общем случае только численно.

В первом приближении по сверхтонкому взаимодействию различные мультиплеты, т.е. состояния с различными значениями  $M$  и  $l$ , не смешиваются, однако внутри каждой группы при фиксированных  $M$  и  $l$  происходит расщепление состояний на  $2M + 1$  подуровней за счет взаимодействия спинов электронов и ядер. Эффективный гамильтониан сверхтонкого взаимодействия может быть представлен в виде

$$\hat{\mathcal{H}}^{(M,l)} = \hbar \hat{\mathbf{M}}_l \Omega_{\text{eff}}^{(M,l)}, \quad (1.28)$$

где  $\Omega_{\text{eff}}^{(M,l)}$  – эффективное ядерное поле, действующее на полный спин  $\mathbf{M}_l$ . Согласно (1.21) и (1.26) оно имеет вид

$$\Omega_{\text{eff}}^{(M,l)} = \sum_i c_i^{(M,l)} \Omega_i. \quad (1.29)$$

Сверхтонкое взаимодействие полностью снимает вырождение по проекции полного спина  $M$  и расщепляет вырожденный уровень  $E_l(M)$  на эквидистантные подуровни  $E_l(M, M_{z'})$  с заданными значениями проекции  $M_{z'}$  полного момента на ось эффективного ядерного поля и расщеплением  $\hbar \Omega_{\text{eff}}^{(M,l)}$  между соседними подуровнями. Обозначим соответствующие собственные функции системы как  $\Psi'_l(M, M_{z'})$  и подчеркнем, что направление оси  $z'$  зависит как от конкретной реализации ядерных полей, так и от параметров  $M, l$ , характеризующих реализацию состояния с данным полным спином кластера электронов.

Спектр спинового шума ансамбля электронов в модели кластеров представляет

собой сумму вкладов от различных кластеров и может быть записан в виде

$$(S_\alpha S_\beta)_\omega = \sum_{N=1}^{\infty} \mathcal{P}(N) \sum_M \sum_{l=1}^{\mathcal{N}_m(M)} \mathcal{S}_{\alpha\beta}(N, M, l; \omega), \quad (1.30)$$

где  $\mathcal{S}_{\alpha\beta}(N, M, l; \omega)$  – вклад в спиновый шум  $l$ -ой реализации полного спина  $M$  в кластере из  $N$  электронов [ср. с (1.17)]:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{\alpha\beta}(N, M, l; \omega) &= \frac{2^{1-N}\pi}{N} \sum_{M_{z'}, M'_{z'}} \langle \Psi'_l(M, M_{z'}) | \hat{M}_{l,\alpha} | \Psi'_l(M, M'_{z'}) \rangle \\ &\times \langle \Psi'_l(M, M'_{z'}) | \hat{M}_{l,\beta} | \Psi'_l(M, M_{z'}) \rangle \Delta \left( \omega - \frac{E_l(M, M_{z'}) - E_l(M, M'_{z'})}{\hbar} \right). \end{aligned} \quad (1.31)$$

В выражении (1.31) операторы  $\hat{M}_{l,\alpha}$ ,  $\hat{M}_{l,\beta}$  изменяют проекцию спина не больше, чем на 1, поэтому  $M'_{z'} = M_{z'}, M_{z'} \pm 1$ , при этом аргументом уширенной  $\delta$ -функции может выступать  $\omega$  или  $\omega \pm \Omega_{\text{eff}}^{(M,l)}$ . Здесь также подразумевается усреднение по всевозможным реализациям ядерных полей, действующих на локализованные электроны, после которого недиагональные по декартовым индексам компоненты  $\mathcal{S}_{\alpha\beta}$  обращаются в нуль, а диагональные оказываются равными,  $\mathcal{S}_{xx} = \mathcal{S}_{yy} = \mathcal{S}_{zz} \equiv \mathcal{S}$  [21]. Окончательно получаем

$$\begin{aligned} \mathcal{S}(N, M, l; \omega) &= \frac{2^{1-N}\pi}{9N} M(M+1)(2M+1) \\ &\times \left\{ \Delta(\omega) + \int d\Omega_{\text{eff}} \mathcal{F}_{\delta_{M,l}}(\Omega_{\text{eff}}) [\Delta(\omega - \Omega_{\text{eff}}) + \Delta(\omega + \Omega_{\text{eff}})] \right\}, \end{aligned} \quad (1.32)$$

являющееся естественным обобщением выражения (1.12). При выводе (1.32) мы учли, что для гауссовых независимых распределений частот спиновой прецессии  $\Omega_i$  их взвешенная сумма (1.29) также распределена по закону Гаусса (1.11), но с заменой  $\delta_e \rightarrow \delta_{M,l}$ , где параметр  $\delta_{M,l}$  определяется конкретной реализацией коэффициентов  $c_i^{(M,l)}$  [43]:

$$\delta_{M,l} = \delta_e \sqrt{\sum_i \left( c_i^{(M,l)} \right)^2}. \quad (1.33)$$

При полном спине  $M = 0$  спектральная функция (1.32) тождественно равна нулю, так как на синглетное состояние ядерное поле не действует, и среднеквадратичная флуктуация спина в синглетном состоянии – нуль.

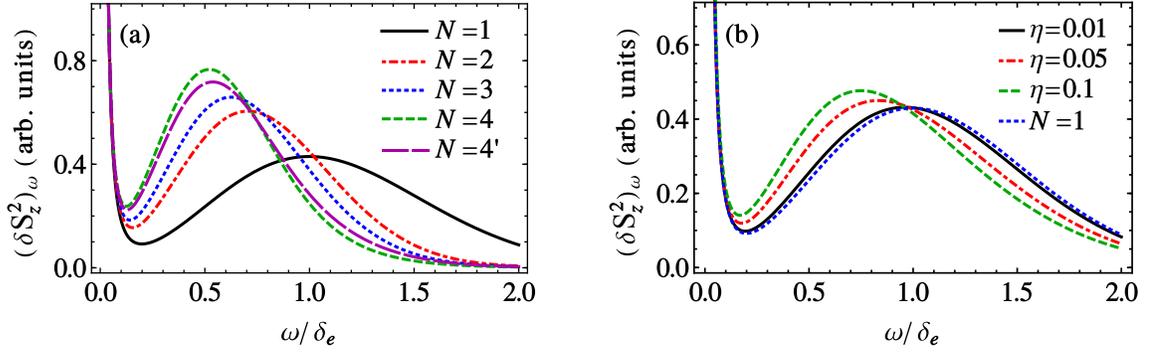


Рис. 1.4: (а) Спектр спинового шума, нормированный на один электрон, в кластере из  $N$  доноров. Кривые, обозначенные  $N = 4$  и  $N = 4'$  (короткий и длинный штрих), отличаются соотношением констант обменного взаимодействия, см. пояснения в тексте. (б) Спектр спинового шума, нормированный на один электрон, рассчитанный в модели кластеров для массива доноров, распределенных случайным образом. Синяя/пунктирная кривая найдена в пренебрежении обменным взаимодействием и соответствует системе изолированных доноров. Расчеты выполнялись для  $\tau_s \delta_e = 100$ .

Влияние сверхтонкого и обменного взаимодействий на спектр спиновых флуктуаций локализованных электронов наиболее просто проследить, рассмотрев пару близко расположенных доноров 1 и 2, так что обменным взаимодействием с другими донорами можно пренебречь:  $J \equiv J_{12} \gg J_{1i}, J_{2i}$  ( $i \neq 1, 2$ ).

В пределе слабого обменного взаимодействия ( $J \ll \hbar \delta_e$ ) электроны можно считать невзаимодействующими, при этом спектр флуктуаций спина описывается выражением (1.12), так как одиночному (изолированному) донору отвечает число  $N = 1$ , электронный спин  $1/2$  и единственная реализация  $l = 1$ . Соответствующий спектр спинового шума показан чёрной сплошной кривой на Рис. 1.4(а).

Перейдем теперь к рассмотрению предельного случая сильного обменного взаимодействия пары локализованных электронов:  $J \gg \hbar \delta_e$ . В пренебрежении сверхтонким взаимодействием состояния пары электронов характеризуются полным спином пары  $S = 0$  (синглет) или  $S = 1$  (триплет) и проекцией спина  $S_z$  на заданную ось  $z$ . Если расщепление между синглетом и триплетом велико, можно пренебречь смешиванием этих состояний за счет сверхтонкого взаимодействия и рассмотреть динамику триплетного состояния с полным спином  $S = 1$ . Флуктуации триплетного спина  $\delta \mathbf{S}$  описываются уравнением (1.8), в котором эффективное

ядерное поле

$$\Omega_{\text{eff}} = \frac{\Omega_1 + \Omega_2}{2}. \quad (1.34)$$

Согласно (1.33) дисперсия  $\Omega_{\text{eff}}$  в 2 раза меньше, чем дисперсия полей  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$ , действующих на каждый электрон. При этом спектр спинового шума, нормированный на один электрон, определяется выражением (1.12) с заменой  $\delta_e$  в  $\mathcal{F}(\Omega)$  на  $\delta_e/\sqrt{2}$ . Спектр спинового шума в этом случае показан красной штрихпунктирной линией на рис. 1.4(а). Из графика видно, что пик на  $\omega = 0$  такой же, как и в пренебрежении обменным взаимодействием, а максимум пика, обусловленного спиновой прецессией, сдвинут к частоте  $\delta_e/\sqrt{2}$ , высота пика в  $\sqrt{2}$  раз больше, а его ширина, соответственно, меньше в  $\sqrt{2}$  раз. Это обусловлено эффективным усреднением ядерных полей, вызванным обменным взаимодействием. Фактически, красная штрих-пунктирная кривая на рис. 1.4(а) представляет спектральную функцию  $\mathcal{S}_{\alpha\beta}(2, 1, 1; \omega)$  в разложении (1.30) в модели кластеров.

Численный расчёт спектра спиновых флуктуаций для пары электронов показывает, что максимум прецессионного пика резко смещается с частоты  $\delta_e$  к  $\delta_e/\sqrt{2}$  при отношении  $J/(\hbar\delta_e) \approx 1/3$ , так что в неравенстве (1.23) оптимальным можно считать значение  $C = 1/3$ .

Перейдем к учету кластеров с числом доноров  $N > 2$ . Для расчета спектра спинового шума требуется определить полуширины  $\delta_{M,l}$ , введенные в (1.33) и характеризующие дисперсию ядерных полей, действующих на  $l$ -ую реализацию полного спина  $M$  в кластере из  $N$  доноров. Для тройки доноров обменное взаимодействие между электронами приводит к расщеплению восьмикратно вырожденного состояния на два подуровня  $l = 1, 2$  с  $M = 1/2$  и один подуровень с  $M = 3/2$ . При этом значения  $\delta_{1/2,l}$  для  $l = 1$  и  $2$  совпадают, и три полуширины  $\delta_{M,l}$  определяются величиной полного спина электронов:  $\delta_{M,l} = \delta_e/\sqrt{2M}$ , независимо от соотношения между обменными константами  $J_{12}$ ,  $J_{23}$  и  $J_{31}$ . Более того, моделирование по общей формуле (1.17) для трех электронов показывает, что даже при  $J_{12}, J_{23}, J_{31} \approx \hbar\delta_e$  спектр флуктуаций близок к результату, получаемому по формулам (1.30), (1.32)

модели кластеров – различие вблизи пика, обусловленного спиновой прецессией, составляет не более 30%. Парциальные вклады в спектр спинового шума от одиночек, пар и троек доноров, вычисленные по формуле (1.32), показаны на рис. 1.4(a), соответственно, сплошной, штрихпунктирной и пунктирной кривыми.

Для кластеров с  $N \geq 4$  ситуация сложнее, и параметры  $\delta_{M,l}$  зависят от соотношений между обменными константами. Например, для четырех доноров в кластере имеются три различные реализации  $l = 1, 2, 3$  полного спина  $M = 1$ , одна реализация с  $M = 2$ , а также две реализации с  $M = 0$  (не вносящие вклада в спиновый шум). Если обменное взаимодействие в двух парах четверки доминирует над взаимодействием между парами, так что  $J_{12}, J_{34} \gg J_{13}, J_{14}, J_{23}, J_{24}$ , то выполняются соотношения  $\delta_{1,1} = \delta_{1,2} = \delta_e/\sqrt{2}$  и  $\delta_{1,3} = \delta_e/2$ . Если же  $J_{12} \gg J_{13}, J_{23} \gg J_{14}, J_{24}, J_{34}$ , то  $\delta_{1,1}$  и  $\delta_{1,2}$  не меняются, а  $\delta_{1,3} = \delta_e\sqrt{7/12}$ . Для этих двух частных случаев соответствующие спектры спинового шума показаны короткими и длинными штриховыми линиями на рис. 1.4(a). Различие между ними не превышает 10%.

На рис. 1.4(b) приведены спектры спинового шума в массиве случайно расположенных доноров, рассчитанные в модели кластеров. Значения  $\mathcal{P}(N)$  при  $N > 2$  рассчитывались методом Монте-Карло. Для упрощения расчета мы полагали, что всем реализациям одного и того же полного спина  $M$  соответствует характерное ядерное поле  $\delta_{M,l} = \delta_e/\sqrt{2M}$ . При низких концентрациях доноров, когда  $\eta = 0.01$  (сплошная кривая), большинство кластеров состоят из одиночных доноров и спектр спинового шума практически совпадает со спектром, найденным по формуле (1.12) для изолированных центров (кривая показанная синими точками). С ростом концентрации доноров спектр спиновых флуктуаций определяется кластерами всё больших размеров. Поэтому пик, обусловленный спиновой прецессией в ядерном поле, сдвигается в сторону меньших частот и несколько сужается. Этот эффект качественно согласуется с наблюдением увеличения времени спиновой релаксации с ростом концентрации доноров [33].

## 1.5 Краткие итоги

В Главе 1 получены следующие результаты:

- Спектры спиновых флуктуаций носителей заряда, локализованных в квантовых точках, состоят из двух пиков, связанных со спиновой прецессией в поле ядер и со спиновой релаксацией. В результате сопоставления расчётных спектров с экспериментальными данными, полученными на образцах  $n$ - и  $p$ -типа в различных магнитных полях, определены величины  $g$ -факторов носителей заряда, константы сверхтонкого взаимодействия и времена спиновой релаксации. Показано, что спектры спинового шума могут быть вычислены в квазиклассической модели, не учитывающей ядерную спиновую динамику.
- Предложена модель кластеров для описания спиновых флуктуаций локализованных электронов с учётом их обменного взаимодействия. Показано, что обменное взаимодействие приводит к подавлению спиновой дефазировки на ядрах и смещению прецессионного пика в спектре спиновых флуктуаций к более низким частотам.

## Глава 2

# Электронные спиновые шумы при динамической поляризации ядер

### 2.1 Введение

Спектроскопия спиновых флуктуаций изначально рассматривалась в качестве инструмента исследования спиновых свойств системы в условиях максимально близких к термодинамическому равновесию [44, 45]. Действительно, именно в этом случае оказывается применима флуктуационно-диссипационная теорема, и спектр спиновых флуктуаций напрямую отражает частотную зависимость спиновой восприимчивости системы. В случае выведения системы из равновесия, например, в условиях оптической ориентации спинов, флуктуационно-диссипационная не применима, так что требуется построение соответствующей микроскопической теории неравновесных спиновых флуктуаций по аналогии с теорией неравновесных флуктуаций электрического тока [46, 47, 48, 49, 50].

Спиновая динамика локализованных носителей заряда, как показано в предыдущей главе, определяется в первую очередь сверхтонким взаимодействием с ядрами кристаллической решётки. Естественно возникает вопрос о модификации спектра спинового шума в случае, когда ядерная спиновая подсистема выведена из состояния термодинамического равновесия. Решению этого вопроса посвящена настоящая глава диссертации.

Как отмечалось в главе 1, сверхтонкое взаимодействие в полупроводниках типа

GaAs оказывается более выраженным для электронов в зоне проводимости, чем для дырок в валентной зоне, так как их блоховская волновая функция максимальна на ядрах кристаллической решётки [31]. По этой причине в данной главе рассмотрены резидентные электроны, локализованные в ансамбле квантовых точек или на донорах в объёмном полупроводнике, а также, в виду экспериментальной реализации, свободные электроны в объёмном полупроводнике типа GaAs.

Динамическая поляризация ядер кристаллической решётки возникает в условиях оптической ориентации электронных спинов во внешнем магнитном поле  $\mathbf{B}$  [51]. Средний ядерный спин  $\mathbf{I}_{av} = \sum_{k=1}^{N_n} \mathbf{I}_k / N_n$  определяется выражением [52, 53]

$$\mathbf{I}_{av} = \frac{4}{3} I(I+1) \frac{\mathbf{B}(\mathbf{B}\mathbf{S})}{B^2 + \tilde{B}_L^2}, \quad (2.1)$$

где  $I$  — величина спина ядер данного сорта, введено локальное поле ядер  $\tilde{B}_L$ , определяемое диполь-дипольным взаимодействием спинов ядер между собой и предполагается, что средний электронный спин мал  $S \ll 1$ , а также что тепловой поляризацией ядер можно пренебречь ( $g_n \mu_n B \ll k_B T$ ). Неравновесная электронная спиновая поляризация за счёт сверхтонкого взаимодействия приводит к процессам взаимного переворота спинов электронов и ядер, которые приводят к поляризации спинов ядер в соответствии с выражением (2.1). После прекращения возбуждения электронная и ядерная спиновые подсистемы релаксируют к состоянию термодинамического равновесия.

Возможность разделения временных масштабов электронной и ядерной спиновой динамики значительно упрощает анализ динамической поляризации ядер и релаксации спиновой поляризации. Наиболее коротким является время спиновой релаксации электронов,  $\tau_s$ , которое для рассматриваемых систем лежит в диапазоне от десятков наносекунд до единиц микросекунд [33, 54]. За это время после включения циркулярно поляризованной накачки электронная спиновая поляризация достигает своего стационарного значения или релаксирует к равновесному значению после выключения возбуждения.

Следующим по величине является время поперечной релаксации ядер

$T_2 \sim \hbar/(g_n \mu_n \tilde{B}_L) \sim 0.1$  мс, соответствующее диполь-дипольному взаимодействию спинов ядер [55]. На этом временном масштабе энергетической обмен между ядерной спиновой подсистемой и кристаллической решёткой отсутствует, так что ядерная подсистема может характеризоваться своей эффективной температурой  $\Theta$ .

Ядерная спиновая поляризация может релаксировать либо за счёт сверхтонкого взаимодействия с резидентными носителями заряда, либо, при их отсутствии, за счёт взаимодействия с фононами. В первом случае время установления полного равновесия в системе  $T_{1e}$  составляет десятки секунд, а во втором время релаксации  $T_1$  может достигать нескольких часов или даже суток [31]. Благодаря существенному различию времён  $T_1(T_{1e})$  и  $T_2$  эффективная температура ядерных спинов  $\Theta$  может на несколько порядков отличаться от реальной температуры кристаллической решётки  $T$  [56].

Таким образом в системе взаимодействующих спинов электронов и ядер существует следующее разделение временных масштабов:

$$\tau_s \ll T_2 \ll T_{1e} \ll T_1. \quad (2.2)$$

На масштабах времён  $\tau \gg T_2$  ядерная спиновая подсистема находится в квазиравновесном состоянии с эффективной температурой  $\Theta$ . При этом ядерная спиновая поляризация направлена вдоль внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}$ . Степень ядерной поляризации определяется выражением [57]

$$P = \frac{I_{av}}{I} = \mathcal{B}_I(B/B_\Theta), \quad (2.3)$$

где  $I$  — величина ядерного спина,  $\mathcal{B}_I$  — функция Бриллюэна,  $B_\Theta = k_B \Theta / (I \mu_n g_n)$ ,  $k_B$  — постоянная Больцмана, а  $\mu_n$  и  $g_n$  ядерный магнетон Бора и  $g$ -фактор, соответственно. Эта зависимость показана на вставке к рис. 2.1 для различных величин ядерных спинов. Величина ядерной спиновой поляризации определяется величиной ядерной спиновой температуры, и она тем больше, чем меньше абсолютная величина ядерной спиновой температуры. Направление ядерной спиновой поляризации определяется знаком  $\Theta$ , которая в зависимости от знака циркулярной

поляризации возбуждающего света может быть как положительна, так и отрицательна, см (2.1). В реальных экспериментах удаётся достичь температур  $\Theta \sim \text{мкК}$  при температуре решётки  $T \sim 4\text{К}$ .

Ядерная спиновая поляризация приводит к спиновой прецессии электронов в поле Оверхаузера со средней частотой  $\bar{\Omega}_N = \sum_{k=1}^{N_n} A_k \mathbf{I}_{av} / \hbar$ . Релаксация спиновой поляризации, которая также может быть названа “отогревом” ядерной спиновой подсистемы, приводит к уменьшению частоты  $\bar{\Omega}_N$  со временем, которое в случае эффективного сверхтонкого взаимодействия описывается уравнением [51, 55]

$$\bar{\Omega}_N(t) = \bar{\Omega}_N(0) \exp(-t/T_{1e}). \quad (2.4)$$

В случае же фононного механизма ядерной спиновой релаксации  $T_{1e}$  должно быть заменено на  $T_1$ .

Смысл введения ядерной спиновой температуры наиболее ярко раскрывается в экспериментах, когда в отсутствие спиновой ориентации электронов внешнее магнитное поле медленно меняется на временах, значительно превышающих  $T_2$ , но малых по сравнению с  $T_1(T_{1e})$ . В этом случае размагничивание системы является обратимым, а ядерная спиновая температура остаётся знакопостоянной. Изменение  $\Theta$  с магнитным полем определяется равенством работы, совершаемой внешним магнитным полем над системой и изменением её внутренней энергии. В случае высоких температур величина  $\Theta / \sqrt{B^2 + B_L^2}$  остаётся постоянной при изменении внешнего магнитного поля, где параметр  $B_L$  по порядку величины совпадает с  $\tilde{B}_L$  [55]. Отметим, что в напряжённых гетероструктурах  $B_L$  может определяться квадрупольным расщеплением ядерных спиновых подуровней [58].

Благодаря тому, что спиновая динамика электронов быстрая по сравнению с ядерной, на временном масштабе  $\sim \tau_s$  динамикой ядерных спинов можно пренебречь. Однако усреднение по распределению поля Оверхаузера, действующего на электрон в условиях динамической поляризации ядер необходимо уже проводить с неравновесной функцией распределения спинов ядер, отвечающей их динамической поляризации.

## 2.2 Модель статической ядерной спиновой поляризации

В этом разделе рассматриваются спиновые флуктуации на временном масштабе  $T_{exp} \ll T_1(T_{1e})$  таким, что поляризацию ядер можно считать не зависящей от времени. При этом время измерения спектров  $T_{exp}$  предполагается длинным по сравнению с характерными временами электронной спиновой динамики  $\tau_s, \delta_e^{-1}$  и  $\bar{\Omega}_N^{-1}$ . В таких условиях усреднение по времени  $t$  и интегрирование в определении  $(\delta S_z^2)_\omega$  (1.4) необходимо проводить в пределах времени  $T_{exp}$ .

Матрица плотности ядерной спиновой подсистемы, характеризуемой эффективной температурой  $\Theta$ , имеет вид

$$\rho_n = \frac{\exp[-\mathcal{H}_n/(k_B\Theta)]}{\text{Tr}\{\exp[-\mathcal{H}_n/(k_B\Theta)]\}}, \quad (2.5)$$

где  $\mathcal{H}_n$  — гамильтониан ядерной спиновой системы. В больших магнитных полях  $B \gg B_L$  зеемановская энергия сильно превосходит энергию диполь-дипольного взаимодействия, так что ядерная спиновая матрица плотности распадается на произведение матриц плотности отдельных ядер. В этом случае легко найти функцию распределения ядерных полей

$$\mathcal{F}(\Omega_N) = f(\Omega_{N,x'}, \epsilon_\perp \delta) f(\Omega_{N,y'}, \epsilon_\perp \delta) f(\Omega_{N,z'} - \bar{\Omega}, \epsilon_\parallel \delta). \quad (2.6)$$

Здесь  $x', y'$  и  $z'$  обозначают декартовы координаты в системе отсчёта, в которой ось  $z'$  совпадает с направлением внешнего магнитного поля и ядерной спиновой поляризации, а функция

$$f(x, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-x^2/\sigma^2} \quad (2.7)$$

описывает плотность вероятности нормально распределённой величины с дисперсией  $\sigma^2/2$ . Параметры  $\epsilon_\parallel$  и  $\epsilon_\perp$  в выражении (2.6) описывают, соответственно, подавление ядерных спиновых флуктуаций вдоль осей  $z'$  и  $x', y'$  с увеличением степени поляризации ядер. Результат (2.6) может быть также получен, как следствие центральной предельной теоремы.

В общем случае  $\varepsilon_{\parallel}$  может быть выражено в виде [6]

$$\varepsilon_{\parallel} = \sqrt{-\frac{3I}{I+1} \frac{B_{\Theta}^2}{B} \frac{\partial P}{\partial B_{\Theta}}}. \quad (2.8)$$

Здесь производная  $\partial P/\partial B_{\Theta}$  вычисляется по формуле (2.3) при фиксированном значении  $B$ . Подавление же поперечных флуктуаций описывается выражением

$$\varepsilon_{\perp} = \sqrt{\frac{3}{2} - \frac{3IP_I^2}{2(I+1)} - \frac{\varepsilon_I^2}{2}}. \quad (2.9)$$

Стоит, однако, отметить, что данное описание применимо лишь в случае  $\varepsilon_{\parallel} \gg 1/\sqrt{N_n}$  (или  $1 - P \gg 1/N_n$ ). С физической точки зрения это ограничение гарантирует, что ширина распределения продольного ядерного поля  $\varepsilon\delta$  превосходит период спиновой прецессии ядер в поле Найта  $\sim \delta/\sqrt{N_n}$  (который предполагается превосходящим  $1/T_2$ ). С математической точки зрения данное ограничение диктуется неравенством Берри-Эссеена для скорости сходимости распределения суммы случайных величин к нормальному [59].

На рис. 2.1 показана зависимость параметров  $\varepsilon_{\parallel}$  и  $\varepsilon_{\perp}$  от степени ядерной спиновой поляризации при различных величинах ядерных спинов  $I$ . В отсутствие ядерной поляризации  $P = 0$  подавления флуктуаций не происходит, и  $\varepsilon_{\parallel,\perp} = 1$ . С увеличением поляризации  $\varepsilon_{\parallel}$  уменьшается, и в пределе  $P = 1$  продольные флуктуации ядерного поля полностью пропадают,  $\varepsilon_{\parallel} = 0$ . Поперечные флуктуации подавляются в общем случае слабее чем продольные, так что  $\varepsilon_{\perp} \geq \varepsilon_{\parallel}$ .

При высокой ядерной спиновой температуре и в малых магнитных полях, когда выполнено неравенство  $B \ll B_{\Theta}$ , ядерная спиновая поляризация пропорциональна магнитному полю

$$P = \frac{I+1}{3I} \frac{B}{B_{\Theta}}. \quad (2.10)$$

В этом случае согласно (2.8) и (2.9)  $\varepsilon_{\parallel,\perp} \approx 1$ , то есть подавления ядерных спиновых флуктуаций в первом порядке по  $B/B_{\Theta}$  не происходит. В этом случае ядерная спиновая поляризация может быть описана, как дополнительное магнитное поле

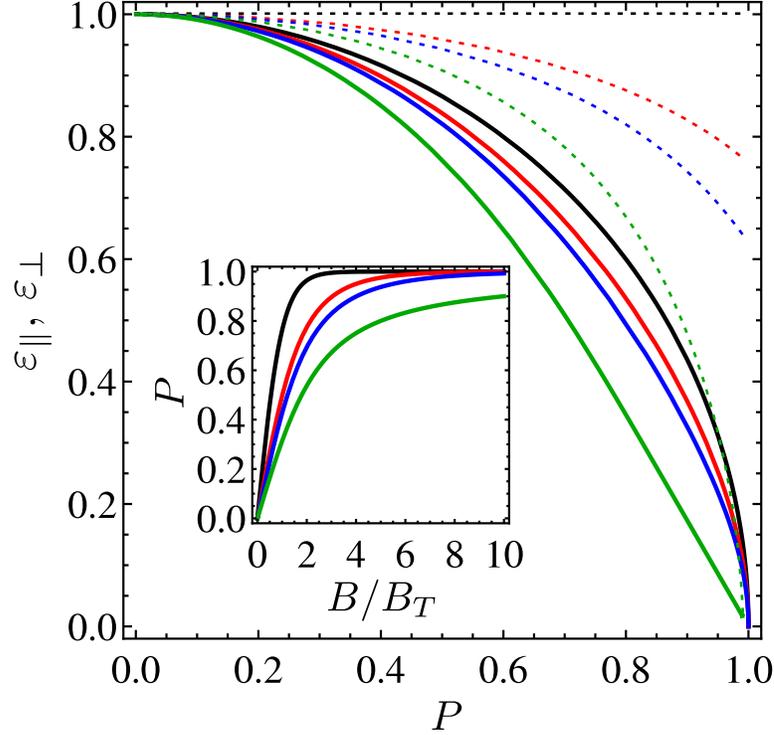


Рис. 2.1: Параметры  $\varepsilon_{\parallel}$  (сплошные кривые) и  $\varepsilon_{\perp}$  (пунктирные кривые) как функции ядерной спиновой поляризации для спинов ядер  $I = 1/2$  (чёрные кривые),  $3/2$  (красные),  $5/2$  (синие) и  $I \rightarrow \infty$  (зелёные). Вставка показывает зависимость ядерной спиновой поляризации от магнитного поля для тех же значений  $I$  при постоянной температуре  $\Theta$ .

$\hbar\bar{\Omega}_N/(g_e\mu_B)$ , направленное вдоль внешнего поля  $\mathbf{B}$ . Стоит отметить, что максимальная частота электронной спиновой прецессии в поле ядер

$$\Omega_{max} = \frac{1}{\hbar} \sum_{k=1} N_n A_k I_k \quad (2.11)$$

превосходит флуктуационную частоту  $\delta_e$  (1.7) примерно в  $\sqrt{N_n}$  раз. Так что даже малая средняя поляризация ядер  $P \sim 1/\sqrt{N_n}$  уже приводит к существенной модификации функции распределения  $\mathcal{F}(\Omega_n)$  и спектров спинового шума электронов. Назовём режимом “дополнительного поля” режим, в котором  $P \ll 1$ . Подавление же ядерных флуктуаций происходит лишь при  $P \lesssim 1$ , как видно из рис. 2.1, этот режим назовём режимом подавления флуктуаций ядер.

При произвольном отношении  $B/B_{\Theta}$  выражения (2.3), (2.8) и (2.9) довольно громоздки, однако они значительно упрощаются в двух предельных случаях. Если

величина ядерного спина  $I$  велика, то спин можно рассматривать как классический угловой момент. В этом случае спиновая поляризация и подавление флуктуаций описываются выражениями

$$P = \coth\left(\frac{B}{B_\Theta}\right) - \frac{B_\Theta}{B}, \quad (2.12a)$$

$$\varepsilon_{\parallel}^2 = 3 \left[ \left(\frac{B_\Theta}{B}\right)^2 - \sinh^{-2}\left(\frac{B}{B_\Theta}\right) \right], \quad \varepsilon_{\perp}^2 = 3 \left[ \frac{B_\Theta}{B} \coth\left(\frac{B}{B_\Theta}\right) - \left(\frac{B_\Theta}{B}\right)^2 \right]. \quad (2.12b)$$

Эти выражения показаны зелёными кривыми на рис. 2.1.

В случае  $I = 1/2$  выражения (2.3), (2.8) и (2.9) дают

$$P = \tanh\left(\frac{B}{B_\Theta}\right), \quad \varepsilon_{\parallel} = \sqrt{1 - P^2}, \quad \varepsilon_{\perp} = 1. \quad (2.13)$$

Соответствующие зависимости показаны чёрными кривыми на рис. 2.1. В дальнейшем основной величиной, определяющей форму спектра спинового шума электронов будет являться зависимость  $\varepsilon_{\parallel}(P)$ . Так как она качественно похожа для всех значений  $I$  (см. рис. 2.1), а в реальных условиях величина ядерного спина обычно не велика, для определённости мы будем анализировать простейший случай когда  $I = 1/2$ .

На рис. 2.2 представлены спектры электронных спиновых флуктуаций в продольном магнитном поле  $\mathbf{B} \parallel \mathbf{z}$ , вычисленные по формуле (1.12) с функцией распределения частот прецессии (2.6), учитывающей динамическую поляризацию. Здесь, как и ранее, тепловая поляризация электронных и ядерных спинов считается пренебрежимо малой. При расчёте выбрано намеренно заниженное число ядер  $N_n$ , что позволяет более наглядно показать модификацию спектра спинового шума с увеличением ядерной спиновой поляризации. Чёрная кривая соответствует случаю нулевого магнитного поля, когда средняя поляризация отсутствует и спектр спинового шума может быть описан выражением (1.14).

В режиме дополнительного поля, но когда ядерное поле значительно больше своей среднеквадратичной флуктуации  $\bar{\Omega} \gg \delta_e$ , спектр спинового шума принимает

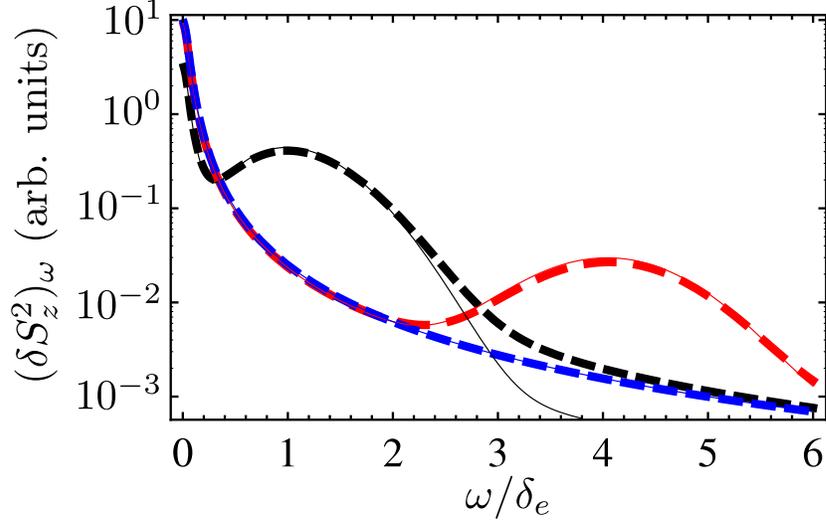


Рис. 2.2: Спектр спинового шума локализованных электронов в продольном магнитном поле в условиях ядерной спиновой поляризации. Пунктирные кривые рассчитаны по формуле (1.12) с учётом (2.6) при величинах ядерной спиновой поляризации  $P = 0$  (чёрная кривая), 25% (красная кривая) и 90% (синяя кривая). Остальные параметры  $N_n = 500$ ,  $\tau_s \delta = 20$  и  $\Omega_B = \delta/10$ . Сплошные кривые рассчитаны по упрощённым формулам (1.14), (2.14) и (1.16) при тех же параметрах.

вид

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{\delta^2}{\Omega_{\text{tot}}^2} \right) \Delta(\omega) + \frac{\pi \delta^2}{4 \Omega_{\text{tot}}^2} f(\omega - \Omega_{\text{tot}}, \delta), \quad (2.14)$$

где  $\Omega_{\text{tot}} = \bar{\Omega}_N + \Omega_B$ . Это выражение является, фактически, уточнением (1.16), учитывающим наличие прецессионного пика на хвосте спектра спинового шума. Данный спектр показан красной кривой на рис. 2.2.

В режиме подавления флуктуаций спектр спинового шума описывается выражением (1.16). В этом случае, как и при приложении очень сильного магнитного поля, спектр состоит из единственного пика, центрированного на частоте  $\Omega_{\text{tot}}$ . Этот режим иллюстрируется синей кривой на рис. 2.2.

Таким образом спиновый шум в геометрии Фарадея качественно описывается выражением (2.14) при любой степени ядерной спиновой поляризации.

Наиболее интересным с точки зрения проявления поляризации ядер является случай поперечного внешнего магнитного поля (геометрия Фойгта). В режиме дополнительного поля при  $1/\sqrt{N} \ll P \ll 1$  общее выражение для спектра спинового

шума (1.12) сводится к

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\pi\delta^2}{4\Omega_{\text{tot}}^2}\Delta(\omega) + \frac{\pi}{4}\left(1 - \frac{\delta^2}{2\Omega_{\text{tot}}^2}\right)f(\omega - \Omega_{\text{tot}}, \delta). \quad (2.15)$$

В этом случае, как и в сильном внешнем магнитном поле в отсутствие ядерной поляризации, происходит подавление релаксационного пика (на частоте  $\omega = 0$ ) и смещение пика, соответствующего электронной спиновой прецессии к бóльшим частотам. Такая модификация спектра с ростом ядерной поляризации показана чёрной, красной и синей кривыми на рис. 2.3. Вставка к этому рисунку показывает те же спектры спинового шума в логарифмическом масштабе.

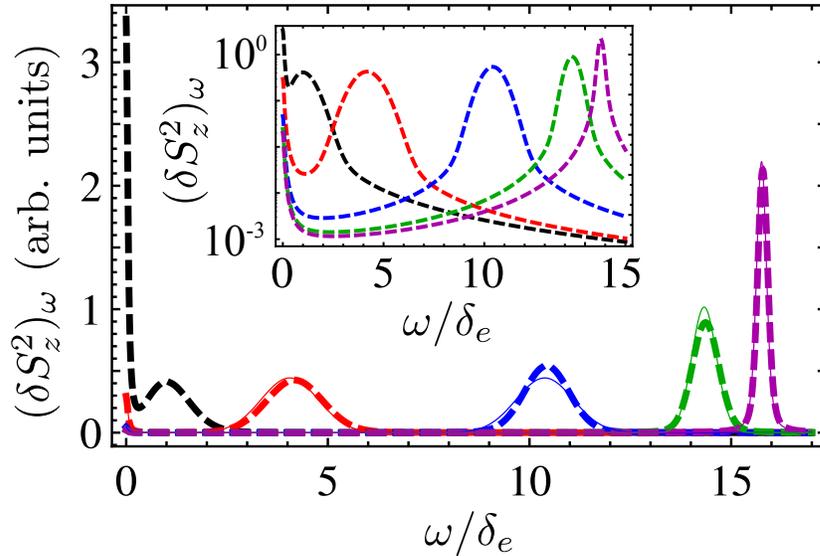


Рис. 2.3: Спектр спинового шума локализованных электронов в поперечном магнитном поле в условиях ядерной спиновой поляризации. Пунктирные кривые рассчитаны по формуле (1.12) с учётом (2.6) при величинах ядерной спиновой поляризации  $P = 0$  (чёрная кривая), 25% (красная кривая), 65% (синяя кривая), 90% (зелёная кривая) и 99% (пурпурная кривая) при тех же параметрах, что и на рис. 2.2. Вставка показывает те же кривые в логарифмическом масштабе. Сплошные кривые, соответствующие  $P = 25\%$  и 65% рассчитаны по формуле (2.15), а кривые для  $P = 90\%$  и 99% — по формулам (2.16) и (2.17), соответственно.

В случае, когда поляризация ядер становится существенной, а их спиновые флуктуации подавляются, прецессионный пик в спектре спинового шума значительно сужается. В режиме подавления флуктуаций ширина спектра определяется бóльшим из двух параметров  $\varepsilon_{\parallel}\delta_e$  и  $1/\tau_s$ . Когда подавление ядерных спиновых

флуктуаций не слишком велико,  $\varepsilon_{\parallel}\delta_e > 1/\tau_s$ , спектр спинового шума описывается выражением

$$(\delta S_z^2)_{\omega} = \frac{\pi}{4} f(\omega - \Omega_{\text{tot}}, \varepsilon\delta), \quad (2.16)$$

которое соответствует зелёным кривым на рис. 2.3. Когда же степень поляризации ядер  $P$  настолько близка к 100%, что  $\varepsilon_{\parallel}\delta_e \lesssim 1/\tau_s$ , форма спектра описывается выражением

$$(\delta S_z^2)_{\omega} = \frac{\pi}{4} V(\omega - \Omega_{\text{tot}}; \varepsilon\delta, 1/\tau_s), \quad (2.17)$$

где введена функция Фойгта

$$V(x; \sigma, \gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-x'^2/\sigma^2}}{\sigma\sqrt{\pi}} \frac{\gamma dx'}{\pi[(x-x')^2 + \gamma^2]},$$

являющаяся свёрткой функций Лоренца и Гаусса. В предельном случае, когда ядерные спиновые флуктуации подавлены настолько, что ширина спектра определяется только временем  $\tau_s \ll 1/(\varepsilon_{\parallel}\delta_e)$ , спектр принимает лоренцевский вид

$$(\delta S_z^2)_{\omega} = \frac{\pi}{4} \Delta(\omega - \Omega_{\text{tot}}). \quad (2.18)$$

Таким образом модификация спектра спинового шума с увеличением степени поляризации ядер напрямую отражает эффект подавления ядерных спиновых флуктуаций, который проявляется как многократное уменьшение ширины спектра.

### 2.2.1 Сопоставление теории и эксперимента

Рассмотренное в данном разделе влияние неравновесной ядерной спиновой поляризации на спектры спиновго шума электронов открывает возможность исследования ядерной спиновой динамики посредством спектроскопии спиновых флуктуаций резидентных электронов. Автором был предложен следующий протокол эксперимента (см. рис. 2.4):

1. На первом шаге носители заряда в продольном магнитном поле ориентируются по спину непрерывным мощным циркулярно поляризованным лучом, и за счёт сверхтонкого взаимодействия происходит динамическая поляризация

ядер (понижение абсолютной величины ядерной спиновой температуры), как показано на рис. 2.4(a) и (b).

2. На втором шаге оптическое возбуждение системы прекращается, электронная спиновая поляризация релаксирует за время  $\tau_s$ , а ядерная спиновая поляризация (и температура) остаются неизменными, см. рис. 2.4(c).
3. Затем внешнее магнитное поле переориентируется из геометрии Фарадея в геометрию Фойгта за время  $\delta t \ll T_{1e}, T_1$ . При этом ядерная спиновая температура остаётся по абсолютной величине ниже температуры кристаллической решётки, а направление ядерной спиновой поляризации следует за направлением внешнего магнитного поля, см. рис. 2.4(d).
4. Далее ядерная спиновая температура медленно релаксирует к температуре решётки. В ходе этого проводится измерение спектров электронных спиновых флуктуаций, зависящих от времени.

Такого рода измерения могут быть названы спектроскопией спинового шума с временным разрешением.

Именно такая постановка эксперимента была реализована в лаборатории Оптики спина им. И. Н. Уральцева в СПбГУ и лаб. им. Шарля Кулона в университете г. Монтпелье (Франция) [10]. Были исследованы объёмные слои GaAs *n*-типа, помещённые в микрорезонатор с шириной активной области  $3\lambda/2$  и добротностью  $Q \sim 10^4$ . За счёт многократного прохождения света между брэгговскими зеркалами микрорезонатора спиновые сигналы Фарадея и Керра усиливались примерно в  $Q$  раз. Исследовались два аналогичных образца с концентрацией легирующей примеси  $2 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и  $4 \times 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . В первом случае электроны были локализованы на донорах, а во втором случае — делокализованы. Так как результаты полученные на обоих образцах были качественно похожи, мы более детально опишем случай большей концентрации. Время спиновой релаксации электронов в этом образце при температуре  $T = 4 \text{ К}$  составляло порядка 100 нс. Частота зондирующего луча

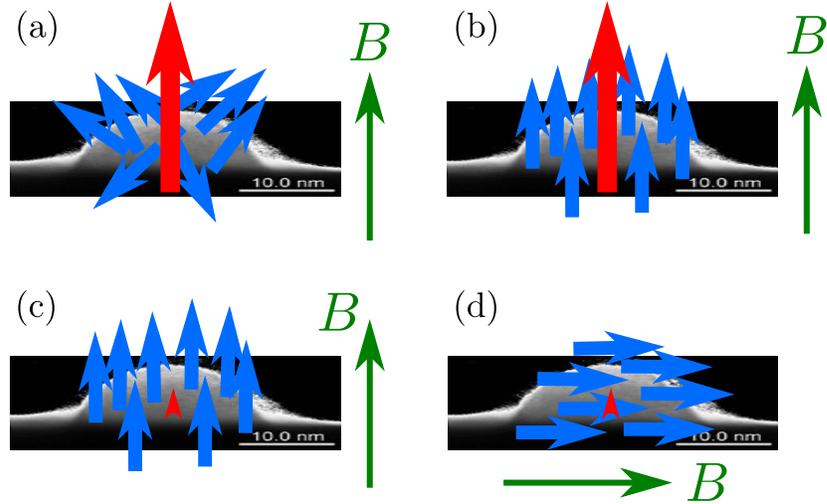


Рис. 2.4: Иллюстрация протокола спектроскопии спинового шума с временным разрешением, см. пояснения в тексте. Красная стрелка обозначает спин резидентного электрона в квантовой точке, синие стрелки соответствуют спинам ядер, зелёные стрелки указывают направление внешнего магнитного поля.

была ниже фундаментального края поглощения, так что свет распространялся в области номинальной прозрачности. Тем не менее поглощение света в структуре, связанное, возможно, с локализованными электронными состояниями, оставалось конечным, что приводило к динамической поляризации ядер кристаллической решётки [10, 51, 55]. Стоит отметить разницу между данной системой и ансамблем локализованных электронов, заключающуюся в том, что свободные носители заряда в объёмном полупроводнике взаимодействуют с гораздо большим количеством ядер, за счёт чего флуктуационное поле ядер  $\delta_e$  оказывается пренебрежимо мало. Однако влияние динамической поляризации ядер на спиновую динамику свободных электронов по-прежнему остаётся существенным.

Спектры спинового шума с временным разрешением, рассчитанные теоретически и измеренные экспериментально, показаны на рис. 2.5 для различных направлений ядерной спиновой поляризации. По горизонтальной оси на каждой панели отложено время, а по вертикальной — частота спинового шума  $\omega/(2\pi)$ . Цветом показана интенсивность спиновых флуктуаций на данной частоте в данный момент времени в относительных единицах. В данных экспериментах степень ядерной спи-

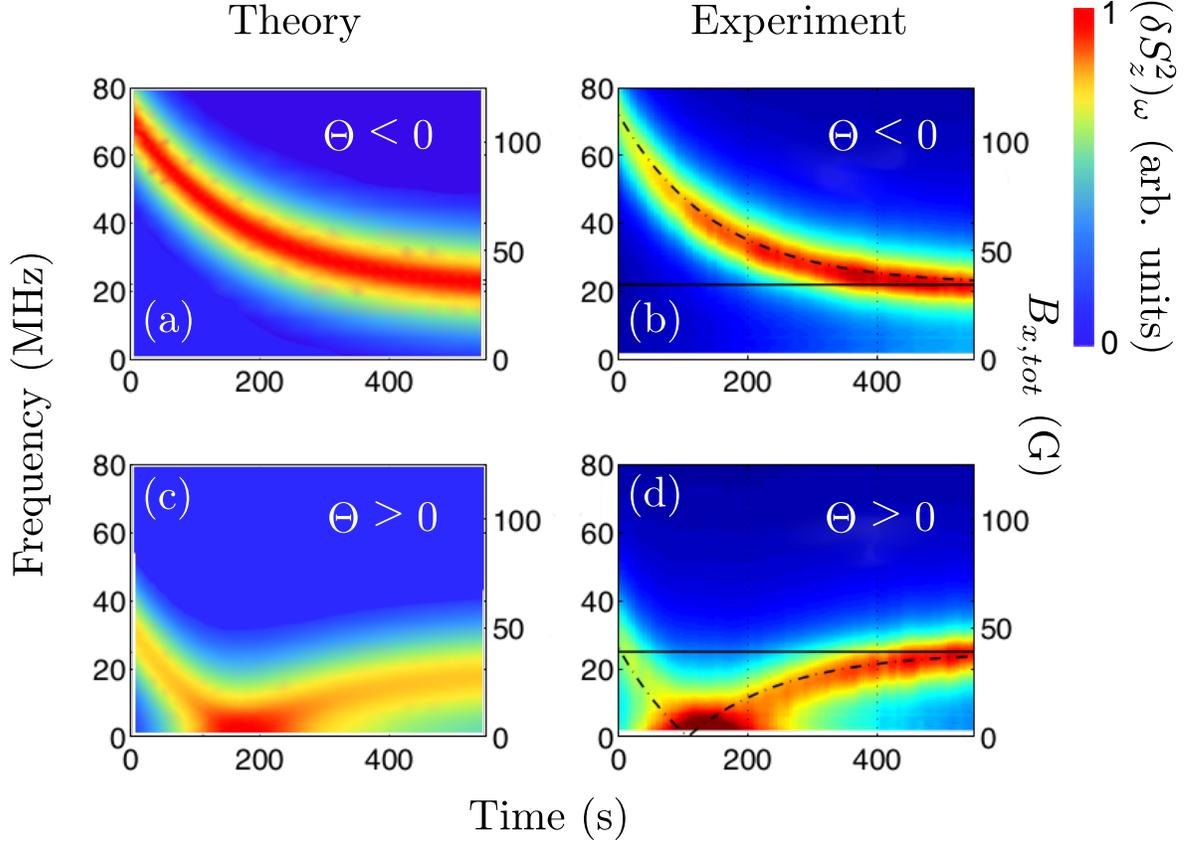


Рис. 2.5: Разрешённые по времени спектры спиновых флуктуаций электронов, взаимодействующих с неравновесной ядерной спиновой системой в поперечном магнитном поле,  $\mathbf{\Omega}_{tot} \perp \mathbf{z}$ . Панели (a) и (b) соответствуют отрицательной ядерной спиновой температуре, а панели (c) и (d) — положительной. На панелях (a) и (c) представлены результаты теоретического расчёта по формулам (2.15) и (2.4) со временем ядерной спиновой релаксации  $T_{1e} = 150$  с. На панелях (b) и (d) представлены экспериментальные данные из работы [10].

новой поляризации не превышала  $\sim 0.15\%$ , что соответствует режиму дополнительного поля. Видно, что спектр состоит в общем случае из одного пика, положение которого меняется со временем. Согласно (2.15) положение пика соответствует частоте  $\Omega_{tot}$  и определяется суммой внешнего магнитного поля и дополнительного поля ядер. Последнее меняется при повышении ядерной спиновой температуры согласно уравнению (2.4).

В GaAs  $g$ -фактор электрона отрицателен ( $g_e \approx -0.44$ ), а константы сверхтонкого взаимодействия  $A_k$  положительны, так что случай, когда  $\bar{\Omega}_N(0)$  сонаправлен-

но с внешним магнитным полем соответствует отрицательной ядерной спиновой температуре, а когда направлено — положительной. В первом случае релаксация ядерной спиновой поляризации приводит лишь к монотонному уменьшению суммарной частоты  $\Omega_{\text{tot}}(t)$  [панели (a) и (b)], а в последнем — зависимость  $\Omega_{\text{tot}}(t)$  проходит через нуль, см. панели (c) и (d). Напомним, что спектр спинового шума  $(\delta S_z^2)_\omega$  является чётной функцией  $\omega$ , а в эксперименте измеряется только положительно-частотная часть спектра. Видно, что развитая теория удовлетворительно описывает эксперимент и позволяет извлечь время релаксации ядерной спиновой температуры за счёт сверхтонкого взаимодействия  $T_{1e} \approx 150$  с.

## 2.3 Проявление динамического эффекта Зеемана

В данном разделе рассматривается ситуация, когда внешнее постоянное магнитное поле направлено поперёк луча, интенсивность которого остаётся постоянной, но меняется степень его циркулярной поляризации. На первом этапе эксперимента используется эллиптически поляризованный луч. При этом в уравнение (2.1) для ядерной спиновой поляризации вместо  $\mathbf{B}$  необходимо подставить сумму внешнего магнитного поля и поля Найта [51], за счёт этого динамическая поляризация ядер происходит также и в поперечном магнитном поле, хотя и менее эффективно, чем в продольном [10]. После этого поляризация луча меняется на линейную, и происходит релаксация ядерной спиновой поляризации. Спектры спинового шума регистрируются как на этапе накачки, так и зондирования благодаря тому, что в ходе всего эксперимента зондирующий луч остаётся частично линейно поляризованным. Таким образом по электронным спиновым шумам возможно наблюдать не только релаксацию ядерной спиновой поляризации, но и её возникновение, как показано на рис. 2.6.

Эксперимент был выполнен на том же образце, который был описан в предыдущем разделе. В данном эксперименте кроме основного эффекта медленной (с характерными временами порядка десятков секунд) модификации спектра спи-

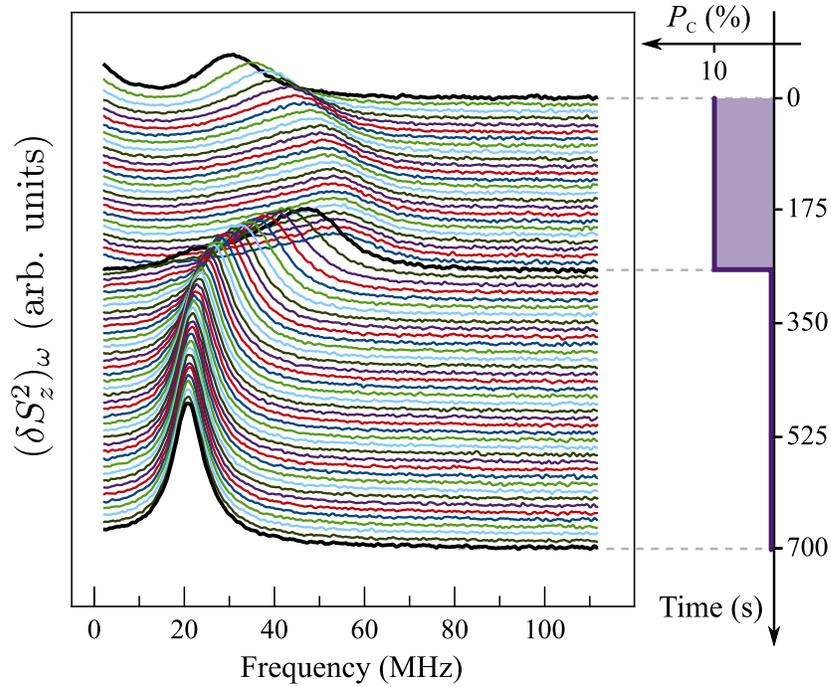


Рис. 2.6: Спектры спинового шума, измеренные с временным разрешением при эллиптической и линейной поляризациях зондирующего луча. Спектры сдвинуты по вертикальной оси в соответствии с отсчётом времени справа. Правая панель показывает степень циркулярной поляризации зондирующего луча, как функцию времени.

нового шума со временем наблюдались две особенности. (1) При эллиптически поляризованном свете спектр спинового шума состоял из двух пиков, релаксационного и прецессионного, несмотря на то, что магнитное поле было ориентировано поперёк зондирующего луча, а флуктуационное поле ядер, действующее на свободные электроны пренебрежимо мало. (2) При смене эллиптической поляризации света на линейную релаксационный пик пропадал, а прецессионный пик смещался к меньшим частотам за время меньшее, чем временное разрешение эксперимента ( $\sim 10$  мкс). Таким образом, эти особенности не могут быть связаны с ядерной спиновой поляризацией, которая формируется и релаксирует на временном масштабе в несколько секунд.

Данные особенности указывают на наличие дополнительного “оптического” магнитного поля, действующего на электроны, при освещении их циркулярно поляризованным светом, которое имеет компоненту вдоль оси распростране-

ния света. Действительно, спиновые флуктуации в статическом магнитном поле  $\mathbf{B}_{tot} = \mathbf{B} + \mathbf{B}^{opt} + \mathbf{B}_n$ , где  $\mathbf{B}$  — внешнее магнитное поле,  $\mathbf{B}^{opt}$  — оптическое поле, а  $\mathbf{B}_n$  — поле Оверхаузера (1.6), описываются выражением (1.10) с  $\Omega = g_e \mu_B \mathbf{B}_{tot} / \hbar$ . Соответствующий спектр спинового шума имеет вид

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{\cos^2 \theta}{2} \frac{\tau_s^\parallel}{1 + (\tau_s^\parallel \omega)^2} + \frac{\sin^2 \theta}{2} \frac{\tau_s^\perp}{1 + [\tau_s^\perp (\omega - \Omega)]^2}, \quad (2.19)$$

где введены времена  $\tau_s^\parallel$  и  $\tau_s^\perp$  продольной и поперечной электронной спиновой релаксации.

Из этого выражения видно, что в общем случае спектр спинового шума состоит из двух пиков, расположенных на нулевой частоте и на частоте ларморовской прецессии. Отношение площадей пиков равно

$$\text{ctg}^2 \theta = B_{z,tot}^2 / (B_{x,tot}^2 + B_{z,tot}^2) \quad (2.20)$$

и определяется только углом  $\theta$ , который составляет суммарное поле  $\mathbf{B}_{tot}$  с осью  $z$ . В отсутствие циркулярно поляризованного света оптическое поле равно нулю и поле  $\mathbf{B} + \mathbf{B}_n$  направлено вдоль оси  $x$ , так что  $\theta = \pi/2$ , и спектр состоит только из прецессионного пика, см. нижние кривые на рис. 2.6.

При частичной циркулярной поляризации зондирующего луча появляется оптическое поле, направленное вдоль  $z$ , как показано на вставке к рис. 2.7. В результате этого появляется дополнительный пик в спектре спинового шума, расположенный на нулевой частоте, см. верхние кривые на рис. 2.6.

Для определения физической природы “оптического поля” в лаборатории оптики спина СПбГУ были инициированы дополнительные эксперименты, в которых циркулярная поляризация света включалась на короткое время, так что динамическая поляризация ядер не успевала сформироваться. Зависимость отношения площадей “релаксационного” и “прецессионного” пиков в зависимости от мощности зондирующего луча в таких экспериментах показана на рис. 2.7. В линейном по интенсивности света

$$I = c|E|^2 / (2\pi n_b) \quad (2.21)$$

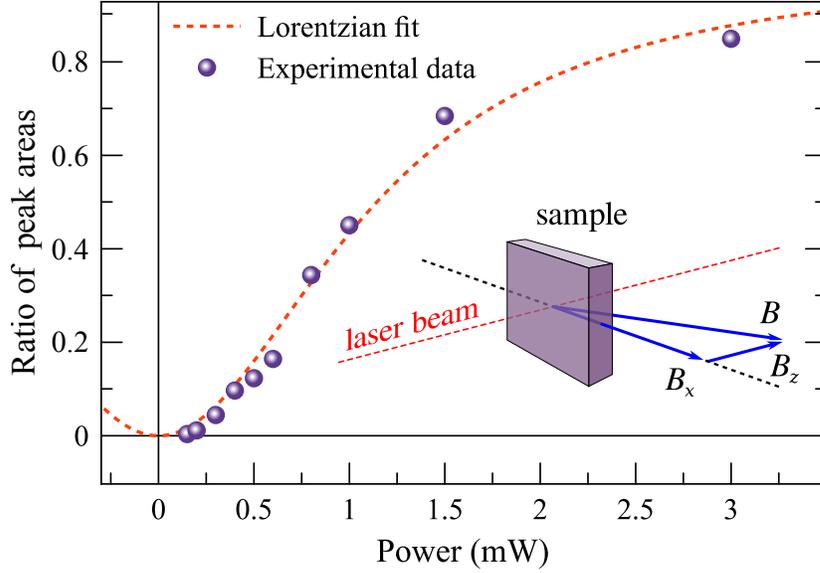


Рис. 2.7: Отношение площадей “релаксационного” и “прецессионного” пиков в зависимости от мощности зондирующего луча. На вставке показана схема эксперимента.

режиме в кубических кристаллах типа GaAs (точечная группа симметрии  $T_d$ ) оптическое поле может быть представлено как

$$\mathbf{B}^{opt} = \mathbf{n} P_c \varkappa I. \quad (2.22)$$

Здесь  $n_b$  — фоновый показатель преломления,  $E$  — амплитуда электрического поля,  $c$  — скорость света,  $\mathbf{n}$  — единичный вектор, направленный вдоль направления распространения электромагнитной волны, а  $\varkappa$  — постоянный коэффициент. Таким образом с учётом (2.20) зависимость отношения площадей пиков от мощности луча описывается функцией Лоренца. Соответствующая подгонка экспериментальных данных показана красным пунктиром на рис. 2.7. Учитывая, выражения для интенсивности света (2.21) и электрического поля (2.28), а также степень циркулярной поляризации  $P_c = 20\%$ ,  $n_b = 3.66$  и площадь пятна зондирования  $\mathcal{A} = \pi r_0^2$ ,  $r_0 = 15$  мкм, из подгонки экспериментальной зависимости, показанной на рис.2.7 по формуле (2.20) можно найти  $\varkappa_{exper} \approx (270 \pm 40)$  мТ · мкм<sup>2</sup>/мВт.

В виду теоремы Лармора обменное взаимодействие электронов между собой в условиях спиновой поляризации может приводить к возникновению оптического

поля только в случае существования двух различных электронных подансамблей. Этот эффект формируется на наносекундном временном масштабе и чувствителен к величине поперечного магнитного поля, что экспериментально не наблюдалось.

Альтернативной причиной оптического поля является перестройка электронного спектра в сильном электромагнитном поле. Как будет показано ниже, именно этот эффект приводит к возникновению оптического поля в данном эксперименте.

Исследуемая структура содержала микрорезонатор, который многократно усиливал интенсивность падающего света в активной области. Распространение мощного света в области прозрачности полупроводника приводит к перенормировке электронного спектра [60], известной как высокочастотный или динамический эффект Штарка [61]. В частности, распространение циркулярно поляризованного света приводит к эффективному зеемановскому расщеплению электронных спиновых подуровней [62], что может быть названо *динамическим эффектом Зеемана* [63, 64]. Таким образом циркулярно поляризованный свет эффективно приводит к возникновению “оптического” поля аналогично тому, как распространение циркулярно поляризованного света в прозрачной среде приводит к возникновению намагниченности в следствие обратного эффекта Фарадея [65, 66].

Чтобы рассчитать величину оптического поля и коэффициент  $\varkappa$  в уравнении (2.22) представим эффективный гамильтониан электрона, находящегося в кристалле, освещаемом светом с частотой  $\omega$ , во втором порядке теории возмущений по амплитуде поля  $\mathbf{E}$  в виде [66, 67]

$$\delta\mathcal{H}_{n'n} = - \sum_{\alpha\beta} \chi_{n'n}^{\alpha\beta} E_{\alpha}^* E_{\beta}. \quad (2.23)$$

Здесь  $\alpha, \beta$  нумеруют декартовы компоненты,

$$\chi_{n'n}^{\alpha\beta} = -\frac{e^2}{m_0\omega^2} \left[ \delta_{nn'}\delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{m_0\hbar} \sum_{m \neq n, n'} \left( \frac{p_{n'm}^{\beta} p_{mn}^{\alpha}}{\omega_{mn} - \omega} + \frac{p_{n'm}^{\alpha} p_{mn}^{\beta}}{\omega_{mn} + \omega} \right) \right], \quad (2.24)$$

индексы  $n, n', m, \dots$  нумеруют состояния электрона (включая индекс зоны, волновой вектор и спин),  $\omega_{mn} = (E_m - E_n)/\hbar$  — частоты соответствующих переходов,  $e$  —

заряд электрона,  $m_0$  — масса свободного электрона, а  $p_{mn}^\alpha$  — компоненты матричных элементов оператора импульса между состояниями  $m$  и  $n$ . Для электрона в зоне проводимости с волновым вектором  $\mathbf{k}$  эффективный спиновый гамильтониан ( $s, s' = \pm 1/2$ ) принимает вид

$$\delta\mathcal{H}_{s's} = -\chi_{\mathbf{k},s';\mathbf{k},s}^{\alpha\beta} E_{0,\alpha}^* E_{0\beta} = -\chi_{\mathbf{k},s';\mathbf{k},s}^{(s),\alpha\beta} \frac{E_\alpha^* E_\beta + E_\alpha E_\beta^*}{2} - \chi_{\mathbf{k},s';\mathbf{k},s}^{(a),\alpha\beta} \frac{E_\alpha^* E_\beta - E_\alpha E_\beta^*}{2}, \quad (2.25)$$

где подразумевается суммирование по повторяющимся индексам, и введены симметричные и антисимметричные по отношению к перестановкам индексов  $\alpha$  и  $\beta$  компоненты тензора  $\chi$ :

$$\chi_{\mathbf{k},s';\mathbf{k},s}^{(s),\alpha\beta} = \frac{\chi_{\mathbf{k},s';\mathbf{k},s}^{\alpha\beta} + \chi_{\mathbf{k},s';\mathbf{k},s}^{\beta\alpha}}{2}, \quad \chi_{\mathbf{k},s';\mathbf{k},s}^{(a),\alpha\beta} = \frac{\chi_{\mathbf{k},s';\mathbf{k},s}^{\alpha\beta} - \chi_{\mathbf{k},s';\mathbf{k},s}^{\beta\alpha}}{2}.$$

Последний член в (2.25) содержащий  $\chi_{\mathbf{k},s';\mathbf{k},s}^{(a),\alpha\beta}$  чувствителен к циркулярной поляризации света, так что именно он описывает динамический эффект Зеемана. В дальнейшем мы будем анализировать только этот вклад в перенормировку спектра.

Для света, распространяющегося вдоль оси  $z$ , гамильтониан (2.25) может быть представлен в виде

$$\delta\hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{2} g \mu_B B_z^{opt} \hat{\sigma}_z, \quad (2.26)$$

где  $\hat{\sigma}_z$  —  $z$  матрица Паули, оптическое поле определяется выражением (2.22) и

$$\varkappa = -\frac{4\pi\hbar^2 e^2 p_{cv}^2 n_b}{3c g \mu_B m_0^2 E_g^2 \delta}. \quad (2.27)$$

При выводе было использовано резонансное приближение, так что первый и последний члены в (2.24), а также вклад спин-орбитально отщеплённой зоны не учитывались,  $p_{cv}$  — межзонный матричный элемент оператора импульса, и введена отстройка лазера от фундаментального края поглощения  $\delta = E_g - \hbar\omega$ .

Для корректного описания эксперимента необходимо найти интенсивность поля в активной области микрорезонатора при данной мощности зондирующего луча [68, 69]. Представим поле внутри микрорезонатора в виде суперпозиции волн

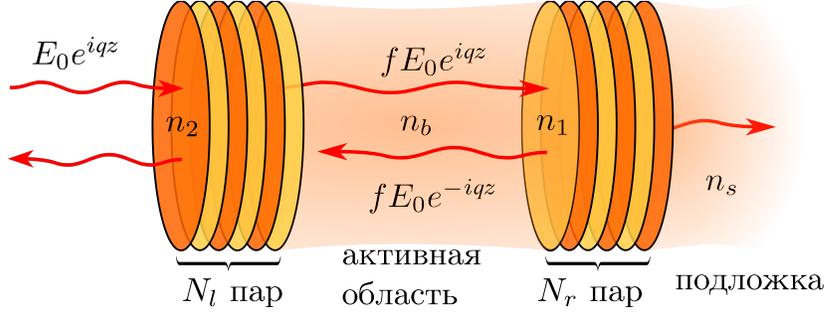


Рис. 2.8: Схема микрорезонатора и обозначений, использованных в тексте.

бегущих налево и направо, см. рис. 2.8,

$$\mathbf{E} = f \mathbf{E}_0 (e^{iqz} + e^{-iqz}) e^{-i\omega t}. \quad (2.28)$$

Здесь  $\mathbf{q}$  — волновой вектор света в активной области (в слое GaAs) и предполагается, что свет падает на структуру с левой стороны, а координата  $z = 0$  соответствует левой границе активного слоя. Пользуясь методом матриц переноса, легко получить фактор усиления амплитуды электрического поля в микрорезонаторе [51]

$$f = \sqrt{\frac{1 - R_l}{n_b}} \left( 1 - \frac{R_l + R_r}{2} \right)^{-1} \quad (2.29)$$

где  $R_{l,r}$  ( $1 - R_{l,r} \ll 1$ ) — коэффициенты отражения (по интенсивности) света падающего из активной области на левое и правое зеркала, соответственно. Они могут быть выражены как

$$R_l = 1 - \frac{4}{n_b} \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^{2N_l}, \quad R_r = 1 - 4 \frac{n_s}{n_b} \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^{2N_r}, \quad (2.30)$$

где  $n_s$  — показатель преломления подложки,  $n_1$  и  $n_2$  — показатели преломления слоёв, из которых состоят брэгговские зеркала ( $n_1$  соответствует слою, ближайшему к активной области),  $N_l$  и  $N_r$  — числа пар слоёв, составляющих левое и правое зеркала, соответственно, см. рис. 2.8. Добротность резонатора с длиной активной области  $3\lambda/2$  ( $\lambda = 2\pi/q$ ) определяется как  $Q = \bar{\omega}/(2\bar{\gamma})$ , где  $\bar{\omega}$  и  $\bar{\gamma}$  — вещественная и мнимая части собственной частоты основной моды резонатора. Добротность

может быть вычислена как [51]

$$Q = \frac{\pi}{n_b} \left( \frac{n_1 n_2}{n_2 - n_1} + 3n_b \right) \left( 1 - \frac{R_l + R_r}{2} \right)^{-1}. \quad (2.31)$$

Учитывая то, что число пар слоёв в брэгговском зеркале со стороны подложки значительно больше, чем с внешней стороны образца,  $N_r > N_l$ , из уравнения (2.30) следует, что  $1 - R_r \ll 1 - R_l$ . Таким образом для оценок можно считать  $R_r = 1$ , что приводит к следующему соотношению:

$$f^2 = \frac{2Q}{\pi} \left( \frac{n_1 n_2}{n_2 - n_1} + 3n_b \right)^{-1}. \quad (2.32)$$

В силу шероховатостей интерфейсов добротность микрорезонатора оказывается несколько меньше, чем величина вычисленная по формуле (2.31). В силу этого при оценке фактора усиления  $f$  предпочтительнее использовать соотношение (2.32) с экспериментальным значением  $Q$ -фактора, чем напрямую использовать выражение (2.29).

Для реальных параметров структуры  $n_1 = 2.98$ ,  $n_2 = n_s = 3.66$ ,  $N_l = 17$ ,  $N_r = 25$  и  $Q = 8700$  из уравнения (2.32) найдём  $f^2 = 205$ . Важно отметить, что величины  $Q$  и  $f^2$ , хотя и пропорциональны друг другу, существенно отличаются из-за глубокого проникновения света в брэгговские зеркала. Воспользовавшись (2.27) с параметрами  $E_g = 1.5$  эВ,  $\delta = 25$  мэВ,  $p_{cv} = 1.5 \times 10^{-19}$  г·см/с [70],  $g = -0.44$ , получим  $\mathcal{N}_{teor} \approx 340$  мТ·мкм<sup>2</sup>/мВт. Стоит отметить очень хорошее согласие этой простой оценки с экспериментальным значением  $\mathcal{N}_{exper}$ .

Рассмотренный здесь динамический эффект Зеемана связан с перенормировкой электронного спектра в объёмном GaAs при распространении в нём эллиптически поляризованного света значительно усиленного микрорезонатором. Несмотря на то, что свет распространялся в области номинальной прозрачности, происходило его частичное поглощение, приводившее к динамической поляризации ядер, также как и предыдущем разделе. Экспериментальное обнаружение динамического эффекта Зеемана доказывается хорошим согласием теоретических оценок с

экспериментальными данными по спектроскопии спинового шума использующей эллиптически поляризованный зондирующий луч.

## 2.4 Краткие итоги

В Главе 2 получены следующие основные результаты:

- Показано, что положение прецессионного пика в спектре спинового шума в условиях динамической поляризации ядер определяется суммой внешнего магнитного поля и поля Оверхаузера, а ширина пика начинает резко уменьшаться с ростом величины ядерной поляризации, когда она превышает 50%. Из сравнения теории с экспериментом определена скорость ядерной спиновой релаксации.
- Показано, что циркулярно поляризованный свет, распространяющийся в области прозрачности полупроводника, вызывает динамический эффект Зеемана: возникает спиновое расщепление электронных состояний. Направление и величина светоиндуцированного эффективного магнитного поля определяются, соответственно, направлением распространения света, знаком циркулярной поляризации и интенсивностью электромагнитной волны.

## Глава 3

# Спиновый шум локализованных носителей заряда в неравновесных условиях

### 3.1 Введение

Спектроскопия спинового шума в неравновесных условиях позволяет получить больше информации о динамике системы, чем в равновесных условиях. Однако, как указывалось в предыдущей главе, теоретическое описание каждой конкретной неравновесной ситуации требует построения отдельной микроскопической теории [71]. В литературе рассматривались спиновые флуктуации неравновесных экситонов [72], экситонных поляритонов [73], и атомов газов щелочных металлов [64]. В предыдущей главе рассматривался случай выведения из равновесия ядерной спиновой подсистемы. Однако, наиболее естественным с точки зрения эксперимента является выведение из равновесия именно электронной системы. Для объёмных полупроводников в условиях оптической ориентации электронов такая задача была решена в пионерской работе [74].

В данной главе рассматривается ансамбль электронов или дырок, локализованных в квантовых точках или на шероховатостях интерфейсов квантовой ямы, а также одиночный электрон в квантовой точке, в ситуации когда либо поглощение зондирующего луча, либо дополнительная нерезонансная подсветка приводит

к генерации дополнительных электронов и дырок, которые влияют на спиновую динамику резидентных носителей заряда. Такая ситуация наиболее легко реализуется в структурах, где квантовые точки (или одна квантовая точка, или квантовая яма) помещены в микрорезонатор, как обсуждалось в предыдущей главе.

В микрорезонаторах могут реализовываться режимы слабой или сильной связи фотонной моды с трионным резонансом квантовой точки [75, 76]. Режим слабой связи качественно не отличается от случая отсутствия резонатора и освещения системы интенсивным светом. Такая ситуация анализируется в разделе 3.2 данной главы.

В разделе 3.3 рассмотрен режим сильной связи в микрорезонаторе. В этом случае процессы многократного поглощения фотона квантовой точкой и его переизлучения в моду резонатора приводят к формированию поляритонных состояний, являющихся когерентной суперпозицией основного состояния квантовой точки и  $m$  фотонов в микрорезонаторе с возбужденным состоянием точки и  $m - 1$  фотоном [76, 77]. В этом случае спиновый шум в квантовой точке вообще говоря не отделим от поляризационного шума фотонов в микрорезонаторе, что открывает новые перспективы для спектроскопии спинового шума.

## 3.2 Возбуждение многочастичных комплексов

Рассмотрим ансамбль локализованных носителей заряда. Основное состояние,  $|g\rangle$ , соответствующее каждому центру локализации, двукратно вырождено по проекции спина на направление роста структуры,  $z$ . Возбуждение основного состояния приводит заселению возбуждённого состояния,  $|exc\rangle$ , которое также считается двукратно вырожденным по проекции спина на ось  $z$ , см. рис. 3.1.

Такая схема уровней позволяет описывать спиновый шум в широком классе различных физических систем [47]. Основным состоянием может являться как состояние электрона со спином  $S_z = \pm 1/2$ , так и тяжёлой дырки со спином  $J_z = \pm 3/2$ . В качестве центра локализации может выступать как примесный

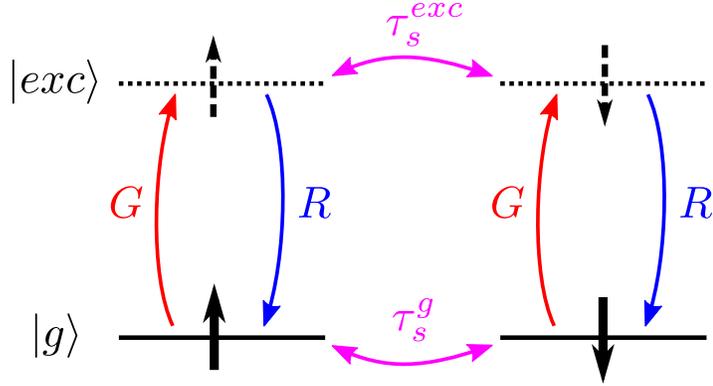


Рис. 3.1: Схема переходов между основными,  $|g\rangle$ , и возбуждёнными,  $|exc\rangle$ , состояниями центра локализации и спиновой релаксации в обоих состояниях. Сплошные и пунктирные толстые стрелки обозначают компоненту спина,  $S_z^{g,exc}$ , в основном и возбуждённом состояниях, соответственно.

центр, так и квантовая точка, и также шероховатость интерфейсов квантовой ямы. В случае резонансного возбуждения системы зондирующим лучом происходит формирование локализованного синглетного триона, состоящего из пары основных носителей заряда с противоположными спинами и одного неосновного носителя заряда с неспаренным спином. Состояния синглетного триона двукратно вырождены по спину. Такая ситуация подробно анализируется в разделе 3.2.1. Если же возбуждение системы происходит нерезонансно, то существует вообще говоря не два, а множество возбуждённых состояний. Однако, для качественного описания спектра спинового шума, как будет показано в разделе 3.2.2, оказывается возможным рассмотреть лишь два феноменологических возбуждённых состояния и переходы между ними.

Будем считать, что процессы возбуждения и рекомбинации в четырёхуровневой системе сохраняют направление спина, а их темпы  $G$  и  $R$ , соответственно, не зависят от его ориентации, как изображено на рис. 3.1. Тогда заселённость основного состояния  $n_g$  удовлетворяет уравнению

$$\dot{n}_g = -Gn_g + Rn_{exc}, \quad (3.1)$$

где  $n_{exc} = 1 - n_g$  — заселённость возбуждённых состояний. В стационарном состо-

янии

$$n_g = \frac{R}{R + G}. \quad (3.2)$$

Уравнения движения для спина в основном,  $\mathbf{S}^g$ , и возбуждённом,  $\mathbf{S}^{exc}$ , состояниях имеют вид

$$\frac{d\mathbf{S}^g}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_g \times \mathbf{S}^g - \frac{\mathbf{S}^g}{\tau_s^g} - G\mathbf{S}^g + G\mathbf{S}^{exc} + \frac{1}{\tau_0} S_z^{exc} \mathbf{e}_z, \quad (3.3a)$$

$$\frac{d\mathbf{S}^{exc}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_{exc} \times \mathbf{S}^{exc} - \frac{\mathbf{S}^{exc}}{\tau_s^{exc}} - R\mathbf{S}^{exc} + G\mathbf{S}^g, \quad (3.3b)$$

где  $\boldsymbol{\Omega}_{g,exc}$  — частоты спиновой прецессии в основном и возбуждённом состояниях, связанные с внешним магнитным полем, либо со сверхтонким взаимодействием,  $\tau_s^{g,exc}$  — феноменологические времена спиновой релаксации, а  $\mathbf{e}_z$  — единичный вектор вдоль оси роста структуры. В уравнениях (3.3) учтено, что темп рекомбинации может быть представлен как  $R = G + 1/\tau_0$ , где  $\tau_0$  — время спонтанной рекомбинации триона, при которой в силу правил отбора сохраняется только  $z$  компонента спина (здесь и далее мы для упрощения записи будем считать, что  $S_z^{g,exc} = \pm 1/2$  независимо от типа носителей) [78, 1]. Подразумевается, что возбуждение структуры происходит линейно поляризованным светом вдоль оси  $y$  и используется канонический базис [79]. В случае нерезонансного возбуждения и рекомбинации может происходить частичная релаксация также и продольной компоненты спина, которая может быть включена в темп  $1/\tau_s^{exc}$ .

Теоретическое описание спиновых флуктуаций в неравновесной системе строится аналогично теории неравновесных флуктуаций тока, см., например, [46, 47, 48, 49, 50]. Корреляционные функции произвольных физических величин  $\langle A_i(t)A_j(t + \tau) \rangle$  при  $\tau > 0$  удовлетворяют тем же уравнениям движения, что и средние значения  $A_j$ , и могут быть рассчитаны по методу Гейзенберга [80]. Таким образом, для нахождения корреляторов необходимо решить систему уравнений движения с начальными условиями, определяемыми неравновесной, но стационарной матрицей плотности:

$$\langle (\delta S_z^g)^2 \rangle = \frac{n_g}{4}, \quad (3.4)$$

и все остальные корреляторы вида  $\langle \delta S_z^g \delta \mathbf{S}^{g,exc} \rangle$  равны нулю. Эти условия следуют из диагонального вида матрицы плотности в базисе состояний  $S_z^{g,exc} = \pm 1/2$  с заселённостями, определяемыми (3.2).

Несмотря на то, что в общем случае коррелятор  $\langle \delta S_z^g(0) \delta S_z^g(\tau) \rangle$  может быть найден аналитически, выражение для него очень громоздко. Так что в следующих разделах рассмотрены предельные случаи, соответствующие различным экспериментальным ситуациям.

### 3.2.1 Спиновые флуктуации электронов и трионов в структуре с квантовой ямой

В этом подразделе рассмотрен ансамбль электронов, локализованных на шероховатостях интерфейсов квантовой ямы, в условиях, когда поглощение зондирующего луча приводит к генерации локализованных трионов. При этом темп генерации считается много меньшим, чем темп рекомбинации,  $G \ll R \approx 1/\tau_0$ , но, вообще говоря, сравнимым со всеми остальными параметрами, например, с  $\tau_s^g$ . В этом случае из уравнения (3.3b) следует, что

$$S_z^{exc} = \frac{G}{R} S_z^g \left( 1 - \frac{1}{R\tau_s^{exc}} \right). \quad (3.5)$$

Подстановка этого выражения в (3.3a) показывает, что спиновая динамика в основном состоянии описывается уравнением Блоха с частотой спиновой прецессии  $\Omega_g = g_e \mu_B \mathbf{B}$  и анизотропной спиновой релаксацией, характеризуемой временами

$$\tau_{zz} = \left( \frac{1}{\tau_s^g} + \frac{G}{1 + R\tau_s^{exc}} \right)^{-1}, \quad (3.6a)$$

$$\tau_{yy} = \tau_{xx} = \left( \frac{1}{\tau_s^g} + G \right)^{-1} \quad (3.6b)$$

продольной и поперечной спиновой релаксации, соответственно. В общем случае  $\tau_{yy} \leq \tau_{zz}$ , так как при рекомбинации триона компоненты спина в плоскости структуры не сохраняются.

В случае, когда  $\Omega_g$  направлено вдоль оси  $x$  корреляционные функции удовлетворяют уравнениям

$$\frac{d}{dt} \langle \delta S_z^g(0) \delta S_z^g(\tau) \rangle = \Omega_g \langle \delta S_z^g(0) \delta S_y^g(\tau) \rangle - \frac{1}{\tau_{zz}} \langle \delta S_z^g(0) \delta S_z^g(\tau) \rangle, \quad (3.7a)$$

$$\frac{d}{dt} \langle \delta S_z^g(0) \delta S_y^g(\tau) \rangle = -\Omega_g \langle \delta S_z^g(0) \delta S_z^g(\tau) \rangle - \frac{1}{\tau_{yy}} \langle \delta S_z^g(0) \delta S_y^g(\tau) \rangle. \quad (3.7b)$$

Соответствующий спектр спинового шума имеет вид

$$[(\delta S_z^g)^2]_\omega = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \frac{1}{\frac{1}{\tau_{zz}} - i\omega + \frac{\Omega_g^2}{1/\tau_{yy} - i\omega}}. \quad (3.8)$$

Форма спектра существенно зависит от соотношения между средним темпом спиновой релаксации

$$\frac{1}{\bar{T}} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau_{zz}} + \frac{1}{\tau_{yy}} \right) \quad (3.9)$$

и  $\Omega_g$ . В случае  $\Omega_g \bar{T} < 1$  спектр состоит из одного пика, центрированного на нулевой частоте. При увеличении частоты  $\Omega_g$  ширина пика увеличивается, и при  $\Omega_g \bar{T} > 1$  пик смещается к эффективной частоте спиновой прецессии [81, 82, 44]

$$\tilde{\Omega} = \sqrt{\Omega_g^2 - \frac{1}{\bar{T}^2}}. \quad (3.10)$$

Ширина пика в этом случае определяется временем  $\bar{T}$ .

Для локализованных элетронов  $\Omega^g = \Omega_N + \Omega_L$  является суммой частот прецессии в поле ядер и во внешнем магнитном поле. В этом случае спектр спинового шума должен находиться аналогично уравнению (1.12), как суперпозиция многих спектров с различными реализациями поля  $\Omega_N$ , распределёнными согласно уравнению (1.11).

Теоретическая модель была проверена экспериментами, выполненными в лаборатории Оптики спина в СПбГУ. Исследованный образец [83] представлял собой  $\lambda$  микрорезонатор с активной областью  $\text{Al}_{0.1}\text{Ga}_{0.9}\text{As}$ . В середине образца находилась квантовая яма GaAs с барьерами AlAs. По обеим сторонам от основной ямы

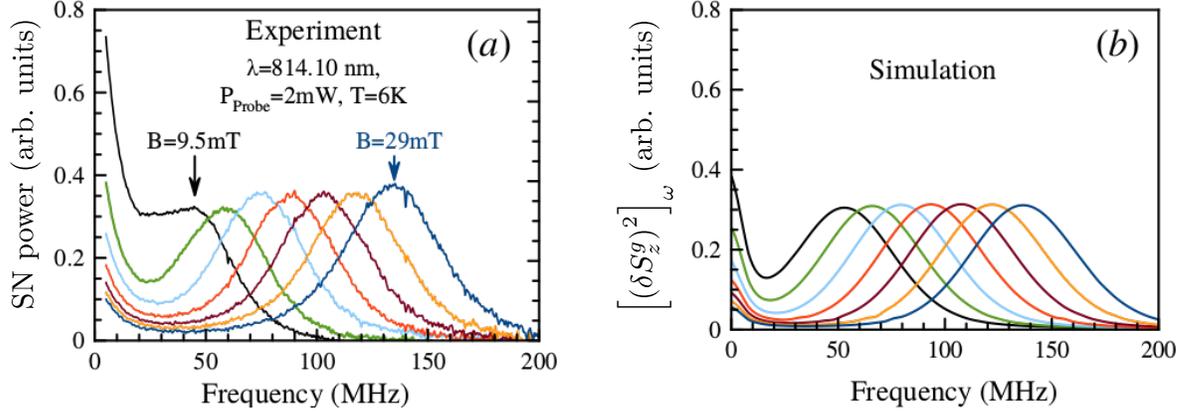


Рис. 3.2: (a) Спектры флуктуаций керровского вращения, измеренные при поперечных полях от 9.5 до 29 мТ с равными интервалами. Параметры эксперимента приведены на панели. (b) Теоретические спектры спинового шума при параметрах  $g_e = -0.33$ ,  $\tau_s^g \approx 24$  нс,  $\delta_e \approx 1.9 \times 10^8 \text{ с}^{-1}$  ( $\approx 30$  МГц) и  $G \rightarrow 0$ . Также в расчётах учитывался 7% разброс электронного  $g$ -фактора.

располагались две вспомогательные узкие ямы также GaAs/AlAs. Резидентные электроны были локализованы в основной яме на шероховатостях интерфейсов.

На рис. 3.2(a) представлена зависимость спектров спинового шума от магнитного поля в условиях малой интенсивности зондирующего луча, когда генерацией трионов можно пренебречь. Спектры состоят из пика центрированного на нулевой частоте, который подавляется магнитным полем (“немагнитная компонента”) и пика расположенного на частоте ларморовской прецессии, который сдвигается магнитным полем (“магнитная компонента”).

При слабом возбуждении  $\tau_{zz} = \tau_{yy} = \tau_s^g$  и спектр спинового шума описывается уравнением (1.12) полученным в первой главе. Теоретическая модель, формула (1.15), качественно описывает основные особенности спектров спиновых флуктуаций, как показано на рис. 3.2(b). Ширина немагнитной компоненты спектров определяется временем спиновой релаксации электронов, в то время как для описания магнитной компоненты важен разброс ядерных полей действующих на спин электрона. Для лучшего согласия с экспериментом теоретические спектры спинового шума были дополнительно усреднены по возможным значениям электронного  $g$ -фактора. Параметры спиновой динамики электронов, полученные из сопостав-

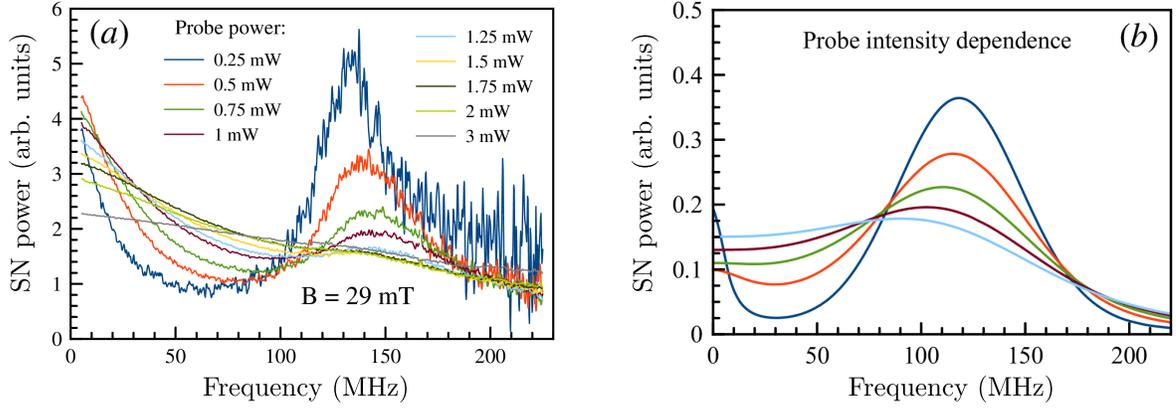


Рис. 3.3: (а) Спектры флуктуаций керровского вращения при различных мощностях зондирующего луча, нормированные на интенсивность дробового шума, снятые в магнитном поле  $B = 29$  мТ при температуре  $T = 3.6$  К. (б) Теоретические спектры спинового шума, соответствующие темпам генерации  $G = 0 \dots 5 \times 10^8$  с $^{-1}$  (с равными интервалами), рассчитанные при  $R^{-1} = 11$  пс,  $\tau_s^{exc} = 9.5$  пс,  $\delta_e = 2.5 \times 10^8$  с $^{-1}$  и без учёта разброса электронного  $g$ -фактора.

ления теории и эксперимента, приведены в подписи к рис. 3.2.

Основной интерес представляет анализ зависимости спектров спинового шума от интенсивности зондирующего луча. На рис. 3.3 продемонстрирована эта зависимость, измеренная (а) и рассчитанная (б) при фиксированном значении магнитного поля  $B = 29$  мТ. Видно, что в обоих случаях рост интенсивности зондирующего луча приводит к уширению пиков и увеличению относительного вклада немагнитной компоненты. Такое поведение связано с ускорением спиновой релаксации (уменьшением  $\tau_{zz}$  и  $\tau_{yy}$ ) и возникновением её анизотропии ( $\tau_{zz} \neq \tau_{yy}$ ) за счёт поглощения зондирующего луча, в соответствии с уравнениями (3.6).

Рисунок 3.4 показывает зависимость спектров спинового шума от величины внешнего магнитного поля при существенном уровне возбуждения. Увеличение магнитного поля приводит сперва к уширению пика на нулевой частоте, а затем к возникновению магнитной компоненты спектра (при  $\Omega_g \bar{T} > 1$ ) в согласии с теоретическим предсказанием.

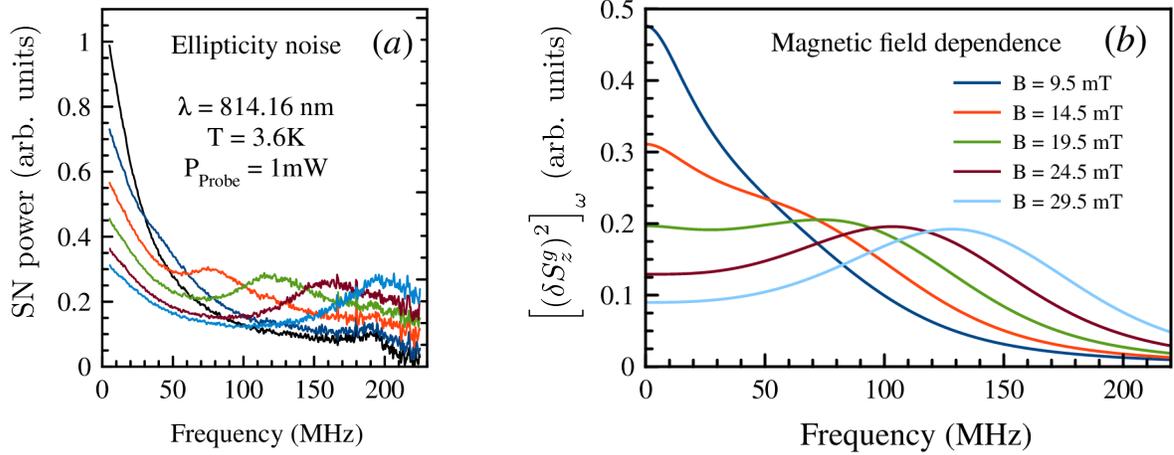


Рис. 3.4: (a) Спектры шумов эллиптичности измеренные при существенной мощности зондирующего луча в магнитных полях, указанных на правой панели. (b) Теоретический расчёт, выполненный при  $G = 4 \times 10^8 \text{ c}^{-1}$ ,  $g_e = -0.33$ , и прочих параметрах тех же, что на Рис. 3.3.

### 3.2.2 Возбуждение локализованных носителей в квантовых точках

В данном подразделе в рамках развитой модели рассматриваются спиновые флуктуации электронов и дырок, локализованных в ансамбле квантовых точек. Помимо зондирующего луча, частота которого близка к трионному резонансу в квантовых точках, на систему падает дополнительный мощный луч с меньшей длиной волны. Его поглощение приводит к генерации дополнительных электронов и дырок, которые могут захватываться квантовыми точками.

Экспериментально исследовались два образца, содержащие 20 слоёв (In,Ga)As/GaAs квантовых точек с поверхностной плотностью  $10^{10} \text{ cm}^{-2}$ , один из которых номинально имел  $n$ -тип, а другой —  $p$ -тип. Экспериментальные данные для тех же образцов были представлены в разделе 1.3. В обоих образцах детектируемый спектр спиновых флуктуаций имел вид функции Лоренца, центрированной на нулевой частоте, см. рис. 3.5. Как видно из рисунка, нерезонансное возбуждение системы приводит к (a) уменьшению мощности спинового шума и (b) увеличению ширины спектра. Эти два эффекта могут быть объяснены при помощи развитой

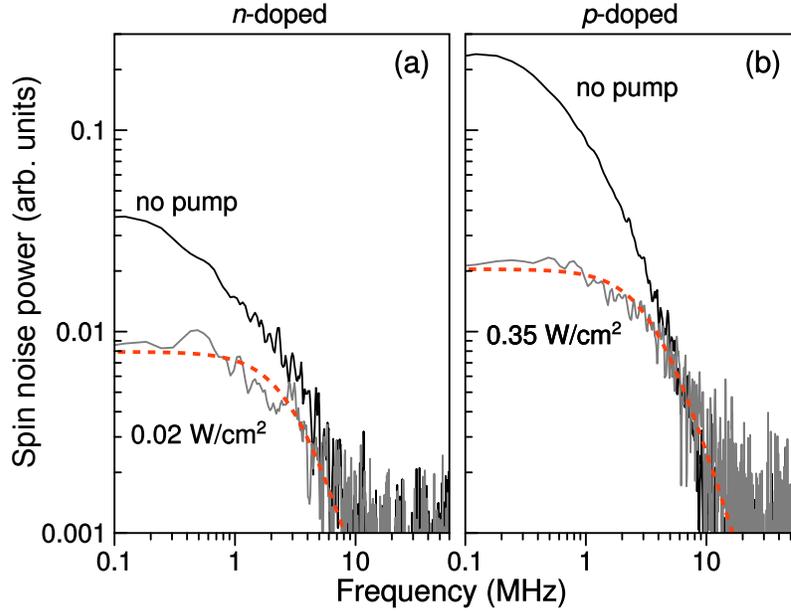


Рис. 3.5: Спектры спинового шума без дополнительного возбуждения и в его присутствии, как указано на рисунке, измеренные для образцов, содержащих квантовые точки (а)  $n$ -типа, (б)  $p$ -типа. Красные кривые показывают подгонку функцией Лоренца.

четырёхуровневой модели.

Таким образом, нерезонансная подсветка приводит к тому, что квантовая точка может быть (а) двукратно заряженной, (б) содержать экситон, (в) содержать трион, (г) быть пустой. Первое и последнее из этих состояний не вносят вклад в спектр спинового шума. Возбуждённые состояния (б) и (в) могут вообще говоря проявляться в спектре спиновых флуктуаций, что, однако, экспериментально не наблюдалось.

Заменим все возбуждённые состояния одним эффективным состоянием, двукратно вырожденным по спину, как показано на рис. 3.1. Экспериментально спектры спинового шума измерялись только в области низких частот, когда вкладом, связанным со спиновой прецессией в поле Оверхаузера, можно пренебречь. Это означает, что спиновая прецессия, как в основном, так и в возбуждённом состоянии может не учитываться,  $\Omega^{g,exc} = 0$ . Также временное разрешение эксперимента было недостаточно, чтобы разрешить спиновые флуктуации на частотах  $\sim R$ .

Будем считать, что скорость рекомбинации превышает времена спиновой ре-

лаксации  $R \gg 1/\tau_s^{g,exc}$ . В этом случае в системе успевает установиться “квазиравновесие” со средней заселённостью основного состояния (3.2) и следующей связью между спиновыми флуктуациями

$$\delta S_z^{exc} = \frac{G}{R} \delta S_z^g. \quad (3.11)$$

С учётом сделанных допущений спиновый коррелятор удовлетворяет простому уравнению

$$\frac{d}{dt} \langle \delta S_z^g(0) \delta S_z^g(\tau) \rangle = -\frac{1}{\tau_s^*} \langle \delta S_z^g(0) \delta S_z^g(\tau) \rangle \quad (3.12)$$

где

$$\frac{1}{\tau_s^*} = \frac{n_g}{\tau_s^g} + \frac{n_{exc}}{\tau_s^{exc}}. \quad (3.13)$$

Таким образом, средняя скорость спиновой релаксации  $1/\tau_s^*$  является в этом случае взвешенной суммой темпов релаксации в основном и возбуждённом состояниях. Начальное условие для спинового коррелятора должно быть выбрано в виде

$$\langle \delta S_z^g(0) \delta S_z^g(\Delta t) \rangle = \frac{n_g^2}{4}. \quad (3.14)$$

Здесь  $\Delta t \gg R^{-1}$  и  $\Delta t \ll \tau_s^{g,exc}$  соответствует временному разрешению эксперимента. Так как за это время в системе успевает установиться квазиравновесное состояние, это условие отличается от (3.4).

Зависимости площади под спектром спинового шума и его полуширины на полувысоте от плотности мощности возбуждающего луча,  $P$ , показаны на рис. 3.6. Для описания этих зависимостей мы будем считать, что  $R$  не зависит от мощности возбуждения, в то время как  $G \sim P$ . Спектр спинового шума определяется в общем случае тремя параметрами:  $\tau_s^g$ ,  $\tau_s^{exc}$  и постоянным отношением  $\gamma = G/(RP)$ . Подгонка экспериментальных данных по формулам (3.14) и (3.13) позволяет извлечь следующие параметры:  $\tau_s^g = 200$  нс,  $\tau_s^{exc} = 19$  нс (для обоих образцов) и  $\gamma = 10$  см<sup>2</sup>/Вт (для образца  $n$ -типа) и  $\gamma = 1.9$  см<sup>2</sup>/Вт (для образца  $p$ -типа).

Для обоих образцов, как и ожидалось, время спиновой релаксации в возбуждённом состоянии существенно короче, чем в основном. Интересно, что времена  $\tau_s^g$

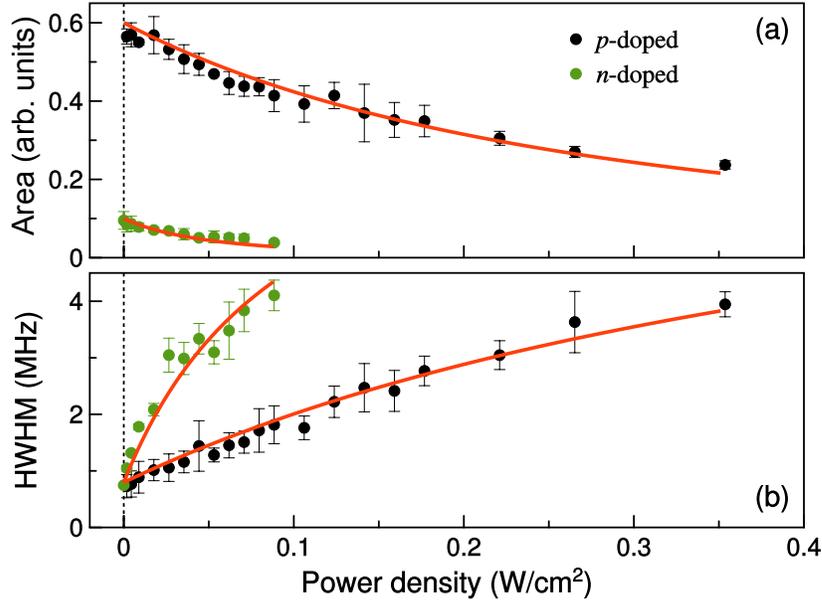


Рис. 3.6: (a) Площадь под спектром спинового шума, как функция плотности мощности возбуждающего луча для образцов  $n$ -типа (зелёные точки) и  $p$ -типа (чёрные точки). (b) Аналогичная зависимость для полуширины спектра на полувысоте. Для каждой выбранной мощности измерения повторялись троекратно, экспериментальный разброс точек показан вертикальными усами. Красные сплошные кривые показывают подгонку по теоретическим формулам (3.14) и (3.13).

и  $\tau_s^{exc}$  в пределах экспериментальной точности оказались одинаковыми для обоих образцов. Это может быть связано либо с тем, что спиновая релаксация в отсутствие возбуждающего луча определяется поглощением зондирующего луча, либо с примесью дырок в образце  $n$ -типа, как обсуждалось в разделе 1.3.

### 3.3 Режим сильной связи в микрорезонаторе

В этом разделе рассматривается предельно неравновесная ситуация, когда реализуется режим сильной связи фотонный моды резонатора с трионным переходом квантовой точки, и наличие хотя бы одного фотона зондирующего импульса в резонаторе приводит к перестройке спектра и формированию поляритонных состояний. Как будет показано ниже, чувствительность оптических сигналов Керра, Фарадея и эллиптичности (а также коэффициентов отражения и пропускания) к

ориентации спина в этом случае становится настолько большой, что их флуктуации оказываются порядка средних значений при полной спиновой поляризации.

### 3.3.1 Модель

В данной главе рассматривается нульмерный микрорезонатор с однократно заряженной квантовой точкой, изображенный на рис. 3.7(а). Гамильтониан системы в присутствии когерентного зондирующего луча имеет вид [84]

$$\mathcal{H} = \sum_{\pm} \left[ \hbar\omega_c c_{\pm}^{\dagger} c_{\pm} + \hbar\omega_0 a_{\pm 3/2}^{\dagger} a_{\pm 3/2} + \frac{\hbar\Omega_L}{2} a_{\pm 1/2}^{\dagger} a_{\mp 1/2} + \left( \hbar g c_{\pm}^{\dagger} a_{\pm 1/2}^{\dagger} a_{\pm 3/2} + \hbar \mathcal{E}_{\pm} e^{-i\omega t} c_{\pm}^{\dagger} + \text{h.c.} \right) \right]. \quad (3.15)$$

Здесь мода резонатора подразумевается двукратно вырожденной по поляризации света, соответствующая частота обозначена  $\omega_c$ , а  $c_{\pm}$  ( $c_{\pm}^{\dagger}$ ) — операторы уничтожения (рождения) фотонов с  $\sigma^{\pm}$  поляризацией, соответственно. Предполагается, что частота  $\omega_c$  близка к частоте трионного резонанса квантовой точки,  $\omega_0$ . Основное состояние квантовой точки двукратно вырождено по проекции электронного спина  $s_z = \pm 1/2$  на направление роста структуры,  $z$ . Возбуждённое состояние квантовой точки является синглетным трионом со спином тяжёлой дырки  $J_z = \pm 3/2$ . Операторы уничтожения и рождения для соответствующих состояний квантовой точки обозначаются  $a_{s_z}$ ,  $a_{J_z}$  и  $a_{s_z}^{\dagger}$ ,  $a_{J_z}^{\dagger}$ . Последнее слагаемое в первой строчке (3.15) описывает смешивание электронных спиновых подуровней внешним магнитным полем приложенным в геометрии Фойгта, а  $\Omega_L$  — ларморовская частота. Спиновой прецессией дырки мы пренебрегаем в виду малой величины её поперечного  $g$ -фактора [28]. В (3.15)  $g$  — константа связи, причём согласно оптическим правилам отбора связь происходит только между состояниями с одинаковым знаком циркулярной поляризации, см. рис. 3.7(б). Наконец, параметры  $\mathcal{E}_{\pm}$  пропорциональны циркулярным  $\sigma^{\pm}$  компонентам амплитуды электрического поля падающего луча [85, 84]. Мы будем предполагать амплитуду зондирующего луча предельно малой, так что вероятность найти хотя бы один фотон в микрорезонаторе

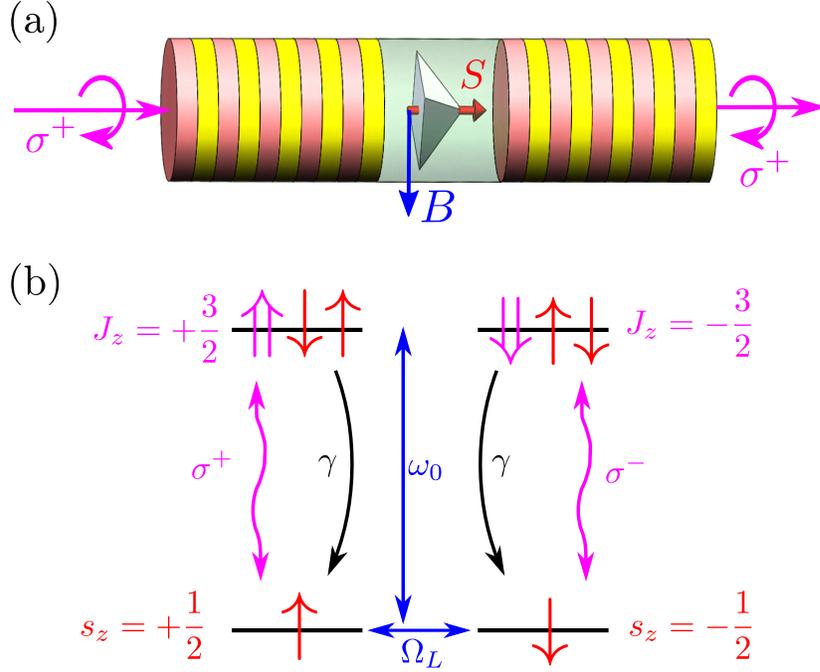


Рис. 3.7: (а) Изображение микрорезонатора с квантовой точкой, содержащей резидентный электрон. (б) Схема переходов между состояниями квантовой точки. Оптические переходы, активные в  $\sigma^+$  и  $\sigma^-$  поляризации показаны волнистыми розовыми стрелками. Рекомбинация триона показана чёрной стрелкой. Синяя стрелка показывает ларморовскую спиновую прецессию в основном состоянии.

много меньше единицы.

Некогерентные процессы, такие как спиновая релаксация, уход фотонов из микрорезонатора и рекомбинация триона описываются в формализме матрицы плотности. Уравнение движения для матрицы плотности системы  $\rho(t)$  имеет вид

$$\dot{\rho}(t) = i[\rho(t), \mathcal{H}] - \mathcal{L}\{\rho(t)\}, \quad (3.16)$$

где введён оператор Линдблада [86, 85, 87]

$$\mathcal{L}\{\rho(t)\} = \sum_{i=1}^7 \gamma_i (O_i^\dagger O_i \rho(t) + \rho(t) O_i^\dagger O_i - 2O_i \rho(t) O_i^\dagger), \quad (3.17)$$

где  $O_1 = c_+$ ,  $O_2 = c_-$ ,  $O_3 = a_{+\frac{1}{2}}^\dagger a_{+\frac{3}{2}}$ ,  $O_4 = a_{-\frac{1}{2}}^\dagger a_{-\frac{3}{2}}$ ,  $O_5 = a_{+\frac{1}{2}}^\dagger a_{-\frac{1}{2}}/2$ ,  $O_6 = a_{-\frac{1}{2}}^\dagger a_{+\frac{1}{2}}/2$  и  $O_7 = (a_{+\frac{1}{2}}^\dagger a_{+\frac{1}{2}} - a_{-\frac{1}{2}}^\dagger a_{-\frac{1}{2}})/2$ , а соответствующие темпы релаксации  $\gamma_{1,2} = \varkappa$ ,  $\gamma_{3,4} = \gamma$ ,  $\gamma_{5,6} = 1/\tau_s$  и  $\gamma_7 = 1/(2\tau_s)$ . Здесь  $\varkappa$  — скорость ухода фотонов из микроре-

зонатора,  $\gamma$  — скорость рекомбинации триона, не связанная с испусканием фотона в основную моду резонатора, а  $\tau_s$  — время спиновой релаксации.

Общий формализм уравнений (3.15), (3.16) и (3.17) применим для произвольного соотношения между параметрами системы, и может быть использован как для описания режима сильной, так и слабой связи. В данном разделе рассматривается режим сильной связи, когда  $g \gg \kappa, \gamma$ . Для простоты мы будем предполагать, что  $\omega_c = \omega_0$ .

Обычно спиновый шум детектируется по флуктуациям поляризации прошедшего (или отражённого) луча. Количественно поворот плоскости поляризации зондирующего луча описывается изменением его параметров Стокса. Спиновые сигналы в такой системе достигают десятков градусов [88].

Амплитуда поля, прошедшего через микрорезонатор связана с амплитудой поля внутри резонатора через независящий от времени и поляризации амплитудный коэффициент пропускания правого брэгговского зеркала. Благодаря этому углы  $\theta_F$  и  $\theta_E$  могут вычисляться также по интенсивностям света внутри резонатора. Для расчёта соответствующих корреляторов необходимо использовать нормальное и временное упорядочение операторов рождения и уничтожения [85, 87]:

$$\langle \theta_F(\tau) \theta_F(0) \rangle = \frac{\text{Re} \left\langle c_+^\dagger(0) c_-^\dagger(\tau) c_+(\tau) c_-(0) - c_+^\dagger(0) c_+^\dagger(\tau) c_-(\tau) c_-(0) \right\rangle}{8 \langle c_+^\dagger c_+ \rangle^2}, \quad (3.18a)$$

$$\langle \theta_E(\tau) \theta_E(0) \rangle = \frac{\left\langle c_+^\dagger(0) c_+^\dagger(\tau) c_+(\tau) c_+(0) - c_+^\dagger(0) c_-^\dagger(\tau) c_-(\tau) c_+(0) \right\rangle}{8 \langle c_+^\dagger c_+ \rangle^2}. \quad (3.18b)$$

Здесь мы учли, что для линейно поляризованного зондирующего луча средние значения, отличающиеся лишь заменой индексов  $+$  и  $-$ , равны.

Зависимость фотонных корреляционных функций от спиновой динамики электрона связана с тем, что в зависимости от взаимной ориентации электронного спина и углового момента фотона, свет может либо проходить через резонатор, либо отражаться от него. Простейшим оптическим сигналом, отражающим спиновый шум в такой системе, является коэффициент прохождения по интенсивности  $T$  циркулярно поляризованного света через микрорезонатор.

В данном разделе основным предметом изучения будут индуцированные спином флуктуации коэффициента пропускания по интенсивности  $T(t)$   $\sigma^+$  света, как показано на рис. 3.7(а). В пренебрежении спиновой релаксацией триона в системе не возникает  $\sigma^-$  фотонов, так что свет прошедший через микрорезонатор, или отражённый от него также имеет  $\sigma^+$  поляризацию. Флуктуации  $T(t)$  описываются корреляционной функцией

$$C(\tau) \equiv \frac{\langle \delta T(t) \delta T(t + \tau) \rangle}{T_0^2}, \quad (3.19)$$

где  $T_0$  — средний коэффициент прохождения и  $\delta T(t) = T(t) - T_0$ .

Вычисление аналогичное (3.18) для коррелятора  $C(\tau)$  приводит к

$$C(\tau) = g^{(2)}(\tau) - 1, \quad (3.20)$$

где

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle c_+^\dagger(t) c_+^\dagger(t + \tau) c_+(t + \tau) c_+(t) \rangle}{\langle c_+^\dagger(t) c_+(t) \rangle^2} \quad (3.21)$$

— фотонная корреляционная функция второго порядка для света в микрорезонаторе. Таким образом, теоретическое описание флуктуаций коэффициента прохождения аналогично описанию флуктуаций фарадеевского вращения и эллиптичности, но менее громоздко.

Нижние возбуждённые состояния в случае, когда на систему падает  $\sigma^+$  поляризованный свет, показаны на рис. 3.8. Уровни справа, обозначенные как  $|\downarrow, m\sigma^+\rangle$  соответствуют электрону с проекцией спина  $s_z = -1/2$  и целому числу  $m$   $\sigma^+$  фотонов в резонаторе. Взаимодействия фотонов с квантовой точкой в этих состояниях не происходит в силу правил отбора, см. рис. 3.7(б). Напротив, для электрона со спином “вверх” ( $s_z = +1/2$ ), левая часть рис. 3.8, собственными состояниями являются поляритоны:

$$\frac{|\uparrow, m\sigma^+\rangle \pm |\uparrow\downarrow\uparrow, (m-1)\sigma^+\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (3.22)$$

где  $|\uparrow\downarrow\uparrow\rangle$  обозначает трион со спином  $J_z = +3/2$ .

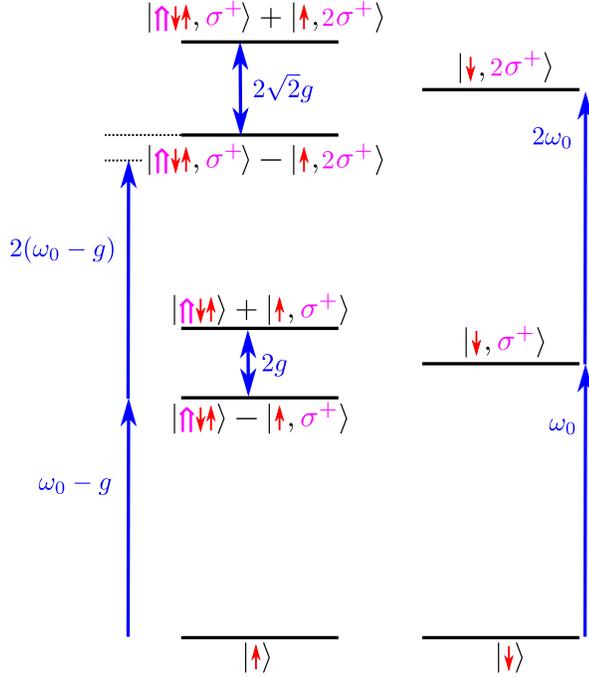


Рис. 3.8: Схема основного и нижних возбуждённых состояний в системе (с одним и двумя  $\sigma^+$  фотонами) и расщеплений между ними.

### 3.3.2 Вычисление коррелятора коэффициента пропускания

Как правило, спиновая динамика происходит на гораздо более долгом временном масштабе, чем релаксация возбуждённых состояний и обратные частоты расщеплений между ними:

$$\tau_s, \Omega_L^{-1} \gg \kappa^{-1}, \gamma^{-1}, g^{-1}. \quad (3.23)$$

Время спиновой релаксации локализованного электрона в умеренных магнитных полях может достигать сотен наносекунд, в то время как частота ларморовской прецессии в полях до  $\sim 30$  мТ не превосходит  $1 \text{ нс}^{-1}$  [1]. Напротив, скорость релаксации возбуждённых состояний обычно превосходит  $10 \text{ нс}^{-1}$ . Соответственно этому можно выделить, подобно тому, как это было сделано в разделе 3.2.2, короткий и длинный временные масштабы динамики в системе.

Сначала рассмотрим короткие времена,  $\tau \ll \tau_s, \Omega_L^{-1}$ . На таком временном масштабе спиновой динамикой электрона можно пренебречь и рассматривать два спиновых состояния  $s_z = \pm 1/2$  независимо.

Для электрона со спином вниз, как обсуждалось выше, формирование поляритонных состояний не происходит, см. рис. 3.8. В этом случае фотоны не взаимодействуют с квантовой точкой и резонатор можно рассматривать как пустой. Амплитудный коэффициент прохождения света через такую систему равен

$$t_{\downarrow} = \frac{i\kappa}{\omega - \omega_c + i\kappa}, \quad (3.24)$$

где для простоты мы считаем микрорезонатор симметричным. Коэффициент же пропускания по интенсивности может быть найден как

$$T_{\downarrow} = |t_{\downarrow}|^2. \quad (3.25)$$

Его спектральная зависимость имеет вид функции Лоренца, центрированной на частоте  $\omega = \omega_c$ , как показано тонкой синей кривой с заливкой на рис. 3.9(a). Статистика света, прошедшего через резонатор, в этом случае не меняется, и свет остаётся когерентным:

$$g_{\downarrow}^{(2)}(\tau) = 1, \quad (3.26)$$

где  $g_{\downarrow}^{(2)}$  обозначает функцию  $g^{(2)}$ , сосчитанную согласно (3.21) для электрона в состоянии со спином вниз.

Для электрона со спином вверх формируются поляритонные состояния, как показано на рис. 3.8. Обозначим амплитуды низших поляритонных состояний (3.22), как  $C_m^{\pm}$  ( $m = 1, 2, \dots$ ), соответственно, и  $C_0$  для основного состояния  $|\uparrow\rangle$ . Так как интенсивность зондирующего луча предполагается малой,  $\mathcal{E} \equiv \mathcal{E}_+ \ll \kappa$ , динамика системы может быть описана уравнением, подобным уравнению Шрёдингера [84]:

$$\dot{C}_0 = 0, \quad (3.27a)$$

$$i\dot{C}_1^{\pm} = (\omega_0 \pm g - i\kappa_1)C_1^{\pm} + \frac{C_0}{\sqrt{2}}\mathcal{E}e^{-i\omega t}, \quad (3.27b)$$

$$i\dot{C}_2^{\pm} = (2\omega_0 \pm \sqrt{2}g - i\kappa_2)C_2^{\pm} + \left( \frac{\sqrt{2}+1}{2}C_1^{\pm} + \frac{\sqrt{2}-1}{2}C_1^{\mp} \right) \mathcal{E}e^{-i\omega t}. \quad (3.27c)$$

Здесь скорость затухания первой пары поляритонных состояний ( $m = 1$ ) равняется  $\varkappa_1 = (\gamma + \varkappa)/2$ , а для второй пары —  $\varkappa_2 = (\varkappa + \gamma + 2\varkappa)/2$ . Далее мы для простоты записи рассматриваем так называемый случай “плохого резонатора” (в англоязычной литературе “bad-cavity limit” [89]), когда  $\gamma \ll \varkappa \ll g$ , который часто реализуется экспериментально. В этом случае  $\varkappa_1 = \varkappa/2$  и  $\varkappa_2 = 3\varkappa/2$ .

Из уравнения (3.27a) следует, что  $C_0(t) = \text{const}$ , так что можно положить  $C_0(t) = 1$ . Стационарным решением уравнением (3.27b) и (3.27c) является

$$C_1^\pm = \frac{1}{\delta \mp g + i\varkappa/2} \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{2}} e^{-i\omega t}, \quad (3.28a)$$

$$C_2^\pm = \frac{(\sqrt{2} + 1) C_1^\pm + (\sqrt{2} - 1) C_1^\mp}{2\delta \mp \sqrt{2}g + 3i\varkappa/2} \frac{\mathcal{E}}{2} e^{-i\omega t}, \quad (3.28b)$$

где введена отстройка зондирующего луча от резонанса системы  $\delta = \omega - \omega_0$ .

В низшем по  $\mathcal{E}$  порядке амплитуда прошедшего поля определяется  $\langle c \rangle \approx (C_1^+ + C_1^-) C_0^*/\sqrt{2}$ , а интенсивность —  $\langle c^\dagger c \rangle = |\langle c \rangle|^2 = |(C_1^+ + C_1^-)/\sqrt{2}|^2$ . Подстановка выражения (3.28a) позволяет найти коэффициенты прохождения света для случая электрона со спином вверх [90, 91]

$$t_\uparrow = \frac{i\varkappa(C_1^+ + C_1^-)C_0^*}{\sqrt{2}\mathcal{E}} \approx \frac{i\varkappa}{\delta + i\varkappa - g^2/\delta}, \quad (3.29)$$

$$T_\uparrow = \frac{\varkappa^2 |(C_1^+ + C_1^-)|^2}{2\mathcal{E}^2} = |t_\uparrow|^2. \quad (3.30)$$

Спектральная зависимость  $T_\uparrow$  описывается парой лоренцианов, центрированных на поляритонных частотах,  $\delta = \pm g$ , с ширинами  $\varkappa/2$ . Эта зависимость показана красной кривой на рис. 3.9(a).

Аналогично пользуясь соотношением  $\langle c^\dagger c^\dagger c c \rangle = |C_2^+ + C_2^-|^2$  найдём одновременной коррелятор

$$g_\uparrow^{(2)}(0) = 4 \frac{|C_2^+ + C_2^-|^2}{|C_1^+ + C_1^-|^4}. \quad (3.31)$$

Это выражение, как функция отстройки, показано красным пунктиром на рис. 3.9(b).  $g_\uparrow^{(2)}(0)$  достигает максимума при  $\delta = 0$ , имеет локальные максимумы

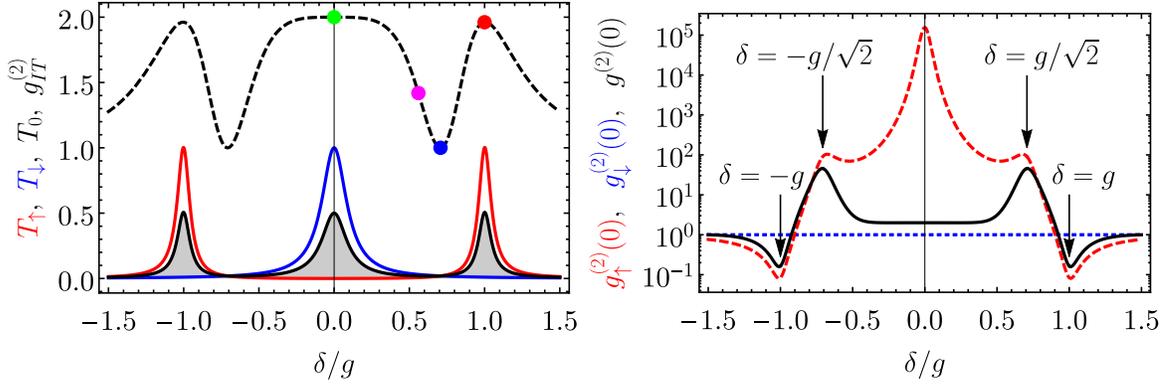


Рис. 3.9: (а) Спектры коэффициентов прохождения,  $T_{\uparrow, \downarrow}$  [красная и синяя кривые, уравнения (3.25) и (3.30), соответственно], среднего коэффициента прохождения,  $T_0$  [сплошная чёрная кривая с заливкой, уравнение (3.36)], и  $g_{IT}^{(2)}$  [чёрная пунктирная кривая уравнение (3.38)]. Точки на чёрной пунктирной кривой обозначают отстройки, выбранные для расчётов на рис. 3.10, соответствующими цветами. (б) Корреляционные функции второго порядка  $\sigma^+$  фотонов, как функции отстройки для электронов со спином вверх и вниз,  $g_{\downarrow, \uparrow}^{(2)}(0)$ , [красная и синяя кривые, уравнения (3.26) и (3.31), соответственно], и  $g^{(2)}(0)$  усреднённое по ориентациям спина [чёрная кривая, уравнение (3.37)]. Стрелки указывают частоты, соответствующие нижним поляритонным состояниям. Параметры расчёта  $g = 10\kappa$ ,  $\gamma = 0$ , и  $\omega_0 = \omega_c$ .

при  $\delta = \pm g/\sqrt{2}$ , которые указаны стрелками. Также эта функция имеет асимметричные минимумы при  $\delta = \pm g$ .

Спектральная зависимость  $g_{\uparrow}^{(2)}(0)$  может быть пояснена при помощи рис. 3.8. При отстройках  $\delta = \pm g$ , эффективно возбуждается одно из нижних поляритонных состояний с  $m = 1$ . Однако следующие состояния возбуждаются неэффективно из-за иного расщепления между поляритонами с  $m = 2$ , как показано на рис. 3.8. В этом случае система ведёт себя аналогично двухуровневому атому [89, 92], что приводит к выраженной антигруппировке (antibunching):  $g_{\uparrow}^{(2)}(0) \sim (\kappa/g)^2 \ll 1$ . Напротив, при отстройках  $\delta = \pm g/\sqrt{2}$ , соответствующих второй паре поляритонных состояний, именно соответствующее состояние возбуждается наиболее эффективно, так что  $g_{\uparrow}^{(2)}(0) \sim (g/\kappa)^2 \gg 1$ , что соответствует группировке фотонов. Наконец при нулевой отстройке возбуждение всех состояний происходит малоэффективно, однако, так как в этом случае  $C_1^+ \approx -C_1^-$ , знаменатель в (3.31) оказывается гораздо меньше числителя, что приводит к сильной группировке,  $g_{\uparrow}^{(2)}(0) \sim (g/\kappa)^4$ .

Наблюдение этой особенности в значительной мере затруднено слабым пропусканием света на этой частоте.

Зависимость  $g^{(2)}(\tau)$  на коротких временах может быть найдена при помощи решения нестационарного уравнения (3.27), с начальным условием  $\tilde{\Psi}(0) = c\Psi_0(0)$  при  $\tau = 0$ , где  $\Psi_0(0)$  — стационарная волновая функция (3.28), а  $\tilde{\Psi}(\tau)$  описывает эволюцию системы после спонтанного выхода из микрорезонатора одного фотона. В рассматриваемом базисе поляритонных состояний начальные условия принимают вид

$$\tilde{C}_0(0) = \frac{C_1^+(0) + C_1^-(0)}{\sqrt{2}}, \quad (3.32a)$$

$$\tilde{C}_1^\pm(0) = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}C_2^\pm(0) + \frac{\sqrt{2} - 1}{2}C_2^\mp(0). \quad (3.32b)$$

Соответствующее решение нестационарного уравнения (3.27) следующее:  $\tilde{C}_0(\tau) = \tilde{C}_0(0)$  и

$$\tilde{C}_1^\pm(\tau) = \tilde{C}_1^\pm(0)e^{-i(\omega_0 \pm g)\tau} e^{-\varkappa\tau/2} + \frac{\tilde{C}_0(0)/\sqrt{2}}{\omega - \omega_0 \mp g + i\varkappa/2} [1 - e^{i(\delta \mp g)\tau} e^{-\varkappa\tau/2}] \mathcal{E}e^{-i\omega\tau}. \quad (3.33)$$

Наконец, фотонный коррелятор второго порядка может быть найден как

$$g_\uparrow^{(2)}(\tau) = 2 \frac{|\tilde{C}_1^+(\tau) + \tilde{C}_1^-(\tau)|^2}{|C_1^+ + C_1^-|^4}. \quad (3.34)$$

Временная зависимость  $g_\uparrow^{(2)}(\tau)$  показана на рис. 3.10(a) для различных отстройек  $\delta$ . В общем случае коррелятор бьётся на частотах  $2g$ ,  $|\delta \pm g|$  и затухает к единице. Наличие осцилляций связано с тем, что волновая функция  $\tilde{\Psi}(0)$  отличается от стационарной. Вклад, осциллирующий на частоте  $2g$ , обуславливается осцилляциями Раби между поляритонными состояниями с  $m = 1$ , а частоты  $|\delta \pm g|$  соответствуют осцилляциям Раби между основным состоянием  $|\uparrow\rangle$  и одним из поляритонных состояний, как видно из выражения (3.33). Для достаточно больших задержек  $\tau \gg \varkappa^{-1}$ , очевидно,  $|\tilde{C}_1^+(\tau) + \tilde{C}_1^-(\tau)| = |C_1^+ + C_1^-|^2 / \sqrt{2}$ , так что из уравнения (3.34) находим  $g_\uparrow^{(2)}(\infty) = 1$ , как и следовало ожидать.

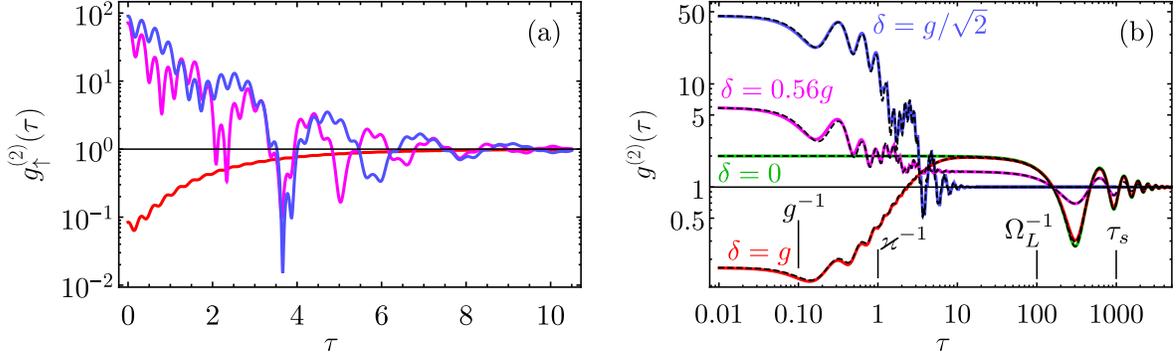


Рис. 3.10: Фотонные корреляторы (a)  $g_{\uparrow}^{(2)}(\tau)$  и (b)  $g^{(2)}(\tau)$ . Параметры расчётов те же, что на рис. 3.9 и  $\Omega_L/\varkappa = 0.01$ ,  $\tau_s \varkappa = 1000$ , величины отстроек указаны на панели (b). Сплошные кривые рассчитаны численно с использованием гамильтониана (3.15) и оператора Линдблада (3.17). Пунктирные кривые рассчитаны аналитически по выражениям (3.34) и (3.44).

Неполяризованное по спину состояние электрона является некогерентной суперпозицией состояний  $|\uparrow\rangle$  и  $|\downarrow\rangle$ . Эти два случая выше были проанализированы независимо. Теперь рассмотрим стационарную матрицу плотности системы:  $\rho = (\rho_{\uparrow} + \rho_{\downarrow})/2$  представляющую собой сумму матриц плотности описывающих состояние системы с основным состоянием электрона со спином вверх и со спином вниз, соответственно. Для произвольного оператора  $O$  его квантовомеханическое среднее может быть вычислено как

$$\langle O \rangle = \text{Tr}(\rho O) = \frac{\text{Tr}(\rho_{\uparrow} O) + \text{Tr}(\rho_{\downarrow} O)}{2} \equiv \frac{\langle O \rangle_{\uparrow} + \langle O \rangle_{\downarrow}}{2}, \quad (3.35)$$

где  $\langle O \rangle_{\uparrow, \downarrow}$  обозначают средние значения  $O$  для соответствующих ориентаций спина.

Из этого правила при  $O = c^{\dagger}c$  следует, что для неполяризованного электрона коэффициент пропускания света по интенсивности равен

$$T_0 = \frac{T_{\uparrow} + T_{\downarrow}}{2}. \quad (3.36)$$

Это выражение показано чёрной сплошной кривой с заливкой на рис. (3.9)(a). Спектр среднего коэффициента пропускания состоит из трёх пиков. Так как свет, прошедший через систему, в этом случае вообще говоря не когерентен,  $T_0 \neq |t|^2$ , где  $t = (t_{\uparrow} + t_{\downarrow})/2$  — средний амплитудный коэффициент прохождения.

Правило усреднения (3.35) применительно к  $O = c^\dagger(0)c^\dagger(\tau)c(\tau)c(0)$  аналогичным образом позволяет найти среднее значение фотонного коррелятора

$$g^{(2)}(\tau) = 2 \frac{T_\uparrow^2 g_\uparrow^{(2)}(\tau) + T_\downarrow^2}{(T_\uparrow + T_\downarrow)^2}, \quad (3.37)$$

где мы учли выражение (3.26).

Зависимость  $g^{(2)}(0)$  от отстройки показана на рис. 3.9 чёрной сплошной линией. Она качественно повторяет зависимость  $g_\uparrow^{(2)}(0)$  за исключением области  $|\delta| \ll g$ , когда  $T_\uparrow \ll T_\downarrow$  и уравнение (3.37) даёт  $g^{(2)}(0) \approx 2$ .

Уравнение (3.37) также может быть использовано для нахождения временной зависимости  $g^{(2)}(\tau)$  на коротких временах. Результат соответствующего расчёта показан на рис. 3.10(b), вместе с расчётом для долгих времён  $\tau \gtrsim \tau_s, \Omega_L^{-1}$ , который будет обсуждаться ниже. На рисунке представлен фотонный коррелятор, рассчитанный двумя методами: аналитически по выражениям (3.37) и (3.34), а также численно путём решения уравнения Линдблада (3.16). Видно, что согласие между двумя подходами очень хорошее для всех отстроек и лимитируется неравенствами  $\varkappa/g \ll 1$  и  $\mathcal{E} \ll \varkappa$ . На коротких временах зависимость  $g^{(2)}(\tau)$  определяется динамикой поляритонных состояний и качественно повторяет ход  $g_\uparrow^{(2)}(\tau)$ , см рис. 3.10(a).

На промежуточном временном масштабе, когда  $\varkappa^{-1} \ll \tau \ll \tau_s, \Omega_L^{-1}$ , как обсуждалось выше,  $g_\uparrow^{(2)}(\tau) \rightarrow 1$ , см рис. 3.10(a). В этом случае уравнение (3.37) показывает, что фотонный коррелятор  $g^{(2)}(\tau) \equiv g_{IT}^{(2)}$  не зависит от времени, причём

$$g_{IT}^{(2)} = 1 + \left( \frac{T_\uparrow - T_\downarrow}{T_\uparrow + T_\downarrow} \right)^2. \quad (3.38)$$

Это выражение принимает значения в диапазоне  $[1; 2]$ . Как видно, из рис. 3.10(b) на промежуточном временном масштабе,  $10 < \tau\varkappa < 100$ ,  $g^{(2)}(\tau)$  действительно постоянно.

Оптический спектр  $g_{IT}^{(2)}$  показан чёрной пунктирной кривой на рис. 3.9(a). Он состоит из трёх пиков. На резонансе фотонной моды,  $\delta = 0$ ,  $T_\downarrow \gg T_\uparrow$  и  $g_{IT}^{(2)} \approx 2$ .

Аналогичная ситуация имеет место вблизи поляритонных резонансов  $\delta = \pm g$ , когда  $T_\uparrow \gg T_\downarrow$ . Напротив при  $\delta = \pm g/\sqrt{2}$  коэффициенты прохождения равны друг другу,  $T_\uparrow = T_\downarrow$ , так что в спектра  $g_{IT}^{(2)}$  происходит провал до единицы. Наконец, при больших отстройках,  $\delta \gg g$ ,  $g_{IT}^{(2)}$  также стремится к единице.

Выражение (3.38) для фотонного коррелятора имеет классическую интерпретацию. На промежуточном временном масштабе коэффициент прохождения  $T(t)$  имеет одинаковые значения в моменты времени  $t$  и  $t + \tau$ : либо  $T_\uparrow$ , либо  $T_\downarrow$ . В обоих случаях абсолютная величина флуктуации составляет  $|\delta T| = |T_\uparrow - T_\downarrow|/2$ , так что  $\langle \delta T(t) \delta T(t + \tau) \rangle = \delta T^2$ . Подставляя это выражение в определение (3.19) и учитывая (3.36) получим

$$C_{IT} = \left( \frac{T_\uparrow - T_\downarrow}{T_\uparrow + T_\downarrow} \right)^2 \quad (3.39)$$

для коррелятора коэффициента пропускания на промежуточных временах. В силу соотношения (3.20) это выражение эквивалентно (3.38) для фотонного коррелятора.

Наконец, на длинных временах, таких что  $\tau \gtrsim \tau_s, \Omega_L^{-1}$ , коррелятор коэффициента прохождения определяется электронной спиновой динамикой. В этом случае коэффициент прохождения адиабатически следует за спиновым состоянием электрона:

$$T(\tau) = T_0 + (T_\uparrow - T_\downarrow) S_z(\tau). \quad (3.40)$$

Действительно, при фиксированном значении  $S_z$  квазистационарные заселённости поляритонных состояний (3.28a) устанавливаются за короткое время  $\sim \varkappa^{-1}$ , так что отклонение коэффициента прохождения от (3.40) составляет порядка  $1/(\varkappa\tau_s) \ll 1$ . Таким образом, эффекты фотонной статистики на длинном временном масштабе не проявляются. Расчёт  $C(\tau)$  в этом пределе может быть выполнен квазиклассически, усредняя произведение  $\langle T(\tau)T(\tau') \rangle$  в (3.19) с учётом (3.40) [ср. с (1.3)].

Спиновая динамика в поперечном магнитном поле описывается уравнением

$$\dot{\mathbf{S}} = \boldsymbol{\Omega}_L \times \mathbf{S} - \frac{\mathbf{S}}{\tau_s}. \quad (3.41)$$

Так как спиновая корреляционная функция удовлетворяет тому же уравнению,

$$\langle S_z(0)S_z(\tau) \rangle = \frac{1}{4} \cos(\Omega_L \tau) e^{-\tau/\tau_s}. \quad (3.42)$$

Принимая во внимание значение коррелятора коэффициента пропускания на промежуточных временах (3.39) получим, что на длинных временах

$$\mathcal{C}(\tau) = 4 \left( \frac{T_\uparrow - T_\downarrow}{T_\uparrow + T_\downarrow} \right)^2 \langle S_z(0)S_z(\tau) \rangle = 4\tilde{S}_z(0)\tilde{S}_z(\tau), \quad (3.43)$$

где введено  $\tilde{S}_z(0) = (T_\uparrow - T_\downarrow)/(T_\uparrow + T_\downarrow)/2$ , которое совпадает со спиновой поляризации электрона после проективного измерения его спина посредством детектирования прошедшего фотона.

Уравнение (3.43) описывает обычные осцилляции спинового коррелятора, затухающие за время  $\tau_s$ . Эти осцилляции в силу соотношения (3.20) напрямую переносятся в коррелятор  $g^{(2)}(\tau)$  и определяют его поведение при  $\tau \gtrsim \Omega_L^{-1} = 100/\varkappa$  на рис. 3.10(b). Для данного расчёта было выбрано соотношение  $\Omega_L \tau_s = 10$ , хотя полученные выражения справедливы при произвольном соотношении между  $\Omega_L$  и  $\tau_s$ . Амплитуда осцилляций на промежуточных временах определяется контрастом коэффициентов пропускания  $|T_\uparrow - T_\downarrow|$  и максимальна при отстройках  $\delta = 0$  и  $\delta = \pm g$ .

Зависимость  $g^{(2)}(\tau)$  во всём диапазоне времён может быть описана единой формулой

$$g^{(2)}(\tau) = 2 \left[ \tilde{S}_z(0) + 1/2 \right]^2 \left[ g_\uparrow^{(2)}(\tau) - 1 \right] + 4\tilde{S}_z(0)\tilde{S}_z(\tau) + 1. \quad (3.44)$$

обобщающей выражения (3.37), (3.38) и (3.43). Это выражение является основным результатом этого подраздела. Его первое слагаемое описывает осцилляции на коротких временах и изменение коррелятора от  $g^{(2)}(0)$  до  $g_{IT}^{(2)}$ . Второе слагаемое описывает медленные осцилляции на частоте  $\Omega_L$  и релаксацию  $g^{(2)}(\tau)$  к единице (третье слагаемое).

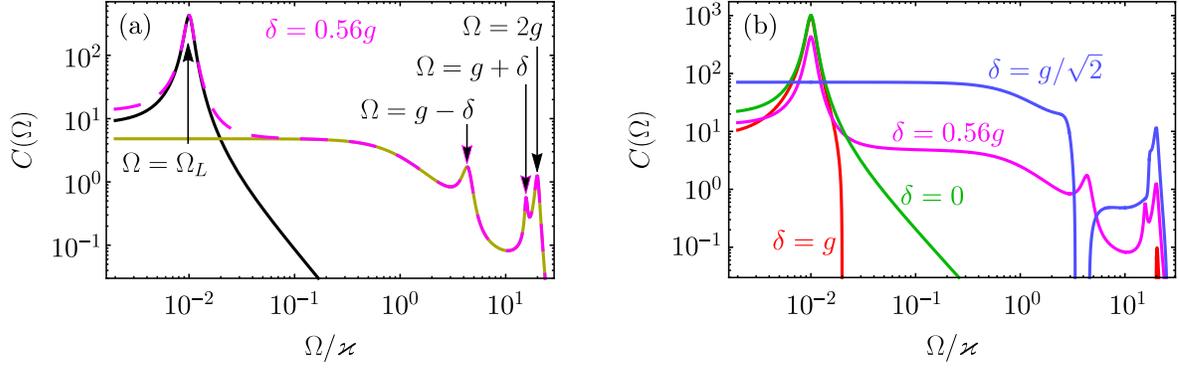


Рис. 3.11: (а) Спектр флуктуаций коэффициента прохождения при отстройке  $\delta = 0.56g$  (розовая кривая), рассчитанный по уравнениям (3.44) и (3.45). Спиновая часть спектра показана чёрной кривой, а фотонная — жёлтой. (б) Спектры коэффициента прохождения для различных отстроек, указанных на графике. Параметры расчётов те же, что для рис. 3.10.

### 3.3.3 Спектр флуктуаций коэффициента прохождения

Спектр флуктуаций коэффициента прохождения определяется стандартным образом:

$$C(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau) e^{i\Omega\tau} d\tau. \quad (3.45)$$

Напомним, что  $C(\tau) = g^{(2)}(\tau) - 1$  [уравнение (3.20)], и коррелятор  $C(\tau)$  является чётной функцией  $\tau$ . Спектр флуктуаций может быть найден аналитически используя выражение (3.44), однако результат оказывается слишком громоздким.

Пример спектра, сосчитанного при отстройке  $\delta = 0.56g$  показан на рис. 3.11(а). На малых частотах  $|\Omega| \ll \kappa$  спектр описывается парой лоренцианов, центрированных на частотах  $\Omega = \pm\Omega_L$ :

$$C(\Omega) = 4\tilde{S}_z^2(0) \left[ \frac{\tau_s}{1 + (\Omega - \Omega_L)^2\tau_s^2} + \frac{\tau_s}{1 + (\Omega + \Omega_L)^2\tau_s^2} \right]. \quad (3.46)$$

Это выражение соответствует обычному спектру спинового шума в поперечном магнитном поле, см., например, уравнение (2.18). Эту составляющую спектра назовём спиновой. Она показана чёрной кривой на рис. 3.11(а).

Остальная часть спектра, показанная жёлтой кривой на рис. 3.11(а), соответствует фотон-поляритонным корреляциям. Назовём её фотонной составляющей

спектра. Она состоит из четырёх пиков на частотах  $\Omega = 0, 2g$  и  $|g \pm \delta|$ . Полуширины на полувысотах первых двух пиков равняются  $\kappa/2$ , а двух последних —  $\kappa$ . Таким образом ширины всех пиков определяются временем жизни фотона в микрорезонаторе. Отметим, что пик на частоте  $\Omega = 0$  в значительной мере маскируется спиновой составляющей спектра.

Форма спектра и, в частности, амплитуды пиков резко зависят от частоты зондирующего луча, как показано на рис. 3.11(b). При нулевой отстройке,  $\delta = 0$ , (зелёная кривая) фотонная часть спектра отсутствует, так как  $g^{(2)}(0) = g_{IT}^{(2)}$ , и спектр (на положительных частотах) состоит из единственного лоренциана на частоте ларморовской прецессии. Напротив, при отстройке  $\delta = g/\sqrt{2}$  (синяя кривая) контраст коэффициентов прохождения равен нулю,  $T_{\uparrow} = T_{\downarrow}$ , так что весь спектр состоит только из фотонной части.

Пик в спектре на частоте  $\Omega = 2g$  соответствует осцилляциям Раби между поляритонными состояниями с  $m = 1$ . Эти осцилляции начинаются после спонтанного ухода фотона из микрорезонатора с заселёнными вторыми ( $m = 2$ ) поляритонными состояниями. Так что амплитуда этого пика максимальна при отстройках  $\delta = \pm g/\sqrt{2}$ , соответствующих резонансам вторых поляритонных состояний. Пик на частоте  $\Omega = 0$  соответствует моноэкспоненциальной потере когерентности между различными состояниями. Наконец, пики на частотах  $\Omega = |g \pm \delta|$  соответствуют осцилляциям Раби между нижними поляритонными состояниями и основным состоянием  $|\uparrow\rangle$  и наиболее выражены при отстройках  $\delta = \pm g$ , когда поведение системы аналогично двухуровневому атому [89].

Таким образом, измерение флуктуаций коэффициента прохождения позволяет определять не только параметры спиновой динамики, но также расщепления между поляритонными состояниями и статистику фотонов.

### 3.4 Краткие итоги

В Главе 3 получены следующие результаты:

- Рассчитан спектр спиновых флуктуаций локализованных носителей заряда в неравновесных условиях при оптической генерации экситонов и трионов. Увеличение мощности возбуждения приводит к подавлению магнитного пика, а при достижении пороговой мощности этот пик пропадает.
- Показано, что флуктуации коэффициента прохождения света через структуру с одиночной заряженной квантовой точкой, помещённой в микрорезонатор, позволяют определить как параметры спиновой динамики в системе, так и статистику фотонов.

# Глава 4

## Спиновый шум в режиме стриминга

### 4.1 Введение

В предыдущих главах основное внимание было уделено локализованным носителям заряда, для которых единственной степенью свободы является ориентация спина. При рассмотрении свободных электронов в разделах 2.2.1 и 2.3 считалось, что орбитальное движение не связано со спиновой динамикой, так что соответствующие степени свободы можно рассматривать независимо. В данной главе изучается двумерный электронный газ с учётом спин-орбитального взаимодействия. Для описания спиновых флуктуаций в таком случае необходимо рассматривать совместную орбитальную и спиновую динамику электронов. Принципиальным отличием этой ситуации от систем, рассмотренных в предыдущих главах, является наличие квазиимпульса — дополнительной непрерывной степени свободы, существенно влияющей на спиновую динамику и флуктуации.

Задачей данной главы является описание спиновой динамики и спиновых флуктуаций в двумерном электронном газе с учётом спин-орбитального взаимодействия в режиме стриминга во внешнем электрическом поле. Такая ситуация является неравновесной, так что спектр спинового шума не может быть найден при помощи флуктуационно-диссипационной теоремы.

Мы будем рассматривать режим стриминга [93, 94], который реализуется при приложении к электронному газу, в котором время электрон-электронных столк-

новений длиннее времени рассеяния на примесях и акустических фононах, электрического поля достаточно сильного для того, чтобы свободные носители заряда баллистически ускорились до энергии оптического фонона  $\hbar\omega_0$ . При испускании оптического фонона носители рассеиваются в состояние с малой энергией и импульсом, после чего вновь начинают разгоняться электрическим полем. Область импульсного пространства, где энергия электрона меньше  $\hbar\omega_0$ , называется пассивной, а оставшаяся часть — активной областью. Движение электрона в импульсном пространстве (без учёта рассеяния в пассивной области) является периодическим, а его период,  $t_{\text{tr}}$ , определяется временем разгона электрона от состояния с нулевым импульсом ( $p = 0$ ) до импульса  $p_0$ , соответствующего энергии  $\hbar\omega_0$ :

$$t_{\text{tr}} = \frac{p_0}{|e\mathcal{E}|}. \quad (4.1)$$

Здесь  $e < 0$  — заряд электрона, а  $\mathcal{E}$  — электрическое поле. Распределение электронов в импульсном пространстве в режиме стриминга является резко анизотропным: его размер вдоль направления поля равен  $p_0$ , что многократно превышает его ширину, лимитируемую слабым проникновением электронов в активную область [94, 95, 96, 97]. Такая “игловидная” функция распределения показана красным отрезком на рис. 4.1.

Режим стриминга был подробно изучен в объёмных полупроводниках. На основе этого эффекта в  $p$ -Ge был реализован полупроводниковый лазер [96]. Были изучены флуктуации электрического тока в этом режиме [97, 50]. Недавние теоретические исследования режима стриминга в двумерных системах показали существование коллективных волновых возбуждений электронов со сложным спектром и существенной пространственной дисперсией [98]. Также баллистический транспорт с доминирующим рассеянием на оптических фононах был реализован в графене [99], что было детально проанализировано теоретически [100, 101, 102].

Учёт спиновой степени свободы электрона в двумерном режиме стриминга приводит к возникновению ярких спин-зависимых явлений. Дрейф электронов в электрическом поле с учётом билинейных по спину и импульсу расщеплений

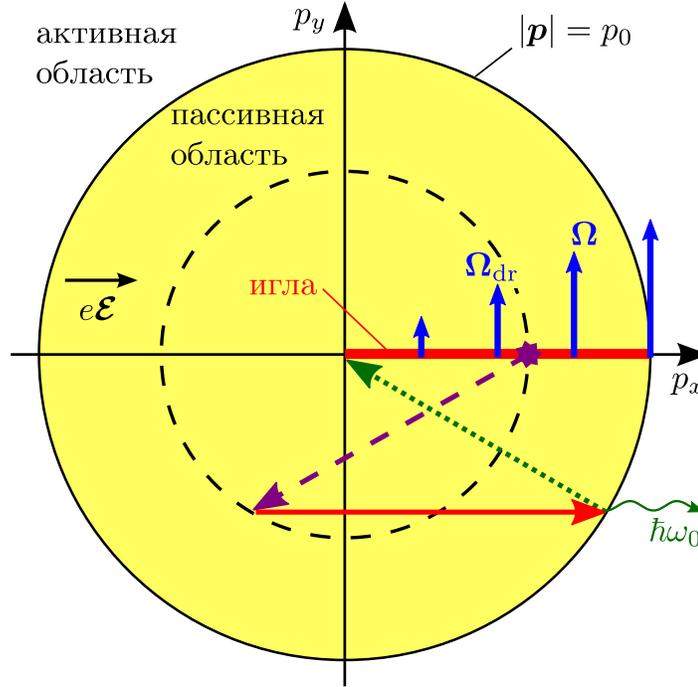


Рис. 4.1: Иллюстрация режима стриминга в импульсном пространстве. Во время баллистического движения внутри иглы (красная сплошная линия) спин электрона вращается с частотой  $\Omega(\mathbf{p})$  (синие стрелки). Электрон может упруго рассеяться на примеси (звезда и пунктирная стрелка), после чего он разгоняется электрическим полем до границы активной области (красная стрелка), мгновенно испускает оптический фонон (волнистая стрелка) и возвращается в состояние с  $\mathbf{p} = 0$  (точечная стрелка).

Рашбы [103] и Дрессельхауза [104, 105] приводит к спиновой прецессии электронов со средней частотой  $\Omega_{\text{dr}}$ . Теоретически были предсказаны индуцированные полем спиновые биения и длинные времена релаксации, а также большая степень спиновой ориентации электронов электрическим полем в этом режиме [95, 106]. В этих работах предполагалось, что  $\Omega_{\text{dr}}t_{\text{tr}} \ll 1$ , но оценки показывают, что режим стриминга в двумерных гетероструктурах на основе GaAs реализуется в электрических полях  $\mathcal{E} \sim 1$  кВ/см, когда параметр  $\Omega_{\text{dr}}t_{\text{tr}}$  близок к единице. Детальный анализ спиновой динамики и спиновых флуктуаций в ситуации, когда угол поворота электронного спина в течении одного периода не мал ( $\Omega_{\text{dr}}t_{\text{tr}} \sim 1$ ) проведён в работе [A9].

## 4.2 Кинетическое уравнение

Рассмотрим режим стриминга в разреженном двумерном электронном газе со спин-орбитальным взаимодействием и учётом рассеяние на оптических фононах, а также упругое рассеяние электронов на примесях или квазиупругое на акустических фононах. В гетероструктурах типа  $A_3B_5$ , выращенных вдоль оси  $z \parallel [001]$ , главными осями в плоскости структуры являются  $x \parallel [1\bar{1}0]$  и  $y \parallel [110]$ . В этой системе координат линейные по импульсу слагаемые в гамильтониане имеют вид [107]

$$\mathcal{H}_{SO} = \beta_{yx}\sigma_y p_x + \beta_{xy}\sigma_x p_y = \frac{\hbar}{2}\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{p}), \quad (4.2)$$

где  $\sigma_i$  ( $i = x, y$ ) — матрицы Паули,  $\beta_{xy}, \beta_{yx}$  — константы спин-орбитального взаимодействия, связанные с эффектами Рашбы и Дрессельхауза, а  $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{p})$  — соответствующая эффективная частота спиновой прецессии.

Спиновая динамика свободных электронов может быть описана кинетическим уравнением для спиновой функции распределения  $\mathbf{S}_p(t)$ . В пассивной области импульсного пространства оно имеет вид [95, 106]:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau_p} + e\mathcal{E} \frac{\partial}{\partial p_x} \right) \mathbf{S}_p(t) = \int d^2 p' W_{pp'} \mathbf{S}_{p'}(t) + \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{p}) \times \mathbf{S}_p(t). \quad (4.3)$$

Здесь введена вероятность упругого рассеяния из  $\mathbf{p}'$  в  $\mathbf{p}$  электрона в пассивной области  $W_{pp'} = \delta(p^2 - p'^2)/(\pi\tau_p)$ , описываемая характерным временем  $\tau_p$ , и предполагается, что электрическое поле приложено вдоль главной оси,  $\boldsymbol{\mathcal{E}} \parallel x$ . После каждого рассеяния электрон ускоряется в направлении  $x > 0$  ( $e\mathcal{E}_x > 0$ ) пока не достигает границы пассивной области, после чего возвращается в состояние  $\mathbf{p} = 0$ . Такая траектория показана стрелками на рис. 4.1.

Отметим, что при отсутствии упругого рассеяния,  $W_{pp'} = 0$ , спиновая динамика является периодической и спиновая релаксация отсутствует. Релаксация спина может быть вызвана, как проникновением электронов в активную область ( $p > p_0$ ), так и квазиупругим рассеянием. Первый механизм приводит к спиновой релаксации, темп которой не зависит от величины приложенного электрического

поля [95]. По оценкам этот механизм обычно менее эффективен, чем связанный с рассеянием [106]. В дальнейшем для простоты будем пренебрегать проникновением электронов в активную область и более детально изучим эффекты, связанные с упругим рассеянием электронов. С физической точки зрения это означает, что время испускания оптического фонона считается очень коротким, и функция распределения отлична от нуля только в пассивной области ( $p < p_0$ ). Тогда после испускания фонона электрон имеет в точности нулевой импульс и нулевую энергию. Это в свою очередь позволяет выделить два вклада в функцию распределения:

$$\mathbf{S}_p(t) = \delta(p_y)\theta(p_x)\mathbf{S}_{p_x}^n(t) + \mathbf{S}^{out}(\mathbf{p}; t). \quad (4.4)$$

Первое слагаемое описывает иглообразную часть функции распределения ( $p_y = 0$ ), а второе — электроны во всей пассивной области, наличие которых связано с упругим рассеянием. Отметим, что величины  $\mathbf{S}^{out}(\mathbf{p}; t)$  и  $\mathbf{S}_{p_x}^n(t)$  имеют различные размерности, так как первая является двумерной, а вторая — одномерной функцией распределения,  $\delta(p_y)$  имеет размерность обратного импульса.

Реализация режима стриминга требует, чтобы пролётное время было короче времени релаксации импульса ( $t_{tr} \ll \tau_p$ ). Поэтому спиновую динамику можно описывать с помощью теории возмущений, учитывающей вклады нулевого и первого порядка по параметру  $t_{tr}/\tau_p \ll 1$ . Также мы будем предполагать, что в нулевом порядке все электроны находятся в “игле”.

Кинетическое уравнение (4.3) для двух составляющих спиновой функции распределения (4.4) имеет вид

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{\tau_p} + e\mathcal{E} \frac{\partial}{\partial p_x} \right) \mathbf{S}_{p_x}^n(t) = \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{p}) \times \mathbf{S}_{p_x}^n(t), \quad (4.5a)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + e\mathcal{E} \frac{\partial}{\partial p_x} \right) \mathbf{S}^{out}(\mathbf{p}; t) = \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{p}) \times \mathbf{S}^{out}(\mathbf{p}; t) + \frac{\mathbf{S}_p^n(t)}{2\pi p \tau_p}. \quad (4.5b)$$

Так как траектории электронов в импульсном пространстве замкнуты, общее решение уравнения (4.5a) может быть представлено в виде суперпозиции дискретных

СПИНОВЫХ МОД:

$$\mathbf{S}_{p_x}^n(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-1}^1 \frac{g_n^{(l)}}{p_0} \hat{\mathcal{R}}(p_x) \mathbf{e}_n^{(l)} \exp \left[ -i\omega_n^{(l)}(t - p_x t_{\text{tr}}/p_0) - p_x t_{\text{tr}}/(p_0 \tau_p) \right]. \quad (4.6)$$

Здесь индекс  $n$  нумерует собственные моды,  $l = -1, 0, 1$  различает пространственные ориентации нормированных собственных векторов  $\mathbf{e}_n^{(l)}$ ,  $\omega_n$  — комплексные собственные частоты системы,  $g_n^{(l)}$  — постоянные коэффициенты, определяемые начальными условиями, и  $\hat{\mathcal{R}}(p_x)$  — оператор поворота спина вокруг оси  $y$  на угол

$$\Phi(p_x^2) = \int_0^{p_x} \frac{dp_x}{e\mathcal{E}} \Omega_y(p_x) = \frac{\beta_{yx} t_{\text{tr}}}{\hbar p_0} p_x^2. \quad (4.7)$$

Оператор  $\hat{\mathcal{R}}(p_x)$  описывает прецессию спина в игле.

Коэффициенты  $g_n^{(l)}$  могут быть вычислены, если известна спиновая функция распределения в момент времени  $t = 0$ :

$$g_n^{(l)} = \int_0^{p_0} dp_x e^{-i\omega_n^{(l)} t_{\text{tr}} p_x / p_0} \mathbf{e}_n^{(l)*} \hat{\mathcal{R}}^{-1}(p_x) \mathbf{S}_{p_x}^n(0), \quad (4.8)$$

где мы пренебрегли слагаемыми первого и более высоких порядков по  $t_{\text{tr}}/\tau_p$ . Таким образом, коэффициенты  $g_n^{(l)}$  зависят от условий возбуждения системы. Рассмотрим, например, ориентацию спина коротким оптическим импульсом в условиях, когда к системе приложено постоянное электрическое поле. В случае резонансного возбуждения спин инжектируется только в область близкую к  $\mathbf{p} = 0$ , что соответствует возбуждению всех спиновых мод. А при нерезонансном возбуждении спиновая поляризация при  $t = 0$  равномерно распределена по игле, так что наиболее эффективно возбуждается мода с  $n = 0$ .

Спиновое распределение вне иглы,  $\mathbf{S}^{\text{out}}(\mathbf{p}; t)$ , может быть найдено интегрированием уравнения (4.5b):

$$\mathbf{S}^{\text{out}}(\mathbf{p}; t) = \int_{-p_{0x}}^{p_{0x}} dp'_x \hat{\mathcal{G}}_{pp'} \frac{\mathbf{S}_{p'}^n(t - t_{\text{tr}}(p_x - p'_x)/p_0)}{2\pi\tau_p \sqrt{p_x'^2 + p_y^2}}. \quad (4.9)$$

Здесь

$$p_{0x} = \sqrt{p_0^2 - p_y^2},$$

$p'_y = p_y$  и введён тензорный оператор  $\hat{\mathcal{G}}_{pp'}$ , обозначающий функцию Грина обыкновенного дифференциального уравнения

$$e\mathcal{E} \frac{\partial}{\partial p_x} \mathcal{G}_{pp'}^{\alpha\beta} - \epsilon_{\alpha\gamma\delta} \Omega_\gamma(\mathbf{p}) \mathcal{G}_{pp'}^{\delta\beta} = \delta(p_x - p'_x) \delta_{\alpha\beta}, \quad (4.10)$$

где греческие индексы обозначают декартовы координаты, а  $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$  — символ Леви-Чевиты. Так как электроны мгновенно уносятся электрическим полем с левой полуокружности на рис. 4.1, на ней спиновая плотность отсутствует:

$$\mathbf{S}^{out}(-p_{0x}, p_y; t) = 0.$$

Чтобы удовлетворить этому граничному условию функция Грина,  $\hat{\mathcal{G}}_{pp'}$ , должна обнуляться при  $p_x < p'_x$ . Отметим, что  $\mathcal{G}_{pp'}^{\alpha\beta}$  формально не зависит от  $p'_y$ .

Чтобы найти собственные частоты и собственные моды, необходимо подставить уравнения (4.6) и (4.9) во второе граничное условие

$$\mathbf{S}_0^n(t) - \mathbf{S}_{p_0}^n(t) = \int_{-p_0}^{p_0} dp_y \mathbf{S}^{out}(p_{0x}, p_y; t). \quad (4.11)$$

Это условие соответствует мгновенному испусканию оптических фононов в активной области (на правой полуокружности на рис. 4.1). Оно может быть нарушено в случае спин-зависимого рассеяния электронов на фононах, но этот эффект по оценкам пренебрежимо мал [95]. Из системы уравнений (4.9) и (4.11) следует

$$\mathbf{S}_0^n(t) - \mathbf{S}_{p_0}^n(t) = \frac{1}{2\pi\tau_p} \int \frac{d^2p}{p} \hat{\mathcal{G}}_{p_0p} \mathbf{S}_p^n \left( t - t_{tr} \frac{p_{0x} - p_x}{p_0} \right), \quad (4.12)$$

где  $\mathbf{p}_0 = (p_{0x}, p_y)$ .

Это уравнение может быть решено по теории возмущений по параметру  $t_{tr}/\tau_p$ . В отсутствие упругого рассеяния (нулевой порядок теории возмущений) из уравнения (4.6) следует, что собственные частоты  $\tilde{\omega}_n^{(l)}$  и собственные векторы  $\tilde{\mathbf{e}}_n^{(l)}$  удовлетворяют уравнению

$$\hat{\mathcal{R}}(p_0) \tilde{\mathbf{e}}_n^{(l)} = e^{-i\tilde{\omega}_n^{(l)} t_{tr}} \tilde{\mathbf{e}}_n^{(l)}. \quad (4.13)$$

Соответствующий угол, как следует из (4.7), равен  $\Phi(p_0^2) = \Omega_{dr} t_{tr}$ , где

$$\Omega_{dr} = \beta_{yx} p_0 / \hbar \quad (4.14)$$

— средняя дрейфовая частота прецессии спина в игле. Здесь и далее для конкретики мы будем предполагать, что  $\beta_{yx} \geq 0$ . Так как в отсутствие упругого рассеяния электроны обладают нулевой компонентой импульса  $p_y$ , частота спиновой прецессии ортогональна направлению движения. В этом случае собственные векторы уравнения (4.13) имеют вид  $\tilde{\mathbf{e}}_n^{(0)} = \hat{\mathbf{y}}$ ,  $\tilde{\mathbf{e}}_n^{(\pm 1)} = (\hat{\mathbf{z}} \pm i\hat{\mathbf{x}})/\sqrt{2}$  где  $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}$  — единичные векторы вдоль соответствующих осей координат. Собственные частоты являются комбинацией дрейфовой частоты и нескольких пролётных:

$$\tilde{\omega}_n^{(l)} = l(2\pi n/t_{\text{tr}} - \Omega_{\text{dr}}), \quad l = 1, 0, -1$$

Как будет показано ниже, именно на этих частотах расположены пики в спектре спинового шума.

В первом порядке теории возмущений по квазиупругому рассеянию собственные частоты становятся комплексными и могут быть представлены как  $\omega_n^{(l)} = \tilde{\omega}_n^{(l)} + \delta_n^{(l)}$  [108]. При  $\Omega_{\text{dr}}\tau_p \gg 1$  чтобы учесть упругое рассеяние подставим собственные вектора  $\tilde{\mathbf{e}}_n^{(l)}$  в уравнение (4.6), откуда найдём  $\mathbf{S}_{p_x}^n$ , после чего уравнение (4.12) позволяет определить поправки  $\delta_n^{(l)}$ . В противоположном случае  $\Omega_{\text{dr}}\tau_p \lesssim 1$ , необходимо использовать теорию возмущений для вырожденных уровней.

Спиновая динамика может быть исследована посредством спиновых сигналов Фарадея, Керра или эллиптичности, которые в при нерезонансном детектировании определяются полным спином  $\mathbf{S}(t)$ . Так как в режиме стриминга бóльшая часть носителей локализована в игле, из (4.6) получаем

$$\mathbf{S}(t) = \int_0^{p_0} dp_x \mathbf{S}_{p_x}^n(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-1}^1 g_n^{(l)} \mathbf{s}_n^{(l)} e^{-i\omega_n^{(l)} t}. \quad (4.15)$$

Здесь введена средняя спиновая поляризация  $n$ -ой моды

$$\mathbf{s}_n^{(l)} = \int_0^{p_0} \frac{dp_x}{p_0} \hat{\mathcal{R}}(p_x) \tilde{\mathbf{e}}_n^{(l)} e^{i\tilde{\omega}_n^{(l)} t_{\text{tr}} p_x / p_0}. \quad (4.16)$$

Формализм, изложенный в данном разделе, позволяет описывать спиновую динамику при произвольной силе и симметрии спин-орбитального взаимодействия. В

следующем подразделе подробно рассмотрены два предельных случая ориентации эффективного поля.

### 4.3 Спиновая динамика

В общем случае функция Грина  $\hat{\mathcal{G}}_{pp'}$  не может быть найдена аналитически. Поэтому в данном разделе подробно рассмотрены два предельных случая, когда эффективное поле  $\mathbf{\Omega}(\mathbf{p})$  направлено вдоль  $x$  ( $\beta_{yx} = 0, \beta_{xy} \neq 0$ ) и когда  $\mathbf{\Omega}(\mathbf{p}) \parallel y$  ( $\beta_{xy} = 0, \beta_{yx} \neq 0$ ). В конце раздела кратко анализируется спиновая динамика при наличии обеих компонент тензора спин-орбитального взаимодействия  $\hat{\beta}$ .

#### 4.3.1 Продольное эффективное поле

Рассмотрим сначала случай  $\beta_{yx} = 0$ , когда эффективное поле  $\mathbf{\Omega}(\mathbf{p})$  сонаправлено с электрическим полем. Так как  $\Omega_x \propto p_y$ , спиновая прецессия в игле отсутствует, и уравнение (4.13) упрощается до  $\exp(-i\tilde{\omega}_n^{(l)} t_{\text{tr}}) = 1$ , что соответствует

$$\tilde{\omega}_n^{(l)} = \frac{2\pi n}{t_{\text{tr}}}. \quad (4.17)$$

В этом случае  $\Omega_{\text{dr}}\tau_p = 0$ , так что для нахождения поправок  $\delta_n^{(l)}$ , связанных с рассеянием, необходимо использовать теорию возмущений для вырожденных уровней.

Вне иглы электроны двигаются баллистически, не изменяя компоненты импульса  $p_y$ . Поэтому вращение спина в плоскости  $(yz)$  происходит с постоянной частотой  $2\beta_{xy}p_y/\hbar$ . В этом случае функция Грина уравнения (4.10),  $\hat{\mathcal{G}}_{pp'}$ , является единичным оператором для  $S_x$  и умножает  $[S_y(\mathbf{p}; t) \pm iS_z(\mathbf{p}; t)]$  в уравнении (4.12) на  $\exp[\pm i\Omega_x(p_x - p'_x)/(e\mathcal{E})]$ . Рассеянные из иглы электроны имеют нулевую среднюю компоненту импульса  $p_y$ , поэтому даже с учётом упругого рассеяния спин вне иглы в среднем не прецессирует. Поэтому базисные векторы можно выбрать в виде  $\mathbf{e}_n^{(l)} = \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{z}}$  для  $l = -1, 0, 1$ , соответственно. Подставляя  $\mathbf{e}_n^{(l)}$  и  $\tilde{\omega}_n^{(l)}$  из урав-

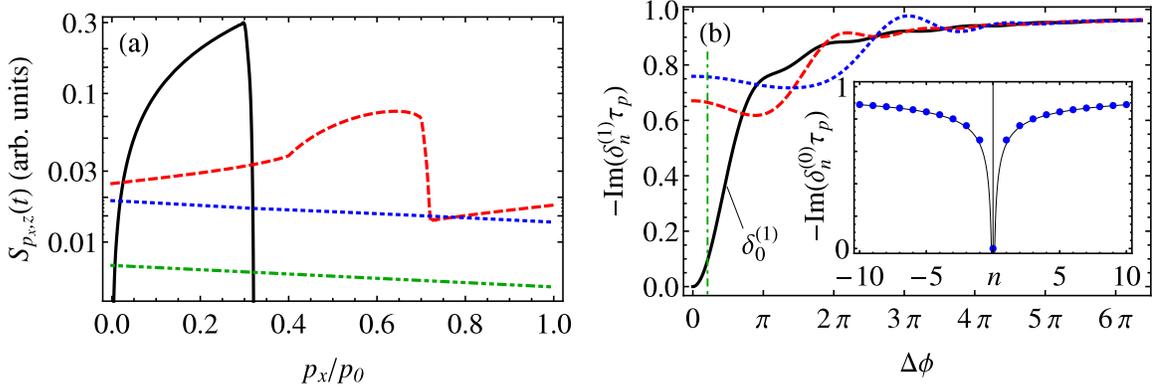


Рис. 4.2: (а) Спиновое распределение в логарифмическом масштабе при  $\tau_p = 3t_{\text{tr}}$ ,  $\tau_s^z = 10\tau_p$  в моменты времени  $t = 0$  (чёрная кривая),  $1.8\tau_p$  (красная кривая),  $10\tau_p$  (синяя кривая) и  $20\tau_p$  (зелёная кривая). (б) Скорости затухания первых трёх спиновых мод с  $\mathbf{S}_p \parallel z$ :  $n = 0$  (чёрная кривая),  $n = 1$  (красная кривая), и  $n = 2$  (синяя кривая) как функции параметра  $\Delta\phi$  [уравнение (4.20)]. Зелёный пунктир обозначает величину спинового расщепления, использованную для расчёта панели (а). Вставка показывает скорости затухания спиновых мод с  $\mathbf{S}_p \parallel x$  (точки) и аналитическое приближение (4.19) (сплошная линия).

нения (4.17) в уравнения (4.6) и (4.12), найдём поправки к собственным частотам:

$$\delta_n^{(l)} = -\frac{i}{\tau_p} + \frac{i}{2\pi\tau_p} \int \frac{d^2p}{pp_0} \exp[2\pi i n (p_{0x} - p_x + p)/p_0] \times \cos[2l\beta_{xy}p_y(p_{0x} - p_x)t_{\text{tr}}/(\hbar p_0)]. \quad (4.18)$$

Здесь и далее предполагается, что интегрирование производится только по пассивной области  $p < p_0$ .

Для наглядной интерпретации результатов рассмотрим динамику  $x$  компоненты спина. Она соответствует  $l = 0$ , и для равномерного в импульсном пространстве распределения ( $n = 0$ ) собственная частота равна нулю,  $\delta_0^{(0)} = 0$ . Это отражает тот факт, что полная спиновая поляризация вдоль оси  $x$  сохраняется, так как спин-орбитальное взаимодействие на неё не влияет. Так что динамика  $S_{p,x}(t)$  совпадает с динамикой функции распределения электронов. Скорости затухания возбуждённых спиновых мод с  $\mathbf{S}_p \parallel x$  [уравнение (4.18) при  $l = 0$  и  $n \neq 0$ ] отличны от нуля. Они представлены на вставке к рис. 4.2(b), который показывает, что все они по порядку величины равны  $1/\tau_p$ . Это означает, что за время  $\sim \tau_p$  спиновая функция

распределения релаксирует к константе (нулевой моде), см. рис. 4.2(a). В пределе  $|n| \gg 1$  из уравнения (4.18) находим

$$-\text{Im } \delta_n^{(0)} \approx \frac{1}{\tau_p} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{8|n|}} \right). \quad (4.19)$$

Это аналитическое выражение описывает частоты всех мод кроме  $n = 0$  с точностью 4 %, см. вставку на рис. 4.2(b).

Компоненты спина  $S_{p,z}^{out}$  и  $S_{p,y}^{out}$  прецессируют, что приводит к спиновой релаксации. Сначала рассмотрим случай, когда характерный угол поворота спина

$$\Delta\phi = \Omega_{dr} t_{tr} = \Phi(p_0^2), \quad (4.20)$$

ср. (4.7), мал,  $\Delta\phi \ll 1$ . В этом случае все возбуждённые моды релаксирует приблизительно с теми же скоростями, что и мода с  $\mathbf{S}_p \parallel \mathbf{x}$  ( $l = 0$ ), т.е.  $\delta_n^{(\pm 1)} \approx \delta_n^{(0)} \sim 1/\tau_p$  при  $n \neq 0$ . Скорости затухания однородной в импульсном пространстве составляющей спинового распределения  $1/\tau_s^{z,y} = -\text{Im } \delta_0^{(\pm 1)}$  определяются

$$\frac{1}{\tau_s^z} = \frac{1}{\tau_s^y} = \frac{7}{30} \frac{(\Delta\phi)^2}{\tau_p} \sim \left( \frac{\beta_{xy} p_0}{\hbar} \right)^2 \frac{t_{tr}^2}{\tau_p}. \quad (4.21)$$

Именно эта величина имеет физический смысл обратного времени спиновой релаксации в режиме стриминга.

Таким образом, спиновая релаксация происходит, вообще говоря, в два этапа, см. рис. 4.2(a). За время  $\sim \tau_p$  затухают все спиновые моды за исключением  $n = 0$ , так что спиновое распределение внутри иглы становится однородным. На втором этапе это распределение моноэкспоненциально релаксирует за время  $\tau_s^z$ . Так как возбуждённые моды затухают примерно за одинаковое время, то неоднородная составляющая функции распределения релаксирует слабо изменяя свою форму, так что даже через время  $\sim 2\tau_p$  хорошо видна исходная форма функции распределения.

Общее выражение (4.18) описывает спиновую динамику при произвольных значениях параметра  $\Delta\phi$ . Если этот параметр порядка единицы, все спиновые моды

релаксируют со временем  $\sim 1/\tau_p$ . Скорости затухания первых трёх мод представлены на рис. 4.2(b). В пределе  $\Delta\phi \rightarrow \infty$ ,  $\delta_n = -i/\tau_p$  для всех  $n$ , так как единственного акта упругого рассеяния достаточно для полной потери спиновой когерентности.

Как указывалось выше наблюдаемой величиной обычно является  $z$  компонента полного спин электронного газа  $\mathbf{S}_z(t)$ , см. (4.15). Для собственных частот (4.17), средняя спиновая поляризация отлична от нуля только в нулевой моде, так что только член с  $n = 0$  вносит вклад в  $S_z(t)$ , см. уравнение (4.16). Таким образом, полная спиновая поляризация затухает моноэкспоненциально со скоростью  $-\text{Im} \delta_0^{(1)}$  при произвольной величине  $\beta_{xy}$ , несмотря на то, что разные спиновые моды затухают, вообще говоря, с разными скоростями. Соответствующий темп показан чёрной кривой на рис. 4.2(b) как функция силы спин-орбитального взаимодействия. Отметим, что скорости затухания всех спиновых мод всегда меньше, чем  $\tau_p^{-1}$ , так как для потери спиновой когерентности необходим хотя бы один акт упругого рассеяния.

### 4.3.2 Поперечное эффективное поле

В случае, когда эффективное поле перпендикулярно электрическому полю, динамика  $y$  компоненты спина такая же, как у независящей от спина функции распределения. Напротив, компоненты спина в плоскости ( $zx$ ) испытывают действие эффективного поля  $\Omega_y \propto p_x$ , так что характерный угол поворота спина вообще говоря не мал даже в игле, где  $p_x \leq p_0$ . Рассмотрим более подробно динамику этих двух компонент спина.

При  $\beta_{xy} = 0$  могут быть использованы невозмущённые базисные вектора  $\tilde{\mathbf{e}}_n^{(l)}$  и собственные частоты  $\tilde{\omega}_n^{(l)}$ , введённые в подразделе 4.2. Функция Грина уравнения (4.10) имеет вид  $\hat{\mathcal{G}}_{pp'} = \hat{\mathcal{R}}(p_x)\hat{\mathcal{R}}^{-1}(p'_x)\theta(p_x - p'_x)$ , так что из уравнения (4.12) следует, что

$$\delta_n^{(l)} = -\frac{i}{\tau_p} + i \frac{e^{il\Omega_{\text{dr}}t_{\text{tr}}}}{2\pi\tau_p} \int \frac{d^2p}{p_0p} \exp[iil(2\pi n - \Omega_{\text{dr}}t_{\text{tr}})(p_{0x} - p_x + p)/p_0]. \quad (4.22)$$

Таким образом, вещественные части  $\delta_n^{(l)}$  имеют противоположные знаки для  $l = \pm 1$ , а соответствующие мнимые части равны. Важно, что из уравнения (4.22) следует, что для всех  $l$  поправка  $\delta_n^{(l)}(\Omega_{\text{dr}}) = \delta_0^{(l)}(\Omega_{\text{dr}} - 2\pi n/t_{\text{tr}})$ , и, в частности,

$$\delta_n^{(l)}(2\pi n/t_{\text{tr}}) = 0.$$

Это означает, что при  $\Omega_{\text{dr}} = 2\pi n/t_{\text{tr}}$  релаксация  $n$ -ой спиновой моды отсутствует. С другой стороны из уравнения (4.6) следует, что при  $\Omega_{\text{dr}} \neq 0$ , средняя спиновая поляризация отлична от нуля во всех спиновых модах. Таким образом, время релаксации компоненты спина в плоскости  $(zx)$  при  $\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}} = 2\pi n$  в данной модели оказывается бесконечно большим.

Этот результат может быть пояснён рассмотрением баллистического движения электрона из  $p_x$  в  $p'_x$ . В ходе него спин электрона поворачивается на угол  $\Phi(p_x'^2) - \Phi(p_x^2)$  вокруг оси  $y$ , где  $\Phi \propto p_x^2$  даётся формулой (4.7). Так как компонента импульса  $p_y$  остаётся постоянной, угол поворота может быть переписан как  $\Phi(p'^2) - \Phi(p^2)$ . При упругом рассеянии не меняется ни величина  $p^2$ , ни величина и ориентация спина, так что для данного электрона со спином  $\mathbf{s}$  величина

$$\mathcal{I} = (s_z + i s_x) e^{-i\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}} p^2/p_0^2} \quad (4.23)$$

остаётся неизменной в ходе движения в пассивной области в любом порядке по  $t_{\text{tr}}/\tau_p$ . Здесь, как и ранее, предполагается, что время испускания оптического фотона в активной области бесконечно короткое. Из уравнения (4.23) следует, что между двумя последовательными испусканиями оптического фотона электронный спин поворачивается вокруг оси  $y$  на угол  $\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}}$  независимо от траектории в импульсном пространстве и количества упругих рассеяний. Таким образом, при  $\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}} = 2\pi n$  электронный спин всегда возвращается к своему начальному значению после испускания оптического фотона, то есть его спиновая релаксация отсутствует. Такая ситуация аналогична режиму спиновой спирали (spin helix) [109], однако здесь она реализуется в импульсном пространстве. Эта аналогия происходит благодаря жёсткой связи между смещением электрона вдоль направления

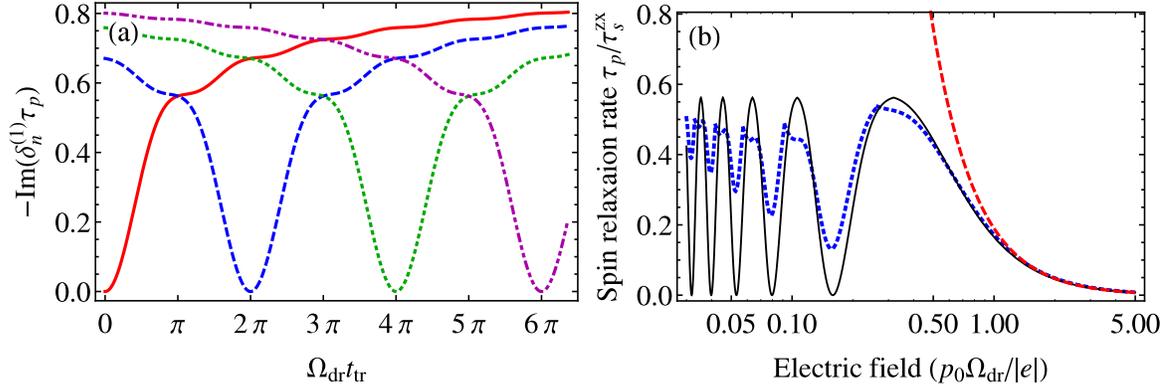


Рис. 4.3: (а) Скорости затухания первых четырёх спиновых мод,  $-\text{Im}(\delta_n^{(1)}\tau_p)$ , при  $n = 0$  (красная кривая),  $n = 1$  (синяя кривая),  $n = 2$  (зелёная кривая) и  $n = 3$  (фиолетовая кривая). (б) Скорость релаксации наиболее долгоживущей спиновой моды как функция величины электрического поля (чёрная кривая) и её аналитическое приближение по формуле (4.26) (красная кривая). Синей кривой показана скорость спиновой релаксации в присутствии обеих компонент эффективного поля для случая  $\beta_{xy} = \beta_{yx}/3$ .

электрического поля,  $\Delta x$ , и изменением его потенциальной энергии  $\Delta E = |e\mathcal{E}|\Delta x$ , не зависящей от конкретного вида траектории.

В общем случае время спиновой релаксации,  $\tau_s^{zx}$ , определяется наибольшим из времён релаксации всех спиновых мод:

$$1/\tau_s^{zx} = \min(-\text{Im} \delta_n^{(1)}) \equiv -\text{Im} \delta_{n^*}^{(1)}, \quad (4.24)$$

где

$$n^* = [\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}} / (2\pi) + 1/2] \quad (4.25)$$

— номер наиболее долгоживущей моды, а  $[x]$  обозначает целую часть от  $x$ . Скорости затухания спиновых мод, рассчитанные по формуле (4.22), показаны на рис. 4.3(а). Из него видно, что время спиновой релаксации, определяемое согласно (4.24), является периодической функцией  $\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}}$ . Хотя  $\Omega_{\text{dr}}$  является параметром структуры, пролётное время  $t_{\text{tr}}$  изменяется с величиной приложенного электрического поля. Рисунок 4.3(б) иллюстрирует осцилляции времени спиновой релаксации в зависимости от электрического поля в режиме стриминга. В пределе

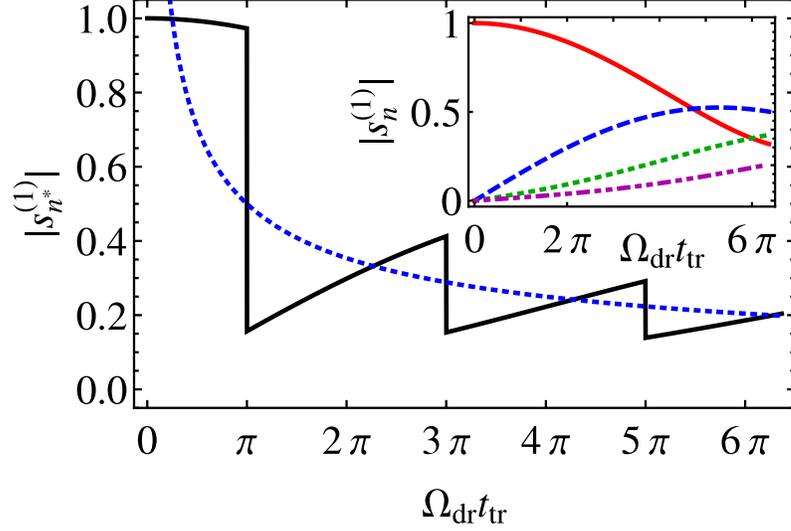


Рис. 4.4: Средняя спиновая поляризация  $s_{n^*}$  наиболее долгоживущей моды как функция  $\Omega_{dr}t_{tr}$  (чёрная кривая) и её асимптотическое приближение (4.27) (синяя кривая). Вставка показывает среднюю спиновую поляризацию в  $n$ -ой моде,  $s_n$ , для  $n = 0$  (красная кривая), 1 (синяя кривая), 2 (зелёная кривая) и 3 (фиолетовая кривая).

$\Omega_{dr}t_{tr} \ll 1$  ( $|\mathcal{E}| \rightarrow \infty$ ) из уравнения (4.22) следует, что

$$\delta_0^{(\pm 1)} \approx \pm \frac{\Omega_{dr}t_{tr}}{2\pi\tau_p} (2 + 4G - \pi) - i \frac{(\Omega_{dr}t_{tr})^2}{3\pi\tau_p} (2\pi + 1 - 6G), \quad (4.26)$$

где  $G \approx 0.9159\dots$  — постоянная Каталана. Это асимптотическое выражение показано красным пунктиром на рис. 4.3(b).

После затухания всех мод за исключением  $n^*$ -ой, полная спиновая поляризация определяется двумя векторными коэффициентами,  $\mathbf{s}_{n^*}^{(\pm 1)}$ , см. уравнение (4.15), и лежит в плоскости  $(zx)$ . Их абсолютные величины совпадают и уменьшаются с ростом  $n^*$ . Вставка к рис. 4.4 показывает величину

$$|s_n^{(1)}| = \sqrt{|s_{n,z}^{(1)}|^2 + |s_{n,x}^{(1)}|^2}$$

как функцию параметра  $\Omega_{dr}t_{tr}$  для первых четырёх мод. При  $\Omega_{dr}t_{tr} = 0$  средняя спиновая поляризация отлична от нуля только в нулевой моде. С увеличением  $\Omega_{dr}t_{tr}$  средняя спиновая поляризация возникает и во всех остальных модах в силу зависимости частоты спиновой прецессии от  $p_x$ . Рис. 4.4 показывает  $|s_{n^*}^{(1)}|$

как функцию  $\Omega_{\text{dr}}t_{\text{tr}}$ . Видно, что средняя спиновая поляризация наиболее долгоживущей моды испытывает затухающие осцилляции. Скачки в  $|s_{n^*}^{(1)}|$  связаны с переключениями наиболее долгоживущей моды с  $n$ -ой моды на  $n + 1$ -ую в точках  $\Omega_{\text{dr}}t_{\text{tr}} = 2\pi(n + 1/2)$ , см. (4.25). Для больших  $\Omega_{\text{dr}}t_{\text{tr}}$  долгоживущая спиновая поляризация убывает как

$$|s_{n^*}^{(1)}| \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\Omega_{\text{dr}}t_{\text{tr}}}}. \quad (4.27)$$

Эта зависимость показана пунктирной кривой на рис. 4.4.

Если обе компоненты  $\Omega_x$  и  $\Omega_y$  отличны от нуля, то решение уравнения (4.10) может быть найдено только численно. Эта ситуация качественно похожа на случай, когда электрическое поле составляет произвольный угол с кристаллическими осями. Результаты расчёта при  $\beta_{xy} \neq 0$  показаны на рис. 4.3(b) синей пунктирной кривой. Эта зависимость показывает, что  $n$ -ая мода затухает даже при  $\Omega_{\text{dr}}t_{\text{tr}} = 2\pi n$ , если  $\Omega_x$  отлично от нуля. Появление спиновой релаксации связано с добавлением фазы  $\propto \beta_{xy}$ , которая нарушает инвариантность  $\mathcal{I}$  в уравнении (4.23). Тем не менее при выполнении резонансного условия  $\Omega_{\text{dr}}t_{\text{tr}} = 2\pi n$  скорость спиновой релаксации значительно уменьшается.

## 4.4 Спектр спиновых флуктуаций

Анализ спиновой динамики, выполненный в предыдущем подразделе, показывает, что в системе существует несколько временных масштабов:

$$t_{\text{tr}} \ll \tau_p < \tau_s.$$

В стационарном состоянии подавляющее большинство электронов находится в игле, а их спиновые флуктуации характеризуются корреляторами спиновой плотности во времени и импульсном пространстве

$$\langle \delta S_{p_x, \alpha}^n(t) \delta S_{p'_x, \beta}^n(t + \tau) \rangle. \quad (4.28)$$

Так как в стационарном случае функция распределения внутри иглы постоянна, одновременной коррелятор имеет вид [80]

$$\langle \delta S_{p_x, \alpha}^n(t) \delta S_{p'_x, \beta}^n(t) \rangle = \frac{N}{4p_0} \delta(p_x - p'_x) \delta_{\alpha\beta}. \quad (4.29)$$

Здесь  $N$  — двумерная электронная концентрация, и не учитывается эффект электрической спиновой ориентации [95, 106].

Как указывалось в разделе 4.2, измеряемой величиной является коррелятор полного спина  $\langle \delta S_z(t) \delta S_z(t + \tau) \rangle$ . Так как корреляторы физических величин, как обсуждалось в предыдущей главе, удовлетворяют тем же линейным уравнениям, что и сами величины [97, 50, 80], корреляционная функция при  $\tau > 0$  может быть найдена как

$$\langle \delta S_z(t) \delta S_z(t + \tau) \rangle = \int dp_x \int dp'_x \int dp''_x \langle \delta S_{p_x, z}^n(t) T_{p'_x p''_x}^{z\alpha}(\tau) \delta S_{p''_x, \alpha}^n(t) \rangle, \quad (4.30)$$

где  $T_{pp'}^{\alpha\beta}(\tau)$  ( $\alpha, \beta = x, y, z$ ) — функция Грина кинетического уравнения (4.3). В силу линейности оператора  $\hat{T}_{p_x p'_x}$  из уравнения (4.29) следует, что

$$\langle \delta S_z(t) \delta S_z(t + \tau) \rangle = \sum_{p_x p'_x} T_{p'_x p_x}^{zz}(\tau) \frac{N}{4p_0} \equiv \frac{1}{N} S_0 S_z(\tau). \quad (4.31)$$

Здесь  $S_0 = N/2$ , и  $S_z(\tau)$  даётся уравнением (4.15), где спиновое распределение  $S_{p_x, z}^n(\tau)$  соответствует начальному условию

$$S_{p_x, z}^n(0) = S_0/p_0. \quad (4.32)$$

Соответственно, коэффициенты  $g_n^{(l)}$  могут быть найдены согласно уравнению (4.8):  $g_n^{(l)} = S_0 s_{n, z}^{(l)*}$ , где  $s_n^{(l)}$  даётся уравнением (4.16).

Спектр спинового шума в режиме стриминга определяется общим выражением (1.4). Так как временной коррелятор является чётной функцией  $\tau$  [97, 50, 80], из уравнений (4.31) и (1.4) находим, что:

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{N}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-1}^1 |s_{n, z}^{(l)}|^2 \text{Im} \left( \frac{1}{\omega - \omega_n^{(l)}} + \frac{1}{\omega + \omega_n^{(l)}} \right). \quad (4.33)$$

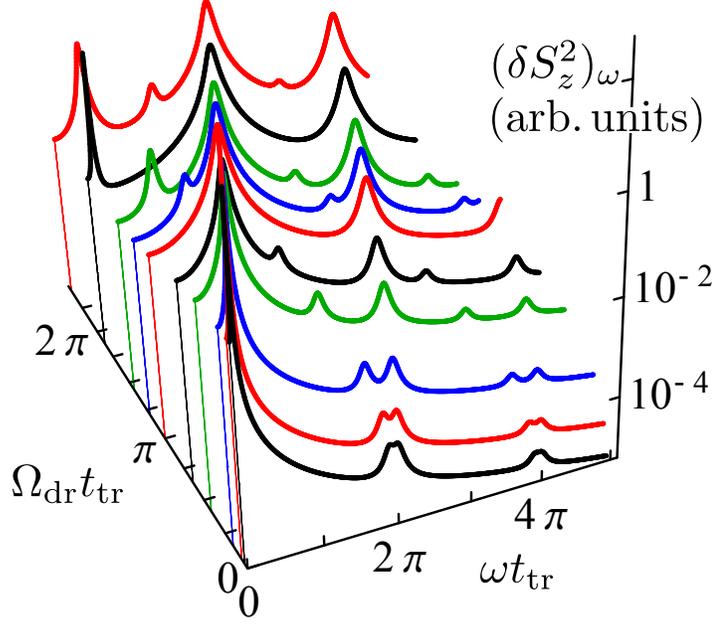


Рис. 4.5: Спектры спинового шума, рассчитанные по уравнению (4.33) при  $\tau_p = 3t_{\text{tr}}$  и  $\beta_{xy} = 0$ .

Это уравнение показывает, что спектр состоит из серии пиков, центрированных на собственных частотах. Площади пиков пропорциональны квадратам спиновой поляризации соответствующих мод, а их ширины определяются скоростями затухания спиновых мод.

При  $\mathbf{\Omega}(\mathbf{p}) \parallel x$ , средняя спиновая поляризация вдоль оси  $z$  отлична от нуля только в моде, отвечающей  $n = 0$  и  $l = 1$ . Как следует из уравнения (4.18), соответствующая собственная частота  $\omega_0^{(1)}$  чисто мнимая, и  $s_{0,z}^{(1)} = 1$ , см. уравнение (4.16). Таким образом, спектр спинового шума имеет простой вид

$$(\delta S_z^2)_\omega = \frac{N}{2} \frac{\tau_s^z}{1 + (\tau_s^z \omega)^2}, \quad (4.34)$$

где  $1/\tau_s^z = -\text{Im} \omega_0^{(1)}$  показано чёрной кривой на рис. 4.2(b). При  $\Delta\phi \ll 1$ ,  $\tau_s^z$  даётся уравнением (4.21).

В противоположном случае, когда эффективное поле  $\mathbf{\Omega}(\mathbf{p}) \parallel y$ , все спиновые моды с  $l = \pm 1$  вносят вклад в спектр спинового шума. Рисунок 4.5 иллюстрирует спектры спинового шума при различных величинах  $\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}}$ . Видно, что спектр,

вообще говоря, состоит из серии пиков с различными ширинами.

При  $\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}} \ll 2\pi$ , основной вклад в спектр спинового шума вносят моды с  $n = 0$  и  $l = \pm 1$ . Соответственно, при  $\omega > 0$  спектр имеет вид

$$(\delta S_z^2)_\omega \approx \frac{N}{4} \frac{\tau_s^z}{1 + [(\omega - \Omega_{\text{dr}}) \tau_s^z]^2}, \quad (4.35)$$

то есть состоит из единственного лоренциана на частоте  $\Omega_{\text{dr}}$ . Его полуширина на полувысоте равна  $1/\tau_s^z = -\text{Im} \delta_0^{(1)}$ , где  $\delta_0^{(1)}$  даётся уравнением (4.26). Дополнительные пики на частотах  $2\pi n/t_{\text{tr}} \pm \Omega_{\text{dr}}$  имеют ширины порядка  $1/\tau_p$ , а их амплитуды убывают как  $1/n^4$ . Сдвигка основного пика определяется конечной эффективной частотой спиновой прецессии в игле, аналогичной внешнему магнитному полю.

При  $\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}}/2\pi \sim 1$  ширины всех пиков имеют порядок  $1/\tau_p$ , а амплитуды первых нескольких пиков сравнимы друг с другом, см. рис. 4.5. Однако, когда  $\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}}$  приближается к  $2\pi n$ , время спиновой релаксации в данной модели расходится, как обсуждалось в подразделе 4.3.2. В этом случае резко увеличивается амплитуда пика на наиболее низкой частоте, см. черную кривую, соответствующую  $\Omega_{\text{dr}} t_{\text{tr}} \approx 2\pi$ .

## 4.5 Краткие итоги

В Главе 4 получены следующие результаты:

- Исследована спиновая динамика двумерного электронного газа в режиме стриминга с учётом спин-орбитального взаимодействия. Показано, что спиновая релаксация в этом режиме сильно анизотропна, а её скорость зависит квазипериодически от обратной величины приложенного электрического поля.
- Определены собственные спиновые моды в режиме стриминга и рассчитаны спектры спиновых флуктуаций электронов. Показано, что собственные частоты и времена затухания спиновых мод определяют положения и ширины пиков в спектрах спиновых флуктуаций.

# Заключение

В диссертации получены следующие основные результаты:

- Спектры спиновых флуктуаций носителей заряда, локализованных в квантовых точках, состоят из двух пиков, связанных со спиновой прецессией в поле ядер и со спиновой релаксацией. В результате сопоставления расчётных спектров с экспериментальными данными, полученными на образцах  $n$ - и  $p$ -типа в различных магнитных полях, определены величины  $g$ -факторов носителей заряда, константы сверхтонкого взаимодействия и времена спиновой релаксации. Показано, что спектры спинового шума могут быть вычислены в квазиклассической модели, не учитывающей ядерную спиновую динамику.
- Предложена модель кластеров для описания спиновых флуктуаций локализованных электронов с учётом их обменного взаимодействия. Показано, что обменное взаимодействие приводит к подавлению спиновой дефазировки на ядрах и смещению прецессионного пика в спектре спиновых флуктуаций к более низким частотам.
- Показано, что положение прецессионного пика в спектре спинового шума в условиях динамической поляризации ядер определяется суммой внешнего магнитного поля и поля Оверхаузера, а ширина пика начинает резко уменьшаться с ростом величины ядерной поляризации, когда она превышает 50%. Из сравнения теории с экспериментом определена скорость ядерной спиновой релаксации.

- Показано, что циркулярно поляризованный свет, распространяющийся в области прозрачности полупроводника, вызывает динамический эффект Зеемана: возникает спиновое расщепление электронных состояний. Направление и величина светоиндуцированного эффективного магнитного поля определяются, соответственно, направлением распространения света, знаком циркулярной поляризации и интенсивностью электромагнитной волны.
- Рассчитан спектр спиновых флуктуаций локализованных носителей заряда в неравновесных условиях при оптической генерации экситонов и трионов. Увеличение мощности возбуждения приводит к подавлению магнитного пика, а при достижении пороговой мощности этот пик пропадает.
- Показано, что флуктуации коэффициента прохождения света через структуру с одиночной заряженной квантовой точкой, помещённой в микрорезонатор, позволяют определить как параметры спиновой динамики в системе, так и статистику фотонов.
- Исследована спиновая динамика двумерного электронного газа в режиме стриминга с учётом спин-орбитального взаимодействия. Показано, что спиновая релаксация в этом режиме сильно анизотропна, а её скорость зависит квазипериодически от обратной величины приложенного электрического поля.
- Определены собственные спиновые моды в режиме стриминга и рассчитаны спектры спиновых флуктуаций электронов. Показано, что собственные частоты и времена затухания спиновых мод определяют положения и ширины пиков в спектрах спиновых флуктуаций.

Основные результаты диссертационной работы изложены в публикациях:

- [A1] J. Hackmann, D. S. Smirnov, M. M. Glazov, F. B. Anders. Spin noise in a quantum dot ensemble: from a quantum mechanical to a semi-classical description // *Phys. Status Solidi B* **251**, 1270 (2014).
- [A2] Ph. Glasenapp, D. S. Smirnov, A. Greilich, J. Hackmann, M. M. Glazov, F. B. Anders, M. Bayer. Spin noise of electrons and holes in (In,Ga)As quantum dots: Experiment and theory // *Phys. Rev. B* **93**, 205429 (2016).
- [A3] Д. С. Смирнов, М. М. Глазов, Е. Л. Ивченко. Влияние обменного взаимодействия на спиновые флуктуации локализованных электронов // *ФТТ* **56**, 256 (2014).
- [A4] D. S. Smirnov. Spin noise of localized electrons interacting with optically cooled nuclei // *Phys. Rev. B* **91**, 205301 (2015).
- [A5] I. I. Ryzhov, G. G. Kozlov, D. S. Smirnov, M. M. Glazov, Y. P. Efimov, S. A. Eliseev, V. A. Lovtcius, V. V. Petrov, K. V. Kavokin, A. V. Kavokin, V. S. Zapasskii. Spin noise explores local magnetic fields in a semiconductor // *Scientific Reports*, **6**, 21062 (2016).
- [A6] S. V. Poltavtsev, I. I. Ryzhov, M. M. Glazov, G. G. Kozlov, V. S. Zapasskii, A. V. Kavokin, P. G. Lagoudakis, D. S. Smirnov, E. L. Ivchenko. Spin noise spectroscopy of a single quantum well microcavity // *Phys. Rev. B* **89**, 081304(R) (2014).
- [A7] D. S. Smirnov, Ph. Glasenapp, M. Bergen, M. M. Glazov, D. Reuter, A. D. Wieck, M. Bayer, A. Greilich. Nonequilibrium spin noise in a quantum dot ensemble // *Phys. Rev. B* **95**, 241408(R) (2017).
- [A8] D. S. Smirnov, B. Reznichenko, A. Auffèves, L. Lanco. Spin noise in quantum dot microcavities in strong coupling regime // *IEEE Proc. Progr. in Electr. Res. Symp.* (2017).

[A9] D. S. Smirnov and L. E. Golub. Spin dynamics and fluctuations in the streaming regime // Phys. Rev. B **92**, 035437 (2015).

Автор выражает благодарность своему научному руководителю М.М. Глазову. Работа под его руководством была для меня очень полезной и интересной, его внимание и постоянная поддержка были для меня очень важны.

Я признателен участникам Низкоразмерного и Чайного семинаров ФТИ. Обсуждение на этих семинарах работ, вошедших в диссертацию, принесло мне большую пользу.

Я благодарен Е.Л. Ивченко и Л.Е. Голубу за ценные замечания и всем сотрудникам сектора Голуба за полезные обсуждения.

# Литература

- [1] Глазов М. М. Когерентная спиновая динамика электронов и экситонов в наноструктурах // *ФТТ*. — 2012. — Т. 54. — С. 3–27.
- [2] Zapasskii V. S. Spin-noise spectroscopy: from proof of principle to applications // *Adv. Opt. Photon.* — 2013. — Vol. 5, no. 2. — P. 131.
- [3] Sinitsyn N. A., Pershin Y. V. The theory of spin noise spectroscopy: a review // *Rep. Prog. Phys.* — 2016. — Vol. 79, no. 10. — P. 106501.
- [4] Александров Е. Б., Запасский В. С. Магнитный резонанс в спектре шумов фарадеевского вращения // *ЖЭТФ*. — 1981. — Т. 81. — С. 132.
- [5] The rise of spin noise spectroscopy in semiconductors: From acoustic to GHz frequencies / J. Hübner, F. Berski, R. Dahbashi, M. Oestreich // *Phys. Status Solidi B*. — 2014. — Vol. 251, no. 9. — P. 1824.
- [6] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Часть 1. — Москва. Наука, 1976.
- [7] Callen H. B., Welton T. A. Irreversibility and generalized noise // *Phys. Rev.* — 1951. — Vol. 83. — Pp. 34–40.
- [8] Основы теории магнитного резонанса / Ч. П. Сликтер, Н. Н. Корст, Б. Н. Провоторов и др. — Мир, 1981.
- [9] Spin Noise Spectroscopy in GaAs / M. Oestreich, M. Römer, R. J. Haug, D. Hägele // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 95, no. 21. — P. 216603.

- [10] Measurements of nuclear spin dynamics by spin-noise spectroscopy / I. I. Ryzhov, S. V. Poltavtsev, K. V. Kavokin et al. // *Applied Physics Letters*. — 2015. — Vol. 106, no. 24. — P. 242405.
- [11] *Glazov M. M., Sherman E. Y.* Theory of Spin Noise in Nanowires // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — P. 156602.
- [12] Spin noise spectroscopy of donor-bound electrons in ZnO / H. Horn, A. Balocchi, X. Marie et al. // *Phys. Rev. B*. — 2013. — Vol. 87. — P. 045312.
- [13] Spin Noise of Electrons and Holes in Self-Assembled Quantum Dots / S. A. Crooker, J. Brandt, C. Sandfort et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Vol. 104, no. 3. — P. 036601.
- [14] Spin noise spectroscopy of a single quantum well microcavity / S. V. Poltavtsev, I. I. Ryzhov, M. M. Glazov et al. // *Phys. Rev. B*. — 2014. — Vol. 89. — P. 081304.
- [15] Resources of polarimetric sensitivity in spin noise spectroscopy / P. Glasenapp, A. Greilich, I. I. Ryzhov et al. // *Phys. Rev. B*. — 2013. — Vol. 88. — P. 165314.
- [16] *Cronenberger S., Scalbert D.* Quantum limited heterodyne detection of spin noise // *Rev. Sci. Instrum.* — 2016. — Vol. 87, no. 9. — P. 093111.
- [17] Optical Spin Noise of a Single Hole Spin Localized in an (InGa)As Quantum Dot / R. Dahbashi, J. Hübner, F. Berski et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 112. — P. 156601.
- [18] Interplay of Electron and Nuclear Spin Noise in *n*-Type GaAs / F. Berski, J. Hübner, M. Oestreich et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 115. — P. 176601.
- [19] *Gaudin M.* Diagonalisation d'une classe d'hamiltoniens de spin // *Journal de Physique*. — 1976. — Vol. 37, no. 10. — Pp. 1087–1098.
- [20] *Merkulov I. A., Efros A. L., Rosen M.* Electron spin relaxation by nuclei in semiconductor quantum dots // *Phys. Rev. B*. — 2002. — Vol. 65. — P. 205309.

- [21] *Glazov M. M., Ivchenko E. L.* Spin noise in quantum dot ensembles // *Phys. Rev. B.* — 2012. — Vol. 86. — P. 115308.
- [22] *Poshakinskiy A. V., Tarasenko S. A.* Spatiotemporal spin fluctuations caused by spin-orbit-coupled Brownian motion // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 92. — P. 045308.
- [23] *Glazov M. M.* Spin noise of localized electrons: Interplay of hopping and hyperfine interaction // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 91. — P. 195301.
- [24] Особенности туннельных процессов в полупроводниковых наноструктурах / П. И. Арсеев, В. Н. Манцевич, Н. С. Маслова, В. И. Панов // *УФН.* — 2017. — принята к публикации.
- [25] *Hackmann J., Anders F. B.* Spin noise in the anisotropic central spin model // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Vol. 89. — P. 045317.
- [26] Influence of the Nuclear Electric Quadrupolar Interaction on the Coherence Time of Hole and Electron Spins Confined in Semiconductor Quantum Dots / J. Hackmann, P. Glasenapp, A. Greilich et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 115. — P. 207401.
- [27] *Ivchenko E. L.* Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures. — Alpha Science, Harrow UK, 2005.
- [28] Hole spin quantum beats in quantum-well structures / X. Marie, T. Amand, P. Le Jeune et al. // *Phys. Rev. B.* — 1999. — Vol. 60. — P. 5811.
- [29] *Machnikowski P., Kuhn T.* Theory of the time-resolved kerr rotation in ensembles of trapped holes in semiconductor nanostructures // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 81, no. 11. — P. 115306.

- [30] Hole and trion spin dynamics in quantum dots under excitation by a train of circularly polarized pulses / B. Eble, P. Desfonds, F. Fras et al. // *Phys. Rev. B*. — 2010. — Vol. 81, no. 4. — P. 045322.
- [31] Nuclear spin physics in quantum dots: An optical investigation / B. Urbaszek, X. Marie, T. Amand et al. // *Rev. Mod. Phys.* — 2013. — Vol. 85. — Pp. 79–133.
- [32] *Kavokin K. V.* Spin relaxation of localized electrons in n-type semiconductors // *Semicond. Sci. Technol.* — 2008. — Vol. 23, no. 11. — P. 114009.
- [33] Low-temperature spin relaxation in *n*-type GaAs / R. I. Dzhioev, K. V. Kavokin, V. L. Korenev et al. // *Phys. Rev. B*. — 2002. — Vol. 66, no. 24. — P. 245204.
- [34] *Горьков Л. П., Пятаевский Л. П.* Энергия расщепления термов молекулы водорода // *ДАН СССР*. — 1963. — Т. 151. — С. 822.
- [35] *Herring C., Flicker M.* Asymptotic exchange coupling of two hydrogen atoms // *Phys. Rev.* — 1964. — Vol. 134. — Pp. A362–A366.
- [36] Manipulation of the Spin Memory of Electrons in *n*-GaAs / R. I. Dzhioev, V. L. Korenev, I. A. Merkulov et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 88. — P. 256801.
- [37] Electron-spin relaxation in bulk GaAs for doping densities close to the metal-to-insulator transition / M. Römer, H. Bernien, G. Müller et al. // *Phys. Rev. B*. — 2010. — Vol. 81. — P. 075216.
- [38] *Шкловский Б. И., Эфрос А. Л.* Электронные свойства легированных полупроводников. — Москва. Наука, 1979.
- [39] *Zvyagin I.* AC hopping transport in disordered materials. — John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, 2006.

- [40] *Bottger H., Bryksin V., Yashin G. Y.* Cluster approximation in the theory of the AC hopping conductivity in disordered systems. II. The three-dimensional case // *Journal of Physics C: Solid State Physics.* — 1979. — Vol. 12, no. 19. — P. 3951.
- [41] *Lorenz C. D., Ziff R. M.* Precise determination of the critical percolation threshold for the three-dimensional “swiss cheese” model using a growth algorithm // *J. Chem. Phys.* — 2001. — Vol. 114, no. 8. — Pp. 3659–3661.
- [42] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика: нерелятивистская теория. — М. Наука, 1974.
- [43] *Феллер. В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. — М. Мир, 1964.
- [44] Spin Noise Spectroscopy in GaAs (110) Quantum Wells: Access to Intrinsic Spin Lifetimes and Equilibrium Electron Dynamics / G. M. Müller, M. Römer, D. Schuh et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 101, no. 20. — P. 206601.
- [45] Intrinsic Spin Fluctuations Reveal the Dynamical Response Function of Holes Coupled to Nuclear Spin Baths in (In,Ga)As Quantum Dots / Y. Li, N. Sinitsyn, D. L. Smith et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 108. — P. 186603.
- [46] *Lax M.* Fluctuations from the nonequilibrium steady state // *Rev. Mod. Phys.* — 1960. — Vol. 32. — Pp. 25–64.
- [47] *Глазов М. М.* Спиновые флуктуации неравновесных электронов и экситонов в полупроводниках // *ЖЭТФ.* — 2016. — Т. 149. — С. 547.
- [48] *Gantsevich S., Gurevich V., Katilius R.* Theory of fluctuations in nonequilibrium electron gas // *Riv. Nuovo Cimento.* — 1979. — Vol. 2. — P. 1.
- [49] *Коган Ш., Шульман А.* К теории флуктуаций в неравновесном электронном газе // *ЖЭТФ.* — 1969. — Т. 56. — С. 862.

- [50] *Kogan S.* Electronic noise and fluctuations in solids. — Cambridge University Press, 2008.
- [51] *Захарченя Б. П., Майер Ф.* Оптическая ориентация. — Наука. Ленингр. отделение, 1989.
- [52] *Дьяконов М., Перель В.* Охлаждение системы ядерных спинов после оптической ориентации электронов в полупроводниках // *ЖЭТФ*. — 1975. — Т. 68. — С. 1514.
- [53] Low field electron-nuclear spin coupling in gallium arsenide under optical pumping conditions / D. Paget, G. Lampel, B. Sapoval, V. I. Safarov // *Phys. Rev. B*. — 1977. — Vol. 15, no. 12. — Pp. 5780–5796.
- [54] Giant photoinduced Faraday rotation due to the spin-polarized electron gas in an n-GaAs microcavity / R. Giri, S. Cronenberger, M. Vladimirova et al. // *Phys. Rev. B*. — 2012. — Vol. 85. — P. 195313.
- [55] *Абрагам А.* Ядерный магнетизм. — Рипол Классик, 2013.
- [56] *Флейшер В., Джисоев В., Захарченя Б.* Оптическое охлаждение системы ядерных спинов полупроводника в слабом осциллирующем магнитном поле // *Письма в ЖЭТФ*. — 1976. — Т. 23. — С. 22.
- [57] *Киттель Ч.* Введение в физику твёрдого тела. — Наука, 1978.
- [58] *Huang C.-W., Hu X.* Theoretical study of nuclear spin polarization and depolarization in self-assembled quantum dots // *Phys. Rev. B*. — 2010. — Vol. 81. — P. 205304.
- [59] *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. — Рипол Классик, 2013. — Т. 2.

- [60] *Goldman N., Dalibard J.* Periodically driven quantum systems: Effective hamiltonians and engineered gauge fields // *Phys. Rev. X.* — 2014. — Vol. 4. — P. 031027.
- [61] *Sussman B. J.* Five ways to the nonresonant dynamic stark effect // *American Journal of Physics.* — 2011. — Vol. 79, no. 5. — Pp. 477–484.
- [62] *Cohen-Tannoudji C., Dupont-Roc J., Grynberg G.* Atom-photon interactions. Basic processes and applications. — Wiley, 2004.
- [63] *Xin-zhao C., Shu-qin L., Tai-qian D.* Experimental study of ac Zeeman effect in 87 Rb atomic frequency standard // *Acta Physica Sinica (Overseas Edition).* — 1996. — Vol. 5, no. 6. — P. 423.
- [64] Spin Noise Spectroscopy Beyond Thermal Equilibrium and Linear Response / P. Glasenapp, N. A. Sinitsyn, L. Yang et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 113. — P. 156601.
- [65] *Путаевский Л. П.* Электрические силы в прозрачной диспергирующей среде // *ЖЭТФ.* — 1961. — Т. 39. — С. 1450.
- [66] *Pershan P. S., van der Ziel J. P., Malmstrom L. D.* Theoretical Discussion of the Inverse Faraday Effect, Raman Scattering, and Related Phenomena // *Phys. Rev.* — 1966. — Vol. 143. — Pp. 574–583.
- [67] *Бур Г. Л., Пижус Г. Е.* Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. — Наука, 1972.
- [68] *Ünlü M. S., Strite S.* Resonant cavity enhanced photonic devices // *Journal of Applied Physics.* — 1995. — Vol. 78, no. 2. — Pp. 607–639.
- [69] *Ye J., Lynn T. W.* Applications of optical cavities in modern atomic, molecular, and optical physics // *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics.* — 2003. — Vol. 49. — Pp. 1–83.

- [70] *Vurgaftman I., Meyer J. R., Ram-Mohan L. R.* Band parameters for III-V compound semiconductors and their alloys // *Journ. Appl. Phys.* — 2001. — Vol. 89, no. 11. — Pp. 5815–5875.
- [71] Nonequilibrium Spin Noise Spectroscopy / F. Li, Y. V. Pershin, V. A. Slipko, N. A. Sinitsyn // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 111. — P. 067201.
- [72] *Smirnov D. S., Glazov M. M.* Exciton spin noise in quantum wells // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Vol. 90. — P. 085303.
- [73] Spin noise of exciton polaritons in microcavities / M. M. Glazov, M. A. Semina, E. Y. Sherman, A. V. Kavokin // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Vol. 88. — P. 041309.
- [74] *Ивченко Е. Л.* К вопросу о флуктуациях спиновой поляризации свободных носителей в полупроводниках // *ФТП.* — 1973. — Т. 7. — С. 1489.
- [75] *Microcavities* / A. Kavokin, J. J. Baumberg, G. Malpuech, F. P. Laussy. — Oxford University Press, Oxford, 2007.
- [76] *Exciton Polaritons in Microcavities* / Ed. by V. Timofeev, D. Sanvitto. — Springer, 2012.
- [77] *Johne R., Gippius N. A., Malpuech G.* Entangled photons from a strongly coupled quantum dot-cavity system // *Phys. Rev. B.* — 2009. — Vol. 79. — P. 155317.
- [78] Time-resolved and continuous-wave optical spin pumping of semiconductor quantum wells / G. V. Astakhov, M. M. Glazov, D. R. Yakovlev et al. // *Semicond. Sci. Technol.* — 2008. — Vol. 23, no. 11. — P. 114001.
- [79] *Варшалович Д. А., Москалев А. Н., Херсонский В. К.* Квантовая теория углового момента. — Наука, 1975.
- [80] *Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Физическая кинетика. — Москва. Наука, 1979.

- [81] Определение знака  $g$ -фактора электронов проводимости в полупроводниковых квантовых ямах с помощью эффекта Ханле и квантовых биений / В. К. Калевич, Б. П. Захарченя, К. В. Кавокин и др. // *ФТТ*. — 1997. — Т. 39. — С. 768.
- [82] Anomalous Spin Dephasing in (110) GaAs Quantum Wells: Anisotropy and Intersubband Effects / S. Döhrmann, D. Hagele, J. Rudolph et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — Vol. 93. — P. 147405.
- [83] Negatively charged polaritons in a semiconductor microcavity / R. Rapaport, E. Cohen, A. Ron et al. // *Phys. Rev. B*. — 2001. — Vol. 63. — P. 235310.
- [84] Theory of optical spin control in quantum dot microcavities / D. S. Smirnov, M. M. Glazov, E. L. Ivchenko, L. Lanco // *Phys. Rev. B*. — 2015. — Vol. 92. — P. 115305.
- [85] *Walls D. F., Milburn G. J.* Quantum optics. — Springer Science & Business Media, New York, 2007.
- [86] *Poddubny A. N., Glazov M. M., Averkiev N. S.* Nonlinear emission spectra of quantum dots strongly coupled to a photonic mode // *Phys. Rev. B*. — 2010. — Vol. 82. — P. 205330.
- [87] *Carmichael H.* An open system approach to quantum optics. — Springer, Berlin, 1993.
- [88] Macroscopic rotation of photon polarization induced by a single spin / C. Arnold, J. Demory, V. Loo et al. // *Nat. Commun.* — 2015. — Vol. 6. — P. 6236.
- [89] *Carmichael H. J.* Photon Antibunching and Squeezing for a Single Atom in a Resonant Cavity // *Phys. Rev. Lett.* — 1985. — Vol. 55, no. 25. — P. 2790.
- [90] Giant optical Faraday rotation induced by a single-electron spin in a quantum dot: Applications to entangling remote spins via a single photon / C. Y. Hu,

- A. Young, J. L. O'Brien et al. // *Phys. Rev. B.* — 2008. — Vol. 78, no. 8. — P. 085307.
- [91] Controlling cavity reflectivity with a single quantum dot / D. Englund, A. Faraon, I. Fushman et al. // *Nature.* — 2007. — Vol. 450, no. 7171. — Pp. 857–861.
- [92] *Poshakinskiy A. V., Poddubny A. N.* Time-dependent photon correlations for incoherently pumped quantum dot strongly coupled to the cavity mode // *JETP.* — 2014. — Vol. 118, no. 2. — Pp. 205–216.
- [93] *Воробьев Л. Е., Данилов С. Н., Ивченко Е. Л., Левинштейн М. Е., Фирсов Д. А., Шалыгин В. А.* Кинетические и оптические явления в сильных электрических полях в полупроводниках и наноструктурах: учебное пособие. — Под редакцией Л. Е. Воробьева. СПб.: “Наука”, 2000.
- [94] *Andronov A. A.* / Ed. by C. V. Shank, B. P. Zakharchenya. — Elsevier Science Publishers B.V., 1992. — Spectroscopy of nonequilibrium electrons and phonons, C. V. Shank and B. P. Zakharchenya (eds.). — P. 169.
- [95] *Golub L. E., Ivchenko E. L.* Spin-dependent phenomena in semiconductors in strong electric fields // *New J. Phys.* — 2013. — Vol. 15, no. 12. — P. 125003.
- [96] *Andronov A. A., Gornik E.* Special issue on far-infrared semiconductor lasers // *Opt. Quant. Electron.* — 1991. — Vol. 23, no. 2.
- [97] V. Bareikis, R. Katilius, J. Pozhela et al. / Ed. by C. V. Shank, B. P. Zakharchenya. — Elsevier Science Publishers B.V., 1992. — Spectroscopy of nonequilibrium electrons and phonons, C. V. Shank and B. P. Zakharchenya (eds.). — P. 327.
- [98] *Korotyeyev V. V., Kochelap V. A., Varani L.* Wave excitations of drifting two-dimensional electron gas under strong inelastic scattering // *J. Appl. Phys.* — 2012. — Vol. 112, no. 8. — P. 083721.

- [99] Transport Properties of Graphene in the High-Current Limit / A. Barreiro, M. Lazzeri, J. Moser et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Vol. 103. — P. 076601.
- [100] High-field transport in two-dimensional graphene / T. Fang, A. Konar, H. Xing, D. Jena // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Vol. 84. — P. 125450.
- [101] Sekwao S., Leburton J.-P. Hot-electron transient and terahertz oscillations in graphene // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Vol. 83. — P. 075418.
- [102] Sekwao S., Leburton J.-P. Soft parametric resonance for hot carriers in graphene // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Vol. 87. — P. 155424.
- [103] Рауба Э. И. Свойства полупроводников с петлей экстремумов. i. Циклотронный и комбинационный резонанс в магнитном поле, перпендикулярном плоскости петли // *ФТТ.* — 1960. — Т. 2. — С. 1224.
- [104] Dresselhaus G. Spin-orbit coupling effects in zinc blende structures // *Phys. Rev.* — 1955. — Vol. 100. — P. 580.
- [105] Дьяконов М. И., Качоровский В. Ю. Спиновая релаксация двумерных электронов в полупроводниках без центра инверсии // *ФТП.* — 1986. — Т. 20. — С. 178.
- [106] Golub L. E., Ivchenko E. L. / Ed. by D. P. Adorno, S. Pokutnyi. — Nova Science Publishers, 2014. — Advances in Semiconductor Research: Physics of Nanosystems, Spintronics and Technological Applications, D. Persano Adorno and S. Pokutnyi (eds.). — Pp. 93–104.
- [107] Averkiev N. S., Golub L. E. Spin relaxation anisotropy: microscopic mechanisms for 2d systems // *Semicond. Sci. Tech.* — 2008. — Vol. 23, no. 11. — P. 114002.
- [108] Левинсон И. Б., Матулис А. Ю. Флуктуации тока в полупроводнике в сильном электрическом поле // *ЖЭТФ.* — 1968. — Т. 54. — С. 1466.

- [109] *Bernevig B. A., Orenstein J., Zhang S.-C.* Exact SU(2) Symmetry and Persistent Spin Helix in a Spin-Orbit Coupled System // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Vol. 97. — P. 236601.