

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. А.Ф. ИОФФЕ
Российской академии наук

на правах рукописи

Дурнев Михаил Васильевич

ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ И НЕЛИНЕЙНЫЙ
ТРАНСПОРТ В ДВУМЕРНЫХ ДИРАКОВСКИХ
МАТЕРИАЛАХ

Специальность:

1.3.11 - физика полупроводников

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург

2024

Содержание

Введение	6
1 Теория тонкой структуры электронных состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe	14
1.1 Топологические изоляторы на основе HgTe (обзор)	14
1.2 Расщепление двумерных дираковских состояний	17
1.2.1 Квантовые ямы (001)	18
1.2.2 Квантовые ямы (01h)	21
1.2.3 6-зонная $k \cdot p$ -модель	29
1.3 Спиральные краевые состояния в нулевом магнитном поле	34
1.3.1 Изотропная модель	36
1.3.2 Квантовые ямы без центра инверсии	39
1.4 Влияние магнитного поля на объёмные и краевые состояния	43
1.4.1 Объёмные уровни Ландау	44
1.4.2 Эффект Зеемана для краевых состояний	46
1.5 Краткие итоги	54
2 Фотогальванические эффекты в краевых каналах двумерных топологических изоляторов	55
2.1 Введение	55

2.2	Феноменологический анализ краевых фототоков в кристаллических структурах	59
2.3	Прямые оптические переходы между спиновыми ветвями спиральных состояний	63
2.3.1	Электрон-фотонное взаимодействие. Линейный и циркулярный дихроизм	63
2.3.2	Спиновая поляризация и краевые фототоки	68
2.4	Фототоки, вызванные фотоионизацией краевых каналов в квантовых ямах на основе HgTe	71
2.5	Генерация краевых фототоков в режиме квантового эффекта Холла	77
2.6	Краткие итоги	86
3	Электронные состояния и фотогальванический эффект при межзонных переходах в двумерных кристаллах	88
3.1	Введение. Электронные состояния в двумерных дираковских материалах	88
3.2	Многозонная $k \cdot p$ -модель в монослоях дихалькогенидов переходных металлов	93
3.2.1	Симметричный анализ	93
3.2.2	Эффективный гамильтониан	95
3.2.3	Эффект Зеемана	98
3.3	Краевой фотогальванический эффект при межзонном поглощении света	102
3.3.1	Выстраивание импульсов электронов и дырок	102
3.3.2	Краевой фототок	103
3.3.3	Влияние магнитного поля	107

3.3.4	Распределение фототока в полоске	111
3.4	Краткие итоги	113
4	Краевые нелинейные эффекты в двумерных проводящих системах	115
4.1	Нелинейные транспортные эффекты в двумерных системах	115
4.2	Краевые фототоки в двуслойном графене	118
4.2.1	Микроскопическая теория	118
4.2.2	Сравнение с экспериментом	123
4.3	Произвольный энергетический спектр и рассеивающий потенциал	128
4.4	Циклотронный резонанс в краевом фототоке	132
4.5	Генерация второй гармоники на краю двумерного электронного газа	138
4.5.1	Излучение второй гармоники краевыми токами	138
4.5.2	Кинетическое уравнение	140
4.5.3	Ток вдоль края	141
4.5.4	Ток, перпендикулярный краю	144
4.6	Краткие итоги	148
5	Фотоиндуцированные эффекты Холла и Фарадея в двумерном электронном газе	151
5.1	Введение	151
5.2	Кинетическая теория циркулярного эффекта Холла	155
5.3	Фотоиндуцированные эффекты Фарадея и Керра	163
5.3.1	Фарадеевское и керровское вращение в двумерном проводящем слое	163
5.3.2	Результаты	166

5.4 Краткие итоги	173
Заключение	175
Список литературы	181

Введение

В начале XXI века в физике конденсированного состояния начало формироваться новое направление, связанное с изучением двумерных кристаллических систем, в которых низкоэнергетические электронные возбуждения описываются уравнением, аналогичным уравнению Дирака [1]. Наиболее известным представителем этого класса является графен, открытие которого заложило основу для создания физики двумерных кристаллов и гетероструктур на их основе [2, 3]. Другим ярким примером дираковских материалов являются квантовые ямы $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$, в которых впервые экспериментально обнаружены топологические краевые состояния [4]. В зависимости от ширины и состава квантовой ямы в таких структурах могут быть реализованы различные электронные фазы, включающие в себя тривиальный и топологический изоляторы, двумерный бесщелевой полупроводник и двумерный полуметалл [5].

Транспортные и оптические свойства двумерных дираковских материалов определяются структурой волновых функций и энергетического спектра объёмных и краевых состояний носителей заряда. Решающее влияние на эту структуру оказывает кристаллическое строение рассматриваемых систем, а также внешние электрические и магнитные поля и деформации. В частности, понижение симметрии сопровождается модификацией спиновой структуры электронных состояний, что существенно отражается на энергетическом спектре и особенностях электрон-фотонного взаимодействия, и может приводить к качественно новым физическим эффектам.

Важное фундаментальное и прикладное значение имеют исследования фотоот-

клика двумерных дираковских фермионов на падающее электромагнитное поле, в том числе инфракрасного и терагерцового диапазонов. Нелинейные эффекты второго порядка по падающему полю, такие как генерация фототоков и второй гармоники, возникают в структурах без центра пространственной инверсии и находят применение для изучения кристаллической симметрии, упаковки и закрученности атомарно тонких полупроводников и гетероструктур на их основе [6], а также в фотодетекторах и фотопреобразователях [7]. В образцах микро- и наноразмеров пространственная симметрия естественным образом нарушается на краях, что приводит к дополнительному, краевому, механизму нелинейности второго порядка. Примечательно, что соответствующие краевые эффекты возникают уже при нормальном падении излучения и не требуют отсутствия центра инверсии в кристаллической решётке. С учётом возрастающей роли краёв при уменьшении размеров образца краевые эффекты могут определять фотоотклик таких структур.

Исследование поляризационно зависимого фотоотклика кристаллических сред – фотогальваническая спектроскопия – представляет особый интерес в топологических изоляторах, поскольку фототоки, связанные с краями, можно экспериментально отделить от фототоков, индуцированных в объёме образца. Таким образом, анализ фототоков позволяет получить информацию о спиновой структуре, а также особенностях электрон-фотонного взаимодействия и процессов релаксации энергии, импульса и спина краевых состояний.

Сказанное выше определяет актуальность темы диссертации.

Целью работы является теоретическое исследование структуры электронных состояний и нелинейных транспортных и оптических эффектов в двумерных дираковских материалах: квантовых ямах HgTe/CdHgTe, графене и монослоях дихалькогенидов переходных металлов, индуцированных их кристаллическим строением и наличием краёв.

Научная новизна и практическая значимость работы состоит в разработке тео-

рии фундаментальных физических явлений, ярко проявляющихся в двумерных дираковских системах: тонкой структуры дираковских конусов в квантовых ямах HgTe/CdHgTe; анизотропного эффекта Зеемана для краевых состояний в двумерных топологических изоляторах; краевого фотогальванического эффекта и эффекта увлечения при оптических переходах между спиральными краевыми состояниями; генерации краевого фототока в режиме квантового эффекта Холла; нелинейного краевого транспорта свободных носителей заряда в проводящих двумерных системах; краевого эффекта генерации второй гармоники; фотоиндуцированных эффектов Холла и Фарадея в двумерном электронном газе.

Основные положения выносимые на защиту:

1. Количество и положение точек Вейля в электронном спектре квантовых ям HgTe/CdHgTe вблизи топологического перехода определяется кристаллографической ориентацией и профилем потенциала квантовой ямы.
2. Эффект Зеемана для краевых состояний двумерных топологических изоляторов на основе квантовой ямы HgTe/CdHgTe обладает сильной анизотропией как по отношению к оси роста, так и в плоскости квантовой ямы.
3. Оптические переходы между спиновыми ветвями краевых состояний двумерных топологических изоляторов без центра инверсии разрешены в электрическом дипольном приближении.
4. Межзонное поглощение излучения вблизи края двумерных дираковских материалов индуцирует краевой ток, направление которого определяется поляризацией излучения.
5. При возбуждении края двумерного электронного газа переменным электромагнитным полем возникает электрический ток на удвоенной частоте, и как следствие, излучается вторая гармоника.

6. Накачка двумерного электронного газа циркулярно поляризованным терагерцевым излучением приводит к вращению плоскости линейной поляризации зондирующего луча. Доминирующий вклад во вращение обусловлен фотоиндуцированной недиагональной компонентой тензора электронной проводимости.

Апробация работы. Результаты исследований, вошедших в диссертацию, докладывались на международной конференции “Spin physics, spin chemistry and spin technology” (Санкт-Петербург, 2015), международном семинаре “Spintronics Days in Bilbao” (Бильбао, Испания, 2015), 8-ой зимней школе по оптоэлектронике и фотонике “Topolight 2015” (Фаи-делла-Паганелла, Италия, 2015), 33-ей международной конференции по физике полупроводников ICPS-2016 (Пекин, Китай, 2016), международном симпозиуме “Nanostructures: Physics and Technology” (Санкт-Петербург, 2016), XIII, XIV и XV Российских конференциях по физике полупроводников (Екатеринбург, 2017; Новосибирск, 2019; Нижний Новгород, 2022), Международных зимних школах по физике полупроводников (Санкт-Петербург, 2017, 2023), XXII и XXIV Уральских международных зимних школах по физике полупроводников (Екатеринбург, 2018, 2022), 23-ей международной конференции по высоким магнитным полям в полупроводниковой физике (Тулуза, Франция, 2018), Совещаниях по теории твёрдого тела (Санкт-Петербург, 2019, 2021, 2023), Летней школе для молодых учёных “Взаимодействие между излучением и квантовой материей” (Москва, 2019), XXIV симпозиуме “Нанозфизика и нанозлектроника” (Нижний Новгород, 2020), XIX Всероссийской конференции “Проблемы физики твёрдого тела и высоких давлений” (Сочи, 2020), 24-ой международной конференции по электронным свойствам двумерных систем EP2DS-24 (онлайн, организатор – университет г. Токио, Япония, 2021), VI международной конференции по метаматериалам и нанофотонике Metanano-2021 (онлайн, организатор – университет ИТМО, Санкт-Петербург, 2021). Результаты исследований обсуждались также на семинарах ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербургского государственного уни-

верситета, Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН (Черноголовка, Московская область), Института физики твёрдого тела РАН (Черноголовка, Московская область), университетов Тулузы (Франция) и Регенсбурга (Германия). Основное содержание диссертации опубликовано в 18 научных статьях.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из Введения, пяти глав, Заключений и списка литературы. Она содержит 204 страницы текста, включая 56 рисунков и 6 таблиц. Список цитируемой литературы содержит 304 наименования.

Во введении обоснована актуальность проведенных исследований, сформулированы цель и научная новизна работы, перечислены основные положения, выносимые на защиту, а также кратко изложено содержание диссертации.

В первой главе диссертации построена микроскопическая теория тонкой структуры дираковских состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe с учётом интерфейсной, объёмной и структурной асимметрии. Показано, что отсутствие центра инверсии приводит к расщеплению дираковского конуса в спектре квантовых ям критической ширины, при этом форма и расположение расщеплённых конусов определяются кристаллографической ориентацией ямы. Вычислены параметры, описывающие величину расщепления. Исследованы квантовые ямы, выращенные на плоскостях $(0lh)$, где l и h — индексы Миллера, и изучена эволюция тонкой структуры спектра при переходе от квантовых ям (001) к ямам (013) и (011) . Показано, что спектр дираковских состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe в общем случае содержит четыре вейлевские точки. Конкуренция объёмной, интерфейсной и структурной асимметрии квантовой ямы приводит к повороту дираковского конуса в \mathbf{k} -пространстве. Вторая часть первой главы посвящена исследованию электронной структуры спиральных краевых состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe с сильной естественной инверсионной асимметрией. Получены аналитические выражения для энергетического спектра и волновых функций спиральных состояний в нулевом магнитном поле и рассчитан спектр краевых

состояний в полоске конечной ширины. Далее рассмотрены новые особенности, возникающие в спектре объёмных и спиральных состояний во внешнем магнитном поле и связанные с инверсионной асимметрией квантовой ямы. В частности, показано, что интерфейсное смешивание состояний приводит к а) сильной анизотропии эффекта Зеемана на краевых состояниях в магнитном поле, лежащем в плоскости ямы, и б) открытию щели в спектре краевых состояний сколь угодно малым перпендикулярным магнитным полем.

Во второй главе представлены результаты исследований оптических и фотогальванических свойств электронов, распространяющихся в краевых каналах топологических изоляторов. Приведено феноменологическое описание линейного и циркулярного фотогальванического эффекта и эффекта увлечения, возникающих на краю двумерных топологических изоляторов с краями различной симметрии. Рассмотрены механизмы прямых оптических переходов с переворотом спина в спиральном краевом канале и построена теория краевого фотогальванического эффекта и эффекта увлечения, возникающих при таких переходах. В частности, в этой главе показано, что оптические переходы между краевыми состояниями со спином «вверх» и «вниз» возникают не только в магнито-дипольном приближении, но и в значительно более сильном электро-дипольном приближении. Во второй части главы построена микроскопическая теория краевых фототоков, возникающих в двумерных топологических изоляторах за счёт фотоионизации краевых каналов. Построенная теория позволила объяснить экспериментальные зависимости краевого фототока, полученные в образцах с квантовыми ямами HgTe, находящимися в фазе топологического изолятора, в университете г. Регенсбург. В заключительном разделе главы построена теория и проанализированы экспериментальные данные по краевому фотогальваническому эффекту, возникающему в двумерных системах в режиме квантового эффекта Холла.

В третьей главе диссертации разработана многозонная $k\cdot p$ -модель электронных состояний в монослоях дихалькогенидов переходных металлов. Получены но-

вые параметризации $k\cdot p$ -модели, которые хорошо описывают не только дисперсию электронных зон, но и экспериментально наблюдаемые величины зеемановского расщепления экситонов и экситонных комплексов в монослоях MoS_2 , WS_2 , MoSe_2 и WSe_2 . Во второй части главы исследованы краевые фототоки, возникающие в двумерных дираковских системах за счёт межзонных оптических переходов, которые являются сильными даже в атомарно тонких материалах. Появление фототока обусловлено объёмными (двумерными) фотоиндуцированными носителями заряда, которые рассеиваются на краях структуры. Показано, что краевой ток течёт в узкой полоске вблизи края шириной порядка длины свободного пробега и имеет две составляющие – электронную и дырочную; суммарный ток отличен от нуля при нарушении электрон-дырочной симметрии энергетического спектра или рассеяния. Внешнее статическое магнитное поле, направленное перпендикулярно к плоскости слоя, приводит к сдвигу поляризационной зависимости краевого фототока и ненулевому суммарному току даже в структурах, обладающих электрон-дырочной симметрией. Рассчитано также распределение фототока в полоске конечной ширины.

Четвёртая глава посвящена исследованию нелинейных краевых эффектов в двумерных системах со свободными носителями заряда. Рассмотренные в этой главе явления связаны с классическим внутризонным транспортом электронов и дырок в присутствии переменного электрического поля. Построена теория краевых фототоков, возникающих в двумерном электронном газе с параболическим законом дисперсии, в том числе – в присутствии внешнего магнитного поля. Развита теория затем применена для анализа экспериментальных данных по краевым фототокам в образцах на основе двуслойного графена, полученных в университете г. Регенсбурга (Германия). Далее получены аналитические выражения для краевого фототока в случае произвольного рассеивающего потенциала и энергетической дисперсии электронов, применимые к широкому кругу двумерных дираковских систем. Показано, что магнитное поле, перпендикулярное слою, приводит к резонансу

нансному усилению краевого фототока при совпадении частоты падающего поля и циклотронной частоты. В заключительном разделе главы показано, что освещение края двумерного газа электромагнитным полем терагерцового диапазона приводит к появлению тока на удвоенной частоте, который протекает вблизи края. Примечательно, что в этом случае краевой ток имеет компоненту как вдоль края, так и перпендикулярно ему. В свою очередь, переменный краевой ток излучает волны на удвоенной частоте, то есть приводит к генерации второй гармоники. Построена микроскопическая теория краевого эффекта генерации второй гармоники в различных режимах электронного транспорта и экранировки электрического поля.

В пятой главе диссертации развита микроскопическая теория фотоиндуцированных эффектов Холла и Фарадея в двумерном электронном газе. Эффекты связаны с появлением недиагональной компоненты тензора статической и высокочастотной проводимости двумерных электронов, линейной по интенсивности поля накачки. Такая поправка к проводимости является поляризационно зависимой – она возникает для циркулярно или линейно поляризованной накачки и меняет свой знак при смене знака поляризации. Выделены и проанализированы два вклада в поперечную фотопроводимость. Первый из них связан с оптическим выстраиванием импульсов носителей заряда при внутризонном поглощении излучения, а второй – с динамическим нагревом и охлаждением электронного газа, вызванным совместным действием статического и переменного поля. В рамках кинетической теории получены аналитические выражения для поперечной фотопроводимости двумерных электронов, а также углов фарадеевского и керровского вращения и соответствующих эллиптичностей, применимые для широкого круга дираковских материалов.

Каждая глава содержит вводный раздел, посвященный обзору современного состояния исследований по тематике главы.

В заключении обобщены основные результаты работы.

Глава 1

Теория тонкой структуры электронных состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe

1.1 Топологические изоляторы на основе HgTe (обзор)

В начале XXI века в физике конденсированного состояния появился новый класс кристаллических материалов – топологические изоляторы [8–12]. В отличие от обычных, или тривиальных, изоляторов топологические изоляторы характеризуются наличием инвертированной зонной структуры, возникающей за счёт сильного спин-орбитального взаимодействия. Инверсия зон приводит к появлению проводящих поверхностных состояний, которые заполняют по энергии всю запрещённую зону объёмного материала и обладают устойчивостью к немагнитному беспорядку [13–16]. Топологические поверхностные состояния невырождены и являются спиральными: в силу симметрии по отношению к инверсии времени состояния с противоположным квазиимпульсом обладают противоположными проекциями спина. Топологические изоляторы представляют интерес не только для фундаментальных исследований, но и как новые функциональные материалы для будущих приборов электроники [17].

Поверхностные топологические состояния были теоретически предсказаны и

позже обнаружены в различных двух- и трёхкомпонентных соединениях, таких как Bi_2Se_3 , Bi_2Te_3 , $\text{Bi}_2\text{Te}_{3-x}\text{Se}_x$, Sb_2Te_3 и их твёрдых растворах [18–22], II-VI материалах, таких как HgTe [23–26], и др. Примерами двумерных топологических изоляторов с краевыми спиральными каналами являются квантовые ямы $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ [4, 27] и InAs/GaSb [28–30] определённой ширины, а также 1T'-политипы монослоёв дихалькогенидов переходных металлов, например, WTe_2 [31, 32].

Наиболее яркие экспериментальные результаты в исследовании двумерных топологических изоляторов были получены на структурах с квантовыми ямами $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ [33–41, A1, 42, 43]. Помимо фазы двумерного топологического изолятора, в зависимости от ширины и состава квантовой ямы в таких структурах могут быть реализованы и другие фазовые состояния, в том числе фазы двумерного бесщелевого полупроводника и двумерного полуметалла [5]. Отдельный интерес представляют квантовые ямы HgTe критической ширины – ширины, при которой происходит переход между тривиальным и топологически нетривиальным изоляторами [44, 45]. Такие структуры характеризуются бесщелевым спектром, а носители заряда ведут себя как двумерные дираковские фермионы с линейной дисперсией.

Центросимметричные модели квантовых ям $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ предсказывают двукратное вырождение дираковского конуса и, соответственно, четырёхкратное вырождение дираковской точки в ямах критической ширины [44]. Объёмная инверсионная асимметрия (BIA), связанная с отсутствием центра инверсии в решётке цинковой обманки, интерфейсная инверсионная асимметрия (IIA), связанная с анизотропией химических связей на интерфейсах квантовой ямы, а также структурная инверсионная асимметрия (SIA) снимают вырождение дираковских состояний [35, 45–52, A2]. Вклад в расщепление вносят как широко известные линейные по волновому вектору \mathbf{k} слагаемые Рашба [53–55] и Дрессельхауза [56–59], так и слагаемые, которые снимают четырёхкратное вырождение в точке $\mathbf{k} = 0$ [45–49].

Численные расчёты и экспериментальные данные показывают, что расщепление при $\mathbf{k} = 0$ достигает больших значений в квантовых ямах с кристаллографической ориентацией (001) и возникает в основном за счёт смешивания состояний тяжёлых и лёгких дырок на интерфейсах квантовой ямы [45, 52, 60].

Многие эксперименты, однако, выполняются на структурах HgTe/CdHgTe, выращенных вдоль низкосимметричных кристаллографических направлений, таких как [013] и [012], см. например работы [35, A1, 51, 52, 60, 61]. Выбор кристаллографического направления продиктован технологией: молекулярно-пучковая эпитаксия слоёв HgTe и CdHgTe на низкосимметричных поверхностях GaAs (несогласованных по постоянной решетки) позволяет получить структуры высокого качества [62]. Технологические и экспериментальные достижения являются мотивацией для теоретических исследований низкосимметричных квантовых ям [60, 63, 64].

В разделе 1.2 диссертации построена микроскопическая теория тонкой структуры дираковских состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe с учётом интерфейсной, объёмной и структурной асимметрии. Показано, что энергетический спектр квантовых ям критической и близкой к критической ширины в значительной степени зависит от кристаллографической ориентации ямы. Вычислены параметры, описывающие расщепление спектра. Исследованы квантовые ямы, выращенные на плоскостях $(0lh)$, где l и h — индексы Миллера, и изучена эволюция тонкой структуры спектра при переходе от квантовых ям (001) к ямам (013) и (011).

Инверсионная асимметрия квантовых ям HgTe/CdHgTe влияет также и на спектр одномерных краевых состояний, которые ответственны за возникновение квантового спинового эффекта Холла. Спиральные состояния в квантовых ямах на основе HgTe исследовались теоретически в нулевом магнитном поле [9, 47, 65–69], в магнитном поле, лежащем в плоскости квантовой ямы [63, 70, 71], и в магнитном поле, перпендикулярном квантовой яме [72–74]. Однако, в большинстве теоретических работ используется упрощённая изотропная модель, которая

не учитывает наличие интерфейсной и объёмной инверсионной асимметрии квантовых ям, или рассматривает эту асимметрию как малое возмущение [47, 67, 75]. Такое упрощённое рассмотрение игнорирует новые эффекты, возникающие в спиральных краевых каналах реалистичных квантовых ям, например, в присутствии внешнего магнитного поля.

Разделы 1.3 и 1.4 диссертации посвящены исследованию электронной структуры спиральных краевых состояний в квантовых ямах $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ с сильной естественной инверсионной асимметрией. В разделе 1.3 получены аналитические выражения для энергетического спектра и волновых функций спиральных состояний в нулевом магнитном поле, и рассчитан спектр краевых состояний в полоске конечной ширины. В разделе 1.4 рассмотрены новые особенности, возникающие в спектре объёмных и спиральных состояний во внешнем магнитном поле и связанные с инверсионной асимметрией квантовой ямы. В частности, показано, что интерфейсное смешивание состояний приводит к сильной анизотропии эффекта Зеемана на краевых состояниях в магнитном поле, лежащем в плоскости ямы, и открытию щели в спектре краевых состояний сколь угодно малым перпендикулярным магнитным полем.

1.2 Расщепление двумерных дираковских состояний

В данном разделе мы исследуем расщепление спектра двумерных дираковских фермионов в квантовых ямах $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ критической и близкой к критической толщины в нулевом магнитном поле. Тонкая структура дираковских состояний вызвана нарушением пространственной симметрии, которая естественным образом возникает в структурах с квантовыми ямами на основе HgTe . Мы начнём анализ с квантовых ям кристаллографической ориентации (001), см. раздел 1.2.1, а далее обобщим теорию на случай ям произвольной кристаллографической ориентации вида $(0lh)$, где l и h — индексы Миллера, см. раздел 1.2.2.

1.2.1 Квантовые ямы (001)

Дираковские состояния в ямах HgTe/CdHgTe критической и близкой к критической толщине образованы из состояний $|E1, \pm 1/2\rangle$ электронного типа и состояний $|H1, \pm 3/2\rangle$ дырочного типа [27, 76]. Соответствующие базисные функции при $\mathbf{k} = 0$ имеют вид:

$$\begin{aligned}
 |E1, +1/2\rangle &= f_1(z) |\Gamma_6, +1/2\rangle + f_4(z) |\Gamma_8, +1/2\rangle , \\
 |H1, +3/2\rangle &= f_3(z) |\Gamma_8, +3/2\rangle , \\
 |E1, -1/2\rangle &= f_1(z) |\Gamma_6, -1/2\rangle + f_4(z) |\Gamma_8, -1/2\rangle , \\
 |H1, -3/2\rangle &= f_3(z) |\Gamma_8, -3/2\rangle ,
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

где $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ – волновой вектор в плоскости ямы, $f_j(z)$ ($j = 1, 3, 4$) – плавные огибающие, z – направление роста, $|\Gamma_6, m\rangle$ ($m = \pm 1/2$) и $|\Gamma_8, m\rangle$ ($m = \pm 1/2, \pm 3/2$) – блоховские амплитуды зон Γ_6 и Γ_8 в центре зоны Бриллюэна.

Эффективный $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ гамильтониан в базисе состояний (1.1), который учитывает пространственную симметрию квантовой ямы, может быть построен с помощью метода инвариантов, основанном на теории представлений групп. Квантовая яма из материала с решёткой цинковой обманки и с симметричным гетеропотенциалом, выращенная вдоль направления [001], описывается точечной группой симметрии D_{2d} . В этой группе пары состояний $|E1, \pm 1/2\rangle$ и $|H1, \mp 3/2\rangle$ преобразуются по одинаковому спинорному представлению Γ_6 , в то время как компоненты волнового вектора k_x, k_y преобразуются в соответствии с представлением Γ_5 . Эффективный гамильтониан, записанный в базисе $|E1, +1/2\rangle, |H1, +3/2\rangle, |E1, -1/2\rangle, |H1, -3/2\rangle$ и линейный по волновому вектору \mathbf{k} , имеет вид [45]

$$\mathcal{H}^{(001)} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{ПА/ВИА}} , \tag{1.2}$$

где

$$\mathcal{H}_0 = \begin{pmatrix} \delta & iAk_+ & 0 & 0 \\ -iAk_- & -\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta & -iAk_- \\ 0 & 0 & iAk_+ & -\delta \end{pmatrix} , \tag{1.3}$$

и

$$\mathcal{H}_{\text{IIA/VIA}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i\gamma \\ 0 & 0 & i\gamma & 0 \\ 0 & -i\gamma & 0 & 0 \\ -i\gamma & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

Здесь, $k_{\pm} = k_x \pm ik_y$, $x \parallel [100]$ и $y \parallel [010]$ – координатные оси в плоскости ямы, A , γ и δ – зонные параметры.

Гамильтониан (1.2) состоит из изотропной части \mathcal{H}_0 , описывающей дираковские фермионы в модели непрерывной среды (\mathcal{H}_0 – это линейная по \mathbf{k} часть так называемого гамильтониана Берневига-Хьюза-Жанга [27]) и вклада $\mathcal{H}_{\text{IIA/VIA}}$, учитывающего кристаллическое строение квантовой ямы. Параметры A и δ определяют скорость дираковских фермионов и ширину запрещённой зоны, соответственно. Знак и величина δ зависят от ширины квантовой ямы: в квантовых ямах с шириной d , меньшей критической ширины d_c , параметр $\delta > 0$, в случае $d > d_c$ имеем $\delta < 0$, и наконец, $\delta_0 = 0$ в квантовых ямах критической ширины [27, 76]. Спектр \mathcal{H}_0 имеет вид $\varepsilon_0(\mathbf{k}) = \pm\sqrt{\delta^2 + A^2k^2}$ и формально совпадает со спектром дираковской частицы, обладающей массой покоя $m = \delta/v^2$. Здесь $k = |\mathbf{k}|$, $v = A/\hbar$ – скорость Ферми, и \hbar – постоянная Планка.

Вклад $\mathcal{H}_{\text{IIA/VIA}}$ вызван отсутствием центра пространственной инверсии в квантовой яме, что проявляется микроскопически в смешивании состояний $|\Gamma_8, \mp 3/2\rangle$ тяжёлой дырки и состояний $|\Gamma_8, \pm 1/2\rangle$ лёгкой дырки [77–80]. Смешивание дырочных состояний приводит соответственно к смешиванию состояний $|E1, \pm 1/2\rangle$ и $|H1, \mp 3/2\rangle$ в (1.1). Как показано в работе [45], параметр γ определяется, в основном, интерфейсным смешиванием дырок и равен

$$\gamma = \frac{\hbar^2 t_{l-h}}{2m_0 a_0} [f_3(d/2)f_4(d/2) - f_3(-d/2)f_4(-d/2)], \quad (1.5)$$

где $t_{l-h} \sim 1$ – безразмерный параметр, характеризующий силу интерфейсного смешивания, m_0 – масса свободного электрона, a_0 – постоянная решётки, и функции $f_{3,4}$ взяты на границах ямы $z = \pm d/2$. Атомистические расчёты, выполненные в рамках методов сильной связи и функционала плотности, предсказывают значение $\gamma \approx 5$ мэВ в яме $\text{HgTe}/\text{Hg}_{0.3}\text{Cd}_{0.7}\text{Te}$ с атомарно резкими интерфейсами [45].

Сильное смешивание состояний электронного и дырочного типа, описываемое параметром γ , вызывает значительную модификацию энергетического спектра уже при $\mathbf{k} = 0$, и поэтому не может рассматриваться как малое возмущение. С учётом этого смешивания спектр гамильтониана (1.2) принимает вид

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \pm \sqrt{\delta^2 + (\gamma \pm A|\mathbf{k}|)^2}. \quad (1.6)$$

Энергетическая дисперсия (1.6) изображена на рис. 1.1. В случае $\delta = 0$ и $\gamma = 0$ спектр имеет вид двукратно вырожденного по спину конуса и совпадает со спектром двумерной безмассовой дираковской частицы. При наличии интерфейсного смешивания, $\gamma \neq 0$, дираковский конус расщепляется на два невырожденных (вейлевских) конуса, сдвинутых друг относительно друга по энергии на величину $2|\gamma|$ [45]. Отметим, что при этом спектр по-прежнему остаётся бесщелевым. В ямах с шириной, близкой к критической, когда $\delta \neq 0$, спектр состоит из четырёх ветвей, разделённых запрещённой зоной шириной $2|\delta|$, рис. 1.1 (b). Экстремумы зон при этом расположены на окружности $|\mathbf{k}| = |\gamma/A|$.

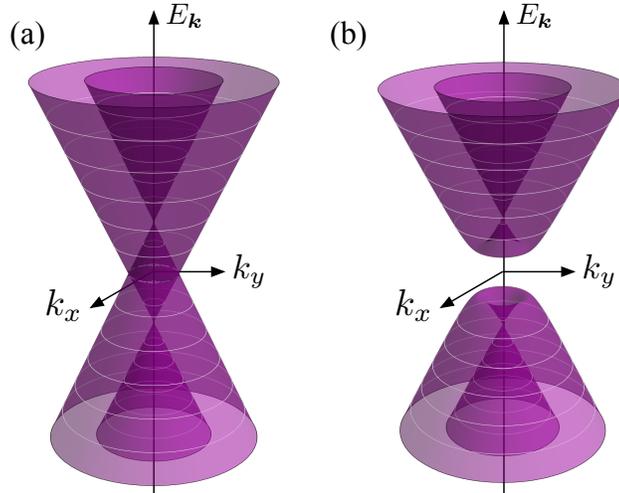


Рис. 1.1: Расщепление дираковского конуса в квантовых ямах HgTe/CdHgTe, выращенных на плоскости (001), см. формулу (1.6). (a) Квантовая ямы критической ширины, $\delta = 0$, и (b) квантовая яма близкой к критической ширины, $\delta \neq 0$.

Тонкая структура спектра дираковских фермионов, описываемая формулой (1.6), может влиять на ряд транспортных и оптических явлений, включая

слабую локализацию, осцилляции Шубникова-де-Гааза, квантовый эффект Холла, поглощение излучения терагерцового диапазона, фотогальванические эффекты и др. [45, 52, 60, A3]. В частности, как будет показано далее в диссертации, смешивание дираковских состояний, описываемое гамильтонианом (1.4), ответственно за сильную анизотропию g -фактора спиральных краевых состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe и за прямые оптические переходы между спиральными состояниями с противоположной проекцией спина.

В заключение, отметим, что мы пренебрегаем в гамильтониане (1.2) слагаемыми Дрессельхауза [56–59] – линейными по волновому вектору слагаемыми, которые отвечают за спиновые расщепления состояний $|E1, \pm 1/2\rangle$ и $|H1, \pm 3/2\rangle$ [44]. В отличие от значительного расщепления спектра при $\mathbf{k} = 0$, пропорционального параметру γ , эти слагаемые приводят лишь к малому расщеплению спиновых ветвей при $\mathbf{k} \neq 0$, и поэтому не так интересны.

В следующем разделе мы обобщим формулу (1.6) на случай квантовых ям с произвольной кристаллографической ориентацией вида $(0lh)$ и асимметричным гетеропотенциалом.

1.2.2 Квантовые ямы $(0lh)$

Проанализируем теперь тонкую структуру двумерных дираковских состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe с произвольной кристаллографической ориентацией вида $(0lh)$, где l и h – индексы Миллера. В частности, к этому классу принадлежат структуры HgTe/CdHgTe высокого качества, выращенные вдоль низкосимметричного кристаллографического направления $[013]$, см. [62]. Мы рассмотрим более общий случай, и помимо объёмной и интерфейсной асимметрии, учтём также структурную асимметрию потенциала квантовой ямы, которая имеет место, например, при наличии в образце электрического поля, направленного вдоль оси роста. В этом разделе мы будем пользоваться системой координат $x \parallel [100]$, $y \parallel [0h\bar{l}]$, $z \parallel [0lh]$, связанной с квантовой ямой, см. рис. 1.2.

Эффективный гамильтониан двумерных дираковских фермионов в ямах $(0lh)$

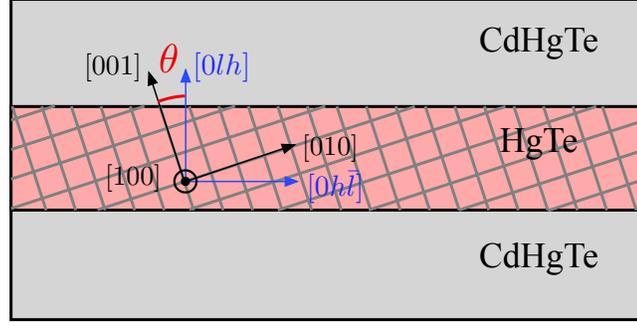


Рис. 1.2: Схематическое изображение квантовой ямы HgTe/CdHgTe, выращенной вдоль кристаллографического направления $[0lh]$. Ось $[100]$ смотрит «на нас» перпендикулярно рисунку.

можно представить в виде

$$\mathcal{H}^{(0lh)} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{IIA/BIA}} + \mathcal{H}_{\text{SIA}}, \quad (1.7)$$

где \mathcal{H}_0 даётся выражением (1.3), а $\mathcal{H}_{\text{IIA/BIA}}$ и \mathcal{H}_{SIA} описывают интерфейсную (IIA), объёмную (BIA) и структурную (SIA) инверсионную асимметрию квантовой ямы. Смешивание базисных состояний за счёт интерфейсной и объёмной асимметрии в точке $\mathbf{k} = 0$ описывается гамильтонианом [A4]

$$\mathcal{H}_{\text{IIA/BIA}} = \begin{pmatrix} 0 & -\eta \sin 2\theta & 0 & i\gamma \cos 2\theta \\ -\eta \sin 2\theta & 0 & i\gamma \cos 2\theta & 0 \\ 0 & -i\gamma \cos 2\theta & 0 & \eta \sin 2\theta \\ -i\gamma \cos 2\theta & 0 & \eta \sin 2\theta & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

где η и γ — параметры смешивания, и $\theta = \arctan(l/h)$ — угол между осью роста квантовой ямы $[0lh]$ и осью $[001]$, см. рис. 1.2. Углы $\theta = 0$, $\arctan(1/3) \approx 0.321$ и $\pi/4$ отвечают соответственно направлениям $[001]$, $[013]$ и $[011]$. При $\theta = 0$ гамильтониан (1.8) совпадает с гамильтонианом (1.4) квантовой ямы (001).

Асимметрия гетеропотенциала в ямах $(0lh)$, выращенных из материалов с кубической решёткой, также приводит к смешиванию базисных функций при $\mathbf{k} = 0$. Такое смешивание описывается гамильтонианом

$$\mathcal{H}_{\text{SIA}} = \begin{pmatrix} 0 & i\chi \sin 4\theta & 0 & \zeta \sin^2 2\theta \\ -i\chi \sin 4\theta & 0 & \zeta \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & \zeta \sin^2 2\theta & 0 & i\chi \sin 4\theta \\ \zeta \sin^2 2\theta & 0 & -i\chi \sin 4\theta & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

где параметры смешивания χ и ζ отличны от нуля только при одновременном учёте структурной асимметрии и кубической формы элементарной ячейки кристалла. Отметим, что \mathcal{H}_{SIA} обращается в ноль в ямах с ориентацией (001). Так же как объёмная и интерфейсная асимметрия, структурная асимметрия приводит и к линейным по \mathbf{k} вкладам в эффективный гамильтониан (слагаемые Рашба [53–55]), которыми мы не интересуемся по причинам, указанным в разд. 1.2.1.

Параметры η , γ , χ и ζ могут быть рассчитаны в рамках 6-зонной $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ модели, см. раздел 1.2.3. Для квантовых ям $\text{HgTe}/\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}$ критической ширины $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ теория даёт следующие оценки: $\eta, \gamma \sim 5$ мэВ и $\zeta, \chi \sim 0.1$ мэВ в электрическом поле $E_z = 15$ кВ/см.

Гамильтонианы $\mathcal{H}_{\text{IIA/VIA}}$ (1.8) и \mathcal{H}_{SIA} (1.9) зависят от направления роста квантовой ямы, которое задаётся углом θ . Диагонализация гамильтониана (1.7) даёт четыре дисперсионных ветви с энергиями:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1,4} &= \mp \sqrt{\delta^2 + \gamma_\theta^2 + \eta_\theta^2 + \zeta_\theta^2 + \chi_\theta^2 + A^2 k^2 + 2AK}, \\ \varepsilon_{2,3} &= \mp \sqrt{\delta^2 + \gamma_\theta^2 + \eta_\theta^2 + \zeta_\theta^2 + \chi_\theta^2 + A^2 k^2 - 2AK},\end{aligned}\quad (1.10)$$

где $k^2 = k_x^2 + k_y^2$,

$$K = \sqrt{(\gamma_\theta^2 + \zeta_\theta^2)k^2 + (\chi_\theta k_x + \eta_\theta k_y)^2} \quad (1.11)$$

и

$$\begin{aligned}\gamma_\theta &= \gamma \cos 2\theta, & \eta_\theta &= \eta \sin 2\theta, \\ \zeta_\theta &= \zeta \sin^2 2\theta, & \chi_\theta &= \chi \sin 4\theta.\end{aligned}\quad (1.12)$$

В следующих разделах мы применим общую формулу (1.10) для анализа частных случаев.

Интерфейсная и объёмная асимметрия

Дираковские состояния в квантовых ямах $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ с симметричным гетеропотенциалом описываются гамильтонианом $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{IIA/VIA}}$, где \mathcal{H}_0 и $\mathcal{H}_{\text{IIA/VIA}}$

даются формулами (1.3) и (1.8). Энергетический спектр, определяемый выражением (1.10), принимает вид

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1,4} &= \mp \sqrt{\delta^2 + \gamma_\theta^2 + \eta_\theta^2 + A^2 k^2 + 2A \sqrt{\gamma_\theta^2 k^2 + \eta_\theta^2 k_y^2}}, \\ \varepsilon_{2,3} &= \mp \sqrt{\delta^2 + \gamma_\theta^2 + \eta_\theta^2 + A^2 k^2 - 2A \sqrt{\gamma_\theta^2 k^2 + \eta_\theta^2 k_y^2}}.\end{aligned}\quad (1.13)$$

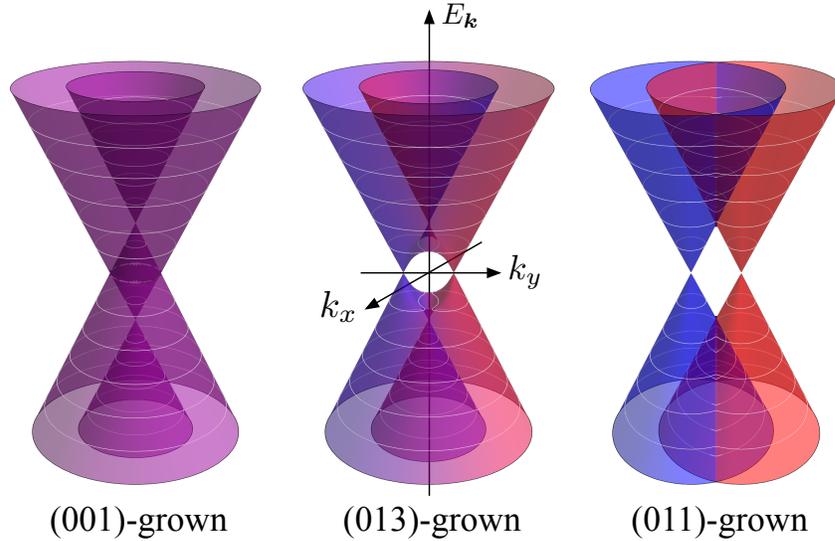


Рис. 1.3: Энергетические спектры двумерных дираковских фермионов в квантовых ямах HgTe/CdHgTe критической ширины с кристаллографическими ориентациями (001), (013) и (011) при наличии интерфейсной и объёмной асимметрии. Спектры построены по формулам (1.13) для $\delta = 0$ и $\gamma = \eta$. Цветом изображена проекция псевдоспина на нормаль квантовой ямы (см. подробности в тексте): синий и красный цвета отвечают соответственно $\sigma_z = -1$ и $\sigma_z = +1$, а фиолетовый цвет – $\sigma_z = 0$.

На рис. 1.3 изображены энергетические спектры двумерных дираковских фермионов в квантовых ямах (001), (013) и (011) критической ширины, $\delta = 0$, с учётом вклада ПА/ВИА. Ориентация (001) соответствует $\theta = 0$. В этом случае спектр имеет вид двух невырожденных (вейлевских) конусов, сдвинутых друг относительно друга по энергии, см. раздел 1.2.1. Вейлевские точки расположены при $\mathbf{k} = 0$ и энергиях $\varepsilon = \pm\gamma$. Ориентация (011) соответствует $\theta = \pi/4$. В таких ямах вклад ПА/ВИА расщепляет дираковский конус на два вейлевских конуса, сдвинутых друг относительно друга вдоль оси k_y . Вейлевские точки расположены в

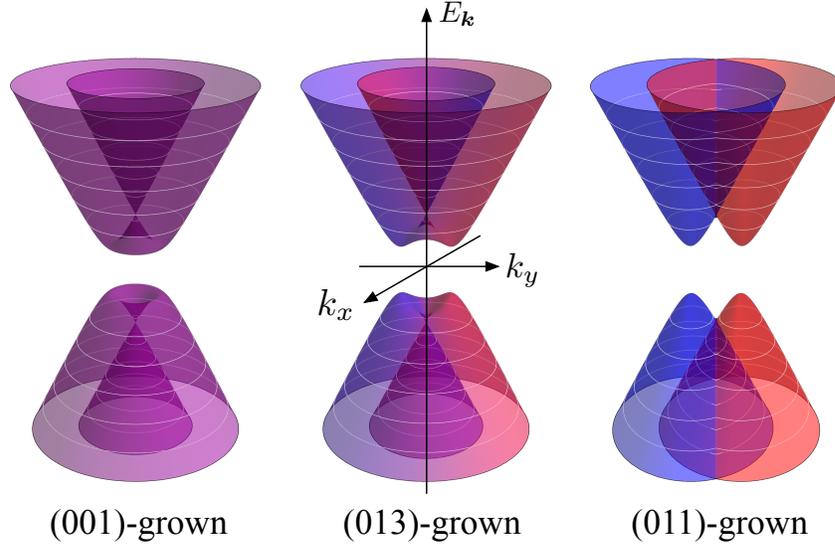


Рис. 1.4: Энергетические спектры двумерных дираковских фермионов в квантовых ямах HgTe/CdHgTe близкой к критической ширины с кристаллографическими ориентациями (001), (013) и (011) при наличии интерфейсной и объёмной асимметрии. Спектры построены по формулам (1.13) для $\gamma = \eta = 2\delta$. Цветом изображена проекция псевдоспина на нормаль квантовой ямы: синий и красный цвета отвечают соответственно $\sigma_z = -1$ и $\sigma_z = +1$, а фиолетовый цвет — $\sigma_z = 0$.

точках $\mathbf{k} = (0, \pm\eta/A)$. Спектр квантовой ямы (013) и ям произвольной ориентации ($0lh$) представляет собой промежуточный случай между спектрами структур (001) и (011). В этом случае спектр содержит четыре вейлевские точки. Две из них с нулевой энергией находятся в точках $\mathbf{k} = (0, \pm\sqrt{\gamma_\theta^2 + \eta_\theta^2}/A)$, а две других с энергиями $\varepsilon = \pm\sqrt{\gamma_\theta^2 + \eta_\theta^2}$ расположены в точке $\mathbf{k} = 0$.

Цветом на рис. 1.3 изображена проекция псевдоспина σ_z на нормаль квантовой ямы. Здесь $\sigma_z = |c_1|^2 + |c_2|^2 - |c_3|^2 - |c_4|^2$, где c_j — коэффициенты разложения волновой функции ψ по базисным функциям (1.1). Цвет иллюстрирует относительный вклад блоков со спином «вверх» ($|E1, +1/2\rangle$ и $|H1, +3/2\rangle$) и блоков со спином «вниз» ($|E1, -1/2\rangle$ и $|H1, -3/2\rangle$) в заданное состояние ψ . В ямах (001) вейлевские конусы сформированы поровну функциями со спином «вверх» и «вниз» и, следовательно, $\sigma_z = 0$ (фиолетовый цвет) для всех собственных состояний. Напротив, сдвинутые друг относительно друга конусы в ямах (011) описываются чистыми волновыми функциями со спином «вверх» и «вниз», и им соответствуют $\sigma_z = +1$

(красный цвет) и $\sigma_z = -1$ (синий цвет).

Энергетические спектры квантовых ям (001), (013) и (011) с шириной, близкой к критической (и щелью $2|\delta|$), показаны на рис. 1.4. В ямах (001) спектр имеет вид $\varepsilon = \pm\sqrt{\delta^2 + (A|\mathbf{k}| \pm \gamma)^2}$ и экстремумы зон расположены на окружности $|\mathbf{k}| = |\gamma/A|$. В ямах (011) энергетическая дисперсия даётся выражением $\varepsilon = \pm\sqrt{\delta^2 + A^2k_x^2 + (Ak_y \pm \eta)^2}$ и состоит из двух подзон с проекциями псевдоспина $\sigma_z = \pm 1$. В случае произвольной ориентации вида $(0lh)$, например (013), экстремумы зон находятся в точках $\mathbf{k} = (0, \pm\sqrt{\gamma_\theta^2 + \eta_\theta^2}/A)$. Изоэнергетические контуры совпадают с сечениями тора, в частности при $|\varepsilon| > \sqrt{\delta^2 + \gamma_\theta^2 + \eta_\theta^2}$ они имеют вид овалов, вытянутых вдоль оси k_y .

Структурная асимметрия

Изучим теперь влияние структурной асимметрии на энергетический спектр дираковских состояний. Для этого рассмотрим гамильтониан $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{\text{SIA}}$, где \mathcal{H}_0 и \mathcal{H}_{SIA} даются выражениями (1.3) и (1.9). Из уравнения (1.10) следует, что

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1,4} &= \mp\sqrt{\delta^2 + \zeta_\theta^2 + \chi_\theta^2 + A^2k^2 + 2A\sqrt{\zeta_\theta^2k^2 + \chi_\theta^2k_x^2}}, \\ \varepsilon_{2,3} &= \mp\sqrt{\delta^2 + \zeta_\theta^2 + \chi_\theta^2 + A^2k^2 - 2A\sqrt{\zeta_\theta^2k^2 + \chi_\theta^2k_x^2}}.\end{aligned}\tag{1.14}$$

На рис. 1.5 показаны энергетические дисперсии, построенные по формулам (1.14), для квантовых ям (001), (013) и (011) критической ширины ($\delta = 0$). В ямах (001) структурная асимметрия не приводит к смешиванию базисных состояний при $\mathbf{k} = 0$. В результате, точка $\mathbf{k} = 0$ остаётся четырёхкратно вырожденной, так же как и в модели Берневига-Хьюза-Жанга. В ямах других ориентаций структурная асимметрия снимает четырёхкратное вырождение при $\mathbf{k} = 0$ и расщепляет дираковский конус. В общем случае энергетический спектр содержит четыре вейлевские точки: две с нулевой энергией при $\mathbf{k} = (\pm\sqrt{\zeta_\theta^2 + \chi_\theta^2}/A, 0)$ и две с энергиями $\varepsilon = \pm\sqrt{\zeta_\theta^2 + \chi_\theta^2}$ при $\mathbf{k} = 0$. Примечательно, что энергетическая дисперсия в ямах

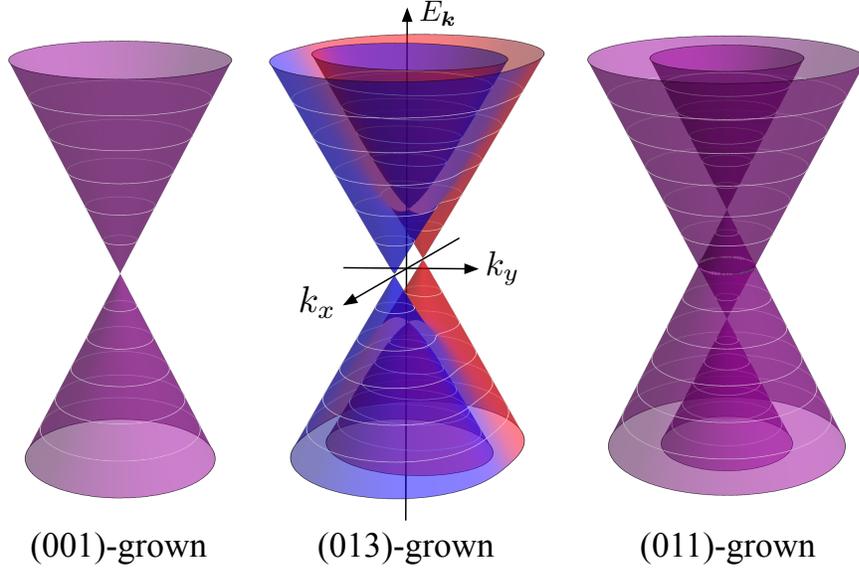


Рис. 1.5: Энергетические спектры двумерных дираковских фермионов в квантовых ямах HgTe/CdHgTe критической ширины с кристаллографическими ориентациями (001), (013) и (011) при наличии структурной асимметрии. Спектры построены по формулам (1.14) для $\delta = 0$ и $\zeta = \chi$. Цветом изображена проекция псевдоспина на нормаль квантовой ямы: синий и красный цвета отвечают соответственно $\sigma_z = -1$ и $\sigma_z = +1$, а фиолетовый цвет — $\sigma_z = 0$.

(011) со структурной асимметрией имеет такой же вид, как и в ямах (001) с интерфейсной и объёмной асимметрией. В квантовых ямах с энергетической щелью (не показаны) экстремумы зон расположены при $\mathbf{k} = (\pm\sqrt{\zeta_\theta^2 + \chi_\theta^2}/A, 0)$, в частности при $\mathbf{k} = 0$ в ямах (001) и на окружности $|\mathbf{k}| = |\zeta/A|$ в ямах (011).

Конкуренция между ПА/ВИА и SIA

В реальных структурах с квантовыми ямами присутствуют все типы асимметрии, включая объёмную, интерфейсную и структурную. Дисперсии подзон в этом случае описываются общим уравнением (1.10). На рис. 1.6 представлены энергетические спектры дираковских состояний в асимметричных ямах, выращенных вдоль разных кристаллографических направлений.

В квантовых ямах (001) расщепление дираковского конуса в точке $\mathbf{k} = 0$ определяется слагаемым ВИА/ПА и энергетический спектр совпадает с показанным на рис. 1.3. Спектр асимметричной ямы (011) качественно имеет такой же вид, что

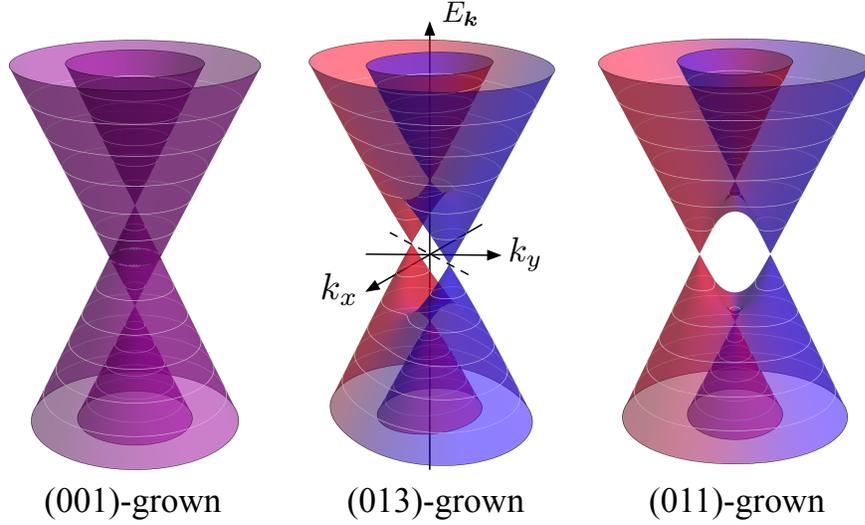


Рис. 1.6: Энергетические спектры двумерных дираковских фермионов в квантовых ямах HgTe/CdHgTe критической ширины с кристаллографическими ориентациями (001), (013) и (011) при наличии интерфейсной, объёмной и структурной асимметрии. Спектры построены по формулам (1.10) для $\delta = 0$ и $\gamma = \eta = \zeta = \chi$. Цветом изображена проекция псевдоспина на нормаль квантовой ямы (см. подробности в тексте): синий и красный цвета отвечают, соответственно, $\sigma_z = -1$ и $\sigma_z = +1$, фиолетовый – $\sigma_z = 0$.

и спектр симметричной ямы (013). В нём есть четыре вейлевские точки: две с нулевой энергией и волновыми векторами $\mathbf{k} = (0, \pm\sqrt{\zeta_\theta^2 + \eta_\theta^2}/A)$ и две с энергиями $\varepsilon = \pm\sqrt{\zeta_\theta^2 + \eta_\theta^2}$ и $\mathbf{k} = 0$.

Спектр квантовой ямы с произвольной ориентацией (0lh) и асимметричным гетеропотенциалом показан на центральной панели рис. 1.6. Две из вейлевских точек расположены при

$$\mathbf{k} = \pm \sqrt{\frac{\gamma_\theta^2 + \eta_\theta^2 + \zeta_\theta^2 + \chi_\theta^2}{A^2(\eta_\theta^2 + \chi_\theta^2)}} (\chi_\theta, \eta_\theta) . \quad (1.15)$$

Примечательно, что положение этих точек в \mathbf{k} пространстве не привязанно к определённому направлению. Угол между линией, соединяющей вейлевские точки, и осью k_x , равный $\arctan(\eta_\theta/\chi_\theta)$, зависит от параметра структурной асимметрии и, следовательно, его величиной можно управлять с помощью внешнего электрического поля, направленного по нормали к квантовой яме. Менять величину электрического поля можно, например, с помощью напряжения на затворе образца.

1.2.3 6-зонная $k \cdot p$ -модель

В данном разделе представлен расчет параметров эффективного гамильтониана (1.7) в рамках 6-зонной $k \cdot p$ теории. Выбор 6-зонной модели связан с тем, что состояния зоны проводимости и валентной зоны в структурах HgTe/CdHgTe формируется главным образом из состояний зон Γ_6 и Γ_8 объёмных кристаллов HgTe и CdTe, двукратно и четырёхкратно вырожденных при $\mathbf{k} = 0$, в то время как двукратно вырожденная зона Γ_7 находится далеко по энергии [27, 76, 81].

С учетом $k \cdot p$ смешивания, деформационного взаимодействия и смешивания состояний на интерфейсах квантовой ямы 6-зонный гамильтониан принимает вид

$$H = H_{\text{kp}} + H_{\text{def}} + H_{\text{int}} = \begin{pmatrix} H_{66} & H_{68} \\ H_{68}^\dagger & H_{88} \end{pmatrix}, \quad (1.16)$$

где H_{66} — матрица 2×2 в базисе состояний $|\Gamma_6, +1/2\rangle, |\Gamma_6, -1/2\rangle$, H_{88} — матрица 4×4 в базисе состояний $|\Gamma_8, +3/2\rangle, |\Gamma_8, +1/2\rangle, |\Gamma_8, -1/2\rangle, |\Gamma_8, -3/2\rangle$, H_{68} — матрица 2×4 , описывающая смешивание состояний Γ_6 и Γ_8 , H_{68}^\dagger — матрица, эрмитово сопряженная к H_{68} .

Изотропная часть гамильтониана H_{kp} представляет собой 6-зонный гамильтониан Кейна, который широко используется для моделирования зонной структуры полупроводников группы III-V с узкой запрещенной зоной [82–84]. Изотропная модель однако является упрощенной и не учитывает реальную симметрию кристаллической решетки цинковой обманки (точечная группа T_d), ответственную за тонкую структуру дираковских состояний. Это приводит к необходимости выхода за рамки изотропной модели Кейна и использования так называемой обобщенной модели Кейна [85], отражающей кубическую структуру и отсутствие центра инверсии в кристаллической решетке.

Обобщенный гамильтониан Кейна H_{kp} строится методами теории представлений групп [86]. В кубических осях $x' \parallel [100]$, $y' \parallel [010]$, $z' \parallel [001]$ с точностью до слагаемых второго порядка по волновому вектору \mathbf{k} блоки H_{66}^{kp} , H_{88}^{kp} и H_{68}^{kp} имеют

вид [A4]

$$H_{66}^{\text{kp}} = U_6 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m'_e}, \quad (1.17)$$

$$H_{88}^{\text{kp}} = U_8 + \frac{\hbar^2}{2m_0} \left[- \left(\gamma'_1 + \frac{5}{2} \gamma'_2 \right) k^2 + 2\gamma'_2 (\mathbf{J}\mathbf{k})^2 + \right. \\ \left. + 2(\gamma'_3 - \gamma'_2) \sum_{i \neq j} \{J_i J_j\}_s k_i k_j \right] + \frac{4\kappa_0}{\sqrt{3}} \mathbf{V}\mathbf{k}, \quad (1.18)$$

и

$$H_{68}^{\text{kp}\dagger} = \begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}}(B_+ k_+ k_{z'} - P k_-) & \frac{i}{3\sqrt{2}} B_- (2k_{z'}^2 - k_{\parallel}^2) \\ \sqrt{\frac{2}{3}}(i P k_{z'} + B_+ k_{x'} k_{y'}) & \frac{i}{\sqrt{6}}(B_+ k_+ k_{z'} - P k_-) \\ -\frac{i}{\sqrt{6}} B_- (k_{y'}^2 - k_{x'}^2) & \\ \frac{i}{\sqrt{6}}(P k_+ + B_+ k_- k_{z'}) & \sqrt{\frac{2}{3}}(i P k_{z'} + B_+ k_{x'} k_{y'}) \\ & + \frac{i}{\sqrt{6}} B_- (k_{y'}^2 - k_{x'}^2) \\ \frac{i}{3\sqrt{2}} B_- (k_{\parallel}^2 - 2k_{z'}^2) & \frac{i}{\sqrt{2}}(P k_+ + B_+ k_- k_{z'}) \end{pmatrix}. \quad (1.19)$$

Здесь U_6 и U_8 – энергии зон Γ_6 и Γ_8 при $\mathbf{k} = 0$, $\mathbf{k} = (k_{x'}, k_{y'}, k_{z'})$ – волновой вектор, $k_{\pm} = k_{x'} \pm i k_{y'}$, $k_{\parallel}^2 = k_{x'}^2 + k_{y'}^2$, γ'_1 , γ'_2 , γ'_3 и m'_e – вклады в параметры Латтинжера и эффективную массу от далеких зон и дисперсии свободного электрона, $\mathbf{J} = (J_{x'}, J_{y'}, J_{z'})$ – вектор, составленный из матриц углового момента $3/2$, $\mathbf{V} = (V_{x'}, V_{y'}, V_{z'})$, матрица $V_{x'}$ имеет вид $V_{x'} = \{J_{x'}, J_{y'}^2 - J_{z'}^2\}$, а матрицы $V_{y'}$ и $V_{z'}$ получаются циклической перестановкой индексов, $\{A, B\}_s = (AB + BA)/2$ – симметризованное произведение операторов A и B , κ_0 и B_{\pm} – зонные параметры и $P = i(\hbar/m_0)p_{cv}$ – кейновский матричный элемент.

Обобщенный гамильтониан Кейна, записанный в виде блоков (1.17)-(1.19), отражает реальную симметрию кристалла с решеткой цинковой обманки. Изотропное центросимметричное приближение соответствует пределу $\gamma'_2 = \gamma'_3$, $\kappa_0 = 0$, $B_{\pm} = 0$. Отличная от нуля разность $\gamma'_2 - \gamma'_3$ связана с кубической анизотропией элементарной ячейки, а отличные от нуля параметры κ_0 и B_{\pm} – с отсутствием центра пространственной инверсии. Параметр B_- описывает смешивание состояний с

противоположными проекциями спина и поэтому мал по сравнению с параметром B_+ .

Параметры эффективного 6-зонного гамильтониана $H_{\text{кр}}$ могут быть выражены через межзонные матричные элементы и положения зон в расширенной, 14-зонной, модели Кейна [58, 85, 87, 88], которая дополнительно к рассмотренным зонам Γ_6 и Γ_8 включает в себя валентную зону Γ_7 и далекие зоны проводимости Γ'_8 и Γ'_7 . Результаты таких расчётов представлены в работе [A4].

Эпитаксиальные слои, составляющие гетероструктуру $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$, обычно напряжены из-за значительного рассогласования (около 0.3 %) постоянных решеток HgTe и CdTe . Гамильтониан деформационного взаимодействия H_{def} строится по аналогии с $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ гамильтонианом [58, 86]. В результате такой процедуры получим диагональные блоки

$$H_{66}^{\text{def}} = \Xi_c \text{Tr} \epsilon, \quad (1.20)$$

$$H_{88}^{\text{def}} = \left(a + \frac{5}{4}b \right) \text{Tr} \epsilon - b \sum_{i,j} \{J_i J_j\}_s \epsilon_{ij} + \left(b - \frac{d}{\sqrt{3}} \right) \sum_{i \neq j} \{J_i J_j\}_s \epsilon_{ij}, \quad (1.21)$$

где Ξ_c — деформационный потенциал зоны Γ_6 , a , b и d — деформационные потенциалы зоны Γ_8 , H_{88}^{def} — гамильтониан Бира–Пикуса, ϵ — тензор деформации, и недиагональные блоки

$$H_{68}^{\text{def}\dagger} = \begin{pmatrix} -\Xi_{cv} \frac{\epsilon_{y'z'} - i\epsilon_{x'z'}}{\sqrt{2}} & i\Xi'_{cv} \frac{2\epsilon_{z'z'} - \epsilon_{x'x'} - \epsilon_{y'y'}}{3\sqrt{2}} \\ \sqrt{\frac{2}{3}} \Xi_{cv} \epsilon_{x'y'} & -\Xi_{cv} \frac{\epsilon_{y'z'} - i\epsilon_{x'z'}}{\sqrt{6}} \\ +i\Xi'_{cv} \frac{\epsilon_{x'x'} - \epsilon_{y'y'}}{\sqrt{6}} & \\ \Xi_{cv} \frac{\epsilon_{y'z'} + i\epsilon_{x'z'}}{\sqrt{6}} & \sqrt{\frac{2}{3}} \Xi_{cv} \epsilon_{x'y'} \\ & -i\Xi'_{cv} \frac{\epsilon_{x'x'} - \epsilon_{y'y'}}{\sqrt{6}} \\ i\Xi'_{cv} \frac{\epsilon_{x'x'} + \epsilon_{y'y'} - 2\epsilon_{z'z'}}{3\sqrt{2}} & \Xi_{cv} \frac{\epsilon_{y'z'} + i\epsilon_{x'z'}}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.22)$$

где Ξ_{cv} и Ξ'_{cv} — межзонные деформационные потенциалы. Заметим, что Ξ_{cv} и

Ξ'_{cv} обращаются в ноль в centrosymmetric кристаллах. Величины Ξ_{cv} и Ξ'_{cv} для HgTe и CdTe неизвестны, однако можно ожидать, что потенциал Ξ'_{cv} мал по сравнению с Ξ_{cv} .

Интерфейсы в гетероструктурах являются дополнительным источником смешивания блоховских состояний. В структурах с решеткой цинковой обманки интерфейсная асимметрия, обусловленная анизотропией химических связей, приводит к смешиванию состояний легких и тяжелых дырок [77–80]. Такое смешивание состояний на интерфейсе с произвольной кристаллографической ориентацией может быть описано гамильтонианом

$$H_{88}^{\text{int}} = \frac{\hbar^2 t_{l-h}}{\sqrt{3} a_0 m_0} \delta(\mathbf{r} \cdot \mathbf{n} + r_{\text{int}}) \sum_i \{J_i J_{i+1}\}_s n_{i+2}, \quad (1.23)$$

где t_{l-h} — безразмерный параметр, характеризующий силу интерфейсного смешивания, a_0 — постоянная решетки, $\mathbf{n} = (n_{x'}, n_{y'}, n_{z'})$ — единичный вектор, направленный по нормали к интерфейсу, например из слоя CdHgTe в слой HgTe, $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n} + r_{\text{int}} = 0$ — уравнение плоскости интерфейса, r_{int} — расстояние между интерфейсом и началом координат.

Для расчета электронных и дырочных состояний в квантовых ямах с ориентацией $(0lh)$ необходимо переписать гамильтониан (1.16) в системе координат квантовой ямы. Переход от системы координат (x', y', z') к системе (x, y, z) соответствует повороту вокруг оси x на угол θ . При таком повороте базисные функции $|\Gamma_6, m\rangle$ и $|\Gamma_8, m\rangle$ преобразуются как функции углового момента $1/2$ и $3/2$. В результате такого преобразования, а также проецирования анизотропной части гамильтониана (1.16) на базисные состояния $|E1, \pm 1/2\rangle$ и $|H1, \pm 3/2\rangle$, получим эффективный

гамильтониан (1.7) с параметрами [A4]:

$$A = \frac{P}{\sqrt{2}} \int f_1(z) f_3(z) dz ,$$

$$\gamma = \frac{\hbar^2 t_{l-h}}{2m_0 a_0} [f_3(w/2) f_4(w/2) - f_3(-w/2) f_4(-w/2)] ,$$

$$\begin{aligned} \eta &= \gamma + \frac{1}{\sqrt{2}} \int dz f_1(z) \Xi_{cv} \left[\epsilon_{yz} \cot 2\theta + \frac{\epsilon_{zz} - \epsilon_{yy}}{2} \right] f_3(z) \\ &\quad - \frac{1}{2\sqrt{2}} \int dz f_1(z) \partial_z B_+ \partial_z f_3(z) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{\sqrt{3}\hbar^2}{4m_0} \int dz f_4(z) \partial_z (\gamma'_2 - \gamma'_3) \partial_z f_3(z) \\ &\quad - \frac{1}{2} \int dz f_3(z) \left\{ \frac{[(d + \sqrt{3}b) + (d - \sqrt{3}b) \cos 4\theta] \epsilon_{yz}}{\sin 4\theta} + (d - \sqrt{3}b) \frac{\epsilon_{zz} - \epsilon_{yy}}{2} \right\} f_4(z) , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{\sqrt{3}\hbar^2}{4m_0} \int dz f_4(z) \partial_z (\gamma'_2 - \gamma'_3) \partial_z f_3(z) \\ &\quad + \frac{1}{2} \int dz f_3(z) (\sqrt{3}b - d) \left[\epsilon_{yz} \cot 2\theta + \frac{\epsilon_{zz} - \epsilon_{yy}}{2} \right] f_4(z) , \end{aligned}$$

где w — толщина квантовой ямы. Заметим, что, вообще говоря, деформационные вклады в параметры η , χ и ζ зависят от угла θ .¹ Тем не менее, основная зависимость параметров тонкой структуры дираковских состояний от кристаллографической ориентации ямы содержится в гамильтонианах (1.8) и (1.9). Заметим также, что в структурах с симметричным потенциалом параметры χ и ζ обращаются в ноль, поскольку огибающие $f_3(z)$ и $f_4(z)$ имеют различные четности.

В заключении этого раздела приведем численные оценки параметров γ , η , ζ и χ для квантовых ям HgTe/Cd_{0.7}Hg_{0.3}Te критической толщины $w = 6.7$ нм, используя зонные параметры материалов, упругие постоянные и параметр интерфейсного смешивания из работ [45, 61, 81]. Оценки показывают, что основной вклад в γ и η порядка 5 мэВ связан с интерфейсной асимметрией (ИА). Деформационный

¹Множители $1/\sin 4\theta$ и $1/\sin 2\theta$ перед ϵ_{yz} не приводят к расходимостям при $\theta \rightarrow 0$, поскольку ϵ_{yz} само по себе $\sim \sin 4\theta$ при малых θ [61].

вклад в η можно оценить как 1 мэВ для межзонной константы деформационного потенциала $\Xi_{cv} \approx -1$ эВ, а вклад объемной асимметрии (BIA) составляет ~ 0.2 мэВ. Параметры χ и ζ связаны со структурной асимметрией (SIA) квантовой ямы, приведем их оценки для электрического поля $E_z = 15$ кВ/см. Вклад в χ и ζ , обусловленный кубической гофрировкой спектра и определяемый разностью $\gamma'_2 - \gamma'_3$, имеет порядок 0.1 мэВ; деформационные вклады в χ и ζ можно оценить как -0.1 мэВ и -0.2 мэВ [A4]. Параметры, связанные со структурной асимметрией, зависят от поля E_z и могут быть значительно больше в реальных структурах.

1.3 Спиральные краевые состояния в нулевом магнитном поле

В разделе 1.2 была рассмотрена тонкая структура «объёмных» (двумерных) электронных состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe критической и близкой к критической ширины. В частности, было показано, что конус дираковских состояний расщепляется за счёт отсутствия центра инверсии в квантовой яме. В этом и последующем разделе будет изучено влияние инверсионной асимметрии на структуру спиральных состояний, возникающих на краях ямы HgTe/CdHgTe в фазе топологического изолятора. В данном разделе проанализирован случай нулевого магнитного поля, а в разделе 1.4 рассмотрены новые эффекты, возникающие в спиральных каналах в присутствии магнитного поля.

Рассмотрим квантовую яму HgTe/CdHgTe, выращенную вдоль кристаллографического направления [001], с симметричным гетеропотенциалом. Эффективный гамильтониан электронных состояний в такой яме, записанный в базисе $|E1, +\rangle, |H1, +\rangle, |E1, -\rangle, |H1, -\rangle$, имеет вид [A2]

$$\mathcal{H}(k_x, k_y) = -Dk^2 I_4 + \begin{pmatrix} \delta - Bk^2 & iAk_+ & 0 & i\gamma \\ -iAk_- & -\delta + Bk^2 & i\gamma & 0 \\ 0 & -i\gamma & \delta - Bk^2 & -iAk_- \\ -i\gamma & 0 & iAk_+ & -\delta + Bk^2 \end{pmatrix}, \quad (1.24)$$

где $k^2 = k_x^2 + k_y^2$, $k_{\pm} = k_x \pm ik_y$, I_4 – единичная матрица 4×4 , и δ, A, B, D – зон-

ные параметры. Гамильтониан (1.24) отличается от гамильтониана (1.2) наличием диагональных, квадратичных по волновому вектору слагаемых, пропорциональных зонным параметрам B и D . Эти слагаемые возникают в 4-зонной $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модели при учёте смешивания базисных состояний с далёкими энергетическими зонами. Для характерных значений параметров, см. табл. 1.1, всегда выполняются соотношения $|D|k^2 \ll |\delta|$ и $|B|k^2 \ll |\delta|$, а также $|B|, |D| \ll A^2/|\delta|$. Последнее соотношение означает, что эффективная масса дираковских фермионов при малых k определяется сильным смешиванием близко расположенных подзон электронного и дырочного типа ($\sim Ak$), а не смешиванием с далёкими зонами. Таким образом, спектр объёмных состояний, имеющий вид $\varepsilon(\mathbf{k}) = -Dk^2 \pm \sqrt{(\delta - Bk^2)^2 + (\gamma \pm Ak)^2}$, лишь незначительно модифицируется при учёте слагаемых $\sim k^2$. Напротив, как будет показано ниже, слагаемые $\sim k^2$ необходимо учитывать при расчёте краевых состояний в модели «открытого» граничного условия. Отметим, что изотропная ($\gamma = 0$) часть гамильтониана (1.24) совпадает с широко используемым в литературе гамильтонианом Берневига–Хьюза–Жанга [27].

Таблица 1.1: Параметры гамильтонианов (1.24) и (1.37), соответствующие квантовой яме HgTe/Hg_{0.3}Cd_{0.7}Te ширины 7 нм (немного больше критической) [45, 47].

A (эВ·Å)	B (эВ·Å ²)	D (эВ·Å ²)	γ (мэВ)	g_e^{\parallel}	g_e^{\perp}	g_h^{\parallel}	g_h^{\perp}
3.6	-68	-51	5	-20	22	0	-1

Рассмотрим теперь квантовую яму, занимающую полупространство $x > 0$, см. рис. 1.7. В фазе топологического изолятора, когда параметры B и δ имеют одинаковый знак, на границе с вакуумом возникает пара проводящих спиральных состояний, энергия которых лежит внутри запрещённой зоны квантовой ямы [15]. Краевые состояния характеризуются волновым вектором k_y , направленным вдоль края, и псевдоспином $s = \pm 1/2$, который нумерует дисперсионные ветви. Волновые функции спиральных состояний с противоположными значениями волнового вектора и псевдоспина $\psi_{k_y s}$ и $\psi_{-k_y -s}$ связаны симметрией по отношению к инверсии времени, и поэтому имеют одинаковую энергию (крамерсово вырождение). В

дальнейшем мы будем выбирать волновые функции $\psi_{k_y s}$ так, чтобы они удовлетворяли соотношению $\mathcal{T}\psi_{k_y s} = -2s\psi_{-k_y -s}$, где \mathcal{T} – оператор инверсии времени.

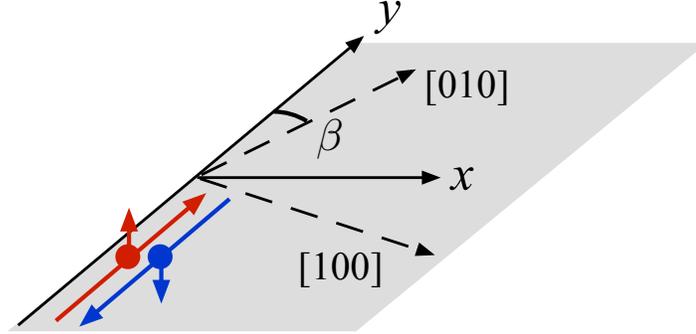


Рис. 1.7: Край топологического изолятора на основе квантовой ямы HgTe/CdHgTe с изображением спиральных краевых состояний. Штриховыми линиями показаны кристаллографические оси [100] и [010] квантовой ямы, β – угол ориентации края.

Энергии $\varepsilon_{k_y s}$ и волновые функции $\psi_{k_y s}$ краевых состояний находятся из решения уравнения Шредингера

$$\mathcal{H}(\hat{k}_x, k_y) \psi_{k_y s} = \varepsilon_{k_y s} \psi_{k_y s} \quad (1.25)$$

с гамильтонианом (1.24) и $\hat{k}_x = -i\partial/\partial x$. Краевым состояниям соответствуют решения (1.25) с волновой функцией, затухающей на бесконечности, $\psi_{k_y s}(x \rightarrow +\infty) = 0$. В качестве граничного условия при $x = 0$ мы будем использовать «открытое» граничное условие, заключающееся в занулении компонент волновой функции на краю, $\psi_{k_y s}(x = 0) = 0$. Граничные условия другого вида и их влияние на спектр краевых состояний будут обсуждаться в конце этого раздела.

1.3.1 Изотропная модель

Рассмотрим для начала случай $\gamma = 0$ в гамильтониане (1.24), соответствующий изотропной (центросимметричной) модели ямы HgTe/CdHgTe. В рамках этой модели можно получить аналитические выражения для спектра и волновых функций краевых состояний при произвольном k_y [89]. При $\gamma = 0$ гамильтониан (1.24) распадается на два независимых спиновых блока размерностью 2×2 , и уравнение

Шрёдингера (1.25) имеет аналитическое решение, справедливое во всём диапазоне волновых векторов [89]:

$$\varepsilon_{k_y s} = -q\delta + 2s\kappa Ak_y, \quad (1.26)$$

$$\psi_{k_y+1/2} = \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{2L}} \begin{bmatrix} a(x, k_y) \\ -\alpha a(x, k_y) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1.27)$$

$$\psi_{k_y-1/2} = \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{2L}} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a(x, -k_y) \\ \alpha a(x, -k_y) \end{bmatrix}.$$

Здесь L – нормировочная длина в направлении y ,

$$q = \frac{D}{B}, \quad \kappa = \sqrt{\frac{B^2 - D^2}{B^2}}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{B + D}{B - D}}, \quad (1.28)$$

функция a имеет вид

$$a(x, k_y) = \frac{2}{\sqrt{l_2(k_y)(1 + \alpha^2)}} [e^{-x/l_1} - e^{-x/l_2(k_y)}], \quad (1.29)$$

где

$$l_2(k_y)^{-1} = l_2^{-1} - qk_y, \quad (1.30)$$

и длины l_1 и l_2 даются выражениями:

$$l_1 = -\frac{\kappa B}{A}, \quad l_2 = -\frac{A}{\kappa \delta}. \quad (1.31)$$

Формулы (1.26)–(1.30) справедливы при $B < 0$, $\delta < 0$, $|D| < |B|$ и $A > 0$, см. табл. 1.1, а также соотношениях $l_1 \ll l_2(k_y)$ и $k_y l_1 \ll 1$, которые выполняются для характерных значений зонных параметров и волнового вектора k_y .

Волновая функция краевого состояния (1.29) представляет собой разность двух затухающих экспонент. Соответствующие длины затухания для параметров из табл. 1.1 и $\delta = -10$ мэВ равны $l_1 \approx 10$ Å и $l_2 \approx 540$ Å. Поскольку $l_1 \ll l_2$, вклад, пропорциональный e^{-x/l_1} , существенен лишь непосредственно вблизи края, в то время как поведение волновой функции в остальной области пространства

определяется второй экспонентой e^{-x/l_2} . Величины, рассчитанные ниже с использованием волновых функций краевых состояний, получены в основном (нулевом) порядке по малому параметру l_1/l_2 .

Энергетический спектр объёмных и краевых состояний, полученный в рамках изотропной модели, приведён на рис. 1.8. Как следует из (1.26), спектр краевых электронов состоит из двух ветвей, отвечающих $s = \pm 1/2$, с линейной дисперсией во всём диапазоне k_y . Точка пересечения дисперсионных ветвей краевых состояний сдвинута вверх по энергии относительно середины щели на расстояние $q|\delta|$, где $q = D/B$ – параметр «электрон-дырочной асимметрии». Скорость краевых электронов $v = \kappa A/\hbar$ определяется параметром межзонного смешивания A и отношением D/B . Краевые состояния «сливаются» с объёмными (двумерными) состояниями зоны проводимости в точках $k_y = \pm 1/(ql_2)$, в этих же точках длина затухания $l_2(k_y)$, определяемая выражением (1.30), обращается в бесконечность.

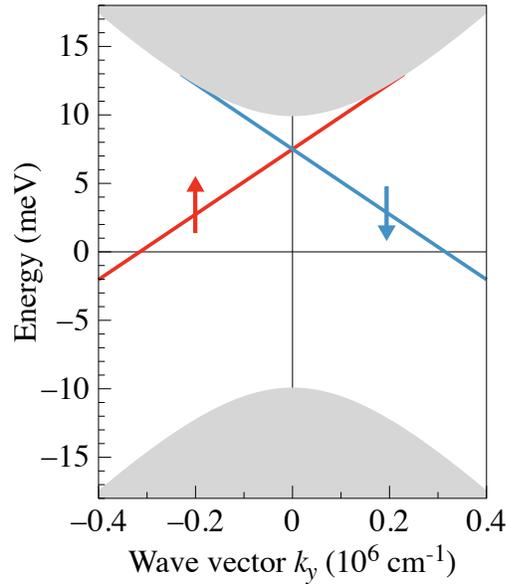


Рис. 1.8: Энергетическая дисперсия электронов в квантовой яме HgTe/CdHgTe с $\delta = -10$ мэВ в рамках изотропной модели ($\gamma = 0$). Серые закрашенные области соответствуют объёмным состояниям, синие и красные линии – краевым спиральным состояниям с противоположными значениями псевдоспина.

1.3.2 Квантовые ямы без центра инверсии

Рассмотрим далее реалистичные квантовые ямы без центра инверсии, электронные состояния в которых описываются гамильтонианом (1.24) при $\gamma \neq 0$. В общем случае аналитические решения для краевых состояний существуют только при $k_y = 0$, спектр краевых электронов при малых $k_y \neq 0$ можно найти по теории возмущений. Энергия спиральных состояний при $k_y = 0$ равна $\varepsilon_{0s} = -q\delta$, а волновые функции вблизи $k_y = 0$ имеют вид [A5]:

$$\psi_{0+1/2} = \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{2L}} \begin{bmatrix} a(x) \\ -\alpha a(x) \\ -ib(x) \\ -i\alpha b(x) \end{bmatrix}, \quad (1.32)$$

$$\psi_{0-1/2} = \frac{e^{ik_y y}}{\sqrt{2L}} \begin{bmatrix} -ib(x) \\ i\alpha b(x) \\ a(x) \\ \alpha a(x) \end{bmatrix},$$

где

$$a(x) = \frac{2}{\sqrt{l_2(1+\alpha^2)}} \left[e^{-x/l_1} \cos \frac{\varphi}{2} - e^{-x/l_2} \cos \left(k_0 x - \frac{\varphi}{2} \right) \right],$$

$$b(x) = \frac{2}{\sqrt{l_2(1+\alpha^2)}} \left[e^{-x/l_1} \sin \frac{\varphi}{2} + e^{-x/l_2} \sin \left(k_0 x - \frac{\varphi}{2} \right) \right], \quad (1.33)$$

$$k_0 = \frac{\gamma}{A}, \quad \tan \varphi = -\frac{\gamma}{\varkappa \delta}, \quad (1.34)$$

а параметры $l_{1,2}$, α и \varkappa даются выражениями (1.28) и (1.31).

Волновые функции (1.32) являются линейной суперпозицией всех четырёх базисных функций, в отличие от состояний (1.27) изотропной модели. Как следует из (1.33), при $\gamma = 0$ функция $b(x)$ обращается в ноль. Координатные зависимости амплитуд $a(x)$ и $b(x)$ построены на рис. 1.9. При $x \gg l_1$ функции $a(x)$ и $b(x)$ осциллируют с пространственным периодом $2\pi/k_0$ и затухают на длине l_2 . Количество осцилляций, уместяющихся на длине затухания, определяется безразмерным параметром $k_0 l_2 = -\gamma/(\delta \varkappa)$, значение которого велико при $|\delta| \ll \gamma$.

Спроецировав часть гамильтониана (1.24), в которую входят слагаемые с k_y , на волновые функции (1.32), получим эффективный (2×2) гамильтониан краевых

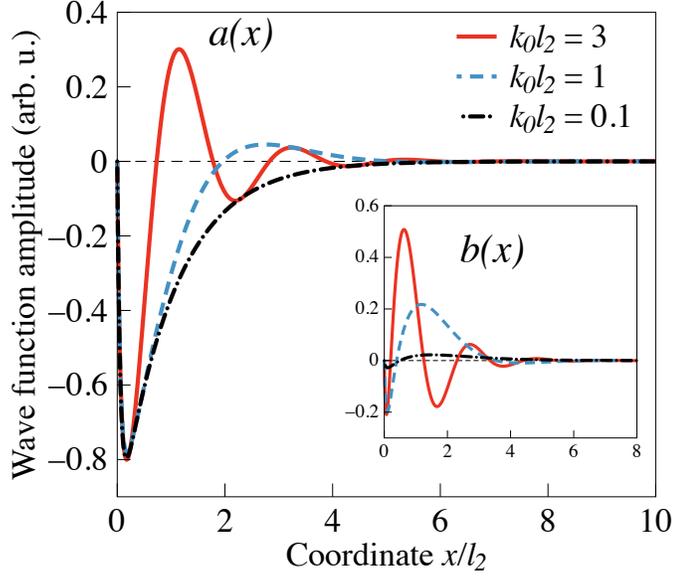


Рис. 1.9: Амплитуды $a(x)$ и $b(x)$, определяющие пространственное поведение волновых функций краевых состояний (1.32) для различных значений параметра $k_0 l_2 = \gamma/(|\delta|\varkappa)$.

состояний с точностью до линейных по k_y вкладов:

$$\mathcal{H}_{\text{edge}}(k_y) = -q\delta + \hbar v k_y \sigma_z, \quad (1.35)$$

где σ_z – матрица Паули, действующая в базисе $\{\psi_{0+1/2}, \psi_{0-1/2}\}$, и

$$v = \frac{A}{\hbar} \frac{|\delta|\varkappa^2}{\sqrt{\varkappa^2\delta^2 + \gamma^2}}. \quad (1.36)$$

Параметр v описывает групповую скорость краевых электронов. В отличие от изотропной модели, см. (1.26), скорость краевых электронов при $\gamma \neq 0$ в значительной степени зависит от толщины квантовой ямы. В частности, при $|\delta| \ll \gamma$, скорость стремится к нулю, и дисперсия спиральных состояний исчезает.

В заключение рассчитаем спектр объёмных и краевых состояний в полоске конечной ширины $w = 1 \mu\text{м}$ и сравним его с полученными выше аналитическими результатами. Для этого найдём численные решения уравнения Шредингера с гамильтонианом $\mathcal{H}_0(-i\nabla, k_y)$ и открытыми граничными условиями $\psi(x = -w/2) = \psi(x = w/2) = 0$. На рис. 1.10 приведены результаты такого расчёта для квантовой

ямы $\text{HgTe}/\text{Cd}_{0.7}\text{Hg}_{0.3}\text{Te}$ с объёмной щелью $\delta = -4$ мэВ. При расчёте использовались зонные параметры, приведённые в табл. 1.1.

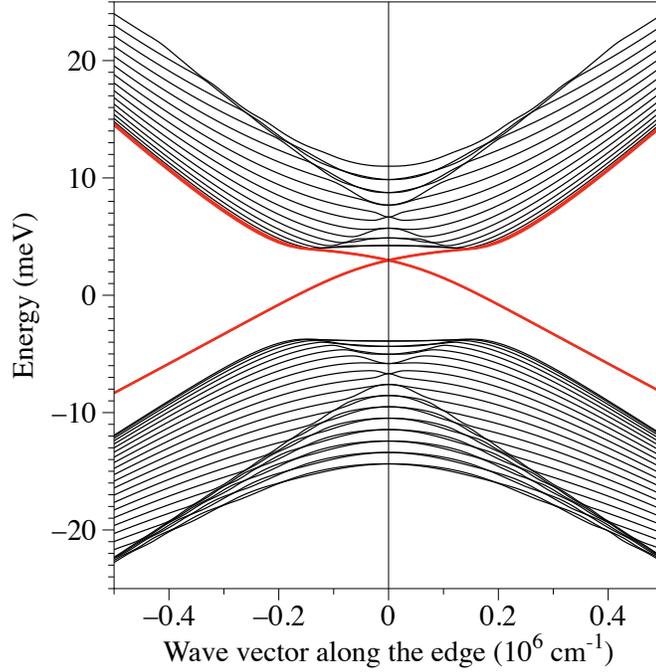


Рис. 1.10: Электронный спектр полоски шириной $1 \mu\text{м}$, сделанной из квантовой ямы $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ в топологически нетривиальной фазе ($\delta = -4$ мэВ).

Из рис. 1.10 видно, что внутри запрещённой зоны объёмного материала возникают состояния с линейной дисперсией вблизи $k_y = 0$. Спектр этих состояний сдвинут относительно середины запрещённой зоны на величину $-\delta D/B$, см. (1.35). Каждая дисперсионная кривая соответствует двум почти вырожденным спиральным состояниям, локализованным на двух противоположных краях полоски. Поскольку полоска имеет конечную ширину, волновые функции состояний, локализованных на противоположных краях, неизбежно перекрываются, что приводит к открытию маленькой щели в спектре спиральных состояний при $k_y = 0$ [65]. Эта щель, однако, экспоненциально убывает с ростом ширины полоски; при $w = 1 \mu\text{м}$ щель составляет всего лишь $5 \mu\text{эВ}$. В точках $k_y \approx \pm\gamma/A$ дисперсия объёмных состояний имеет выраженные экстремумы, возникающие за счёт смешивания тяжёлых и лёгких дырок, см. также рис. 1.4. В соответствии с формулой (1.36) такая

форма объёмного спектра приводит к уплощению дисперсионных ветвей краевых состояний. Для спектра, приведённого на рис. 1.10, скорость краевых электронов при малых k_y равна $v \approx 2.4 \times 10^7$ см/сек и совпадает со значением, рассчитанным по формуле (1.36).

Роль граничных условий

Выражения (1.26) и (1.35), определяющие дисперсию спиральных состояний, получены для «открытого» граничного условия $\psi(x=0) = 0$. Решения с более сложным граничным условием $\psi'(x=0) + h\psi(x=0) = 0$, где h – параметр, отличаются от рассмотренных только коэффициентами перед экспонентами e^{-x/l_1} и e^{-x/l_2} в функциях $a(x)$ и $b(x)$, при этом длины затухания l_1 и l_2 остаются прежними. Таким образом, параметр h влияет на поведение волновых функций лишь непосредственно вблизи края, в то время как волновые функции при $x \gg l_1$ остаются неизменными.

Наиболее общий вид граничных условий на границе топологического изолятора с вакуумом получен из общих физических соображений в работе [68]. Граничные условия общего вида учитывают возможное смешивание базисных функций на краю структуры [90], а также подмешивание далёких энергетических подзон к рассматриваемым в $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модели. Положение точки пересечения дисперсионных ветвей краевых состояний (дираковская точка) и их скорость зависят от граничных условий. В частности, возможен случай, когда граничное условие само по себе нарушает электрон-дырочную симметрию в системе. В этом случае даже при $D = B = 0$ в гамильтониане квантовой ямы спектр краевых состояний сдвигается по энергии относительно середины запрещенной зоны и отклоняется от линейного [68, 89].

Ещё одним примером системы со спиральными состояниями является граница двух квантовых ям HgTe/HgCdTe разной ширины, находящихся в фазах тривиального и топологического изолятора [67]. В простейшем случае такой контакт можно смоделировать знакопеременной зависимостью $\delta(x)$ в гамильтониане (1.24),

считая, что остальные зонные параметры слабо зависят от ширины ямы. В случае $B = D = 0$ такая модель предсказывает наличие краевых состояний с дираковской точкой, расположенной в середине щели квантовой ямы [13, 91]. Если, например, $\delta(x) = \delta_l \Theta(-x) - \delta_r \Theta(x)$, где $\delta_{l,r} > 0$ и $\Theta(x)$ – функция Хэвисайда, то волновые функции краевых состояний имеют вид затухающих вглубь от контакта экспонент с длинами $l_{2,r} = A/\delta_r$ и $l_{2,l} = A/\delta_l$. Наличие в гамильтониане (1.24) малых слагаемых, пропорциональных B и D , в этом случае не приводит к существенным изменениям спектра краевых состояний: он по-прежнему остаётся симметричным относительно $\varepsilon = 0$. Детальный анализ структуры краевых состояний на контакте двух изоляторов в рамках изотропной модели приведён в работе [67].

1.4 Влияние магнитного поля на объёмные и краевые состояния

Рассмотрим далее модификацию спектра объёмных и краевых состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe в присутствии внешнего магнитного поля. Магнитное поле в $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модели учитывается с помощью подстановки Паули $\mathbf{k} \rightarrow -i\nabla - (e/c\hbar)\mathbf{A}$ в гамильтониане (1.24), а также приводит к появлению добавочного зеемановского вклада

$$\mathcal{H}_Z = \frac{\mu_B}{2} \begin{pmatrix} g_e^\perp B_z & 0 & g_e^\parallel B_- & 0 \\ 0 & g_h^\perp B_z & 0 & g_h^\parallel B_+ \\ g_e^\parallel B_+ & 0 & -g_e^\perp B_z & 0 \\ 0 & g_h^\parallel B_- & 0 & -g_h^\perp B_z \end{pmatrix}, \quad (1.37)$$

где e – заряд электрона, \mathbf{A} – векторный потенциал магнитного поля, $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, μ_B – магнетон Бора, g_e^\parallel , g_e^\perp , g_h^\parallel и g_h^\perp – вклады в g -факторы подзон $|E1\rangle$ и $|H1\rangle$, связанные с g -фактором свободного электрона и взаимодействием с далёкими электронными и дырочными подзонами, и наконец, $B_\pm = B_x \pm iB_y$. Смешивание состояний $|E1\rangle$ и $|H1\rangle$ магнитным полем, параллельным оси роста квантовой ямы, учитывается точно в гамильтониане $\mathcal{H}[-i\nabla - (e/c\hbar)\mathbf{A}]$. Смешивание же этих подзон магнитным полем, лежащим в плоскости квантовой ямы, мало, поскольку требует

учёта отсутствия центра инверсии в структуре, и поэтому мы пренебрегаем таким смешиванием в гамильтониане (1.37). Также отметим, что g_h^\parallel предполагается малым по сравнению с g_e^\parallel [92]. Величины g -факторов, используемые для численных расчётов, приведены в табл. 1.1.

1.4.1 Объёмные уровни Ландау

Спектр объёмных уровней Ландау в перпендикулярном магнитном поле $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$ находится из уравнения Шредингера $\{\mathcal{H}[-i\nabla - (e/c\hbar)\mathbf{A}] + \mathcal{H}_Z\}\Psi = \varepsilon\Psi$. Выберем калибровку Ландау $\mathbf{A} = (0, B_z x, 0)$ и, следуя работам [47, 53, 73], будем искать решение уравнения Шредингера, раскладывая четырёх-компонентную волновую функцию Ψ в ряд по функциям ϕ_{n,k_y} свободного электрона на уровне Ландау

$$\Psi = \sum_{n \geq 0} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \\ d_n \end{pmatrix} \phi_{n,k_y}, \quad (1.38)$$

где n и k_y – квантовые числа, и a_n , b_n , c_n и d_n – коэффициенты.

На рис. 1.11 изображены результаты расчёта энергетического спектра ямы HgTe/CdHgTe в топологически нетривиальной фазе. Уровни Ландау можно разделить на две группы. Первая группа состоит из двух «нулевых» мод, отвечающих $n = 0$. Эти моды формируются из состояний $|E1, +\rangle$ и $|H1, -\rangle$, и они «отцеплены» от других уровней Ландау с $n \geq 1$. Энергии нулевых мод равны

$$\varepsilon_0^{(\pm)} = -\frac{D}{l_B^2} + \frac{1}{4}(g_e^\perp - g_h^\perp)\mu_B B_z \pm \sqrt{\left[\delta - \frac{B}{l_B^2} + \frac{1}{4}(g_e^\perp + g_h^\perp)\mu_B B_z\right]^2 + \gamma^2}, \quad (1.39)$$

где $l_B = \sqrt{c\hbar/|eB_z|}$ – магнитная длина.²

В отсутствии интерфейсного смешивания ($\gamma = 0$) нулевые уровни Ландау пересекаться в критическом поле $B_z = B_c$, модуль которого равен [47, 73]

$$|B_c| = \delta/[|e|B/(c\hbar) - \mu_B(g_e^\perp + g_h^\perp)\text{sgn}(B_c)/4], \quad (1.40)$$

²В формуле (1.39) и далее мы используем B_α , $\alpha = x, y, z$, для обозначения компонент магнитного поля, в то время как B по-прежнему обозначает зонный параметр гамильтониана (1.24).

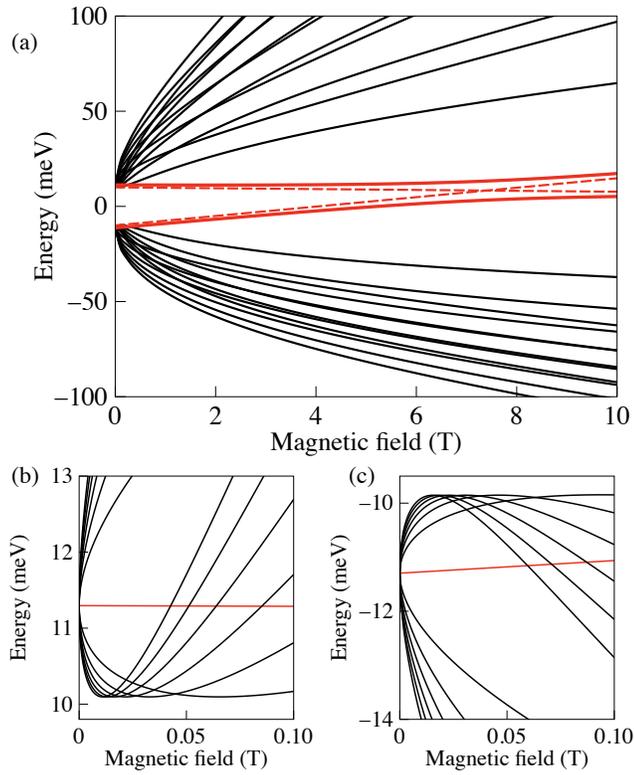


Рис. 1.11: Объёмные уровни Ландау в квантовой яме HgTe/HgCdTe с $\delta = -10$ мэВ. Красные кривые показывают зависимость нулевых уровней Ландау от магнитного поля. Штриховые красные линии на панели (a) показывают положение нулевых уровней Ландау в отсутствии смешивания тяжёлых и лёгких дырок ($\gamma = 0$). На панелях (b) и (c) изображена структура уровней Ландау в малых магнитных полях.

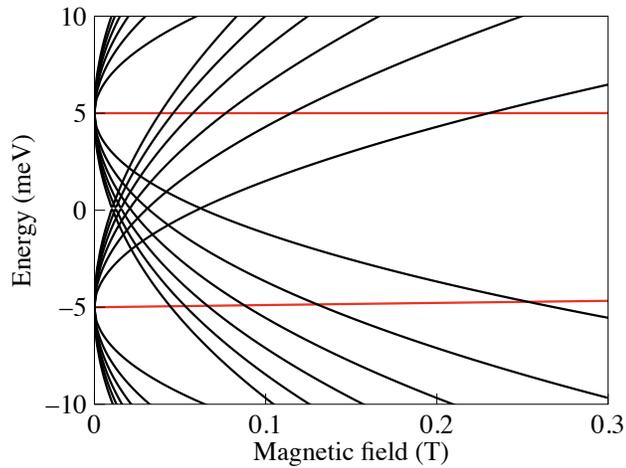


Рис. 1.12: Объёмные уровни Ландау в квантовой яме HgTe/HgCdTe критической ширины, $\delta = 0$. Красные кривые показывают дисперсию нулевых уровней Ландау.

где функция sgn даёт знак аргумента. Для параметров, представленных в табл. 1.1, первое слагаемое в знаменателе (1.40) больше второго по абсолютной величине, и знак знаменателя отрицательный. Следовательно, нулевые уровни Ландау пересекаются только в случае $\delta < 0$, то есть в фазе топологического изолятора, см. рис. 1.11 (а). Как видно из (1.39), смешивание состояний $|E1, +\rangle$ и $|H1, -\rangle$ за счёт интерфейсной (или объёмной [35, 50]) инверсионной асимметрии приводит к антипересечению нулевых мод, при этом в спектре открывается щель 2γ при $B_z = B_c$, см. рис. 1.11 (а).

Состояния во второй группе уровней Ландау описываются волновыми функциями $\Psi = (a_n |n\rangle, b_{n-1} |n-1\rangle, c_{n-1} |n-1\rangle, d_n |n\rangle)^T$ с $n \geq 1$. Соответствующие энергии являются корнями полинома четвёртой степени и в общем случае находятся численно. В случае $g_e^\perp = g_h^\perp = 0$ и $B = D = 0$ энергии можно найти аналитически, и они равны

$$\begin{aligned}\varepsilon_n^{(1,4)} &= \mp \sqrt{\delta^2 + (\gamma + A\sqrt{n}/l_B)^2}, \\ \varepsilon_n^{(2,3)} &= \mp \sqrt{\delta^2 + (\gamma - A\sqrt{n}/l_B)^2}.\end{aligned}\tag{1.41}$$

Дисперсия объёмных уровней Ландау в квантовой яме критической ширины показана на рис. 1.12. В этом случае каждый из вейлевских конусов на рис. 1.3 (левая панель) формирует веер уровней Ландау с энергией, пропорциональной $\pm\sqrt{n|B_z|}$.

1.4.2 Эффект Зеемана для краевых состояний

Магнитное поле в плоскости квантовой ямы

Рассмотрим теперь влияние магнитного поля на спектр краевых состояний. Мы начнём анализ с магнитного поля, лежащего в плоскости ямы $\mathbf{B} = (B_x, B_y, 0)$, которое мы будем называть поперечным. Поперечное магнитное поле перемешивает электронные и дырочные состояния в рамках зеемановского гамильтониана (1.37). Спроецировав гамильтониан \mathcal{H}_z на волновые функции $\{\psi_{0+1/2}, \psi_{0-1/2}\}$ краевых состояний (1.32) в нулевом поле, получим эффективный зеемановский гамильтониан

краевых состояний:

$$\mathcal{H}_{\text{edge}}^{(\mathbf{B})} = \frac{1}{2} \mu_B (g_{xx} \sigma_x B_x + g_{yy} \sigma_y B_y) , \quad (1.42)$$

где $\sigma_{x,y}$ – матрицы Паули, а g_{xx} и g_{yy} – компоненты тензора g -фактора краевых состояний:

$$\begin{aligned} g_{xx} &= \frac{1}{2} \left(\frac{B-D}{B} g_e^{\parallel} - \frac{B+D}{B} g_h^{\parallel} \right) , \\ g_{yy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{B-D}{B} g_e^{\parallel} + \frac{B+D}{B} g_h^{\parallel} \right) \frac{-\delta \varkappa}{\sqrt{\varkappa^2 \delta^2 + \gamma^2}} . \end{aligned} \quad (1.43)$$

Из уравнений (1.42) и (1.43) следует, что интерфейсная (и объёмная) асимметрия квантовой ямы приводит к сильной анизотропии поперечного эффекта Зеемана для краевых состояний. Эффективный g -фактор в магнитном поле, параллельном краю, $\mathbf{B} \parallel y \parallel [010]$, подавлен в меру множителя $1/\sqrt{1 + (\gamma/\varkappa\delta)^2}$, который определяется отношением параметра интерфейсного смешивания и ширины запрещённой зоны квантовой ямы.

Магнитное поле открывает щель в спектре краевых состояний:

$$\varepsilon_{\text{gap}} = \mu_B B \sqrt{g_{xx}^2 \cos^2 \alpha + g_{yy}^2 \sin^2 \alpha} , \quad (1.44)$$

где $\alpha = \arctan(B_y/B_x)$ – угол между вектором \mathbf{B} и нормалью к краю. Анизотропия g -фактора (1.43) проявляется в зависимости величины щели от направления магнитного поля. На рис. 1.13 приведены зависимости $\varepsilon_{\text{gap}}(\alpha)$ для квантовой ямы с $\delta = -4$ мэВ, рассчитанные двумя способами – по формулам (1.43), (1.44) и с помощью численной диагонализации гамильтониана $\mathcal{H} + \mathcal{H}_Z$ в полоске конечной ширины. Видно, что приближённые формулы (1.43) для g -факторов, полученные в первом порядке теории возмущений, хорошо согласуются с численным расчётом. Для такой ямы g -факторы (1.43) равны $g_{xx} \approx -2.5$ и $g_{yy} \approx -1.2$. Отличие кривых для α вблизи 0 и π связано со сдвигом дна валентной зоны в магнитном поле, см. вставку к рис. 1.13, которое не учитывается в формуле (1.43).

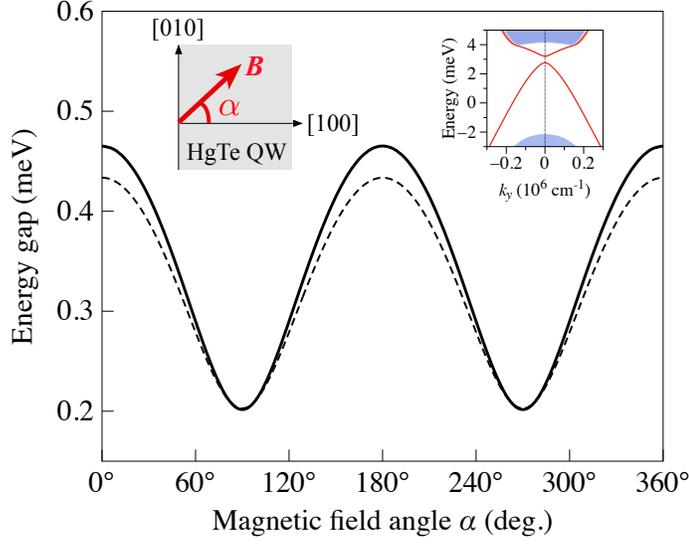


Рис. 1.13: Щель в спектре краевых состояний как функция угла α между магнитным полем, лежащим в плоскости ямы, и нормалью к краю для $\delta = -4$ мэВ и $|\mathbf{B}| = 3$ Т. Сплошной кривой показан результат численного расчёта в полоске конечной ширины $w = 1$ $\mu\text{м}$, штриховой – расчёт по формулам (1.43), (1.44). На вставке показаны изучаемая геометрия и энергетический спектр при $\alpha = 0$.

Магнитное поле, перпендикулярное квантовой яме

Магнитное поле, перпендикулярное квантовой яме $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$ (будем далее называть его продольным), влияет на краевые состояния через смешивание электронных и дырочных состояний гамильтонианом $\mathcal{H}[-i\nabla - (e/c\hbar)\mathbf{A}]$ и диагональные члены гамильтониана \mathcal{H}_Z . Несмотря на то, что магнитное поле нарушает симметрию по отношению к инверсии времени, и следовательно, может разрушить топологическую защиту краевых состояний, было показано, что в centrosymmetric моделях магнитное поле $B_z < B_c$ не открывает щель в спектре краевых состояний, сохраняя их спиральную структуру [73, 75]. Щель открывается только в достаточно больших полях $B_z > B_c$, когда система переходит в режим квантового эффекта Холла. Интерфейсное смешивание в реалистичных квантовых ямах качественно меняет поведение краевых состояний в продольном магнитном поле и приводит к открытию щели в произвольно малых полях.

Для анализа поведения спектра краевых электронов в продольном поле выбо-

рем калибровку векторного потенциала в виде $\mathbf{A} = (0, B_z(x + x_c), 0)$, где x_c – константа. Различные значения x_c соответствуют различным калибровкам магнитного поля. Спроецировав гамильтониан $\mathcal{H}[-i\nabla - (e/c\hbar)\mathbf{A}] + \mathcal{H}_Z$ на состояния (1.32), получим эффективный зеемановский гамильтониан:

$$\mathcal{H}_{\text{edge}}^{(\mathbf{B})} = \frac{1}{2}\mu_B (g_{yz}\sigma_y B_z + g_{zz}\sigma_z B_z) . \quad (1.45)$$

Из (1.45) следует, что диагональная компонента g_{zz} приводит лишь к сдвигу спектра вдоль k_y без открытия щели. Этот сдвиг зависит от калибровки магнитного поля и, в случае одиночного края, может быть исключён подходящим выбором параметра x_c [A2]. Напротив, слагаемое $\propto g_{yz}\sigma_y B_z$ не зависит от калибровки, а соответствующий g -фактор, в основном порядке по l_1/l_2 и $k_0 l_1$, даётся выражением:

$$g_{yz} = \frac{2m_0 A^2}{\hbar^2} \frac{-\gamma\delta\kappa^2}{(\delta^2\kappa^2 + \gamma^2)^{3/2}} , \quad (1.46)$$

где m_0 – масса свободного электрона. g -фактор g_{yz} имеет орбитальную природу, поскольку он возникает из гамильтониана $\mathcal{H}[-i\nabla - (e/c\hbar)\mathbf{A}]$. Соответствующее слагаемое в гамильтониане (1.45) смешивает краевые состояния с противоположными проекциями псевдоспина и открывает щель

$$\varepsilon_{\text{gap}} = \frac{2m_0 A^2}{\hbar^2} \frac{\mu_B \gamma \kappa^2 |\delta B_z|}{(\delta^2 \kappa^2 + \gamma^2)^{3/2}} . \quad (1.47)$$

Щель в спектре краевых состояний в продольном магнитном поле возникает за счёт отсутствия центра инверсии в квантовой яме и немонотонно зависит от величины объёмной щели $2|\delta|$.

Продольный g -фактор g_{yz} в яме с $\delta = -4$ мэВ равен $g_{yz} \approx 160$ и значительно превышает поперечные компоненты g_{xx} и g_{yy} . Такая гигантская анизотропия g -фактора для направлений $\mathbf{B} \parallel z$ и $\mathbf{B} \perp z$ подтверждается в экспериментах по магнитотранспорту при сверхнизких температурах. Так, в работе [43] обнаружено, что продольное магнитное поле приводит к подавлению проводимости по краевым каналам за счёт открытия зеемановской щели, тогда как влияние поперечного магнитного поля на проводимость значительно слабее.

На рис. 1.14 показаны электронные спектры полоски, помещённой в продольное магнитное поле для четырёх значений поля $B_z = 0.02$ Т, 0.1 Т, 2 Т и 10 Т. Спектры рассчитаны для квантовой ямы с объёмной щелью $2|\delta| = 20$ мэВ. В соответствии с формулой (1.47) продольное магнитное поле открывает щель в спектре краевых состояний. Зависимость щели от величины поля B_z показана на рис. 1.15. В малых полях эта зависимость линейна, и для заданного магнитного поля, ε_{gap} является немонотонной функцией объёмной щели $2|\delta|$ (см. вставку на рис. 1.15), в согласии с формулой (1.47).

Продольное магнитное поле также приводит к диамагнитному сдвигу дисперсионных кривых состояний, локализованных на противоположных краях полоски. Эти сдвиги вдоль k_y отчётливо видны на рисунках 1.14 (a) и (b). Отметим, что относительный сдвиг спектров состояний, локализованных на правом и левом краях, не зависит от калибровки магнитного поля и в достаточно широких полосках равен w/l_B^2 . В расчётах использована калибровка $x_c = 0$, так что спектры сдвигаются симметрично относительно $k_y = 0$ на волновые вектора $\pm w/2l_B^2$.

В больших магнитных полях, см. рис. 1.14 (c) и (d), уровни энергии становятся плоскими для всех волновых векторов k_y за исключением узких областей вблизи $k_y = \pm w/2l_B^2$. Такая трансформация спектра соответствует формированию объёмных уровней Ландау. В частности, два уровня в районе $\varepsilon = 0$ отвечают нулевым уровням Ландау с энергиями $\varepsilon_0^{(\pm)}$, определяемыми формулой (1.39). Состояния с сильно выраженной дисперсией вблизи $k_y = \pm w/2l_B^2$ локализованы на краях полоски и соответствуют киральным электронным и дырочным модам. В отличие от краевых состояний в нулевом магнитном поле, направление движения электронов и дырок в киральных каналах не зависит от спина и определяется знаком магнитного поля B_z . Таким образом, сильное продольное магнитное поле, в итоге, переводит квантовую яму в режим квантового эффекта Холла.

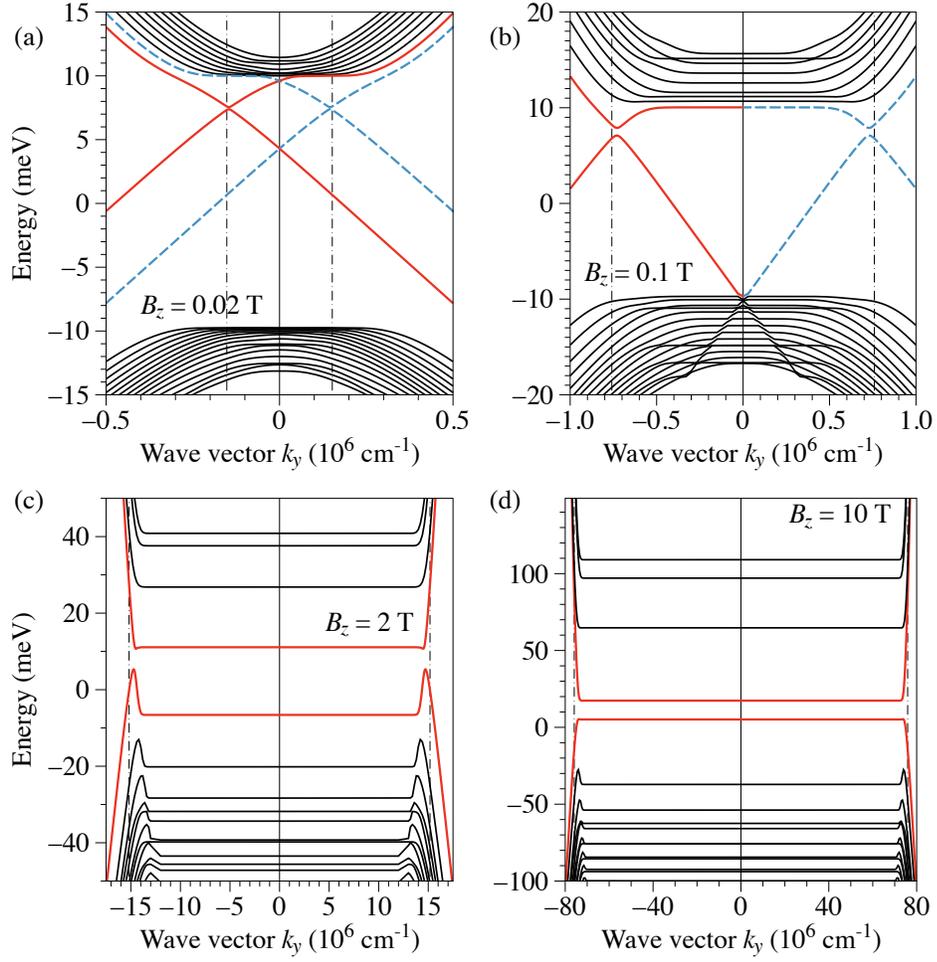


Рис. 1.14: Электронные спектры полосы, помещённой в магнитное поле $\mathbf{B} \parallel z$. Спектры рассчитаны для $w = 1 \mu\text{м}$ и $\delta = -10$ мэВ. Красные сплошные и синие штриховые дисперсионные кривые на панелях (а) и (б) соответствуют состояниям, локализованным на левом и правом краях. Пунктирные вертикальные линии указывают положения $k_y = \pm w/2l_B^2$ для каждого значения магнитного поля. Красные кривые на панелях (с) и (д) отвечают при малых k_y нулевым уровням Ландау квантовой ямы, см. также рис. 1.11.

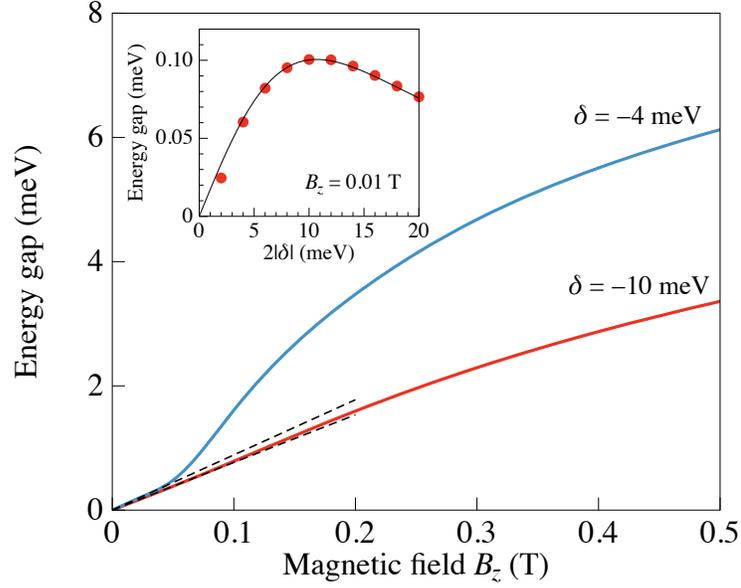


Рис. 1.15: Щель в спектре краевых состояний как функция магнитного поля, перпендикулярного квантовой яме. Штриховые линии показывают линейные зависимости при малых полях. На вставке показана зависимость щели при $B_z = 0.01$ Т от ширины запрещённой зоны квантовой ямы $2|\delta|$, точками показаны результаты численного расчёта в полоске конечной ширины, линией показана аналитическая зависимость, рассчитанная по формуле (1.47).

Край с произвольной кристаллографической ориентацией

В предыдущих разделах мы рассмотрели квантовые ямы с краями, параллельными одной из кубических осей, $y \parallel [010]$. Между тем, поскольку интерфейсная и объёмная инверсионная асимметрия связаны с определёнными кристаллографическими осями, естественно ожидать, что g -факторы краевых состояний зависят от ориентации края. В связи с этим, рассмотрим полубесконечную структуру с краем произвольной кристаллографической ориентации, задаваемой углом β между краем и осью $[010]$, см. рис. 1.7. Расчёт волновых функций и спектра спиральных состояний в такой структуре выполнен в работах [A2, A5]. В работе [A2] показано, что спектр краевых состояний в нулевом магнитном поле не зависит от ориентации края, а эффективный зеемановский гамильтониан принимает вид

$$\mathcal{H}'_{\text{edge}}(\mathbf{B}) = \frac{\mu_B}{2} \sum_{i,j=x',y',z} g_{ij} \sigma_i B_j, \quad (1.48)$$

где введена новая координатная система (x', y', z) , развёрнутая относительно (x, y, z) на угол β . Компоненты тензора g -фактора даются следующими выражениями [A5]:

$$g_{x'x'} = g_1 \cos^2 2\beta + g_2 \sin^2 2\beta, \quad (1.49)$$

$$g_{y'y'} = g_1 \sin^2 2\beta + g_2 \cos^2 2\beta,$$

$$g_{x'y'} = g_{y'x'} = \frac{1}{2}(g_1 - g_2) \sin 4\beta,$$

$$g_{x'z} = -g_3 \sin 2\beta,$$

$$g_{y'z} = g_3 \cos 2\beta, \quad (1.50)$$

где

$$g_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{B-D}{B} g_e^{\parallel} - \frac{B+D}{B} g_h^{\parallel} \right), \quad (1.51)$$

$$g_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{B-D}{B} g_e^{\parallel} + \frac{B+D}{B} g_h^{\parallel} \right) \frac{-\delta \chi}{\sqrt{\chi^2 \delta^2 + \gamma^2}},$$

$$g_3 = \frac{2m_0 A^2}{\hbar^2} \frac{-\gamma \delta \chi^2}{(\delta^2 \chi^2 + \gamma^2)^{3/2}}. \quad (1.52)$$

При $\beta = 0$ имеем $g_{x'x'} = g_1$, $g_{y'y'} = g_2$, $g_{y'z} = g_3$ и $g_{x'y'} = g_{x'z} = 0$, что согласуется с полученными ранее формулами (1.43) и (1.46).

Магнитное поле в плоскости квантовой ямы открывает щель в спектре краевых состояний, равную

$$\varepsilon_{\text{gap}} = \mu_B \sqrt{(g_{x'x'} B_{x'} + g_{x'y'} B_{y'})^2 + (g_{y'y'} B_{y'} + g_{y'x'} B_{x'})^2}. \quad (1.53)$$

Зависимость щели от направления магнитного поля при $g_h^{\parallel} = 0$ имеет вид

$$\varepsilon_{\text{gap}} = \frac{1}{2} \left| \frac{B-D}{B} g_e^{\parallel} \right| \mu_B B \sqrt{\cos^2(\alpha - 2\beta) + \frac{\delta^2 \chi^2}{\delta^2 \chi^2 + \gamma^2} \sin^2(\alpha - 2\beta)}, \quad (1.54)$$

где α – угол между \mathbf{B} и нормалью к краю. Как видно из (1.54), в образце с краем кристаллографической ориентации β угловая зависимость щели сдвигается по фазе на угол 2β . Щель, индуцированная нормальной компонентной магнитного поля, не зависит от ориентации края и по-прежнему даётся выражением (1.47).

1.5 Краткие итоги

В главе 1 получены следующие основные результаты:

- Построена теория тонкой структуры энергетического спектра двумерных дираковских состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe с произвольной кристаллографической ориентацией вида $(0lh)$, где l и h — индексы Миллера.
- Показано, что спектр дираковских состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe в общем случае содержит четыре вейлевские точки. Конкуренция объёмной, интерфейсной и структурной асимметрии квантовой ямы приводит к повороту дираковского конуса в \mathbf{k} -пространстве.
- Предсказана сильная анизотропия эффекта Зеемана для краевых спиральных состояний в двумерном топологическом изоляторе на основе квантовой ямы HgTe/CdHgTe в магнитном поле, лежащем в плоскости ямы.
- Показано, что сколь угодно малое по величине магнитное поле, направленное вдоль нормали к квантовой яме HgTe/CdHgTe, открывает щель в спектре спиральных краевых состояний. Величина этой щели пропорциональна параметру интерфейсного смешивания тяжёлых и лёгких дырок.

Глава 2

Фотогальванические эффекты в краевых каналах двумерных топологических изоляторов

2.1 Введение

Наиболее интригующая особенность двумерных топологических изоляторов связана с наличием краевых состояний с энергиями, лежащими в запрещённой зоне объёмного материала. В случае, когда уровень Ферми лежит внутри объёмной щели, именно краевые состояния проводят электрический ток, в то время как объём структуры является изолятором [8, 9]. Топологически защищённые краевые состояния в двумерных системах могут возникать как в присутствии квантующего магнитного поля, так и в нулевом поле. В первом случае возникающие в сильном магнитном поле одномерные (киральные) каналы ответственны за квантование поперечной проводимости в режиме квантового эффекта Холла [93–98]. Упругое рассеяние электронов внутри таких каналов подавлено вследствие направленного движения, определяемого знаком магнитного поля. В отличие от квантового эффекта Холла появление спиральных краевых состояний не связано с магнитным полем: они возникают благодаря инверсии зон, вызванной сильным спин-орбитальным взаимодействием, и защищены от беспорядка симметрией по отно-

шению к инверсии времени. Спиральные состояния возникают парами: в каждой паре электроны со спином «вверх» и «вниз» двигаются вдоль края в противоположных направлениях, см. рис. 1.7. Впервые квантование проводимости, связанное с транспортом по спиральным каналам (квантовый спиновый эффект Холла), наблюдалось в квантовых ямах HgTe в работе [4]; в дальнейшем, была обнаружена также нелокальная проводимость по краевым каналам [33, 34]. Электронный транспорт в краевых каналах двумерных топологических изоляторов широко исследуется и в настоящее время как экспериментально, так и теоретически. В частности, можно выделить работы по измерению локальной и нелокальной проводимости и визуализации краевых токов [5, 36, 37, 39, 42, 43, 99], инжектированию спин-поляризованных электронов из краевых каналов в магнитные материалы и сверхпроводники [40, 100], изучению механизмов рассеяния спиральных электронов [101–107].

Оптические исследования краевых каналов, несмотря на свою сложность, открывают дополнительные возможности по изучению спиновой структуры краевых состояний и особенностей электрон-фотонного взаимодействия. В частности, в работах [108, 109] теоретически предсказано, а в работе [A1] экспериментально продемонстрировано, что фотоионизация спиральных каналов циркулярно поляризованным излучением сопровождается генерацией электрического тока, текущего по кругу вдоль краёв образца. Такой фототок возникает за счёт того, что электроны, движущиеся в противоположных направлениях внутри краевого канала, по-разному поглощают циркулярно поляризованное излучение. Благодаря жёсткой связи импульса и спина, асимметрия поглощения приводит также к спиновой ориентации краевых электронов. Спиновая ориентация и генерация краевых токов возможны и при меньших энергиях фотонов, когда падающее излучение вызывает оптические переходы внутри краевого канала – между спиральными состояниями со спином «вверх» и «вниз». В рамках центрально-симметричной модели топологических изоляторов, см. например, (1.24) при $\gamma = 0$, такие оптические переходы

возможны только за счёт слабого смешивания состояний с противоположным спином магнитным полем излучения [110, 111]. С другой стороны, отсутствие центра инверсии в экспериментально исследуемых топологических изоляторах на основе квантовых ям HgTe/CdHgTe и InAs/GaSb, приводит к возникновению более сильных – электро-дипольных – переходов, вызванных электрическим полем волны [A3].

Дополнительную информацию о структуре краевых состояний позволяют получить исследования нелинейного электронного транспорта, когда возникающий постоянный электрический ток пропорционален квадрату амплитуды падающего переменного поля. В случае когда генерация постоянного тока связана с асимметрией оптических переходов в k -пространстве, такие эффекты обычно называются фотогальваническими [112, 113]. Фотогальванические эффекты, открытые в 1970-ых годах в объёмных пироэлектриках и гиротропных кристаллах [114, 115], широко исследуются сейчас в низкоразмерных полупроводниковых структурах; анализ этих эффектов позволяет получать информацию о симметрии структур, оптических правилах отбора, структуре энергетического спектра, временах релаксации импульса, энергии и спина носителей заряда [51, 116–124].

Фотогальваническая спектроскопия топологических изоляторов представляет особый интерес, поскольку фототоки, связанные с границами, можно экспериментально отделить от фототоков, индуцированных в объёме образца [A1, 61, 125–134, A6]. Объёмные и краевые вклады в фотоотклик, как правило, имеют различные поляризационные зависимости. Более того, в некоторых геометриях эксперимента объёмный вклад запрещён исходя из симметричных соображений, в то время как краевой вклад присутствует. Дополнительную информацию о природе фототока можно получить, анализируя спектр возбуждения фототока и его зависимость от положения уровня Ферми. В частности, фототок, связанный со спиральными краевыми состояниями может возбуждаться излучением с энергией фотона, меньшей, чем ширина объёмной запрещённой зоны.

В дополнение к фотогальваническим эффектам, которые, как правило, вносят наибольший вклад в фотоотклик структур без центра инверсии, фототок может также возникать за счёт совместного действия электрического и магнитного поля излучения или за счёт пространственного градиента фазы электрического поля. Эффекты такого рода принадлежат к классу фотоэлектрических явлений, вызванных давлением света, и называются эффектами фотонного увлечения [135–148]. В структурах с низкой пространственной симметрией направление тока увлечения может не совпадать с волновым вектором фотона \mathbf{q} . Например, электрический ток может течь в направлении, перпендикулярном \mathbf{q} , и иметь выраженную поляризационную зависимость [140, 142, 149].

В главе 2 представлены результаты исследований оптических и фотогальванических явлений для электронов, распространяющихся в краевых каналах топологических изоляторов. В разделе 2.2 приведено феноменологическое описание линейного и циркулярного фотогальванического эффекта и эффекта увлечения, возникающих на краю двумерных топологических изоляторов с краями различной симметрии. В разделе 2.3 рассмотрены механизмы прямых оптических переходов с переворотом спина в спиральном краевом канале и построена теория краевого фотогальванического эффекта и эффекта фотонного увлечения, возникающих при таких переходах. В частности, в этом разделе показано, что оптические переходы между краевыми состояниями со спином «вверх» и «вниз» возникают не только в магнито-дипольном приближении, но и в значительно более сильном электродипольном приближении. Микроскопическая теория краевых фототоков, возникающих в двумерных топологических изоляторах за счёт фотоионизации краевых каналов, построена в разделе 2.4. Построенная теория позволяет объяснить экспериментальные зависимости краевого фототока, полученные в университете г. Регенсбург, Германия, в образцах с квантовыми ямами HgTe, находящимися в фазе топологического изолятора. В разделе 2.5 построена теория и проанализированы экспериментальные данные по краевому фотогальваническому эффекту,

возникающему в двумерных системах в режиме квантового эффекта Холла.

2.2 Феноменологический анализ краевых фототоков в кристаллических структурах

В этом разделе рассмотрены все возможные с точки зрения симметрии вклады в краевой фотогальванический эффект и краевой эффект фотонного увлечения в двумерных кристаллических структурах с краем. Рассмотрим край двумерного топологического изолятора, который поддерживает спиральные краевые моды, см. рис. 2.1. Край освещается электромагнитной волной с электрическим полем вида

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E} \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - i\omega t) + \mathbf{E}^* \exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + i\omega t), \quad (2.1)$$

где \mathbf{E} – амплитуда электрического поля, ω – его частота, и \mathbf{q} – волновой вектор в материале топологического изолятора. Переменное электрическое поле индуцирует в краевом канале постоянный электрический ток, квадратичный по амплитуде поля и, следовательно, линейный по его интенсивности. Компоненты фотогальванического тока связаны с компонентами поля следующим феноменологическим выражением [112, 113]:

$$j_y^{(\text{PGE})} = \sum_{\beta\gamma} L_{y\beta\gamma} (E_\beta E_\gamma^* + E_\gamma E_\beta^*) + \sum_{\beta} C_{y\beta} i [\mathbf{E} \times \mathbf{E}^*]_\beta, \quad (2.2)$$

где L и C – тензоры третьего и второго ранга, соответственно, а индексы β и γ пробегают значения декартовых координат x , y и z . Тензор L описывает линейный фотогальванический эффект, то есть фототок, возбуждаемый линейно поляризованным электрическим полем. Тензор C отвечает циркулярному фотогальваническому эффекту, когда фототок возбуждается циркулярно или эллиптически поляризованным полем и меняет своё направление при смене знака циркулярной поляризации. С точки зрения симметрии, линейный фотогальванический эффект возможен в пьезоэлектриках, а циркулярный фотогальванический эффект – в гиротропных средах, при этом низкая симметрия края двумерной структуры разрешает оба эффекта.

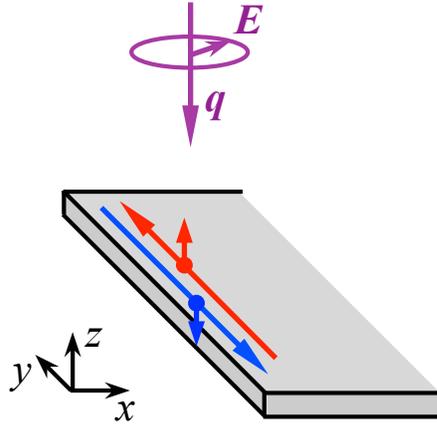


Рис. 2.1: Край двумерного топологического изолятора со спиральными краевыми модами. Край освещается поляризованной электромагнитной волной, которая возбуждает краевой фототок.

Краевой ток, возникающий за счёт эффекта фотонного увлечения, пропорционален, помимо квадратичных комбинаций электрического поля, волновому вектору падающего излучения. Феноменологическое выражение для краевого тока имеет вид

$$\hat{j}_y^{(\text{PDE})} = \sum_{\beta\gamma\delta} D_{y\beta\gamma\delta}^{(L)} q_\beta (E_\gamma E_\delta^* + E_\delta E_\gamma^*) + \sum_{\beta\gamma} D_{y\beta\gamma}^{(C)} q_\beta i [\mathbf{E} \times \mathbf{E}^*]_\gamma, \quad (2.3)$$

где $D_{y\beta\gamma\delta}^{(L)}$ и $D_{y\beta\gamma}^{(C)}$ – тензоры линейного и циркулярного эффекта фотонного увлечения.

Симметричный анализ возможных компонент тензоров L , C , $D^{(L)}$ и $D^{(C)}$ для краёв различных кристаллографических ориентаций выполнен в работе [А6]. С точки зрения симметрии можно выделить пять типов полубесконечных квазидвумерных кристаллических структур (двумерных структур с краем), рис. 2.2.

1. Структура самой низкой симметрии описывается точечной группой C_1 , которая не содержит нетривиальных элементов, рис. 2.2 (а). В таких системах все компоненты тензоров фотогальванического эффекта и эффекта увлечения могут быть отличны от нуля.

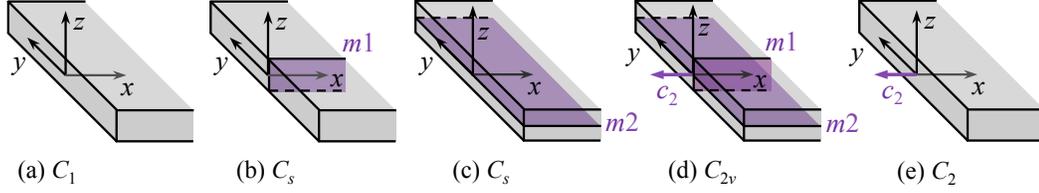


Рис. 2.2: Элементы симметрии, которые присутствуют в двумерных кристаллических структурах с краем, а также соответствующие им точечные группы симметрии. $m1$ и $m2$ – плоскости отражения, c_2 – ось симметрии второго порядка.

2. Структура содержит плоскость отражения, перпендикулярную краю, $m1 \parallel (xz)$, рис. 2.2 (b). Такая структура описывается точечной группой C_s . Этот случай реализуется, например, в двумерных топологических изоляторах на основе квантовых ям (001) с решёткой цинковой обманки и краем вдоль одного из кристаллографических направлений $\langle 110 \rangle$.
3. Структура содержит плоскость отражения, лежащую в центре квазидвумерного слоя, $m2 \parallel (xy)$, рис. 2.2 (c). Такая структура также описывается точечной группой C_s , но другая ориентация плоскости отражения накладывает другие ограничения на компоненты тензоров фотогальванического эффекта и эффекта увлечения. Примерами являются квантовые ямы (110) с симметричным потенциалом и любой ориентацией края, кроме $y \parallel [1\bar{1}0]$.
4. Структура содержит обе плоскости отражения $m1$ и $m2$, рис. 2.2 (d). Тогда она описывается точечной группой C_{2v} , содержащей также ось симметрии второго порядка c_2 . Это наиболее высокая симметрия, которой может обладать полубесконечная двумерная система. Такая симметрия реализуется, например, в симметричных квантовых ямах (110) с краем $y \parallel [1\bar{1}0]$. Эта симметрия также соответствует изотропным моделям двумерных топологических изоляторов, например, модели Берневига–Хьюза–Жанга [27], и, в общем, любой изотропной двумерной системе с симметричным краем.
5. Наконец, структура может содержать ось симметрии второго порядка c_2 , но

Таблица 2.1: Ненулевые компоненты тензоров линейного (L) и циркулярного (C) краевого фотогальванического эффекта в структурах различной симметрии. Две точечные группы C_s различаются положением плоскости зеркального отражения m . Жирным шрифтом выделены компоненты, соответствующие нормальному падению излучения.

Точечная группа	Примеры	Тензор L	Тензор C
C_1	низкосимметричный край	все компоненты	все компоненты
$C_s (m1 \perp y)$	асимметричные ямы (001) $y \parallel \langle 110 \rangle$	yxy, yuz	yx, yz
$C_s (m2 \perp z)$	симметричные ямы (110)	yxz, yyy, yzz, yxy	yz
C_{2v}	симметричные ямы (110) $y \parallel [1\bar{1}0]$ изотропная 2D среда с симметричным краем	yxy	yz
C_2	симметричные ямы (001) $y \parallel \langle 100 \rangle$	yxy, yxz	yy, yz

не иметь ни одной плоскости отражения, рис. 2.2 (е). Такие структуры описываются точечной группой C_2 , а примером являются симметричные квантовые ямы (001) с краем $y \parallel \langle 100 \rangle$.

Ненулевые компоненты тензоров фотогальванического эффекта и эффекта фотонного увлечения для этих типов приведены в табл. 2.1 и 2.2. Компоненты тензоров, описывающие краевые фототоки, возникающие при нормальном падении излучения, выделены жирным шрифтом. Например, из табл. 2.2 следует, что краевой линейный эффект увлечения при нормальном падении излучения ($\mathbf{q} \parallel z$) возможен в структурах, где нарушена симметрия относительно отражения $z \rightarrow -z$.

В следующих разделах будут рассмотрены механизмы генерации фототока для различных типов оптических переходов с участием топологических краевых состояний и построена микроскопическая теория соответствующих компонент тензоров фотогальванического эффекта и эффекта увлечения.

Таблица 2.2: Ненулевые компоненты тензоров линейного ($D^{(L)}$) и циркулярного ($D^{(C)}$) краевого эффекта увлечения в структурах различной симметрии. Две точечные группы C_s различаются положением плоскости зеркального отражения m . Жирным шрифтом выделены компоненты, соответствующие нормальному падению излучения.

Точечная группа	Тензор $D^{(L)}$	Тензор $D^{(C)}$
C_1	все компоненты	все компоненты
$C_s (m1 \perp y)$	$yuux, yuyu, yuzz, yuxz$ $yxxy, yxyz, \mathbf{yzxy}, yzyz$	$uux, yuy, yzx, yxz, \mathbf{yzz}$
$C_s (m2 \perp z)$	$uxxx, uxuy, uxzz, uxxy, yuux$ $yuyu, yuzz, yuxy, yxzx, yzyz$	yxz, yuz, yzx, yzy
C_{2v}	$yuux, yuyu, yuzz, yxxy, yzyz$	yzx, yxz
C_2	$yxxy, yxxz, yuux, yuyu, yuzz$ $yuyz, \mathbf{yzxx}, \mathbf{yzuy}, yzzz, yzyz$	yxy, yxz, yuy, yzx

2.3 Прямые оптические переходы между спиновыми ветвями спиральных состояний

2.3.1 Электрон-фотонное взаимодействие. Линейный и циркулярный дихроизм

Прямые оптические переходы между крайевыми состояниями с проекциями псевдоспина $s = \pm 1/2$, см. рис. 2.3, имеют место, когда $\hbar\omega > 2|\varepsilon_F|$, где ε_F – энергия Ферми, отсчитанная от дираковской точки. Если при этом выполняются неравенства $\hbar\omega < \varepsilon_c - \varepsilon_F, \varepsilon_F - \varepsilon_v$, где ε_c и ε_v – энергии дна зоны проводимости и потолка валентной зоны, то такие переходы являются единственно возможными в чистой структуре.

Оптические переходы между спиновыми ветвями возникают за счёт взаимодействия крайевых электронов с электрическим $\mathbf{E}(t)$ [A3] или магнитным полем $\mathbf{B}(t)$ [110, 111] падающей электромагнитной волны. Гамильтониан электродипольного электрон-фотонного взаимодействия имеет вид

$$\mathcal{H}_{\text{edge}}^{(E)} = -\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(t), \quad (2.4)$$

где \mathbf{d} – оператор электрического дипольного момента. $\mathcal{H}_{\text{edge}}^{(E)}$ может быть переписан

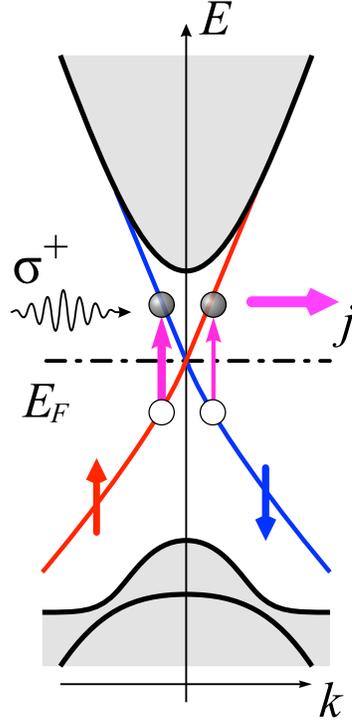


Рис. 2.3: Краевой фототок, вызванный прямыми оптическими переходами между краевыми электронами со спином «вниз» и «вверх» в двумерном топологическом изоляторе. Асимметрия оптических переходов в пространстве волновых векторов приводит к возникновению спиновой поляризации и постоянного электрического тока.

в эквивалентной форме $-(e/c)\mathbf{v} \cdot \mathbf{A}(t)$, где e – заряд электрона, c – скорость света, \mathbf{v} оператор скорости, и $\mathbf{A}(t)$ – векторный потенциал электромагнитного поля, который в рамках электро-дипольного приближения не зависит от координаты. Микроскопическая теория, основанная на эффективном гамильтониане (1.24), показывает, что матричные элементы оператора \mathbf{d} между краевыми состояниями с противоположными проекциями псевдospина отличны от нуля [A3]. В базисе волновых функций краевых состояний $\psi_{0,\pm 1/2}$ (1.32) компоненты оператора электрического дипольного момента при малых k_y имеют вид

$$\begin{aligned} d_x &= (\sigma_y \cos 2\beta - \sigma_x \sin 2\beta) D_1 k_y, \\ d_y &= (\sigma_x \cos 2\beta + \sigma_y \sin 2\beta) D_2 k_y, \end{aligned} \quad (2.5)$$

где σ_x и σ_y – матрицы Паули, β – угол ориентации края (рис. 1.7), и D_1 и D_2 –

вещественные параметры. Обе компоненты d_x и d_y обращаются в ноль при $k_y = 0$, поскольку крамерово вырождение при $k_y = 0$ невозможно снять электрическим полем.

Важно отметить, что электро-дипольные переходы возможны только благодаря отсутствию центра инверсии в квантовой яме, и соответственно, параметры D_1 и D_2 пропорциональны параметру межзонного смешивания γ в гамильтониане (1.24)¹. Действительно, при $\gamma = 0$ гамильтониан принимает блочно-диагональный вид, и блоки, соответствующие $s = \pm 1/2$, не смешиваются. Численные расчёты показывают, что $|D_1/e| \approx 7 \times 10^{-13}$ см² и $|D_2/e| \approx 1.5 \times 10^{-12}$ см² для зонных параметров, представленных в табл. 1.1 и $\delta = -10$ мэВ. В пределе малых γ , когда $|\gamma/\delta| \ll 1$, параметры D_1 и D_2 линейно зависят от γ [A5]:

$$\begin{aligned} D_1 &\approx \frac{eDB^2}{2(B^2 - D^2)^{3/2}} \frac{\gamma A^2}{\delta^3}, \\ D_2 &\approx -\frac{eD^2B}{2(B^2 - D^2)^{3/2}} \frac{\gamma A^2}{\delta^3}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Симметричный анализ показывает, что в изотропных моделях, которые соответствуют точечной симметрии C_{2v} квантовой ямы с краем, компоненты d_x и d_y обращаются в ноль при любом k_y .

Гамильтониан магнито-дипольного взаимодействия в базисе $\psi_{0,\pm 1/2}$ имеет вид [см. также (1.48)]

$$\mathcal{H}_{\text{edge}}^{(B)} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}(t) = \frac{\mu_B}{2} \sum_{\alpha,\beta=x,y,z} g_{\alpha\beta} \sigma_\alpha B_\beta(t), \quad (2.7)$$

где $\boldsymbol{\mu}$ – оператор магнитного дипольного момента, μ_B – магнетон Бора, и $g_{\alpha\beta}$ компоненты тензора g -фактора краевых состояний, которые приведены в (1.49).

С учётом электро-дипольного и магнито-дипольного механизмов электрон-фотонного взаимодействия оптические переходы между состояниями $\psi_{k_y,-s}$ и $\psi_{k_y,s}$, индуцированные излучением, поляризованным в плоскости квантовой ямы, опи-

¹В этой главе рассмотрены симметричные квантовые ямы кристаллографической ориентации (001).

ссылаются следующими матричными элементами

$$M_{s,-s}(k_y) = -\mathbf{d}_{s,-s} \cdot \mathbf{E} - \boldsymbol{\mu}_{s,-s} \cdot \mathbf{B}. \quad (2.8)$$

Здесь $\mathbf{d}_{s,-s}$ и $\boldsymbol{\mu}_{s,-s}$ – матричные элементы операторов электрического и магнитного дипольного момента, \mathbf{E} и \mathbf{B} – амплитуды электрического и магнитного поля, связанные соотношением $\mathbf{B} = n_\omega \mathbf{o} \times \mathbf{E}$, n_ω – показатель преломления среды, и \mathbf{o} – единичный вектор в направлении распространения излучения $\pm z$. Из формул (2.5), (2.7) и (1.49) следует, что при малых k_y матричные элементы оптических переходов имеют следующий вид

$$M_{\pm 1/2, \mp 1/2}(k_y) = \pm i e^{\mp 2i\beta} (D_1 E_x \pm i D_2 E_y) k_y + \frac{\mu_B}{2} \left[\frac{g_1 + g_2}{2} (B_x \mp i B_y) + \frac{g_1 - g_2}{2} e^{\mp 4i\beta} (B_x \pm i B_y) \right]. \quad (2.9)$$

В величинах $|M_{+1/2-1/2}(k_y)|^2$ и $|M_{-1/2+1/2}(-k_y)|^2$, которые определяют вероятности оптических переходов при k_y и $-k_y$, см. рис. 2.3, можно выделить симметричную и асимметричную части:

$$|M(k_y)|_{\text{sym/asym}}^2 = \frac{|M_{+1/2-1/2}(k_y)|^2 \pm |M_{-1/2+1/2}(-k_y)|^2}{2}, \quad (2.10)$$

где

$$|M(k_y)|_{\text{sym}}^2 = (D_1^2 |e_x|^2 + D_2^2 |e_y|^2) E^2 k_y^2 - \frac{D_1 g_1 - D_2 g_2}{2} |k_y| \mu_B n_\omega \cos 2\beta E^2 P_{\text{circ}}, \quad (2.11)$$

и

$$|M(k_y)|_{\text{asym}}^2 = -D_1 D_2 E^2 k_y^2 \text{sign } k_y P_{\text{circ}} o_z - \frac{D_1 g_2 - D_2 g_1}{2} k_y \mu_B n_\omega \cos 2\beta E^2 o_z - \frac{D_1 g_2 + D_2 g_1}{2} k_y \mu_B n_\omega [\cos 2\beta (|e_x|^2 - |e_y|^2) + \sin 2\beta (e_x e_y^* + e_y e_x^*)] E^2 o_z. \quad (2.12)$$

Здесь $\mathbf{e} = \mathbf{E}/E$ – единичный вектор поляризации, и $P_{\text{circ}} = i(e_x e_y^* - e_y e_x^*) o_z$ определяет величину циркулярной поляризации падающего излучения, $P_{\text{circ}} = +1$ (-1) для излучения, поляризованного по правому (левому) кругу. В уравнениях (2.11) и (2.12) оставлены только слагаемые, возникающие за счёт электро-дипольного

взаимодействия и интерференции электро-дипольного и магнито-дипольного процессов. Слагаемые, квадратичные по матричным элементам оператора $\boldsymbol{\mu}$, малы и поэтому не учитываются.

Определим ширину поглощения краевого канала как

$$w = W/I, \quad (2.13)$$

где W – энергия, поглощённая в единицу времени единицей длины края,

$$W = 4\pi\omega \sum_{k_y > 0} |M|_{\text{sym}}^2 [f(\varepsilon_{k_y, -1/2}) - f(\varepsilon_{k_y, +1/2})] \delta(\varepsilon_{k_y+1/2} - \varepsilon_{k_y-1/2} - \hbar\omega), \quad (2.14)$$

$f(\varepsilon)$ функция распределения Ферми-Дирака, и

$$I = \frac{cn_\omega |\mathbf{E}|^2}{2\pi} \quad (2.15)$$

– интенсивность падающего излучения. Выполнив расчёт ширины поглощения для вероятности оптических переходов, определяемой формулой (2.11), и линейной дисперсии $\varepsilon_{k_y \pm 1/2} = \pm \hbar v k_y$, получим

$$w = \frac{\pi\omega^3 \Delta f}{2cn_\omega \hbar v^3} (D_1^2 |e_x|^2 + D_2^2 |e_y|^2) - \frac{\pi\mu_B \omega^2 \Delta f}{2c\hbar v^2} (D_1 g_1 - D_2 g_2) \cos 2\beta P_{\text{circ}}, \quad (2.16)$$

где $\Delta f = f(-\hbar\omega/2) - f(\hbar\omega/2)$.

Из формулы (2.16) следует, что на краю топологических изоляторов на основе квантовых ям с решёткой цинковой обманки наблюдается линейный и циркулярный дихроизм: излучение с различными линейными и циркулярными поляризациями поглощается по-разному. В частности, в случае линейно поляризованного излучения поглощение зависит от направления вектора \mathbf{e} . Отношение ширины поглощения для излучения, поляризованного вдоль края ($\mathbf{e} \parallel y$) и перпендикулярно краю ($\mathbf{e} \parallel x$), даётся величиной $(D_2/D_1)^2$, равной ≈ 4 для квантовых ям HgTe/CdHgTe. Поглощение также содержит вклад, чувствительный к спиральности падающих фотонов P_{circ} , так что циркулярное излучение, поляризованное по правому и левому кругу, поглощается по-разному. Этот эффект связан с интерференцией электро-дипольного и магнито-дипольного механизмов поглощения. В

соответствии с общими симметричными соображениями, циркулярный дихроизм отсутствует в системах, которые содержат плоскости отражения, что в нашем случае реализуется при $\beta = \pi/4 + \pi n/2$. Интересно, что в случае, когда циркулярный дихроизм разрешён, он имеет одинаковый знак для противоположных краёв структуры.

2.3.2 Спиновая поляризация и краевые фототоки

Освещение края топологического изолятора также приводит к спиновой поляризации электронов и, как следствие, генерации постоянного электрического тока в краевом канале, поскольку оптические переходы вида $| -k_y, +1/2 \rangle \rightarrow | -k_y, -1/2 \rangle$ и $| k_y, -1/2 \rangle \rightarrow | k_y, +1/2 \rangle$ идут с различными скоростями, см. (2.12) и рис. 2.3.

В приближении времени релаксации фототок даётся следующим выражением

$$j_y = \frac{4\pi e}{\hbar} \sum_{k_y > 0} [\tau_p(\varepsilon_{k_y+1/2})v_{k_y+1/2} - \tau_p(\varepsilon_{k_y-1/2})v_{k_y-1/2}] \times |M|_{\text{asym}}^2 [f(\varepsilon_{k_y,-1/2}) - f(\varepsilon_{k_y,+1/2})] \delta(\varepsilon_{k_y+1/2} - \varepsilon_{k_y-1/2} - \hbar\omega), \quad (2.17)$$

где $v_{k_y s} = (1/\hbar)d\varepsilon_{k_y s}/dk_y$ – скорость краевых электронов, и τ_p – время релаксации электронов в краевом канале, связанной с процессами рассеяния с переворотом спина. Известно, что в реальных квантовых ямах HgTe/CdHgTe топологическая защита против рассеяния с переворотом спина нарушается, и баллистический транспорт наблюдается только на расстояниях порядка нескольких мкм, см., например, [33, A1]. В литературе обсуждаются различные механизмы рассеяния с переворотом спина в спиральных краевых каналах. Наиболее вероятный сценарий связан с взаимодействием краевых электронов с электронными или дырочными лужами, которые формируются вблизи краёв образца за счёт флуктуаций потенциала [104, 107]. Другие механизмы включают в себя рассеяние на магнитных примесях, которые могут присутствовать на краях образца [101–103, 106], или на флуктуациях ядерной спиновой поляризации атомов кристаллической решётки [150–152].

Рассчитав сумму по k_y в (2.17), получим

$$j_y = \frac{2e\tau_p}{\hbar^2} |M(k_y^*)|_{\text{asym}}^2 \Delta f, \quad (2.18)$$

где $k_y^* = \omega/2v$. Величина τ_p , которая входит в (2.18), зависит от скорости термализации носителей заряда внутри краевого канала. Если термализация, определяемая электрон-электронными столкновениями и рассеянием на фононах, неэффективна, то τ_p – время релаксации «горячих» электронов и дырок. В обратном случае, когда термализация идёт быстрее, чем рассеяние с переворотом спина, в уравнении (2.18) нужно использовать τ_p на уровне Ферми.

Фототок, чувствительный к спиральности фотонов, возникает в электродипольном приближении. Подставив первое слагаемое в выражении (2.12) для $|M|_{\text{asym}}^2$ в (2.18), получим

$$j_y^{(\text{circ})} = -\frac{4e\tau_p v w_0}{\hbar\omega} \frac{D_1 D_2}{D_1^2 + D_2^2} I P_{\text{circ}} o_z, \quad (2.19)$$

где w_0 – ширина поглощения краевого канала для циркулярно поляризованного излучения:

$$w_0 = \frac{\pi\omega^3 (D_1^2 + D_2^2) \Delta f}{4cn_\omega \hbar v^3}. \quad (2.20)$$

Уравнение (2.19) описывает циркулярный фотогальванический эффект в спиральных краевых каналах. Соответствующий фототок пропорционален степени циркулярной поляризации и меняет направление при смене знака спиральности падающих фотонов. Отметим, что циркулярный фототок возникает также и в рамках магнито-дипольного приближения [110, 111], однако этот вклад на несколько порядков меньше рассмотренного вклада электро-дипольных переходов. Рассчитанный ток соответствует феноменологическому параметру C_{yz} в уравнении (2.2) и табл. 2.1.

В случае линейно поляризованного излучения спиновая поляризация электронов и соответствующий электрический ток возникают за счёт интерференции электро-дипольных и магнито-дипольных переходов, которая описывается вторым

и третьим слагаемыми в (2.12). Фототок имеет следующий вид

$$j_y^{(\text{lin})} = [A + B(|e_x|^2 - |e_y|^2)] q_z \cos 2\beta I + B(e_x e_y^* + e_y e_x^*) q_z \sin 2\beta I, \quad (2.21)$$

где

$$\begin{aligned} A &= -\frac{4ec\tau_p v^2 w_0 \mu_B (D_1 g_2 - D_2 g_1)}{\hbar \omega^3 (D_1^2 + D_2^2)}, \\ B &= -\frac{4ec\tau_p v^2 w_0 \mu_B (D_1 g_2 + D_2 g_1)}{\hbar \omega^3 (D_1^2 + D_2^2)}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

и $q_z = o_z n_\omega \omega / c$ – волновой вектор падающего фотона. Линейный фототок зависит от ориентации края по отношению к кристаллографическим осям и ориентации плоскости поляризации излучения по отношению к краю. Он появляется также при освещении образца неполяризованным излучением. Фототок (2.21) принадлежит к классу линейного эффекта увлечения, см. (2.3), при этом направление тока перпендикулярно волновому вектору падающего фотона. При $\beta = 0$, что соответствует краю вдоль направления $[010]$ и точечной группе C_2 , из уравнения (2.21) следует, что линейный эффект увлечения описывается компонентами $D_{yzxx}^{(L)}$ и $D_{yzyy}^{(L)}$ соответствующего тензора. В случае $\beta = \pi/4$, соответствующем краю вдоль $[110]$ и точечной группе C_s , линейный эффект увлечения описывается параметром $D_{yzxy}^{(L)}$. Оба случая согласуются с симметричным анализом эффекта увлечения, см. табл. 2.2.

На рис. 2.4 показаны зависимости циркулярного и линейного краевых фототоков в квантовых ямах HgTe/CdHgTe от энергии фотона $\hbar\omega$. Кривые рассчитаны для нулевой температуры, уровня Ферми, проходящего через дираковскую точку, и времени релаксации $\tau_p = 20$ пс, полученного из анализа экспериментальных данных [A1]. Сплошными кривыми показаны результаты, основанные на численных расчётах матричных элементов электрон-фотонного взаимодействия при произвольном k_y [A3]. Штриховыми линиями показаны кривые, построенные с помощью аналитических выражений (2.19) и (2.21), справедливых при малых k_y . Для излучения с интенсивностью 1 кВт/см² и энергией фотона 4 мэВ величина фо-

тогальванического тока составляет порядка нескольких нА, а тока увлечения – десятков пА.

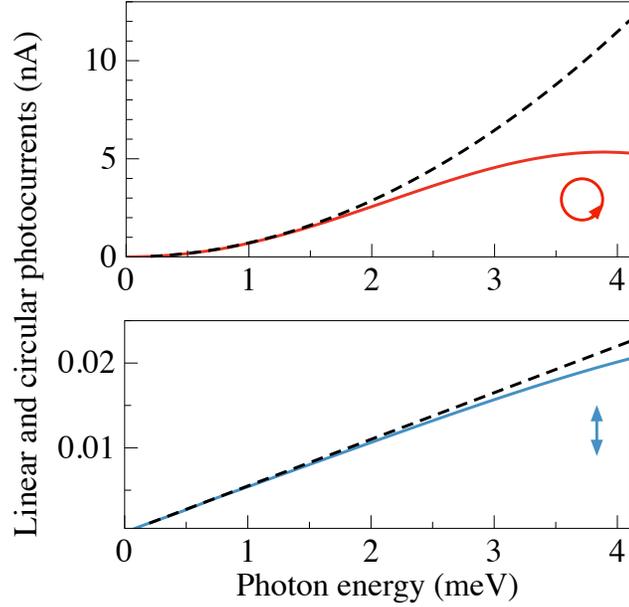


Рис. 2.4: Циркулярный и линейный краевые фототоки как функции энергии падающих фотонов. Зависимости рассчитаны для параметров, соответствующих двумерному топологическому изолятору на основе HgTe/CdHgTe, см. табл. 1.1, $\delta = -10$ мэВ, времени релаксации импульса $\tau_p = 20$ пс, коэффициента преломления $n_\omega = 3$ и интенсивности излучения $I = 1$ кВт/см². Линейный фототок рассчитан для $\beta = 0$ и $e \parallel y$. Сплошными линиями показаны результаты численного расчёта, штриховыми – аналитического расчёта по формулам (2.19) и (2.21).

2.4 Фототоки, вызванные фотоионизацией краевых каналов в квантовых ямах на основе HgTe

Помимо оптических переходов внутри краевого канала, рассмотренных выше, возможны также переходы между краевыми и объёмными состояниями, приводящие к фотоионизации краевых каналов [A1, 108, 109, 111], рис. 2.5. Это переходы между одномерными краевыми состояниями $|k_y, s\rangle$ и делокализованными двумерными состояниями $|\mathbf{k}, s'\rangle$ зоны проводимости или валентной зоны, характеризующимися двумерным волновым вектором \mathbf{k} . Оптические переходы из краевого

канала в зону проводимости идут при условии $\hbar\omega > \varepsilon_c - \varepsilon_F$, в то время как переходы из валентной зоны в краевой канал включаются при $\hbar\omega > \varepsilon_F - \varepsilon_v$. Переходы между краевыми и объёмными состояниями разрешены в электро-дипольном приближении уже в рамках изотропной модели Берневига-Хьюза-Жанга, см. гамильтониан (1.24) при $\gamma = 0$ [108]. Таким образом, они являются доминирующим механизмом поглощения, если энергия фотона достаточно велика, чтобы забросить электроны из краевого канала в зону проводимости или из валентной зоны в краевой канал.

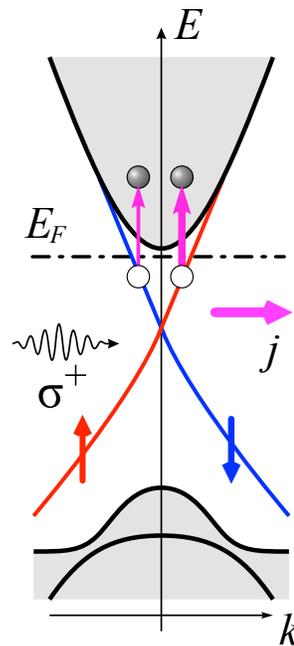


Рис. 2.5: Фототок, вызванный оптическими переходами между краевыми и объёмными состояниями двумерных топологических изоляторов. Переходы под действием циркулярно поляризованного излучения идут с разными темпами из краевых состояний со спином «вверх» и «вниз». Это приводит к спиновой поляризации краевого канала, и следовательно, генерации постоянного тока.

В рамках изотропной модели Берневига-Хьюза-Жанга оптические переходы между краевыми и объёмными состояниями идут с сохранением псевдospина. Однако в случае циркулярно поляризованного излучения темпы переходов из состояний $|k_y, +1/2\rangle$ и $|-k_y, -1/2\rangle$ различны. Различие в темпах фотоионизации показано на рис. 2.5 вертикальными стрелками разной толщины. Микроскопически это

различие связано с тем, что за счёт электрон-дырочной асимметрии, описываемой параметром D в гамильтониане (1.24), краевые состояния содержат неравные вклады функций $|E1\rangle$ и $|H1\rangle$ [108].

Темп фотоионизации краевого состояния $|k_y, s\rangle$ равен

$$g_{k_y s} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k_x} |M_{ss}(k_x, k_y)|^2 [f(\varepsilon_{k_y s}) - f(\varepsilon_{k_x k_y s}^c)] \delta(\varepsilon_{k_x k_y s}^c - \varepsilon_{k_y s} - \hbar\omega), \quad (2.23)$$

где $M_{ss}(k_x, k_y)$ – матричный элемент оптического перехода из краевого состояния $|k_y, s\rangle$ в состояние $|k_x k_y, s\rangle$ зоны проводимости, $\varepsilon_{k_x k_y s}^c$ – энергия электронов зоны проводимости, и k_x – волновой вектор электронов зоны проводимости в направлении, перпендикулярном краю.

Относительная разность темпов фотоионизации из состояний $|k_y, +1/2\rangle$ и $|-k_y, -1/2\rangle$ пропорциональна циркулярной поляризации падающих фотонов и может быть представлена в виде

$$\frac{g_{k_y+1/2} - g_{-k_y-1/2}}{g_{k_y+1/2} + g_{-k_y-1/2}} = KP_{\text{circ}O_z}. \quad (2.24)$$

Здесь K – безразмерный коэффициент, равный $2BD/(B^2 + D^2) \approx 0.96$ при $k_y = 0$ [108]. Численный расчёт показывает, что коэффициент K слабо зависит от k_y и от энергии фотона $\hbar\omega$ [A1].

Для расчёта фототока, связанного с фотоионизацией краевых каналов, мы будем предполагать, что импульс объёмных носителей заряда релаксирует значительно быстрее, чем импульс краевых электронов, что позволяет нам пренебречь фототоком в объёмных состояниях. Мы также будем считать, что объёмные носители заряда быстро релаксируют по спину, так что фотоионизированные электроны теряют свою спиновую поляризацию до того, как захватятся обратно в краевые состояния. В этом случае краевой ток даётся следующим выражением

$$j_y = -\frac{e\tau_p v w}{\hbar\omega} KP_{\text{circ}O_z}, \quad (2.25)$$

где $w = (\hbar\omega/I) \sum_{k_y} (g_{k_y+1/2} + g_{-k_y-1/2})$ – ширина поглощения краевого канала для циркулярно поляризованного излучения.

Спектры возбуждения краевого фототока для трёх различных положений уровня Ферми приведены на рис. 2.6. В случае, когда уровень Ферми лежит внутри запрещённой зоны, зависимость фототока от $\hbar\omega$ имеет пороговый характер. С увеличением частоты фототок растёт, достигает максимума и далее спадает. Уменьшение фототока при больших частотах связано с уменьшением числа падающих фотонов при заданной интенсивности I , а также с уменьшением вероятности оптических переходов. Последнее связано со слабым перекрытием волновых функций краевых состояний и объёмных состояний с большими энергиями.

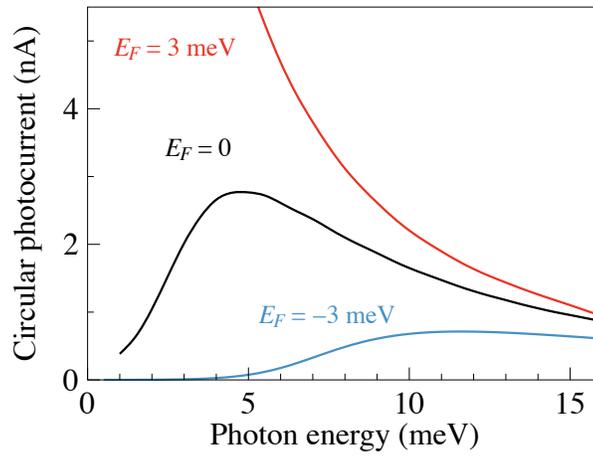


Рис. 2.6: Спектральная зависимость циркулярного краевого фототока, возникающего при оптических переходах из краевых состояний в зону проводимости. Различные кривые соответствуют различным положениям уровня Ферми, отсчитанного от дираковской точки. Зависимости рассчитаны для параметров, соответствующих двумерному топологическому изолятору на основе HgTe/CdHgTe, см. табл. 1.1, $\delta = -10$ мэВ, времени релаксации импульса $\tau_p = 20$ пс, коэффициента преломления $n_\omega = 3$ и интенсивности излучения $I = 1$ Вт/см².

Краевые фототоки в двумерных топологических изоляторах были экспериментально обнаружены в работе [A1]. Эксперименты были выполнены на структурах с квантовой ямой Hg_{0.3}Cd_{0.7}Te/HgTe/Hg_{0.3}Cd_{0.7}Te шириной 8 нм, выращенных молекулярно пучковой эпитаксией на подложках GaAs. Образцы были также оснащены полупрозрачным затвором, с помощью которого можно было управлять положением уровня Ферми. Фототок возбуждался циркулярно поляризованным излучением

терагерцового диапазона с энергией фотона, меньшей ширины запрещённой зоны. В результате измерений, выполненных на различных образцах и различных парах контактов, было обнаружено, что фототоки на противоположных краях образца текут в противоположных направлениях, рис. 2.7. При этом краевой фототок менял своё направление при смене знака циркулярной поляризации падающего излучения.

На рис. 2.7 приведены зависимости измеренного фототока от напряжения на затворе V_g . Из рисунка видно, что краевой фототок эффективно генерируется в случае, когда уровень Ферми лежит внутри запрещённой зоны, и имеет локальный максимум, когда уровень Ферми лежит чуть ниже дна зоны проводимости (область II на рисунке). В результате анализа эффективности различных механизмов генерации тока было установлено, что фототок в этом диапазоне V_g вызван преимущественно фотоионизацией краевых состояний. Расчёт зависимости величины фототока от положения уровня Ферми по формуле (2.25) приведён на рис. 2.8 (b). Как видно, теория хорошо описывает зависимости фототока от V_g и частоты падающего излучения, а также даёт близкие к экспериментальным величины фототока.

При отрицательных значениях V_g , соответствующих сдвигу уровня Ферми в сторону валентной зоны (область III на рис. 2.7) фототок меняет своё направление и снова возрастает. Рост абсолютной величины тока может быть связан с оптическими переходами из валентной зоны в краевые состояния. Однако причина смены знака фототока остаётся неясной, поскольку модель Берневига-Хьюза-Жанга предсказывает одинаковый знак фототока для переходов из краевых состояний в зону проводимости и для переходов из валентной зоны в краевые состояния [A1, 109]. Возможно, смена знака связана со сложной структурой валентной зоны в квантовой яме шириной 8 нм, которая не учитывается в рамках модели Берневига-Хьюза-Жанга [63, 153]. Другое возможное объяснение связано с тем, что фототок при отрицательных V_g вызван непрямыми оптическими переходами внутри кра-

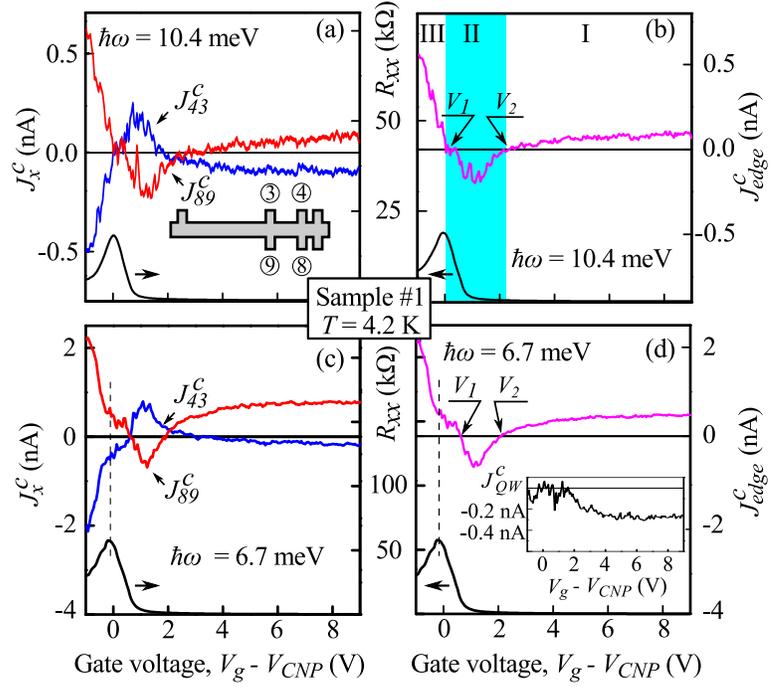


Рис. 2.7: Циркулярные фототоки, измеренные в структурах с квантовой ямой $\text{Hg}_{0.3}\text{Cd}_{0.7}\text{Te}/\text{HgTe}/\text{Hg}_{0.3}\text{Cd}_{0.7}\text{Te}$ шириной 8 нм. (а, с) Фототоки, измеренные на противоположных краях образца, см. вставку к панели (а), в зависимости от напряжения на затворе. Данные приведены для двух значений частоты падающего терагерцового излучения. Чёрными кривыми показано сопротивление, измеренное между контактами 3 и 4. (b, d) Краевой и объёмный (на вставке) вклады в фототок. [A1]

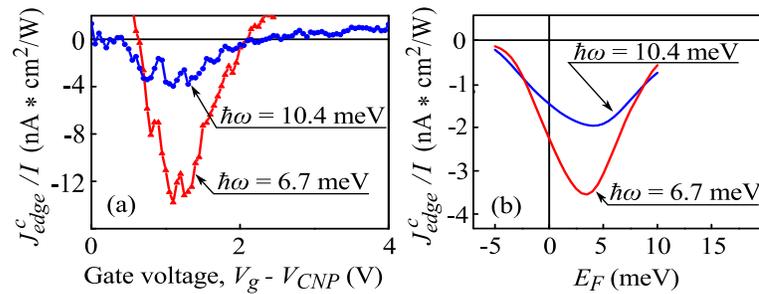


Рис. 2.8: (а) Краевые фототоки из области II на рис. 2.7 и (b) зависимости фототока от положения уровня Ферми, рассчитанные по формуле (2.25). Энергия уровня Ферми отсчитывается от дираковской точки.

евого канала, которые проявляются за счёт сильной энергетической зависимости времени релаксации или нелинейной дисперсии краевых состояний.

При совсем маленьких энергиях фотона прямые переходы, рассмотренные выше и в разделе 2.3, становятся невозможными, однако падающее излучение по-прежнему может поглощаться краевыми каналами и приводить к генерации фототока. В этом случае поглощение связано с непрямыми оптическими переходами при рассеянии электрона на статических дефектах или фононах. Краевые фототоки, вызванные такими переходами в спиральных каналах, рассмотрены в работах [А6, 154]. Как будет показано в следующем разделе, не прямые оптические переходы также приводят к генерации краевого фототока в киральных каналах, возникающих в двумерных системах в сильных магнитных полях.

2.5 Генерация краевых фототоков в режиме квантового эффекта Холла

Двумерные системы, помещённые в сильное магнитное поле, характеризуются наличием киральных краевых каналов, ответственных за возникновение квантового эффекта Холла [94]. Квантовый эффект Холла (КЭХ) – это универсальное явление, которое наблюдается в широком классе систем, содержащих двумерный электронный газ. Примерами таких систем являются полевые транзисторы на основе кремния, в которых впервые был обнаружен КЭХ [93], одиночные гетеропереходы GaAs/AlGaAs [155], квантовые ямы HgTe/CdHgTe с близкой к критической шириной [156, 157], графен [158, 159]. В равновесии по киральным каналам циркулируют незатухающие диамагнитные токи, которые однако не создают разность потенциалов между электрическими контактами. Взаимодействие киральных каналов с излучением выводит систему из равновесия и приводит к генерации краевых токов, которые могут быть измерены экспериментально.

Краевые фототоки в графене в режиме квантового эффекта Холла наблюдались в работе [А7]. Для измерений использовались образцы на основе графена,

оснащённые затвором, позволяющим менять концентрацию и тип носителей заряда, и группой контактов по периметру образца. В данных образцах наблюдалось плато в поперечном сопротивлении R_{xy} , соответствующее фактору заполнения $\nu = 2$, в умеренных магнитных полях $B_z > 0.6$ Т. Освещение краёв образца линейно поляризованным излучением терагерцового диапазона приводило к генерации фототоков, измеренных между различными парами контактов. На рис. 2.9 (а) приведена зависимость фототока в нулевом магнитном поле от ориентации вектора электрического поля относительно края образца. Экспериментальные данные описываются формулой

$$j = j_L \sin(2\alpha' + \varphi_0) + j_0, \quad (2.26)$$

где j_L и j_0 – амплитуды поляризационно зависимого и независимого вкладов в ток, α' – угол между электрическим полем падающей волны и краем образца, и φ_0 – фазовый сдвиг. Как следует из рис. 2.9 (с), фотоотклик, измеренный на противоположных краях образца, имеет разный знак, и следовательно, связан именно с краевыми фототоками. В нулевом магнитном поле j_L значительно превышает j_0 , и фаза φ_0 близка к нулю, при этом переход между электронной и дырочной проводимостью приводит к изменению направления фототока, рис. 2.9 (а). Похожие результаты в нулевом магнитном поле были получены в однослойном и двуслойном графене в работах [160, A8]. Анализ краевых фототоков, возникающих в двумерных проводящих системах в нулевом и слабом магнитных полях, посвящена глава 4 диссертации.

В магнитном поле, которое переводит систему в режим квантового эффекта Холла, наблюдалось качественное изменение поведения фототока. В отличие от нулевого магнитного поля, направление фототока больше не менялось с изменением поляризации излучения, а определялось только ориентацией магнитного поля, рис. 2.9 (d). Таким образом, поляризационная зависимость фототока по-прежнему описывалась формулой (2.26), однако с существенным поляризационно независимым вкладом j_0 и фазовым сдвигом φ_0 , близким к 90° . Более того, в отличие от

нулевого магнитного поля, смена типа проводимости не приводила к изменению направления фототока.

Для того, чтобы установить механизм генерации краевого фототока в режиме квантового эффекта Холла, проанализируем энергетическую дисперсию уровней Ландау в графене с краем. На рис. 2.10 приведены энергетические спектры графена с одиночным краем типа «armchair» и типа «zigzag» в магнитном поле $B_z = 1$ Т, рассчитанные с помощью модели из [161]. Объёмные уровни Ландау двукратно вырождены по долинам K и K' и имеют энергии $\varepsilon_n = \hbar\omega_c\sqrt{|n|}\text{sgn } n$, где $\omega_c = \sqrt{2}v_0/l_B$, v_0 – скорость электронов в графене, $l_B = \sqrt{\hbar c/|eB_z|}$ – магнитная длина, и индекс n принимает целые значения. На рис. 2.10 объёмные уровни Ландау соответствуют $kl_B \gg 1$, где k – волновой вектор вдоль края, который также определяет положение электронной орбиты в реальном пространстве. Циклотронная энергия $\hbar\omega_c$ в графене равна ≈ 30 мэВ в поле 1 Т, что значительно превышает аналогичное расщепление в системах с параболическим спектром – например, $\hbar\omega_c \approx 2$ мэВ для электронов в GaAs. Большие значения $\hbar\omega_c$ в графене позволяют наблюдать квантование поперечного сопротивления уже при комнатной температуре [159].

Вблизи края ($kl_B \lesssim 1$) орбитальное вырождение уровней Ландау снимается. Например, край типа «armchair» смешивает уровни Ландау в долинах K и K' , что приводит к формированию чётных и нечётных комбинаций долинных состояний вблизи края, обозначенных n^+ и n^- на рис. 2.10 (а). Край типа «zigzag» не смешивает долинные состояния, однако энергии уровней Ландау в долинах K и K' вблизи края отличаются, см. рис. 2.10 (b). Более того, край «zigzag» уже в нулевом поле поддерживает локализованное вблизи края одномерное состояние [162], которое в присутствии магнитного поля смешивается с уровнем Ландау $n = 0$ в долине K' , формируя киральные краевые состояния [161]. Несмотря на то, что структура киральных состояний зависит от конкретной ориентации края и граничных условий, энергетический спектр качественно не меняется. Отметим также, что в рассматриваемом диапазоне магнитных полей зеемановское расщепление электро-

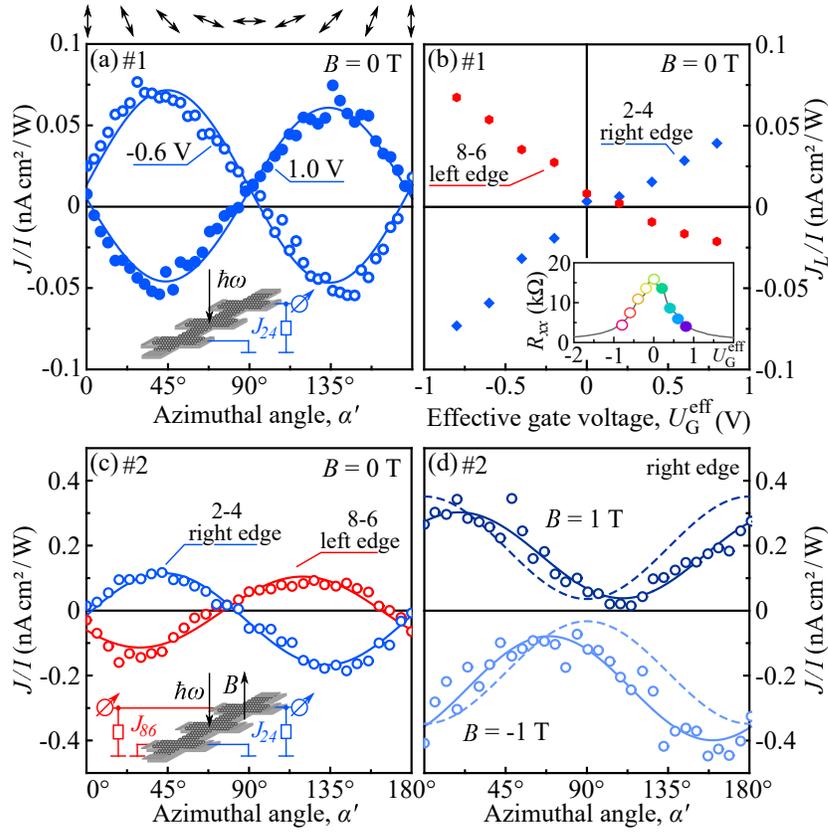


Рис. 2.9: Краевые фототоки в графене, возбуждаемые линейно поляризованным терагерцовым излучением. (a) Зависимость фототока, измеренного между контактами 2 и 4 (см. вставку) в нулевом магнитном поле, от угла α' между краем образца и вектором электрического поля падающей волны. Данные приведены для двух значений напряжения на затворе, соответствующих n - (сплошные точки) и p - (открытые точки) типам проводимости. Кривые – результаты подгонки по формуле (2.26). Стрелки в верхней части панели иллюстрируют поляризацию падающего излучения для нескольких значений α' . (b) Амплитуда поляризационно зависимого вклада в фототок j_L как функция напряжения на затворе, измеренная на двух противоположных краях образца. На вставке приведена зависимость продольного сопротивления R_{xx} от напряжения на затворе. (c) Поляризационная зависимость краевого фототока, измеренная на противоположных краях образца №2. Кривые – результаты подгонки по формуле (2.26). (d) Поляризационная зависимость фототока, измеренного на правом краю образца №2 в магнитном поле $B_z = \pm 1$ Т, соответствующем плато в поперечном сопротивлении R_{xy} с фактором заполнения $\nu = 2$. Сплошные кривые – результаты подгонки по формуле (2.26), штриховые кривые рассчитаны по формулам (2.28) и (2.29). Частота излучения $f = 3.3$ ТГц, температура $T = 4.2$ К. [A7]

нов в графене значительно меньше циклотронной энергии, и в дальнейшем мы им пренебрегаем.

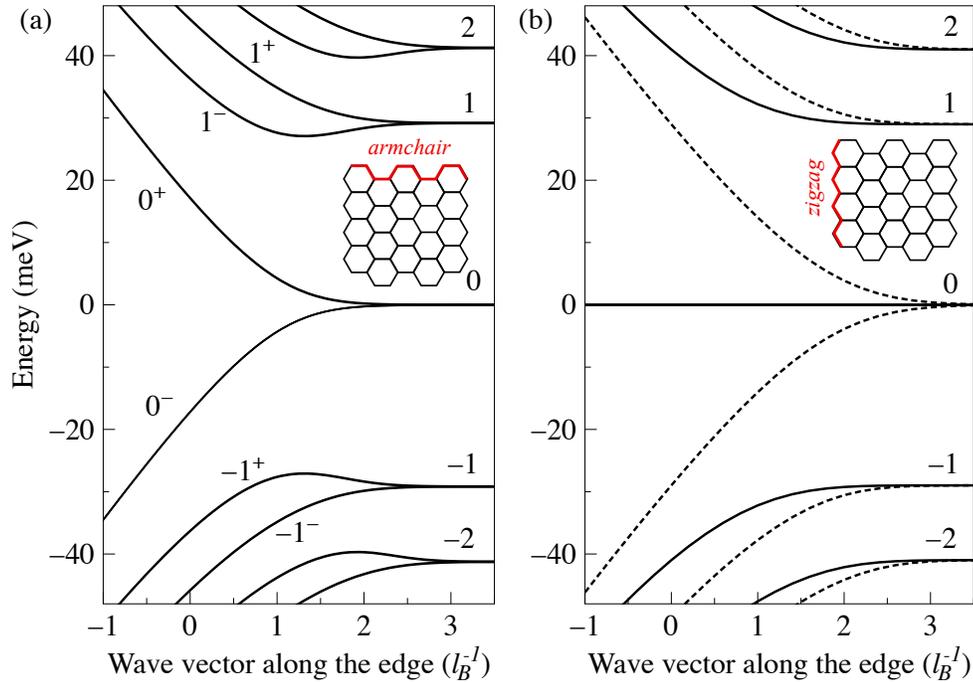


Рис. 2.10: Рассчитанный спектр уровней Ландау в графене с краем типа «armchair» (a) и типа «zigzag» (b) в магнитном поле $B_z = 1$ Т. Числами $n = 0, \pm 1, \pm 2$ обозначены номера объёмных уровней Ландау. Индексы n^+ и n^- на панели (a) обозначают краевые состояния, образованные симметричной и антисимметричной комбинацией долин K и K' , соответственно. Сплошными и штриховыми линиями на панели (b) показаны спектры в долинах K и K' , соответственно.

На рис. 2.11 представлено схематичное изображение механизма генерации фототока при освещении края графена терагерцовым излучением. В соответствии с условиями эксперимента, см. рис. 2.9 (d), уровень Ферми лежит между объёмными уровнями Ландау с $n = 0$ и $n = 1$ (фактор заполнения $\nu = 2$ с учётом спина), и энергия фотона меньше циклотронной энергии. В этом случае поглощение излучения происходит внутри киральных каналов за счёт непрямых оптических переходов (переходы типа Друде) – сохранение импульса при таких переходах обеспечивается за счёт рассеяния на статических примесях или фононах. В результате такого процесса электроны с начальной скоростью v_1 под уровнем Ферми переходят

дят в состояния со скоростью v_2 над уровнем Ферми. Разница в скоростях v_1 и v_2 , связанная с дисперсией краевых состояний, приводит к генерации постоянно-го электрического тока вдоль края образца. В приближении времени релаксации краевой ток даётся следующим выражением

$$j = e \frac{4\pi}{\hbar} \sum_{k,k'} [\tau_{\text{edge}}(\varepsilon_{k'})v_{k'} - \tau_{\text{edge}}(\varepsilon_k)v_k] |M_{k'k}|^2 (f_k - f_{k'}) \delta(\varepsilon_{k'} - \varepsilon_k - \hbar\omega),$$

где k (k') – волновой вектор начального (конечного) состояния, ε_k и $v_k = (1/\hbar)d\varepsilon_k/dk$ – энергия и групповая скорость электронов, соответственно, $M_{k'k}$ – матричный элемент непрямого оптического перехода, f_k – равновесная функция распределения, и τ_{edge} – время релаксации электронных возбуждений в киральном краевом канале. Как следует из (2.27), краевой фототок возникает, когда произведения $\tau_{\text{edge}}v$ различны в начальном и конечном состояниях.

Непрямые оптические переходы возникают при одновременном учёте электрон-фотонного взаимодействия и рассеяния электрона на примесях или фононах, чтобы обеспечить сохранение энергии и импульса. Микроскопически такие переходы описываются виртуальными процессами с участием промежуточных состояний, принадлежащих тому же уровню, либо другим уровням в зоне проводимости или валентной зоне [163, 164]. На рис. 2.11 (b) показаны виртуальные переходы с промежуточными состояниями в том же киральном канале, а на рис. 2.11 (c) – примеры виртуальных переходов через другие уровни Ландау. Составной матричный элемент непрямого оптического перехода внутри уровня 0^+ имеет вид

$$M_{k'k} = \sum_m \left(\frac{V_{0+k',mk} R_{mk,0+k}}{\varepsilon_{0+k} - \varepsilon_{mk} + \hbar\omega} + \frac{R_{0+k',mk'} V_{mk',0+k}}{\varepsilon_{0+k} - \varepsilon_{mk'}} \right), \quad (2.27)$$

где $m = 0^\pm, 1^\pm, \dots$ – номер уровня Ландау, $R_{mk,0+k}$ – матричный элемент электрон-фотонного взаимодействия, и $V_{0+k',mk}$ – матричный элемент рассеяния.

Общее выражение для j можно упростить в пределе $\hbar\omega \ll \varepsilon_F$, где ε_F – энергия Ферми, отсчитанная от нулевого объёмного уровня Ландау. В этом случае краевой

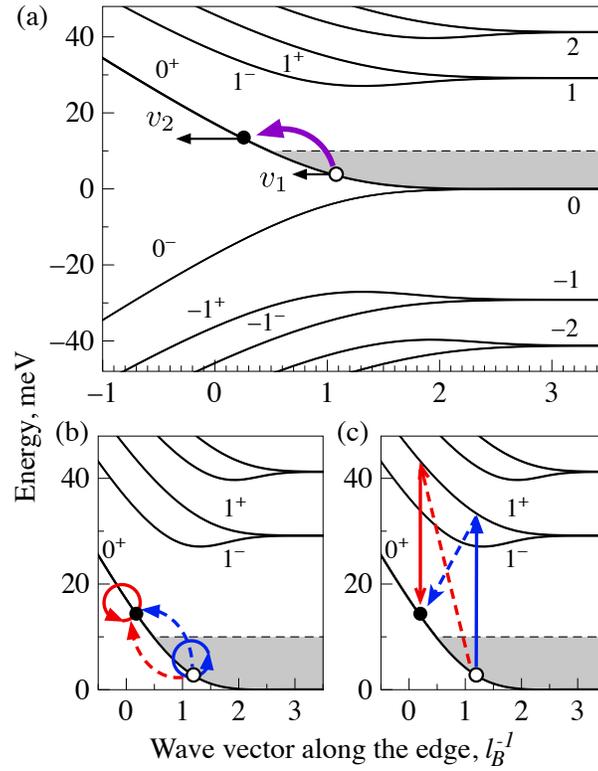


Рис. 2.11: Схематичное изображение механизма генерации краевого фототока в графене в режиме квантового эффекта Холла. (а) Спектр уровней Ландау для края «armchair» в магнитном поле $B_z = 1$ Т, штриховой линией показано положение уровня Ферми, соответствующее небольшому положительному напряжению на затворе и фактору заполнения $\nu = 2$. Фототок возникает в результате оптических переходов между краевыми состояниями с различной скоростью. (b) и (c) Увеличенный участок электронного спектра с изображением возможных механизмов внутризонного поглощения. Сплошными линиями показано взаимодействие с электромагнитным полем, штриховыми – рассеяние на статических примесях или фононах.

ток можно записать в виде

$$j = ewI \left[v_F \frac{\partial \tau_{\text{edge}}}{\partial \varepsilon} + \tau_{\text{edge}} \frac{\partial v}{\partial \varepsilon} \right]_{\varepsilon=\varepsilon_F}, \quad (2.28)$$

где v_F – скорость краевых электронов на уровне Ферми, w – ширина поглощения краевого канала и I – интенсивность падающего излучения. Уравнение (2.28) соответствует фактору заполнения $\nu = 2$, реализуемому в эксперименте. При более высоких энергиях Ферми, когда электроны заполняют несколько уровней Ландау, краевой ток формируется за счёт не прямых переходов внутри каждого краевого канала, а также не прямых переходов между краевыми каналами, образованными из различных уровней Ландау.

Уравнение (2.28) описывает основные особенности фототока, наблюдаемого в эксперименте. Так, например, из него следует, что фототок меняет своё направление при смене знака магнитного поля. Действительно, при замене $B_z \rightarrow -B_z$ меняется скорость краевого состояния v и её производная $\partial v/\partial \varepsilon$, в то время как время τ_{edge} и его производная $\partial \tau_{\text{edge}}/\partial \varepsilon$ остаются неизменными. Также, из (2.28) следует, что при фиксированном направлении магнитного поля краевые фототоки в n - и p -легированных структурах текут в одинаковом направлении. На рис. 2.11 представлен механизм генерации фототока для фактора заполнения электронов $\nu = 2$. При отрицательных напряжениях на затворе в эксперименте наблюдается плато квантового эффекта Холла, соответствующее дырочному фактору заполнения $\nu = 2$. В этом случае уровень Ферми лежит между объёмными уровнями Ландау с номерами $n = 0$ и $n = -1$, и фототок формируется за счёт дырочных возбуждений в краевых каналах. При смене типа носителей заряда одновременно меняют свой знак и заряд e , и скорость краевых состояний v , поэтому знак j в (2.28) остаётся неизменным. Инвариантность краевого фототока при зарядовом сопряжении также согласуется с экспериментальными данными [A7].

Поляризационная зависимость фототока, см. рис. 2.9 (d), определяется поведением ширины поглощения краевого канала w в уравнении (2.28). Анализ формулы (2.27) показывает, что оптические переходы с промежуточными состояниями

на том же уровне Ландау, см. рис. 2.11 (b), вызываются излучением, поляризованным вдоль края. Оптические переходы с промежуточными состояниями на других уровнях Ландау, рис. 2.11 (c), могут возбуждаться излучением, поляризованным как вдоль края, так и перпендикулярно ему. Такая чувствительность оптических переходов к направлению электрического поля приводит к линейному и циркулярному дихроизму краевых каналов, [ср. (2.16)]:

$$w = w_{\parallel}|e_{\parallel}|^2 + w_{\perp}|e_{\perp}|^2 + w_{\text{circ}}i(e_{\parallel}e_{\perp}^* - e_{\parallel}^*e_{\perp}), \quad (2.29)$$

где w_{\parallel} и w_{\perp} – ширина поглощения для излучения, поляризованного, соответственно, вдоль и нормально к краю, w_{circ} – вклад в w , чувствительный к циркулярной поляризации, и \mathbf{e} – вектор поляризации падающего поля. Расчёт показывает, что при $\hbar\omega \ll \varepsilon_F$ выполняется соотношение $w_{\parallel} \gg w_{\text{circ}} \gg w_{\perp}$. Поляризационная зависимость фототока, рассчитанная по формулам (2.28) и (2.29) для линейно поляризованного излучения, показана на рис. 2.9 (d) штриховыми линиями и хорошо согласуется с экспериментальными данными.

В заключение, сравним величину фототока, наблюдаемую в эксперименте, с той, что ожидается в теории. Ширину поглощения кирального канала для непрямых оптических переходов, обусловленных рассеянием на случайно расположенных примесях, можно оценить как $w \sim \alpha l_B / (\sqrt{n_s} v_0 \tau_p)$, где α – постоянная тонкой структуры, v_0 и τ_p – скорость и время релаксации импульса носителей заряда в графене в нулевом магнитном поле, n_s – концентрация электронов или дырок. Следовательно, оценка амплитуды краевого тока имеет вид

$$|j/I| \sim \frac{|e| \alpha l_B^2}{\hbar v_0 \sqrt{n_s}} \left(\frac{\tau_{\text{edge}}}{\tau_p} \right). \quad (2.30)$$

Теоретическая оценка согласуется с экспериментально измеренной амплитудой $j/I \sim 0.2 \text{ нА см}^2/\text{Вт}$, см. рис. 2.9 (d), для $\tau_{\text{edge}}/\tau_p \sim 10^2$. Большая величина отношения $\tau_{\text{edge}}/\tau_p \sim 10^2$ неудивительна, поскольку τ_{edge} определяется процессами релаксации энергии электрона в однонаправленном киральном канале, а τ_p – значительно более эффективным упругим рассеянием двумерных электронов. Электронные

возбуждения в киральном канале могут релаксировать за счёт взаимодействия с акустическими фононами. Однако, обычные однофононные процессы подавлены из-за огромной разницы между скоростями фононов и электронов. Более эффективная релаксация может быть обусловлена двухфононными процессами или процессами рассеяния с участием фонона и примеси [165]. Другой возможный механизм связан с туннелированием носителей заряда между краевыми состояниями и локализованными состояниями, расположенными вблизи края графена.

2.6 Краткие итоги

В главе 2 получены следующие основные результаты:

- Показано, что благодаря отсутствию центра инверсии в квантовых ямах $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$, оптические переходы между спиральными состояниями со спином «вверх» и «вниз» возникают не только в магнито-дипольном приближении, но и в значительно более сильном электро-дипольном приближении. Выполнен расчёт матричных элементов электро-дипольных переходов и соответствующей ширины поглощения краевых каналов. Показано, что излучение, поляризованное вдоль и перпендикулярно краю, поглощается по-разному.
- Построена микроскопическая теория циркулярного фотогальванического эффекта, возникающего за счёт прямых оптических переходов внутри спиральных краевых каналов двумерных топологических изоляторов.
- Показано, что интерференция электро-дипольных и магнитно-дипольных оптических переходов внутри спирального краевого канала приводит к линейному эффекту увлечения при нормальном падении излучения, а также к циркулярному дихроизму краевых каналов.
- Построена микроскопическая теория циркулярных краевых фототоков, возникающих в двумерных топологических изоляторах за счёт фотоионизации

краевых каналов. Анализ экспериментальных данных по краевому фототоку, полученных в образцах с квантовыми ямами HgTe в университете г. Регенсбург, показал, что этот механизм вносит наибольший вклад в экспериментально наблюдаемые фототоки.

- Предложен механизм генерации краевых фототоков в двумерных системах в режиме квантового эффекта Холла, связанный с непрямыми оптически-ми переходами в киральных краевых каналах. Построена теория краевого фотогальванического эффекта за счёт такого механизма, которая позволяет описать экспериментальные зависимости краевых фототоков, измеренные в графене в режиме квантового эффекта Холла в университете г. Регенсбург.

Глава 3

Электронные состояния и фотогальванический эффект при межзонных переходах в двумерных кристаллах

3.1 Введение. Электронные состояния в двумерных дираковских материалах

Дираковские материалы объединяют в себе класс кристаллических систем, низкоэнергетические возбуждения в которых описываются эффективным двузонным гамильтонианом дираковского типа [1]

$$\mathcal{H}_0 = a \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} + \delta \sigma_z. \quad (3.1)$$

Здесь $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$ – импульс электрона, отсчитанный от дираковской точки, σ_j ($j = x, y, z$) – матрицы Паули, δ и a – зонные параметры. Спектр \mathcal{H}_0 имеет вид $\varepsilon_0(\mathbf{p}) = \pm \sqrt{\delta^2 + a^2 p^2}$ и формально совпадает со спектром дираковской частицы, обладающей массой покоя $m = \delta/a^2$. Линейное по импульсу смешивание состояний валентной зоны и зоны проводимости пропорционально эффективной скорости a , аналогичной скорости света в уравнении Дирака. При $\delta = 0$ гамильтониан (3.1) описывает безмассовые дираковские фермионы (вейлевские фермионы), являющиеся аналогом нейтрино в кристаллических телах.

Взаимодействие двух рассматриваемых зон с другими, более далёкими, энергетическими зонами в кристалле можно учесть добавлением в гамильтониан (3.1) квадратичных по импульсу диагональных слагаемых. Соответствующий гамильтониан принимает вид

$$\mathcal{H} = a \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} + (\delta + bp^2)\sigma_z + dp^2 I, \quad (3.2)$$

где I – единичная матрица 2×2 . Слагаемые $bp^2\sigma_z$ и dp^2I отсутствуют в уравнении Дирака, однако могут существенно влиять на структуру дираковских состояний в кристаллических системах, см., например, раздел 1.3 диссертации. В частности, параметр d ответственен за электрон-дырочную асимметрию спектра, учёт которой важен при рассмотрении фотогальванических эффектов в дираковских материалах, см. ниже и разделы 2.3 и 2.4. Отметим также, что дираковские состояния могут иметь дополнительные долинные или спиновые степени свободы. Тогда полный гамильтониан имеет блочно-диагональный вид, и отдельные блоки записываются в рамках изотропной модели в виде (3.2), см., например, гамильтониан (1.24), описывающий дираковские состояния в квантовых ямах HgTe/CdHgTe.

Гамильтониан (3.2) описывает электронные и дырочные состояния в широком классе двумерных материалов, включая, например, рассмотренные в главе 1 квантовые ямы HgTe/CdHgTe близкой к критической ширины, графен [2] и монослои дихалькогенидов переходных металлов [166]. Особенностью этих материалов является существенная непараболичность спектра, проявляющаяся как в одночастичных оптических и транспортных явлениях, так и в спектре экситонных возбуждений [167].

Энергетический спектр \mathcal{H} и волновые функции зоны проводимости (c) и валентной зоны (v) в электронном представлении имеют, соответственно, вид

$$\varepsilon_{c/v} = \pm\varepsilon_p + dp^2 \quad (3.3)$$

и

$$\psi_{c/v} = \frac{1}{\sqrt{2\varepsilon_p(\varepsilon_p \mp \delta)}} \begin{pmatrix} -ap_- \\ \delta \mp \varepsilon_p \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

где $\varepsilon_p = \sqrt{(\delta + bp^2)^2 + a^2p^2}$ и $p_{\pm} = p_x \pm ip_y$.

Ярким представителем двумерных дираковских материалов являются атомарно тонкие слои дихалькогенидов переходных металлов (ДПМ), интерес к которым значительно возрос в последнее десятилетие вслед за открытием графена [168–172]. Помимо одиночных слоёв в настоящее время активно изучаются ван-дер-ваальсовы гетероструктуры, в которых слои ДПМ и других двумерных материалов накладываются друг на друга в заданной последовательности [3, 173–175]. Прямая запрещённая зона, необычные правила отбора при оптических переходах и сильное кулоновское взаимодействие в монослоях MoS_2 , WS_2 , MoSe_2 , WSe_2 и др. усиливают интерес исследователей к этим материалам [A9].

Знание зонной структуры монослоёв MX_2 , где M – атом металла Mo , W , \dots , и X – атом халькогена S , Se , \dots , является ключом к пониманию многообразия транспортных и экситонных явлений в этих материалах. Подобно графену, атомы в монослоях дихалькогенидов переходных металлов упорядочены в гексагональную решётку, рис. 3.1(a, b). Зона Бриллюэна монослоёв MX_2 шестиугольная, причём, как и в графене, наиболее интересные оптические и транспортные явления разворачиваются вблизи точек \mathbf{K}_{\pm} в вершинах зоны Бриллюэна, рис. 3.1(c). Однако, в отличие от графена, где в этих точках валентная зона и зона проводимости смыкаются, в ДПМ в точках \mathbf{K}_{\pm} открывается щель и реализуется прямая запрещённая зона. Более того сильное спин-орбитальное взаимодействие в MX_2 приводит к снятию спинового вырождения состояний валентной зоны и зоны проводимости, см. рис. 3.2. Спиновое расщепление валентной зоны составляет сотни миллиэлектронвольт, а зоны проводимости – от единиц до десятков миллиэлектронвольт.

Гамильтониан простейшей двухзонной $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модели, описывающей состояния с одинаковой проекцией спина вблизи точки \mathbf{K}_+ , имеет вид (3.1) с $2\delta \approx 2$ эВ и $a \approx c/500$ для большинства исследуемых на данный момент монослоёв MX_2 . Аналогичный гамильтониан в \mathbf{K}_- долине получается из \mathcal{H}_0 заменами $\mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p}$

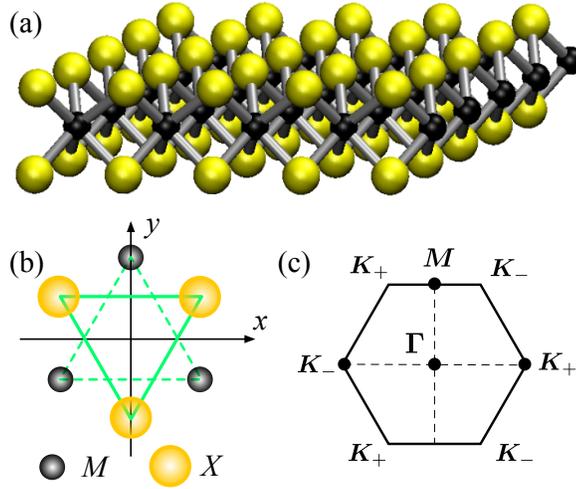


Рис. 3.1: Схематическое изображение кристаллической структуры монслоя MX_2 : (a) вид сбоку, (b) вид сверху, (c) зона Бриллюэна с обозначением высокосимметричных точек.

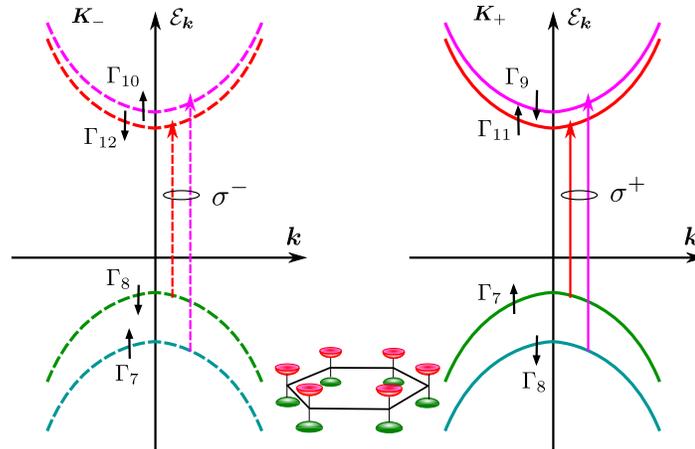


Рис. 3.2: Схематическое изображение энергетической дисперсии вблизи \mathbf{K} -точек зоны Бриллюэна монслоёв дихалькогенидов переходных металлов и правил отбора при освещении светом циркулярной поляризации. На вставке показана зона Бриллюэна и параболическая дисперсия вблизи точек \mathbf{K}_\pm . Рядом с зонами отмечены спинорные представления, по которым преобразуются соответствующие состояния в точечной группе C_{3h} .

и $\sigma_y \rightarrow -\sigma_y$. Из уравнений (3.4) для волновых функций следует, что вблизи края поглощения оптические переходы из валентной зоны в зону проводимости идут под действием циркулярно поляризованного света, причём переходы в долинах \mathbf{K}_+ и \mathbf{K}_- активны в поляризациях σ^+ и σ^- , соответственно, см. рис. 3.2.

Несмотря на то, что двухзонная модель (3.1) достаточна для расчёта темпов оптических переходов и тонкой структуры оптически активных экситонных состояний, она не учитывает несколько важных особенностей монослоёв ДПМ, в том числе асимметрию дисперсии электрона и дырки в \mathbf{K} -долинах и отсутствие центра пространственной инверсии в группе C_{3h} (группа волнового вектора в точках \mathbf{K}_\pm). В рамках двухзонной модели также равны по величине g -факторы зоны проводимости и валентной зоны и, соответственно, отсутствует расщепление спиновых уровней экситона в магнитном поле, что противоречит экспериментальным данным, см., например, [176]. В разделе 3.2 построена многозонная $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модель электронных состояний в монослоях дихалькогенидов переходных металлов, которая позволяет учесть указанные особенности.

Двумерные дираковские материалы, электронные состояния которых описываются гамильтонианом типа (3.1), характеризуются большими силами осциллятора для переходов между состояниями валентной зоны и зоны проводимости. Это приводит к тому, что даже в атомарно тонких материалах, таких как графен и ДПМ, доля поглощаемой энергии при межзонных переходах достигает нескольких процентов [177], а вблизи экситонных резонансов – десятков процентов [178]. Поглощение циркулярно поляризованного света может приводить к долиной и спиновой ориентации, как например в монослоях ДПМ [179], а поглощение линейно поляризованного излучения – к оптическому выстраиванию импульсов электронов и дырок [180, 181]. В свою очередь, релаксация выстроенных по импульсу носителей заряда, например, вблизи края двумерной системы приводит к генерации фототока. Оптическое выстраивание импульса в дираковских материалах с маленькой запрещённой зоной очень эффективно, и следовательно, можно ожидать генера-

цию больших по величине фототоков при межзонном поглощении излучения.

В разделе 3.3 исследованы краевые фототоки, возникающие в двумерных дираковских материалах за счёт межзонных оптических переходов. Отметим, что в отличие от главы 2, где рассмотрены механизмы генерации краевого фототока, связанные с наличием локализованных вблизи края электронных состояний, здесь появление фототока обусловлено объёмными (двумерными) фотоиндуцированными носителями заряда, которые рассеиваются на краю структуры. Рассматриваемый здесь краевой фотогальванический эффект, таким образом, напоминает поверхностный фотогальванический эффект, наблюдаемый в объёмных полупроводниковых кристаллах и металлических плёнках [123, 182–186].

3.2 Многозонная $k \cdot p$ -модель в монослоях дихалькогенидов переходных металлов

3.2.1 Симметричный анализ

Симметрия одного мономолекулярного слоя полупроводников из семейства дихалькогенидов переходных металлов, рис. 3.1, описывается точечной группой D_{3h} без центра инверсии. Данная группа содержит следующие элементы симметрии: горизонтальную плоскость отражения σ_h , проходящую через атомы металла, ось вращения третьего порядка C_3 , перпендикулярную монослою и проходящую через центр шестиугольника, зеркально-поворотную ось S_3 , три оси вращения второго порядка C_2 , лежащие в плоскости σ_h , и три плоскости отражения σ_v , содержащие оси C_2 . Элементарная ячейка двумерного кристалла состоит из одного атома металла и двух атомов халькогена, расположенных в плоскостях сверху и снизу от атома металла, см. рис 3.1(а).

Зона Бриллюэна монослоя MX_2 имеет форму правильного шестиугольника, ее высокосимметричные точки – Γ , M и K_{\pm} – обозначены на рис. 3.1(с). Прямая энергетическая щель реализуется в неэквивалентных долинах K_{\pm} на краях зоны Бриллюэна, которые связаны операцией инверсии времени. Симметрия одной до-

лины ниже, чем симметрия монослоя в целом: группа волнового вектора в точках $\mathbf{K}_{\pm} - C_{3h}$. Расчеты методами из первых принципов показывают, что зона проводимости сформирована в основном из орбиталей атомов металла, обладающих симметрией d_{z^2} , в то время как валентная зона – в основном из $d_{(x\pm iy)^2}$ орбиталей [187, 188], где x и y – декартовы координаты в плоскости слоя, ось z совпадает с нормалью к слою, и используются стандартные в атомной физике обозначения атомных орбиталей: s (угловой момент 0), p (угловой момент 1), d (угловой момент 2) и т.д.

Симметрия электронных состояний в группе волнового вектора C_{3h} определяется как преобразованием соответствующих атомных орбиталей, так и фазовым множителем $\exp(i\mathbf{K}_{\pm} \cdot \mathbf{R}_j)$, где \mathbf{R}_j описывает положения атомов в решетке. В результате, блоховские функции валентной зоны в \mathbf{K}_{\pm} -точках, периодические части которых составлены, соответственно, из $d_{(x+iy)^2}$ - и $d_{(x-iy)^2}$ -орбиталей, являются инвариантами, преобразующимися по представлению группы C_{3h} , обозначаемому A' или Γ_1 . Состояния зоны проводимости преобразуются в долинах \mathbf{K}_+ и \mathbf{K}_- по представлениям E'_1 (Γ_2), как функция $x + iy$, и E'_2 (Γ_3), как функция $x - iy$, соответственно. Из приведенного симметричного анализа следует, что оптические переходы при нормальном падении излучения из валентной зоны в зону проводимости идут под действием циркулярно поляризованного света, причем переходы в долинах \mathbf{K}_+ и \mathbf{K}_- активны в круговых поляризациях σ^+ и σ^- , соответственно [179, 189].

Многозонные $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модели монослоёв ДПМ включают в себя, помимо наиболее низкой зоны проводимости (c) и наиболее высокой валентной зоны (v), более далёкие по энергии зоны проводимости и валентные зоны. Эти зоны будем далее обозначать как $c + 1, c + 2, \dots$ и $v - 1, v - 2, \dots$, соответственно. Представления группы волнового вектора в \mathbf{K} -точках C_{3h} , по которым преобразуются состояния в нескольких первых зонах проводимости и валентных зонах, приведены в табл. 3.1. Состояния в зонах $c, v, c + 2, v - 3, v - 4$ и $v - 5$ чётны относительно отражения

в горизонтальной плоскости σ_h , проходящей через атомы металла, а состояния в зонах $c + 1$, $v - 1$ и $v - 2$ нечётны относительно этой операции. Соответствующие представления в табл. 3.1 отличаются количеством штрихов в верхнем индексе.

Таблица 3.1: Обозначения электронных зон в монослоях ДПМ и неприводимые представления (без учёта спина) группы C_{3h} , по которым преобразуются соответствующие орбитальные состояния в долинах \mathbf{K}_+ и \mathbf{K}_- .

Представление		Зона
\mathbf{K}_+	\mathbf{K}_-	
E'_2	E'_1	$c + 2, v - 3$
A''	A''	$c + 1$
E'_1	E'_2	$c, v - 5$
A'	A'	$v, v - 4$
E''_2	E''_1	$v - 1$
E''_1	E''_2	$v - 2$

3.2.2 Эффективный гамильтониан

Многозонная $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модель, описывающая состояния в зонах c и v , должна включать в себя дополнительные состояния той же чётности. В работе [A10] использовались близкие по энергии зона проводимости $c + 2$ и три валентные зоны $v - 3$, $v - 4$ и $v - 5$, см. табл. 3.1 и рис. 3.3. Эффективный гамильтониан полученной шестизонной модели может быть найден с помощью метода инвариантов и в долине \mathbf{K}_+ имеет вид

$$\mathcal{H}_{\text{кр}}^+(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} E_{v-5} & \delta_7 k_- & \delta_6 k_+ & \delta_4 k_- & 0 & \delta_2 k_+ \\ \delta_7 k_+ & E_{v-4} & \delta_5 k_- & 0 & \delta_3 k_+ & \delta_1 k_- \\ \delta_6 k_- & \delta_5 k_+ & E_{v-3} & \gamma_2 k_+ & \gamma_5 k_- & 0 \\ \delta_4 k_+ & 0 & \gamma_2 k_- & E_v & \gamma_3 k_+ & \gamma_4 k_- \\ 0 & \delta_3 k_- & \gamma_5 k_+ & \gamma_3 k_- & E_c & \gamma_6 k_+ \\ \delta_2 k_- & \delta_1 k_+ & 0 & \gamma_4 k_+ & \gamma_6 k_- & E_{c+2} \end{pmatrix} + \mathcal{H}_2^+(\mathbf{k}), \quad (3.5)$$

где γ_j ($j = 2 - 6$) и δ_j ($j = 1 - 7$) – вещественные параметры, E_n – энергия зоны с номером n при $\mathbf{k} = 0$, $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ – двумерный волновой вектор электрона, отсчитанный от \mathbf{K}_+ -точки и $k_{\pm} = k_x \pm ik_y$. Матрица $\mathcal{H}_2^+(\mathbf{k})$ содержит квадратичные по \mathbf{k}

элементы, возникающие за счёт смешивания с далёкими зонами, которые не входят в $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модель. В частности, диагональные элементы \mathcal{H}_2^+ имеют вид $\hbar^2 k^2/2m'_n$, где m'_n – эффективная масса в зоне с номером n . Гамильтониан в долине \mathbf{K}_- получается заменами $k_{\pm} \rightarrow -k_{\mp}$. Отметим, что параметры γ_j и δ_j можно сделать вещественными путём выбора фаз блоховских функций. Это возможно благодаря определённому выбору осей x и y в плоскости монослоя – такому, что ось y совпадает с одной из осей вращения C_2 и решётка обладает симметрией $x \rightarrow -x$, см. рис. 3.1(b).

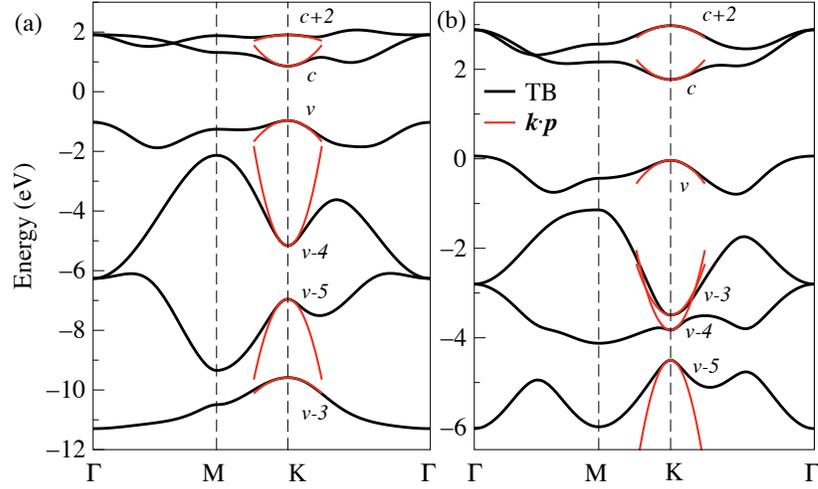


Рис. 3.3: Электронный спектр MoS_2 , рассчитанный в рамках модели сильной связи (tight binding – TB), изложенной в работах [190] (a) и [191] (b). Приведены только зоны, отвечающие состояниям, чётным относительно отражения $z \rightarrow -z$. Спин-орбитальное расщепление в расчётах не учитывалось. Красными линиями изображены квадратичные дисперсии в \mathbf{K} -точке с эффективными массами, полученными в рамках $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -метода по формулам, аналогичным (3.6).

Эффективные массы в зонах c и v выражаются через параметры гамильтониана (3.5) следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{1}{m_c} &= \frac{2}{\hbar^2} \left(\frac{\gamma_5^2}{E_c - E_{v-3}} + \frac{\gamma_3^2}{E_c - E_v} + \frac{\gamma_6^2}{E_c - E_{c+2}} + \frac{\delta_3^2}{E_c - E_{v-4}} \right) + \frac{1}{m'_c}, \\ \frac{1}{m_v} &= \frac{2}{\hbar^2} \left(\frac{\gamma_2^2}{E_v - E_{v-3}} + \frac{\gamma_3^2}{E_v - E_c} + \frac{\gamma_4^2}{E_v - E_{c+2}} + \frac{\delta_4^2}{E_v - E_{v-5}} \right) + \frac{1}{m'_v}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Отметим, что в рамках двухзонной дираковской модели (3.1) $|m_c| = |m_v|$, то есть

энергетический спектр обладает электрон-дырочной симметрией. Из (3.6) следует, что учёт дополнительных зон приводит к нарушению электрон-дырочной симметрии и $|m_c| \neq |m_v|$. Поправки к эффективным массам электрона и дырки, возникающие за счёт смешивания с другими зонами, можно учесть в рамках двухзонного гамильтониана (3.2), включающего диагональные слагаемые $\sim k^2$, при этом

$$b = \frac{1}{4m_c} - \frac{1}{4m_v} - \frac{1}{\hbar^2} \frac{\gamma_3^2}{E_c - E_v}, \quad d = \frac{1}{4m_c} + \frac{1}{4m_v}. \quad (3.7)$$

Гамильтониан (3.5) учитывает тригональную симметрию кристаллической решётки и отсутствие центра пространственной инверсии. Чтобы проиллюстрировать это свойство, рассчитаем матричный элемент $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -взаимодействия, который смешивает зоны c и v и пропорционален второй степени волнового вектора. Во втором порядке теории возмущений получим

$$V_{v,c}^{(\mathbf{K}^\pm)} = -\frac{1}{2} A \gamma_3 k_\mp^2 \propto k_\mp^2, \quad (3.8)$$

где вещественный параметр A имеет вид

$$A = \frac{1}{\gamma_3} \left(\frac{\gamma_4 \gamma_6}{E_{c+2} - E_c} + \frac{\gamma_4 \gamma_6}{E_{c+2} - E_v} - \frac{\gamma_5 \gamma_2}{E_v - E_{v-3}} - \frac{\gamma_5 \gamma_2}{E_c - E_{v-3}} \right). \quad (3.9)$$

Таким образом, смешивание зоны проводимости и валентной зоны осуществляется помимо линейных по волновому вектору членов k_\pm и квадратичными вкладами $\propto k_\mp^2$. Этот факт отражает отсутствие центра инверсии материала, а также тригональную симметрию \mathbf{K} -долин, потому что группа C_{3h} содержит ось третьего порядка, и функция $(k_x - ik_y)^2 \propto e^{-i2\varphi}$, где φ – угол между \mathbf{k} и осью x , преобразуется в этой группе так же, как функция $k_x + ik_y \propto e^{i\varphi}$. Отметим, что в параметр A также вносят вклад недиагональные элементы квадратичного по волновому вектору гамильтониана \mathcal{H}_2 . Оценки показывают, что для материалов, представленных в табл. 3.2, параметр A положителен и изменяется в диапазоне от 0.1 до 1 Å.

В работе [A10] найдены параметры 6-зонного $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -гамильтониана (3.5). Параметры определялись с помощью разложения эффективного гамильтониана модели

сильной связи $\mathcal{H}_{\text{ТВ}}(\mathbf{q})$ вблизи \mathbf{K} -точек ($\mathbf{k} = \mathbf{q} - \mathbf{K}_{\pm}$):

$$\mathcal{H}_{4,\pm}(\mathbf{k}) \approx \mathcal{H}_{\text{ТВ}}(\mathbf{K}_{\pm}) + \sum_{\alpha=x,y} \frac{\partial \mathcal{H}_{\text{ТВ}}}{\partial q_{\alpha}}(\mathbf{K}_{\pm}) k_{\alpha} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta=x,y} \frac{\partial^2 \mathcal{H}_{\text{ТВ}}}{\partial q_{\alpha} \partial q_{\beta}}(\mathbf{K}_{\pm}) k_{\alpha} k_{\beta}, \quad (3.10)$$

где \mathbf{q} – волновой вектор электрона, отсчитанный от Γ -точки зоны Бриллюэна. Здесь первое слагаемое разложения определяет диагональные энергии E_n , второе – линейные по волновому вектору вклады, пропорциональные коэффициентам γ_j и δ_j , а третье – квадратичные вклады в гамильтониане \mathcal{H}_2 . В расчётах использовалась 6-зонная модель сильной связи, которая включает пять d -орбиталей атома металла и шесть p -орбиталей атомов халькогена [190–193]. В свою очередь, параметры модели сильной связи получались путём подгонки расчётов энергетической дисперсии и орбитального состава волновых функций в методе теории функционала плотности (density functional theory – DFT) во всей зоне Бриллюэна, а также подгонки экспериментальных значений g -фактора экситона. Результаты такой процедуры, выполненной для различных ДПМ, приведены в табл. 3.2. В табл. 3.3 приведены также параметры двухзонной модели (3.2), соответствующие полученным параметризациям шестизонного $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -гамильтониана.

3.2.3 Эффект Зеемана

Метод эффективного гамильтониана позволяет рассчитать расщепление спиновых подуровней электрона в магнитном поле – эффект Зеемана. Рассмотрим зеемановское расщепление электронов в \mathbf{K}_{\pm} -долинах в магнитном поле, направленном по нормали к монослою, $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$. В линейном по B_z приближении гамильтониан электрона в магнитном поле содержит спиновый и долинный вклады, описываемые g -факторами g_0 и g_{orb} :

$$\mathcal{H}_B = \frac{g_0}{2} \mu_B B_z \sigma_z + \frac{g_{\text{orb}}}{2} \mu_B B_z \tau_z. \quad (3.11)$$

Здесь $\sigma_z = \pm 1$ для электронов со спином вверх и спином вниз и $\tau_z = \pm 1$ для электронов в долинах \mathbf{K}_{\pm} , соответственно, μ_B – магнетон Бора.

Таблица 3.2: Параметры 6-зонного $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -гамильтониана (3.5), найденные в работе [A10]. Значения E_i приведены в эВ, γ_j и δ_j измеряются в эВ \AA , эффективные массы m'_v и m'_c приведены в единицах m_0 .

	MoS ₂	MoSe ₂	WS ₂	WSe ₂
E_{v-5}	-5.20	-5.20	-5.90	-5.79
E_{v-4}	-4.66	-4.62	-4.99	-4.85
E_{v-3}	-4.18	-3.99	-4.39	-4.24
E_v	-0.05	0.00	-0.03	-0.04
E_c	2.44	2.32	2.98	2.43
E_{c+2}	4.60	3.95	5.27	4.30
γ_2	-0.88	-1.50	-1.57	-0.86
γ_3	4.65	4.47	5.41	4.11
γ_4	-3.05	-2.65	-3.77	-3.53
γ_5	-8.27	-6.75	-8.57	-8.37
γ_6	0.67	0.51	0.63	0.40
δ_1	-3.80	-3.98	-5.27	-5.09
δ_2	3.55	3.57	4.18	3.02
δ_3	-2.63	-2.35	-1.51	-1.30
δ_4	-0.26	-0.61	-0.54	-0.96
δ_5	-0.42	0.14	0.13	-0.71
δ_6	-0.23	-0.85	-0.67	-0.05
δ_7	3.90	4.31	4.65	4.61
m'_v	1.03	1.27	0.96	1.35
m'_c	-0.40	-0.42	-0.37	-0.41

Таблица 3.3: Эффективные массы $m_{c,v}$ и g -факторы $g_{c,v}$ зоны проводимости и валентной зоны, g -фактор экситона $g_X = g_c - g_v$ и параметры двухзонного гамильтониана (3.2) для монослоёв дихалькогенидов переходных металлов, рассчитанные с помощью параметров $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -гамильтониана из табл. 3.2. Значения масс приведены в единицах m_0 , δ – в эВ, a – в единицах 10^7 см/с, b и d приведены в единицах m_0^{-1} .

	MoS ₂	MoSe ₂	WS ₂	WSe ₂
m_v	-0.56	-0.57	-0.49	-0.58
m_c	0.37	0.52	0.40	0.46
g_v	5.59	5.83	5.96	4.08
g_c	1.77	3.21	2.11	0.24
g_X	-3.82	-2.62	-3.85	-3.84
δ	1.25	1.16	1.5	1.23
a	7.1	6.8	8.2	6.3
b	-0.02	-0.22	-0.15	0.07
d	0.23	0.04	0.11	0.11

Из формулы (3.11) следует, что уровень \mathbf{K}_+ -электрона со спином вверх ($\uparrow \mathbf{K}_+$) сдвигается в магнитном поле на величину $1/2(g_0 + g_{\text{orb}})\mu_B B_z$, в то время как связанное с ним инверсией времени состояние $\downarrow \mathbf{K}_-$ сдвигается на $-1/2(g_0 + g_{\text{orb}})\mu_B B_z$. Таким образом, эффективные g -факторы электрона $\uparrow \mathbf{K}_+$ и электрона $\downarrow \mathbf{K}_-$ можно определить как

$$g_{c,v}^{\uparrow \mathbf{K}_+} \equiv g_{c,v} = g_0^{c,v} + g_{\text{orb}}^{c,v}, \quad g_{c,v}^{\downarrow \mathbf{K}_-} = -g_{c,v}^{\uparrow \mathbf{K}_+}, \quad (3.12)$$

где индексы c и v обозначают электрон в зоне проводимости или валентной зоне.

Долинный вклад $g_{\text{orb}}^{c,v}$ имеет орбитальную природу, и его можно рассчитать в рамках $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -гамильтониана (3.5). Для этого в гамильтониане нужно сделать замену $\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k} - (e/c\hbar)\mathbf{A}$, где \mathbf{A} – векторный потенциал магнитного поля, и рассчитать сдвиг экстремума зоны во втором порядке теории возмущений. В результате получим

$$\begin{aligned} g_{\text{orb}}^c &= \frac{4m_0}{\hbar^2} \left(-\frac{\gamma_5^2}{E_c - E_{v-3}} + \frac{\gamma_3^2}{E_c - E_v} - \frac{\gamma_6^2}{E_c - E_{c+2}} + \frac{\delta_3^2}{E_c - E_{v-4}} \right), \\ g_{\text{orb}}^v &= \frac{4m_0}{\hbar^2} \left(\frac{\gamma_2^2}{E_v - E_{v-3}} - \frac{\gamma_3^2}{E_v - E_c} + \frac{\gamma_4^2}{E_v - E_{c+2}} - \frac{\delta_4^2}{E_v - E_{v-5}} \right). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Спиновый g -фактор $g_0^{c,v}$ состоит из двух вкладов: вклада от g -фактора свободного

электрона ($g_0 = 2$) и небольшого вклада, связанного со спин-орбитальным взаимодействием. Последний вклад можно оценить как $\sim g_{\text{orb}}\Delta_{\text{so}}/\Delta E_{ij} \ll g_{\text{orb}}$, где Δ_{so} – спин-орбитальное расщепление зоны и ΔE_{ij} – характерная величина энергетического зазора между зонами.

В магнитооптических экспериментах наблюдаются сдвиги линий фотолуминесценции экситонов, оптически активных в σ^+ и σ^- поляризациях. Расщепление соответствующих линий равно $\Delta_Z = g_X \mu_B B_z$, где g_X – g -фактор экситона, равный

$$g_X = g_c - g_v. \quad (3.14)$$

Основной вклад в g_X связан с долинными g -факторами $g_{\text{orb}}^{c,v}$. Из (3.13) следует, что в рамках двухзонного приближения $g_{\text{orb}}^c = g_{\text{orb}}^v$ и, следовательно, экситонный g -фактор равен нулю. Это, однако, противоречит экспериментальным данным, из которых следует, что величина g_X в монослоях MX_2 варьируется в пределах от $g_X \approx -2$ до $g_X \approx -4$ (см., например, работы [176, 194–198]). Таким образом, отличное от нуля значение g_X связано с подмешиванием к зонам c и v других электронных зон. В работе [A10] показано, что основной вклад в g_X дают зоны $c+2$ и $v-3$ – вклад в g -фактор от зон $v-4$ и $v-5$ составляет 10-20 %. Решающий вклад зон $c+2$ и $v-3$ в g -фактор электрона и дырки подтверждается расчётами g -фактора в рамках метода функционала плотности, в которых учитывается большое количество энергетических зон [199]. Экспериментальная величина g -фактора экситона может быть использована наряду с энергетической дисперсией и орбитальным составом волновых функций для оптимизации параметров модели сильной связи, и следовательно, параметров $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модели [A10]. В табл. 3.2 приведены $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -параметры, полученные с помощью такой оптимизации.

Более поздние расчеты позволили уточнить параметризацию $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -гамильтониана и улучшить согласие между расчетными величинами g -факторов и экспериментами [199–202].

В работе [A11] приведённые в табл. 3.2 значения g -факторов использовались для описания экспериментальных данных по зеемановскому расщеплению и ин-

вертированной циркулярной поляризации фотолюминесценции биэкситонов в монослоях WS₂.

3.3 Краевой фотогальванический эффект при межзонном поглощении света

3.3.1 Выстраивание импульсов электронов и дырок

Рассмотрим межзонные оптические переходы в рамках двухзонного гамильтониана (3.2). Гамильтониан электрон-фотонного взаимодействия имеет вид

$$V = -(e/c)\mathbf{A}(t) \cdot \nabla_{\mathbf{p}}\mathcal{H}, \quad (3.15)$$

где $\mathbf{A}(t) = \mathbf{A} \exp(-i\omega t) + \text{с.с.}$ – векторный потенциал электромагнитного поля, \mathbf{A} – амплитуда, связанная с амплитудой электрического поля как $\mathbf{E} = (i\omega/c)\mathbf{A}$, и $\nabla_{\mathbf{p}}\mathcal{H}$ – оператор скорости.

Матричные элементы оператора V между состояниями валентной зоны и зоны проводимости $(v, \mathbf{p}) \rightarrow (c, \mathbf{p})$, которые описываются волновыми функциями (3.4), имеют вид

$$V_{\mathbf{p}\mathbf{p}} = -\frac{ea}{\varepsilon_p p c} [(bp^2 - \delta)(\mathbf{A} \cdot \mathbf{p}) - i\varepsilon_p(\mathbf{A} \times \mathbf{p})_z]. \quad (3.16)$$

Темп оптических переходов даётся золотым правилом Ферми:

$$g_{\mathbf{p}} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{\mathbf{p}\mathbf{p}}|^2 \delta(2\varepsilon_p - \hbar\omega), \quad (3.17)$$

при этом квадрат матричного элемента перехода может быть представлен в следующем виде

$$|V_{\mathbf{p}\mathbf{p}}|^2 = \frac{\pi e^2 a^2 I}{\varepsilon_p^2 \omega^2 c n} \{(\delta - bp^2)^2 + \varepsilon_p^2 + 2\varepsilon_p(\delta - bp^2)S_3 - (a^2 + 4b\delta)[(p_x^2 - p_y^2)S_1 + 2p_x p_y S_2]\}. \quad (3.18)$$

Здесь, I – интенсивность падающего излучения, см. (2.15), и

$$S_1 = \frac{|E_x|^2 - |E_y|^2}{|\mathbf{E}|^2}, \quad S_2 = \frac{E_x E_y^* + E_y E_x^*}{|\mathbf{E}|^2}, \quad S_3 = \frac{i(E_x E_y^* - E_y E_x^*)}{|\mathbf{E}|^2} \quad (3.19)$$

– параметры Стокса, определяющие поляризацию падающей волны.

Темп фотогенерации (3.17), (3.18) содержит вклад, не зависящий от поляризации, вклады $\sim S_1$ и $\sim S_2$, описывающие оптическое выстраивание импульсов электронов линейно поляризованным излучением, и вклад $\sim S_3$, чувствительный к циркулярной поляризации. Последний вклад имеет противоположный знак для пар дираковских состояний, связанных операцией инверсии времени – например, состояний с противоположной проекцией спина или состояний в разных долинах. Таким образом, он описывает спиновую/долинную поляризацию электронов циркулярно поляризованным излучением, см. рис. 3.2. Отметим, что чувствительность к циркулярной поляризации максимальна для переходов вблизи края поглощения, то есть при $p \approx 0$. Напротив, вклады, чувствительные к линейной поляризации, одинаковы для всех пар дираковских состояний; их величина равна нулю на краю поглощения, но возрастает по мере увеличения энергии перехода.

3.3.2 Краевой фототок

Механизм генерации краевого фототока при межзонных переходах схематично изображён на рис. 3.4. Поглощение линейно поляризованного излучения приводит к выстраиванию импульсов фотоиндуцированных электронов и дырок, рис. 3.4 (а). Выстраивание возникает за счёт того, что вероятность оптических переходов зависит от взаимной ориентации электрического поля \mathbf{E} и импульса носителя заряда \mathbf{p} . В частности, в системах с дираковским спектром, как следует из (3.18), переходы между состояниями с импульсом \mathbf{p} , перпендикулярным вектору \mathbf{E} , идут с большей скоростью, чем переходы между состояниями с импульсом \mathbf{p} , направленном вдоль поля. Такая чувствительность поглощения к ориентации поля приводит к формированию анизотропной функции распределения электронов и дырок, имеющей форму «восьмёрки» в импульсном пространстве, см. синюю кривую на рис. 3.4 (б). Явление оптического выстраивания хорошо известно для объёмных полупроводников [203–206], оно также изучалось в полупроводниковых квантовых ямах [207] и графене [180, 181].

Распределение фотоиндуцированных электронов и дырок, имеющее форму

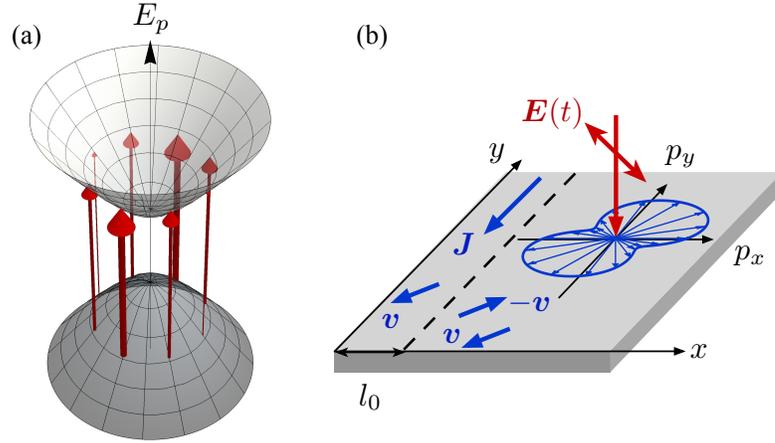


Рис. 3.4: (а) Оптическое выстраивание импульсов электронов и дырок в двумерном дираковском материале. Вероятность межзонных переходов (показанных вертикальными стрелками разной толщины), индуцированных линейно поляризованным излучением, зависит от направления импульса электрона \mathbf{p} . Это приводит к анизотропному распределению фотоиндуцированных электронов и дырок в импульсном пространстве. (б) Механизм краевого фотогальванического эффекта. Рассеяние выстроенных по импульсу электронов (функция распределения схематично изображена синей кривой в форме «восьмёрки») на краю двумерной системы приводит к генерации постоянного электрического тока \mathbf{J} , протекающего вдоль края. Ток течёт внутри узкой полоски вблизи края, ширина которой определяется длиной свободного пробега l_0 .

«восьмёрки», чётно по импульсу \mathbf{p} , поэтому ток в объёме двумерной структуры равен нулю. Однако, рассеяние оптически выстроенных электронов и дырок на краю создаёт локальную асимметрию функции распределения в \mathbf{p} -пространстве и приводит, тем самым, к генерации постоянного тока \mathbf{J} , рис. 3.4 (б). Этот ток вызван носителями заряда, которые были созданы излучением на расстоянии, меньшем или порядка длины свободного пробега от края; следовательно, ток течёт в узкой полоске на краю структуры. Как следует из механизма генерации, фототок имеет выраженную поляризационную зависимость: он течёт в противоположных направлениях для излучения, поляризованного под углами $\pm\pi/4$ к краю, и исчезает, когда излучение поляризовано вдоль или перпендикулярно краю.

Рассчитаем далее краевой фототок в двумерной дираковской структуре, лежащей в полуплоскости $x \geq 0$ с краем, параллельным оси y , см. рис. 3.4 (б). Краевой

ток состоит из электронного и дырочного вкладов, J_y^e и J_y^h , и имеет вид

$$J_y = J_y^e + J_y^h, \quad J_y^{e/h} = \int_0^{+\infty} j_y^{e/h}(x) dx, \quad (3.20)$$

где $j_y^e(x)$ и $j_y^h(x)$ – локальные плотности тока. Плотность электрического тока в зоне проводимости (валентной зоне) выражается через функцию распределения $f(x, \mathbf{p})$ электронов (дырок) как

$$j_y(x) = e\nu \sum_{\mathbf{p}} v_y f(x, \mathbf{p}), \quad (3.21)$$

где ν – кратность долинного и спинового вырождения дираковских состояний (например, $\nu = 4$ в графене) и $\mathbf{v} = \nabla_{\mathbf{p}} \varepsilon_{c/v}$ – скорость электрона (дырки). Функция распределения находится из кинетического уравнения

$$v_x \frac{\partial f}{\partial x} = g_{\mathbf{p}} + \text{St}f, \quad (3.22)$$

где $g_{\mathbf{p}}$ – темп оптической генерации электронов и $\text{St}f$ – интеграл столкновений. В приближении времени релаксации интеграл столкновений имеет вид

$$\text{St}f = -\frac{f(x, \mathbf{p}) - \langle f(x, \mathbf{p}) \rangle}{\tau}, \quad (3.23)$$

где $\langle f(x, \mathbf{p}) \rangle$ – функция распределения, усреднённая по направлениям вектора \mathbf{p} , и τ – время релаксации.

Для описания рассеяния носителей заряда на краю используются граничные условия на функцию распределения в точке $x = 0$. Ниже рассмотрены диффузное и зеркальное отражение электронов от края, а также промежуточный случай смешанного отражения. В случае диффузного рассеяния функция распределения частиц, отражённых от края, является чётной по компоненте импульса p_y , т.е., $f(0, p_x > 0, p_y) = f(0, p_x > 0, -p_y)$. Для зеркального отражения функция распределения удовлетворяет равенству $f(0, p_x, p_y) = f(0, -p_x, p_y)$.

Для того чтобы рассчитать ток вдоль оси y , разложим функцию распределения на чётную и нечётную по p_y части:

$$f^{(s/a)}(x, p_x, p_y) = \frac{1}{2}[f(x, p_x, p_y) \pm f(x, p_x, -p_y)]. \quad (3.24)$$

Решение уравнения (3.22) для нечётной части имеет вид

$$f^{(a)}(x, \mathbf{p}) = \tau g_{\mathbf{p}}^{(a)} + \tau \left[\zeta g_{-p_x, p_y}^{(a)} - g_{\mathbf{p}}^{(a)} \right] \exp\left(-\frac{x}{v_x \tau}\right) \Theta(p_x), \quad (3.25)$$

где $g_{\mathbf{p}}^{(a)}$ – нечётная по p_y часть темпа генерации, ζ – безразмерный параметр, определяющий характер рассеяния на краю ($\zeta = 0$ для диффузного рассеяния, $\zeta = 1$ для зеркального рассеяния, а промежуточные значения отвечают смешанному рассеянию), и $\Theta(p_x)$ – функция Хэвисайда.

Подставив выражение (3.25) в формулу (3.21) для тока и выполнив вычисления для темпа генерации при межзонных переходах, который даётся выражениями (3.17) и (3.18), получим [A12]:

$$J_y^{e/h} = \pm \frac{e\eta a^2 (1 + \zeta_{e/h}) \tau_{e/h}^2 v_{e/h}^2 p_*^2}{2(\hbar\omega)^3} \Theta(\hbar\omega - 2\delta) I S_2. \quad (3.26)$$

Здесь $\eta = \pi v e^2 / (4\hbar c n)$ – коэффициент поглощения двумерной дираковской системы при $\hbar\omega \gg \delta$, $p_* = \sqrt{(\hbar\omega)^2 - (2\delta)^2} / (2a)$ – импульс фотоиндуцированных электронов и дырок, $v_{e/h} = a \sqrt{1 - (2\delta/\hbar\omega)^2} (1 \pm \hbar\omega d/a^2)$ – соответствующие скорости в зоне проводимости и валентной зоне. Значения времён релаксации τ_e и τ_h , входящих в (3.26), берутся при энергиях фотоиндуцированных электрона и дырки $\varepsilon_{e/h}(p_*) = \hbar\omega/2 \pm (d/4a^2)[(\hbar\omega)^2 - (2\delta)^2]$, соответственно.

Из уравнения (3.26) следует, что электронный и дырочный вклады в фототок имеют противоположные знаки. Таким образом, при наличии электрон-дырочной симметрии полный ток $J_y^e + J_y^h$ равен нулю. В реальных системах электрон-дырочная симметрия может быть нарушена как внутренне (в энергетическом спектре), так и внешне, например, за счёт легирования. В первом случае за нарушение симметрии ответственен параметр d в гамильтониане (3.2), который приводит к различным скоростям $v_{e/h}$ и энергиям $\varepsilon_{e/h}$ фотоиндуцированных электронов и дырок. В свою очередь, при наличии легирования могут отличаться механизмы релаксации электронов и дырок и, соответственно, времена τ_e и τ_h . Параметр ζ , определяющий характер рассеяния на краю, также может быть разным для электронов и дырок.

В соответствии со схемой, приведённой на рис. 3.4, фототок (3.26) пропорционален параметру Стокса S_2 , так что ток максимален для излучения, поляризованного под углами $\pm\pi/4$ к краю.

На рис. 3.5 приведены спектры возбуждения краевого фототока, рассчитанные с помощью (3.26), в щелевом и бесщелевом дираковском материале. Темпы релаксации электронов и дырок $\tau_{e/h}^{-1}(\varepsilon)$ выбирались пропорциональными плотности состояний в зоне проводимости и в валентной зоне, что справедливо для короткодействующих рассеивателей [A12]. Параметры зонной структуры и время релаксации, использованные в расчёте, соответствуют графену и квантовым ямам HgTe высокого качества. В дираковских материалах со щелью, рис. 3.5 (а), краевой фототок возникает, когда энергия фотона превышает ширину запрещённой зоны. С ростом энергии фотона краевой фототок достигает максимума и далее спадает. В бесщелевом материале с уровнем Ферми, пересекающем дираковскую точку, фототок монотонно уменьшается с ростом частоты поля, рис. 3.5 (b). Электронный и дырочный вклады в фототок можно оценить как $J_y^{e/h} \sim e\eta l_{e/h}^2 / (\hbar\omega)$, где $l_{e/h} = v_{e/h}\tau_{e/h}$ – длина свободного пробега фотоиндуцированных электронов и дырок. Для длины свободного пробега $1 \mu\text{м}$ и $\hbar\omega = 20 \text{ мэВ}$ фототок, нормированный на интенсивность излучения, имеет порядок $1 \text{ нА см}^2/\text{Вт}$.

3.3.3 Влияние магнитного поля

Рассмотрим теперь влияние слабого (классического) постоянного магнитного поля \mathbf{B} , направленного вдоль нормали к двумерному слою. В магнитном поле функция распределения двумерных электронов удовлетворяет кинетическому уравнению

$$v_x \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{e}{c} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = g_{\mathbf{p}} - \frac{f(x, \mathbf{p}) - \langle f(x, \mathbf{p}) \rangle}{\tau}. \quad (3.27)$$

Умножив уравнение (3.27) на v_y , выполнив усреднение по углам \mathbf{p} и проинтегрировав по координате x , получим следующее выражение для интегрального краевого

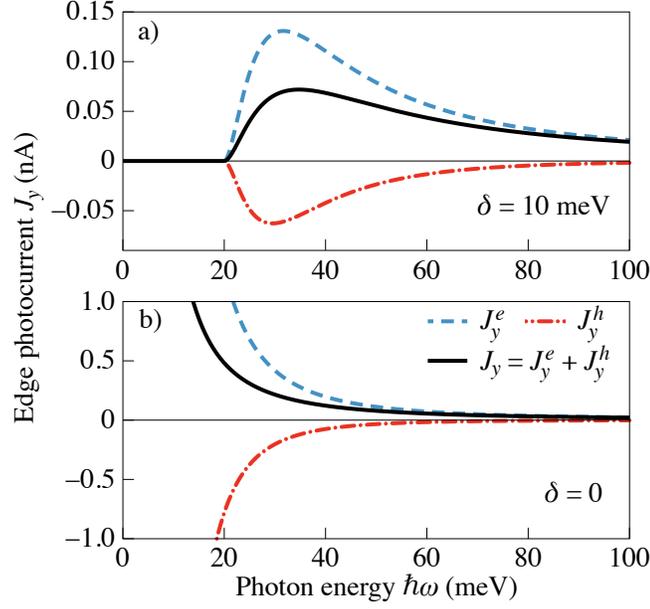


Рис. 3.5: Спектры возбуждения электронной J_y^e и дырочной J_y^h составляющей краевого фототока и полный краевой ток J_y в щелевых (а) и бесщелевых (б) двумерных дираковских материалах. Спектры рассчитаны с помощью (3.26) для короткодействующего рассеивающего потенциала и зеркального отражения от края ($\zeta_c/h = 1$). Параметры зонной структуры $a = 10^8$ см/с и $\delta d/a^2 = 0.03$, кратность вырождения $\nu = 4$, ширина запрещённой зоны на панели (а) $2\delta = 20$ мэВ, время релаксации $\tau = 1$ пс, показатель преломления окружающей среды $n = 3$, и интенсивность излучения $I = 1$ Вт/см². Падающее излучение линейно поляризовано под углом 45° к краю.

тока [A12]

$$J_y^e = -e\nu \sum_{\mathbf{p}} \tau v_x v_y [f(\infty, \mathbf{p}) - f(0, \mathbf{p})]. \quad (3.28)$$

Краевой ток (3.28) определяется разностью функций распределения на краю и в объёме двумерной структуры. В случае зеркального отражения от края функция $f(0, \mathbf{p})$ чётная по p_x , так что вклад $\sum_{\mathbf{p}} \tau v_x v_y f(0, \mathbf{p})$ обнуляется. Второй вклад $\sum_{\mathbf{p}} \tau v_x v_y f(\infty, \mathbf{p})$ определяется анизотропной частью функции распределения вдали от края. В присутствии магнитного поля распределение электронов в импульсном пространстве, изображённое на рис 3.4 (b), поворачивается на угол, пропорциональный $\omega_c \tau$, где $\omega_c = eB_z/m_c c$ – циклотронная частота и $m_c = p/v$ – циклотронная масса. С учётом этого финальный ответ для краевого фототока имеет

вид [A12]

$$J_y^{e/h} = \pm \frac{e\eta a^2 \tau_{e/h}^2 v_{e,h}^2 p_*^2 S_2 \mp 2\omega_{e/h} \tau_{e/h} S_1}{(\hbar\omega)^3 [1 + (2\omega_{e/h} \tau_{e/h})^2]} \Theta(\hbar\omega - 2\delta) I, \quad (3.29)$$

где $\omega_{e/h} = eB_z/(m_{e/h}c)$ – циклотронные частоты фотовозбужденных электрона и дырки, и $m_{e/h} = p_*/v_{e/h} = \hbar\omega/[2a^2(1 \pm \hbar\omega d/a^2)]$ – соответствующие эффективные массы.

На рис. 3.6 приведены зависимости краевого фототока (3.29) от магнитного поля, панели (а) и (б) соответствуют излучению, поляризованному под углом 45° к краю и вдоль края, соответственно. Поскольку $\omega_{e/h} \tau_{e/h} \propto l_{e/h}$, где $l_{e/h} = v_{e/h} \tau_{e/h}$ – длины свободного пробега носителей заряда, разница между электронным и дырочным вкладами в фототок определяется единственным параметром l_h/l_e . В расчёте положено $l_h/l_e = 0.7$. Излучение, поляризованное под углом 45° к краю, возбуждает электронный и дырочный фототоки противоположных знаков. Амплитуды фототоков уменьшаются с ростом магнитного поля – их зависимость от магнитного поля имеет вид кривых Ханле. При этом суммарный ток отличен от нуля благодаря электрон-дырочной асимметрии ($l_e \neq l_h$).

В присутствии магнитного поля краевые фототоки могут возбуждаться также излучением поляризованным вдоль или перпендикулярно к краю, см. вклад, пропорциональный параметру Стокса S_1 в (3.29). Интересно, что в такой поляризации электронный и дырочный вклады в фототок имеют одинаковый знак, и следовательно, суммарный электрический ток отличен от нуля даже в системах, обладающих электрон-дырочной симметрией.

В случае диффузного рассеяния на краю вклад $\sum_{\mathbf{p}} \tau v_x v_y f(0, \mathbf{p})$ в фототок в формуле (3.28) отличен от нуля и может быть рассчитан численно. Результаты такого расчёта приведены на вставках к рис. 3.6. Видно, что в случае диффузного рассеяния ($\zeta_{e/h} = 0$) величина тока меньше в сравнении с зеркальным рассеянием ($\zeta_{e/h} = 1$). В нулевом магнитном поле отношение соответствующих токов равно 2:1, что также следует из (3.26), а в случае $B_z \neq 0$ отношение зависит от магнитного поля и поляризации излучения.

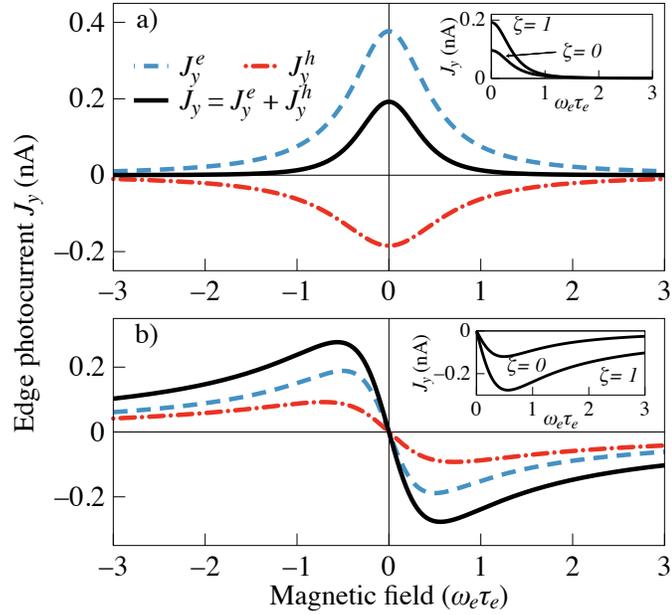


Рис. 3.6: Зависимость краевого фототока от магнитного поля. Электрическое поле падающего излучения направлено (а) под углом 45° к краю (параметр Стокса $S_2 = 1$) и (б) параллельно краю (параметр Стокса $S_1 = 1$). J_y^e , J_y^h и J_y – электронный и дырочный вклады в фототок и полный фототок, соответственно. Расчёт выполнен для зеркального рассеяния на краю, величины щели $2\delta = 20$ мэВ, энергии фотона $\hbar\omega = 30$ мэВ, кратности вырождения $\nu = 4$, показателя преломления окружающей среды $n = 3$, длины свободного пробега электрона и дырки $l_e = 1$ $\mu\text{м}$ и $l_h = 0.7 l_e$, соответственно, и интенсивности излучения $I = 1$ Вт/см 2 . На вставках показано сравнение полных фототоков в структурах с зеркально ($\zeta_{e/h} = 1$) и диффузно ($\zeta_{e/h} = 0$) рассеивающими краями.

3.3.4 Распределение фототока в полоске

Краевой фототок, рассмотренный в предыдущих разделах, течёт вблизи края в узкой полоске с шириной порядка длины свободного пробега носителей заряда. Объём двумерной системы при этом поглощает излучение, но не участвует в формировании фототока. Чтобы усилить фотоотклик, можно использовать структуры, наподобие изображённой на рис. 3.7. Эта структура состоит из массива узких асимметричных полосок с шириной порядка длины свободного пробега. Падающее излучение возбуждает фототок в каждой полоске, таким образом, суммарный ток увеличивается в N раз.

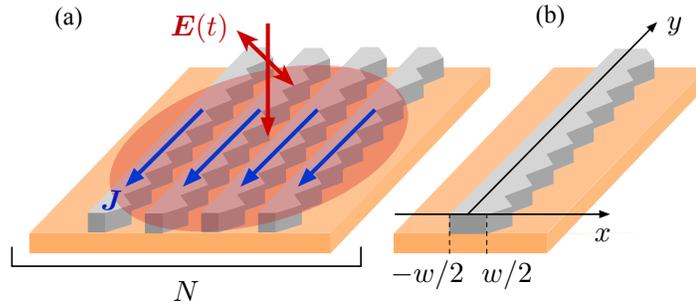


Рис. 3.7: (а) Эскиз структуры, состоящей из массива узких асимметричных полосок. Падающее излучение возбуждает постоянный электрический ток \mathbf{J} в каждой полоске, таким образом, суммарный ток увеличивается в N раз. (б) Геометрия одиночной полоски.

Рассчитаем фототок в одиночной полоске и проанализируем его зависимость от ширины полоски и граничных условий. Для этого рассмотрим полоску шириной w , занимающую область $-w/2 \leq x \leq w/2$, рис. 3.7 (б). Функция распределения электронов в полоске является решением кинетического уравнения (3.22) с граничными условиями при $x = -w/2$ и $x = w/2$. Нечётная по p_y часть функции распределения имеет вид

$$f^{(a)}(x, p_x, p_y) = \tau \left[g_{\mathbf{p}}^{(a)} + C_{\mathbf{p}} \exp\left(-\frac{x}{v_x \tau}\right) \right], \quad (3.30)$$

где

$$C_{\mathbf{p}} = -\frac{S(w/|2v_x \tau|)}{S(w/|v_x \tau|)} g_{\mathbf{p}}^{(a)} + [\zeta_l \Theta(p_x) + \zeta_r \Theta(-p_x)] \frac{\sinh(w/|2v_x \tau|)}{S(w/|v_x \tau|)} g_{-p_x, p_y}^{(a)},$$

$S(x) = [\exp(x) - \zeta_l \zeta_r \exp(-x)]/2$, $g_{\mathbf{p}}^{(a)}$ – нечётная по p_y часть темпа генерации $g_{\mathbf{p}}$, и $\zeta_{r/l}$ – параметры зеркальности, соответственно, для правого и левого краёв полоски.

Используя тот же метод, которым получено уравнение (3.28), можно показать, что интегральный ток в полоске $J_y^e = \int_{-w/2}^{w/2} j_e(x) dx$ даётся выражением

$$J_y^e = -e\nu \sum_{\mathbf{p}} \tau v_x v_y [f(w/2, \mathbf{p}) - f(-w/2, \mathbf{p})]. \quad (3.31)$$

Интегральный ток пропорционален разности функций распределения на правом и левом краях полоски, и следовательно, равен нулю, если полоска обладает зеркальной симметрией $x \rightarrow -x$. Эта симметрия нарушается в полоске асимметричной формы, как на рис. 3.7, или в присутствии асимметричного потенциала $U(x)$. Также интегральный ток отличен от нуля в полоске с краями различной шероховатости.

Подставив функцию распределения (3.30) при $x = \pm w/2$ в формулу (3.31) для тока, получим

$$J_y^e = e\nu (\zeta_r - \zeta_l) \sum_{\mathbf{p}} \tau^2 v_x v_y \frac{[\exp(w/v_x \tau) - 1]^2 g_{\mathbf{p}} \Theta(p_x)}{\exp(2w/v_x \tau) - \zeta_l \zeta_r}. \quad (3.32)$$

Как и ожидалось, интегральный ток в полоске пропорционален разности параметров зеркальности $\zeta_r - \zeta_l$.

На рис. 3.8 (а) построены распределения плотности электронного тока $j_y^e(x)$ внутри полоски. Кривые получены с помощью численного расчёта суммы в уравнении (3.21) с функцией распределения (3.30). Пространственная асимметрия полоски отражена в разных параметрах зеркальности для правого ($\zeta_r = 0$) и левого ($\zeta_l = 1$) краёв. Когда ширина полоски w значительно превышает длину свободного пробега l_e , фототоки сконцентрированы вблизи краёв полоски и отсутствуют в её объёме. Плотности тока в этом случае совпадают с рассчитанными в разделе 3.3.2 для полубесконечной структуры; при этом токи на противоположных краях полоски текут в противоположных направлениях. Интегральный ток на левом краю в два раза превышает по амплитуде ток на правом краю, в согласии в

формулой (3.26). В узких полосках с шириной порядка длины свободного пробега фототоки на противоположных краях сливаются и ток течёт по всей ширине полоски.

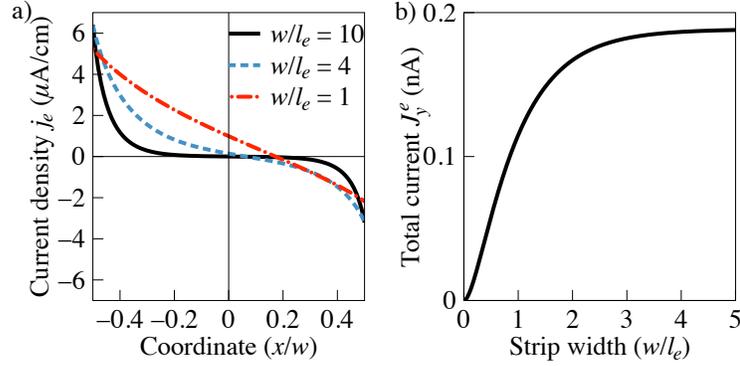


Рис. 3.8: (а) Пространственное распределение плотности электронного тока в полоске, левый край которой отражает зеркально ($\zeta_l = 1$), а правый – диффузно ($\zeta_r = 0$). Построены распределения для различных отношений ширины полоски w к длине свободного пробега l_e . (б) Интегральный ток в полоске как функция её ширины. Кривые рассчитаны для того же набора параметров, что и на рис. 3.6 (а). Магнитное поле $B_z = 0$.

На рис. 3.8 (б) изображена зависимость интегрального тока J_y^e , индуцированного в полоске, как функция ширины полоски. Фототок растёт с ростом ширины полоски в узких полосках и насыщается при ширине $w \approx 3l_e$. Используя этот результат, можно оценить суммарный ток в образце размером $3 \times 3 \text{ мм}^2$, состоящем из $N = 10^3$ полосок, как 1 μA на $\text{Вт}/\text{см}^2$ в терагерцовом спектральном диапазоне. Такие структуры, основанные на двумерных дираковских материалах, могут быть использованы в качестве быстрых детекторов терагерцового и инфракрасного излучения и его поляризации.

3.4 Краткие итоги

В главе 3 получены следующие основные результаты:

- На основе сопоставления расчетов в методе функционала плотности, эмпирической модели сильной связи и $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -методе получены параметры б-зонной

k-*p*-модели для атомарно тонких кристаллов MoS₂, MoSe₂, WS₂ и WSe₂. Полученные параметры хорошо описывают не только дисперсию электронных зон, но и экспериментально наблюдаемые величины зеемановского расщепления экситонов и экситонных комплексов в этих кристаллах.

- Разработана теория краевого фотогальванического эффекта, возникающего при межзонных оптических переходах в двумерных дираковских материалах. Показано, что механизм возникновения краевого фототока при освещении двумерной структуры линейно поляризованной электромагнитной волной связан с оптическим выстраиванием импульсов электронов и дырок и последующим рассеянием носителей заряда на краю.
- Показано, что краевой ток течёт в узкой полоске вблизи края шириной порядка длины свободного пробега и имеет две составляющие – электронную и дырочную; суммарный ток отличен от нуля при нарушении электрон-дырочной симметрии энергетического спектра или рассеяния. Внешнее статическое магнитное поле, направленное перпендикулярно к плоскости слоя, приводит к сдвигу поляризационной зависимости краевого фототока и ненулевому суммарному току даже в структурах, обладающих электрон-дырочной симметрией.
- Рассчитано распределение фототока в асимметричной полоске из двумерного материала. Показано, что в структуре, состоящей из большого количества полосок шириной порядка нескольких длин свободного пробега, возможно значительное усиление фотоотклика.

Глава 4

Краевые нелинейные эффекты в двумерных проводящих системах

4.1 Нелинейные транспортные эффекты в двумерных системах

Нелинейные транспортные и оптические эффекты в двумерных электронных системах находятся в центре внимания современных исследований в физике конденсированного состояния [Аб, 208–210]. В частности, фотоэлектрические явления в структурах на основе графена и других двумерных кристаллов, имеют огромное значение как с фундаментальной точки зрения, так и с точки зрения разработки фотодетекторов, в том числе терагерцового диапазона [7]. Среди различных механизмов генерации фототоков можно выделить фототермоэлектрические [211–213], фотовольтаические и болометрические [214, 215], плазмонные [216–218], механизмы, основанные на эффектах фотонного увлечения [142, 143, 145], фотогальванических эффектах и эффектах храповика [219–226]. Другая обширная область связана с исследованием генерации второй гармоники в двумерных материалах – как в видимом, так и в инфракрасном и терагерцовом диапазонах [227–237].

Нелинейные эффекты второго порядка по падающему полю, такие как генерация фототоков и второй гармоники, возникают в структурах без центра пространственной инверсии. Нарушение пространственной симметрии может быть связано с наличием p - n переходов, металлических контактов или подложки, неоднород-

ностью падающего излучения или нагрева, а также с волновым вектором фотона или в общем случае градиентом фазы излучения [238]. В связи с этим, нелинейные эффекты второго порядка находят применение для измерения структурных неоднородностей, кристаллической симметрии, упаковки и закрученности двумерных кристаллических слоёв и гетероструктур на их основе [6, 228, 239–242].

В образцах микро- и наноразмеров пространственная симметрия естественным образом нарушается на краях, что приводит к дополнительному, краевому, механизму нелинейности второго порядка. Примечательно, что соответствующие краевые эффекты возникают уже при нормальном падении излучения и не требуют отсутствия центра инверсии в кристаллической решётке. Таким образом, они могут наблюдаться в структурах из центросимметричных материалов, например, в чешуйках графена. С учётом возрастающей роли краёв при уменьшении размеров образца краевые эффекты могут определять фотоотклик таких структур.

Постоянные токи, протекающие вдоль краёв образца при взаимодействии с терагерцовым излучением, наблюдались экспериментально в однослойном и двухслойном графене в режимах однофотонного и двухфотонного поглощения [160, A8, A13, 243]. В работе [160] возникновение постоянного краевого тока в легированном графене интерпретировано как результат выпрямления переменного тока на краю образца, и построена кинетическая теория такого выпрямления для случая простейшего интеграла столкновений. Для детального анализа механизмов генерации краевых токов и количественного описания экспериментальных данных требуется развитие имеющейся теории с учётом характерных особенностей процессов рассеяния и экранирования электрического поля в двумерных электронных системах. Также представляет интерес изучение новых эффектов, связанных с наличием постоянного магнитного поля, перпендикулярного двумерному слою.

Глава 4 посвящена исследованию нелинейных краевых эффектов в двумерных системах со свободными носителями заряда. Рассмотренные в этой главе явления связаны с внутризонным транспортом электронов и дырок в присутствии пере-

менного электрического поля, что соответствует классическому пределу $\hbar\omega \ll \varepsilon_F$, где ε_F – энергия Ферми двумерного электронного газа. В разделе 4.2 построена теория краевых фототоков, возникающих в двумерном электронном газе с параболическим законом дисперсии, в том числе – в присутствии внешнего магнитного поля. Развитая теория затем применена для анализа экспериментальных данных по краевым фототокам в образцах на основе двуслойного графена, полученных в университете г. Регенсбурга (Германия). В разделе 4.3 получены аналитические выражения для краевого фототока в случае произвольного рассеивающего потенциала и энергетической дисперсии электронов, применимые к широкому кругу двумерных дираковских систем. Как показано в разделе 4.4, магнитное поле, перпендикулярное слою, приводит к резонансному усилению краевого фототока при совпадении частоты падающего поля и циклотронной частоты. Предсказанный циклотронный резонанс в краевом токе впоследствии наблюдался экспериментально в работе [A13].

Краевые эффекты в генерации второй гармоники наблюдались в двумерных слоях дихалькогенидов переходных металлов в режиме межзонных оптических переходов и приписывались локальному изменению атомной и электронной структуры вблизи края [244, 245]. В этих экспериментах роль края сводилась к искажению сигнала второй гармоники, который наблюдался в толще нецентросимметричных кристаллов. Однако край сам по себе может являться источником генерации второй гармоники, поскольку естественным образом нарушает пространственную симметрию образца. Такая краевая генерация второй гармоники ранее не рассматривалась.

В разделе 4.5 показано, что освещение края двумерного газа электромагнитным полем терагерцового диапазона приводит к появлению тока на удвоенной частоте, который протекает вблизи края. Примечательно, что в этом случае краевой ток имеет компоненту как вдоль края, так и перпендикулярно ему. В свою очередь, переменный краевой ток излучает волны на удвоенной частоте, то есть приводит

к генерации второй гармоники. Построена микроскопическая теория краевого эффекта генерации второй гармоники в различных режимах электронного транспорта и экранировки электрического поля. Изученный эффект можно рассматривать как низкоразмерный аналог поверхностного эффекта генерации второй гармоники в объёмных материалах [246–253]. Полученные ранее результаты для трёхмерных металлов, однако, нельзя напрямую применить к генерации второй гармоники на краю из-за особенностей экранирования и растекания тока в двумерных системах [254–256].

4.2 Краевые фототоки в двуслойном графене

4.2.1 Микроскопическая теория

Рассмотрим двумерный электронный газ в полубесконечной структуре с краем вдоль оси y , рис. 4.1. Электронный газ возбуждается электрическим полем $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E} \exp(-i\omega t) + \text{с.с.}$ в геометрии нормального падения. Переменное электрическое поле вызывает осцилляции двумерных носителей заряда, которые «выпрямляются» за счёт рассеяния на краю. В результате, вблизи края возникает постоянный электрический ток J_y . Как показано на рис. 4.1, краевой ток появляется при возбуждении края линейно или циркулярно поляризованным излучением, а его направление контролируется знаком поляризации.

Микроскопически выпрямление переменного тока на краю двумерного электронного газа связано с двумя механизмами [A8, A14]. Первый из них можно интерпретировать в терминах динамического накопления электрического заряда вблизи края и его последующего продвижения вдоль края. Компонента электрического поля E_x , перпендикулярная краю, приводит к осцилляциям электронной плотности вблизи края образца. В свою очередь, компонента поля E_y продвигает электроны вдоль края с той же частотой. Одновременное действие этих двух процессов приводит, в среднем, к возникновению постоянного электрического тока, протекающего вблизи края внутри полоски с шириной, определяемой длиной

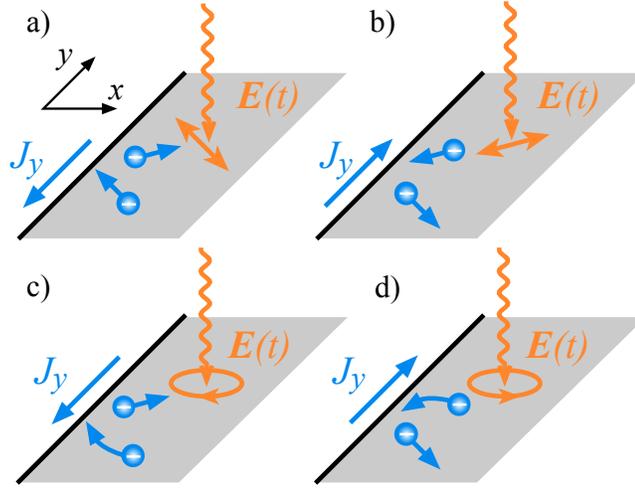


Рис. 4.1: Схема формирования краевого фототока в проводящей двумерной системе. Линейно (a, b) или циркулярно (c, d) поляризованное электрическое поле вызывает осцилляции двумерных носителей заряда, которые «выпрямляются» за счёт рассеяния на краю. В результате, вблизи края возникает постоянный электрический ток J_y , направление которого контролируется поляризацией поля.

экранирования высокочастотного электрического поля. Второй вклад в фототок связан с выстраиванием импульсов свободных носителей заряда при внутризонном поглощении высокочастотного электрического поля. Аналогичный механизм для межзонных оптических переходов был рассмотрен в разделе 3.3, см. рис. 3.4. Краевой ток, вызванный выстраиванием импульсов, течёт в полоске шириной порядка длины свободного пробега.

Для расчёта краевого тока рассмотрим функцию распределения электронного газа $f(\mathbf{p}, x, t)$, которая удовлетворяет кинетическому уравнению Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + e \left[\mathcal{E}(x, t) + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right] \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \text{St} f . \quad (4.1)$$

Здесь $\mathbf{v} = \mathbf{p}/m^*$ – скорость электрона, обладающего параболической дисперсией $\epsilon_{\mathbf{p}} = p^2/2m^*$, m^* – эффективная масса, $\mathcal{E}(x, t) = \mathcal{E}(x) \exp(-i\omega t) + \text{с.с.}$ – полное электрическое поле, действующее на двумерные электроны, \mathbf{B} – постоянное магнитное поле, направленное по нормали к слою, и $\text{St} f$ – интеграл столкновения. Кинетический подход, основанный на уравнении (4.1), справедлив для классического диапазона частот, таких что $\omega \ll \bar{\epsilon}/\hbar$, где $\bar{\epsilon}$ – средняя кинетическая энергия

электрона.

Поле $\mathcal{E}(x, t)$, входящее в уравнение (4.1), является суммой падающего поля $\mathbf{E}(t)$ и поправки $\delta\mathbf{E}(x, t) \parallel x$ ($\delta E_x \propto E_x$), создаваемой зарядами, прижатыми к краю [254]

$$\mathcal{E}_x(x, t) = E_x(t) + \int_0^{+\infty} \frac{2\rho(x', t)dx'}{x - x'}, \quad \mathcal{E}_y(t) = E_y(t), \quad (4.2)$$

где $\rho(x, t)$ – плотность заряда, которая связана с функцией распределения как $\rho(x, t) = e\nu \sum_{\mathbf{p}} (f - f_0)$, ν – кратность спинового и долинного вырождения, f_0 – равновесная функция распределения, и интеграл в уравнении (4.2) берётся в смысле главного значения. Плотность заряда зависит только от координаты x , и поэтому y -компонента электрического поля не экранируется. Отметим, что мы пренебрегаем здесь эффектами запаздывания, считая что $\sigma_0/2\pi \ll c$, где σ_0 – двумерная проводимость электронного газа [254, 256–258].

Будем решать уравнение (4.1) по теории возмущений, раскладывая функцию распределения в ряд по амплитуде электрического поля:

$$f(\mathbf{p}, x, t) = f_0 + [f_1(\mathbf{p}, x) \exp(-i\omega t) + \text{c.c.}] + f_2(\mathbf{p}, x) + \dots, \quad (4.3)$$

где f_j ($j = 0, 1, 2$) – не зависящие от времени функции. В отсутствие электрического поля распределение электронов равновесно и описывается функцией Ферми-Дирака f_0 . Поправка первого порядка по полю $f_1 \propto E$ определяет линейный отклик системы, когда индуцированный ток осциллирует на частоте падающего поля. Напротив, постоянный ток определяется не зависящей от времени поправкой второго порядка $f_2 \propto EE^*$. Рассматривая слагаемое $e\mathcal{E}(x, t) \cdot \partial f / \partial \mathbf{p}$ в (4.1) как возмущение, получим следующие уравнения на f_1 и f_2 :

$$-i\omega f_1 + v_x \frac{\partial f_1}{\partial x} + e\mathcal{E}(x) \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} + \frac{e}{c} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{p}} = \text{St} f_1, \quad (4.4)$$

$$v_x \frac{\partial f_2}{\partial x} + \left[e\mathcal{E}(x) \frac{\partial f_1^*}{\partial \mathbf{p}} + \text{c.c.} \right] + \frac{e}{c} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \frac{\partial f_2}{\partial \mathbf{p}} = \text{St} f_2. \quad (4.5)$$

Плотность постоянного электрического тока $j_y(x)$ связана с поправкой второго

порядка следующим соотношением

$$j_y(x) = e\nu \sum_{\mathbf{p}} v_y f_2(\mathbf{p}, x), \quad (4.6)$$

где ν – фактор, учитывающий вырождение по спину и долинам (в графене $\nu = 4$). Умножив (4.5) на v_y и просуммировав полученный результат по \mathbf{p} , получим

$$j_y(x) = -4e\tau_1 \sum_{\mathbf{p}} v_x v_y \frac{\partial f_2}{\partial x} + 4 \frac{e^2 \tau_1}{m^*} \sum_{\mathbf{p}} (E_y^* f_1 + E_y f_1^*), \quad (4.7)$$

где τ_1 – время релаксации импульса, определяемое соотношением $1/\tau_1 = -\sum_{\mathbf{p}} v_{\alpha} \text{St}f / \sum_{\mathbf{p}} v_{\alpha} f$. При выводе (4.7) мы учли, что постоянный ток, перпендикулярный краю, равен нулю, т.е. $\sum_{\mathbf{p}} v_x f_2 = 0$.

Интегральный электрический ток, протекающий вдоль края, имеет вид

$$J_y = \int_0^{\infty} j_y(x) dx. \quad (4.8)$$

Используя соотношение $\sum_{\mathbf{p}} f_1 = -(i/\omega) \sum_{\mathbf{p}} v_x \partial f_1 / \partial x$, которое следует из уравнения (4.4), а также равенство $\sum_{\mathbf{p}} v_x f_1(\mathbf{p}, 0) = 0$, отражающее отсутствие тока через край, получим

$$J_y = -4e\tau_1 \sum_{\mathbf{p}} v_x v_y [f_2(\mathbf{p}, \infty) - f_2(\mathbf{p}, 0)] + 4i \frac{e^2 \tau_1}{\omega m^*} \sum_{\mathbf{p}} [E_y v_x f_1^*(\mathbf{p}, \infty) - E_y^* v_x f_1(\mathbf{p}, \infty)]. \quad (4.9)$$

Из уравнения (4.9) следует, что появление краевого тока связано с отличием функций распределения на краю и вдали от края – в толще двумерной структуры. Видно также, что ток состоит из двух вкладов, обсуждавшихся ранее, – вклада, связанного с выстраиванием импульсов электронов высокочастотным электрическим полем [первое слагаемое в (4.9)], и вклада, связанного с осцилляциями заряда вблизи края (второе слагаемое).

Для того чтобы продолжить расчёт тока с помощью уравнения (4.9), необходимо задать граничные условия на функцию распределения в точке $x = 0$. Здесь мы рассмотрим зеркальное отражение электронов от края, соответствующее условию

$f(p_x, p_y, 0) = f(-p_x, p_y, 0)$. В этом случае слагаемое $\sum_{\mathbf{p}} v_x v_y f_2(\mathbf{p}, 0)$ равно нулю и интегральный ток, протекающий вдоль края, оказывается пропорциональным поправкам к функции распределения в толще двумерной структуры, где падающее электрическое поле не экранируется, т.е. $\delta E_x(\infty) = 0$. Использование более общего граничного условия, рассмотренного в разделе 3.3.2, не меняет качественно полученные результаты, но требует численного расчёта слагаемого $\sum_{\mathbf{p}} v_x v_y f_2(\mathbf{p}, 0)$, которое в случае произвольного рассеяния на краю отлично от нуля.

Слагаемые $\sum_{\mathbf{p}} v_x v_y f_2(\mathbf{p}, \infty)$ и $\sum_{\mathbf{p}} v_x f_1(\mathbf{p}, \infty)$ можно выразить через тензор объёмной проводимости. Действительно, в толще образца, амплитуда переменного электрического тока, линейного по падающему полю, имеет вид

$$j_{\alpha}^{(b)} = e\nu \sum_{\mathbf{p}} v_{\alpha} f_1(\mathbf{p}, \infty) = \sum_{\beta} \sigma_{\alpha\beta} E_{\beta}, \quad (4.10)$$

где $\sigma_{\alpha\beta}$ – тензор проводимости,

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma_{yy} = \frac{(1 - i\omega\tau_1)\sigma_0}{(1 - i\omega\tau_1)^2 + (\omega_c\tau_1)^2}, \\ \sigma_{xy} &= -\sigma_{yx} = \frac{\omega_c\tau_1\sigma_0}{(1 - i\omega\tau_1)^2 + (\omega_c\tau_1)^2}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

$\omega_c = eB_z/(m^*c)$ – циклотронная частота, $\sigma_0 = ne^2\tau_1/m^*$ – проводимость на нулевой частоте, и n – плотность носителей заряда. В свою очередь, из уравнения (4.5) следует

$$\nu \sum_{\mathbf{p}} v_x v_y f_2(\mathbf{p}, \infty) = \frac{\tau_2}{m^*} \frac{j_y^{(b)} E_x^* + j_x^{(b)} E_y^* - 2\omega_c\tau_2 (j_x^{(b)} E_x^* - j_y^{(b)} E_y^*)}{1 + (2\omega_c\tau_2)^2} + \text{c.c.}, \quad (4.12)$$

где τ_2 – время релаксации второй угловой гармоники, $1/\tau_2 = -\sum_{\mathbf{p}} v_x v_y \text{St}f / \sum_{\mathbf{p}} v_x v_y f$.

Принимая во внимание уравнения (4.9), (4.10) и (4.12), получим окончательное выражение для краевого фототока [A8]:

$$\begin{aligned} J_y &= \frac{e|\mathbf{E}|^2\tau_1}{m^*\omega} (\text{Im} \sigma_{xy} - \text{Re} \sigma_{xx} S_3) - \frac{e|\mathbf{E}|^2\tau_1\tau_2}{m^*} \left[\frac{2\text{Re}(\sigma_{xx} - 2\omega_c\tau_2\sigma_{xy})}{1 + (2\omega_c\tau_2)^2} - \frac{\text{Im}\sigma_{xx}}{\omega\tau_2} \right] S_2 \\ &\quad + \frac{e|\mathbf{E}|^2\tau_1\tau_2}{m^*} \left[\frac{2\text{Re}(\sigma_{xy} + 2\omega_c\tau_2\sigma_{xx})}{1 + (2\omega_c\tau_2)^2} - \frac{\text{Im}\sigma_{xy}}{\omega\tau_2} \right] S_1, \end{aligned} \quad (4.13)$$

где S_j – параметры Стокса, определённые в (3.19).

Краевой ток (4.13) содержит (i) поляризационно независимый вклад $J_y \propto |\mathbf{E}|^2$, (ii) вклад, чувствительный к циркулярной поляризации падающего излучения $J_y \propto S_3$, а также (iii) слагаемые, пропорциональные параметрам Стокса S_1 и S_2 , отвечающим за линейную поляризацию. В нулевом магнитном поле краевой ток возбуждается циркулярно поляризованным излучением и линейно поляризованным излучением с ненулевым параметром Стокса S_2 , что согласуется с симметричным анализом краевого фотогальванического эффекта для края симметрии C_{2v} , табл. 2.1.

При условии $\omega \gg \omega_c$, и $\tau \equiv \tau_1 = \tau_2$ фототок (4.13) принимает вид

$$J_y = \frac{ne^3 |\mathbf{E}|^2 \tau^3}{m^{*2} (1 + \omega^2 \tau^2)} \left[\frac{2\omega_c \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} - \frac{S_3}{\omega \tau} - \frac{S_2}{1 + 4\omega_c^2 \tau^2} + \frac{2\omega_c \tau (2 + \omega^2 \tau^2) S_1}{(1 + 4\omega_c^2 \tau^2)(1 + \omega^2 \tau^2)} \right]. \quad (4.14)$$

В частности, при $\omega \tau \gg 1$, основной вклад в фототок дают последние два слагаемых, так что поляризационная зависимость тока имеет вид $J_y \propto \sin(2\alpha + \theta_B)$, где α – угол вектора электрического поля относительно края. Эффект магнитного поля в этом случае сводится к уменьшению амплитуды фототока и сдвигу поляризационной зависимости на угол $\theta_B = \arctan(2\omega_c \tau)$.

4.2.2 Сравнение с экспериментом

В работе [A8] наблюдались краевые фототоки в двуслойном графене. В отличие от однослойного графена спектр электронов вблизи дна зон в двуслойном графене – параболический, с эффективной массой $m^* \approx 0.03 m_0$ [2]. Для измерений использовались образцы, оснащённые затвором, позволяющим менять концентрацию и тип носителей заряда, и группой контактов по периметру образца, рис. 4.2 (а). Освещение образца линейно поляризованным излучением терагерцового диапазона приводило к генерации фотонапряжения, измеренного между различными парами контактов. На рис. 4.2 (b, c) приведены зависимости измеренного фотонапряжения между двумя парами контактов, расположенных на перпендикулярных

краях, от угла α ориентации вектора электрического поля относительно края образца. Полученные данные хорошо описываются формулой

$$U_{x,y} \propto J_{x,y} = J_{x,y}^L \sin(2\alpha + \varphi_0) + J_{x,y}^0, \quad (4.15)$$

где $U_{x,y}$ и $J_{x,y}$ – соответственно, фотонапряжение и фототок, на двух перпендикулярных краях, $J_{x,y}^L$ и $J_{x,y}^0$ – амплитуды поляризационно зависимого и независимого вкладов в ток, и φ_0 – фазовый сдвиг.

Сравнение сигналов, полученных для соседних краёв при фиксированной ориентации поля, показывает, что фототоки либо текут в направлении угла образца, сформированного этими краями, либо вытекают из него. Этот факт, а также то, что оба сигнала от перпендикулярных краёв имеют поляризационную зависимость вида (4.15), позволяет заключить, что измеренное фотонапряжение связано именно с краевыми токами. Несмотря на то, что в двуслойном графене с структурной асимметрией возможен также и объёмный фотогальванический эффект, поляризационная зависимость соответствующих токов отличается от наблюдаемой в эксперименте. Действительно, в системах, обладающих точечной симметрией C_{3v} , две ортогональные компоненты фототока, возбуждаемого при нормальном падении излучения, пропорциональны $\sin 2\alpha$ и $\cos 2\alpha$, то есть сдвинуты по фазе на $\pi/2$ [127]. В эксперименте, однако, поляризационные зависимости двух компонент тока одинаковы, что указывает на краевой механизм формирования фототока.

Измеренные в эксперименте краевые фототоки качественно и количественно описываются микроскопической теорией, изложенной выше. Действительно, как следует из (4.14), в нулевом магнитном поле поляризационная зависимость фототока для линейно поляризованного излучения описывается параметром Стокса S_2 , т.е. $J_y \propto E_x E_y^* + E_y E_x^* \propto \sin 2\alpha$, что согласуется с экспериментальной зависимостью. Более того, $J_y \propto e^3$, что объясняет наблюдаемую смену знака фототока при переходе от электронной ($e < 0$) к дырочной ($e > 0$) проводимости, рис. 4.2 (b, c).

В эксперименте использовались образцы квадратной формы и маленького раз-

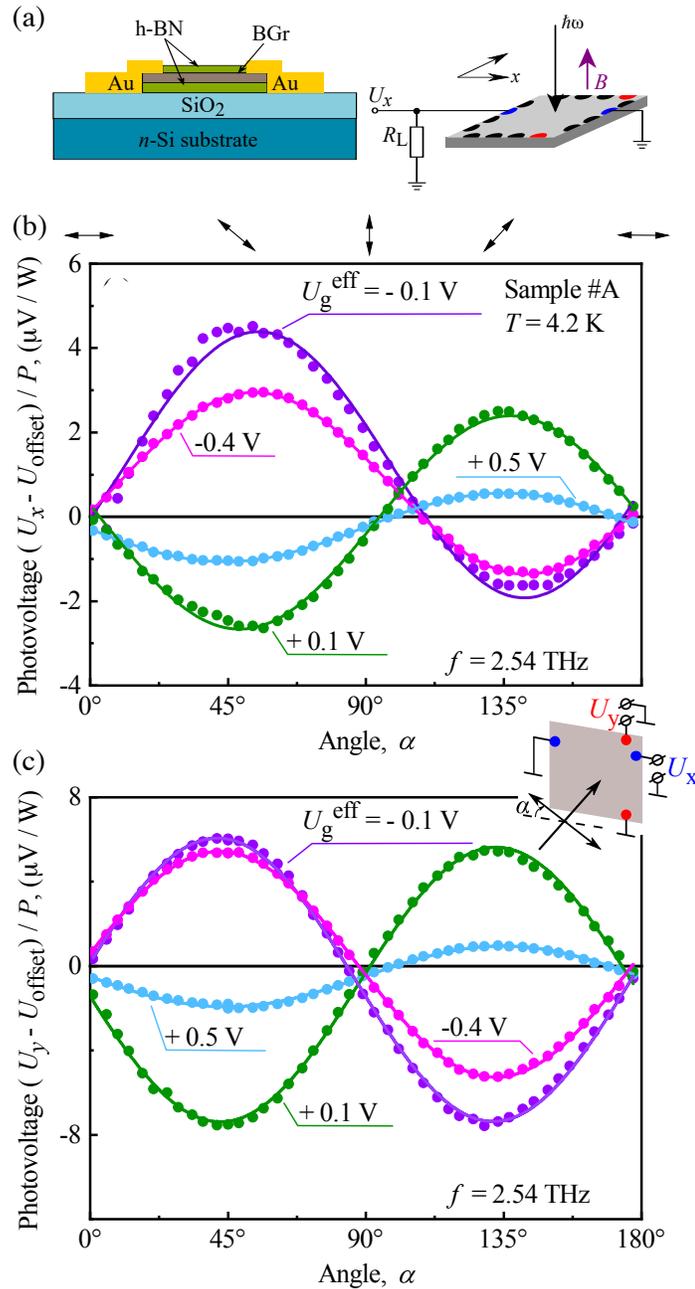


Рис. 4.2: Экспериментальные измерения краевого фототока в двуслойном графене. (a) Схема структуры образца и геометрии эксперимента. (b, c) Зависимости фотонапряжения $U_{x,y}/P \propto J_{x,y}/P$ от угла α , который задаёт ориентацию вектора электрического поля относительно края образца. Данные приведены для пары контактов вдоль верхнего края (b) и вдоль правого края (c) образца, см. вставку, а также для различных значений напряжения на затворе U_g^{eff} . Стрелки в верхней части панели (b) иллюстрируют направление электрического поля падающей волны для нескольких значений α . [A8]

мера, так что лазер полностью засвечивал образец. В этом случае падающее излучение возбуждает фототоки на всех четырёх краях образца, и эти токи текут в направлении противоположных углов квадрата. Непрерывность тока при этом обеспечивается за счёт растекания тока в проводящей толще образца. В равновесии протекающий в образце ток приводит к накоплению заряда на углах образца и возникновению электростатического потенциала $\Phi(x, y)$. Для того чтобы рассчитать пространственное распределение $\Phi(x, y)$ и растекание тока в образце, нужно записать уравнение неразрывности для постоянного тока $\nabla \cdot (\mathbf{j} + \mathbf{j}^{\text{dr}}) = 0$, где \mathbf{j} – фотоиндуцированный краевой ток и \mathbf{j}^{dr} – компенсирующий его дрейфовый ток, протекающий в толще образца. Принимая во внимание, что $j_\alpha^{\text{dr}} = \sum_\beta \sigma_{\alpha\beta} \nabla_\beta \Phi$, где $\sigma_{\alpha\beta}$ – тензор статической проводимости, см. (4.11) при $\omega = 0$, получим уравнение Пуассона в виде

$$\frac{\sigma_0}{1 + \omega_c^2 \tau_1^2} \Delta \Phi = \nabla \cdot \mathbf{j}. \quad (4.16)$$

Это уравнение с граничными условиями зануления тока через края образца $\mathbf{j}_n + \mathbf{j}_n^{\text{dr}} = 0$ решается численно с помощью метода функций Грина [259]. Пространственное распределение потенциала $\Phi(x, y)$, рассчитанное с помощью уравнений (4.14) и (4.16), и соответствующее распределение токов показаны на рис. 4.3 для $\omega\tau \gg 1$, $\alpha = 45^\circ$, нулевого магнитного поля, эффективной массы $m^* = 0.03m_0$ и частоты излучения $\omega/(2\pi) = 2.54$ ТГц. Рассчитанное фотонапряжение между соседними углами образца равно $V/P \approx 4 \mu\text{В/Вт}$ и хорошо согласуется с измеренной величиной, рис. 4.2, а также с простой аналитической оценкой $V \sim J_y/\sigma_0 \sim eE^2/(m^*\omega^2)$.

При приложении небольшого магнитного поля, перпендикулярному к образцу, измеренная поляризационная зависимость фотонапряжения сдвигается по фазе на зависящий от магнитного поля угол θ_B , рис. 4.4. В поле $B_z = 0.4$ Т величина этого сдвига составляет почти 70° . Микроскопически фазовый сдвиг поляризационной зависимости связан с появлением силы Лоренца, действующей на движущиеся заряды. Эта сила приводит к повороту функции распределения электронов в им-

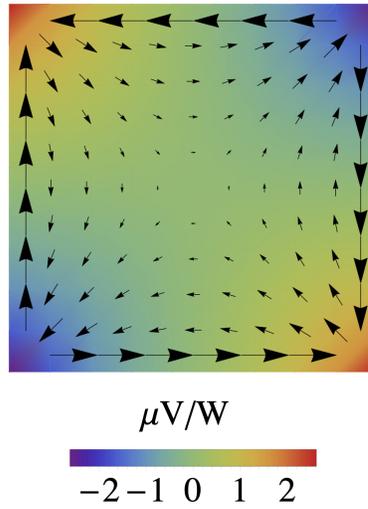


Рис. 4.3: Распределение фототока (стрелки) и фотоиндуцированного электростатического потенциала, нормированного на мощность падающего излучения, в образце квадратной формы для линейно поляризованного излучения с $\alpha = 45^\circ$.

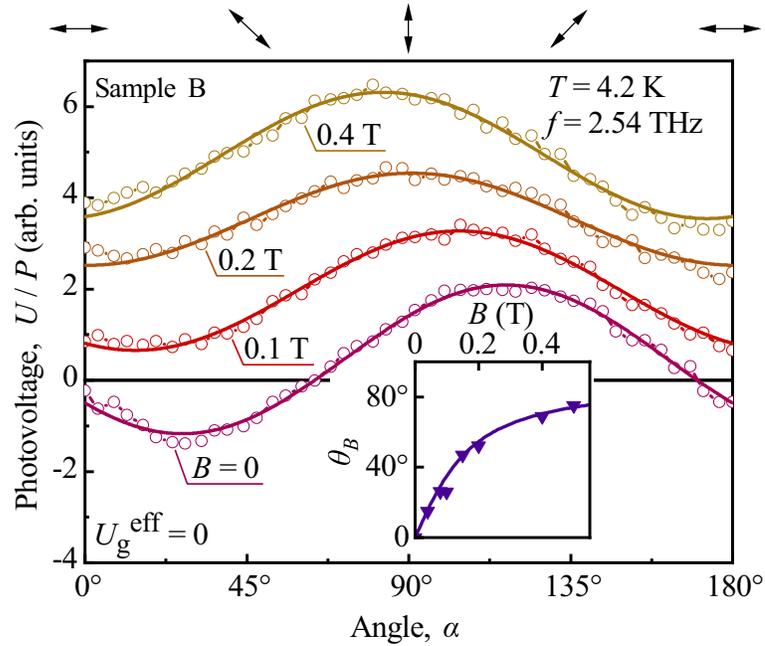


Рис. 4.4: Экспериментально измеренные зависимости краевого фотонапряжения $U_{x,y}/P \propto J_{x,y}/P$ от угла α для различных значений внешнего магнитного поля. Кривыми показана подгонка по формуле $U = U^L(B) \sin(2\alpha + \varphi_0 + \theta_B)$. Для наглядности точки и кривые сдвинуты друг относительно друга по вертикали. На вставке показаны измеренные фазовые сдвиги θ_B (треугольники) и теоретическая зависимость $\theta_B = \arctan(2\omega_c\tau)$ для $\tau = 0.6$ пс (линия). [A8]

пульсном пространстве, и соответственно, к появлению фазового сдвига θ_B . Из уравнения (4.14) при $\omega\tau \gg 1$ следует, что поляризационная зависимость фототока имеет вид $J_y \propto \sin(2\alpha + \theta_B)$, где $\theta_B = \arctan(2\omega_c\tau)$. Такая зависимость сдвига от магнитного поля согласуется с экспериментальной, см. вставку на рис. 4.4, для $m^* = 0.03m_0$ и $\tau = 0.6$ пс. Значение τ , полученное путём анализа поляризационной зависимости тока в магнитном поле, согласуется с $\tau \sim 0.2$ пс, полученным из типичных значений подвижности $\mu \sim 10^4$ см²/В в использованных образцах.

4.3 Произвольный энергетический спектр и рассеивающий потенциал

Полученное в предыдущем разделе выражение для краевого фототока (4.13) справедливо для электронов с параболическим спектром энергии, которые рассеиваются на примесях с короткодействующим потенциалом, так что времена релаксации угловых гармоник функции распределения не зависят от энергии. В более общем случае дисперсия электронов в двумерных дираковских системах описывается законом (3.3), а времена релаксации зависят от энергии даже в случае короткодействующих рассеивателей. В этом разделе теория краевого фототока обобщена на случай произвольного закона энергетической дисперсии $\varepsilon(p)$ и произвольного типа рассеивателей. Полученные результаты затем применены для расчёта краевого фототока в однослойном и двуслойном графене, которые являются примерами систем с линейным и параболическим спектром энергии.

Рассмотрим уравнения (4.4) и (4.5) для поправок к функции распределения f_1 и f_2 в нулевом магнитном поле $B = 0$. Домножив (4.5) на скорость v_y и выполнив усреднение по направлениям импульса \mathbf{p} , получим

$$\left\langle v_x v_y \frac{\partial f_2}{\partial x} \right\rangle + \left\langle v_y \left(e\boldsymbol{\mathcal{E}} \cdot \frac{\partial f_1^*}{\partial \mathbf{p}} + \text{c.c.} \right) \right\rangle = -\frac{\langle v_y f_2 \rangle}{\tau_1}, \quad (4.17)$$

где угловыми скобками $\langle \dots \rangle$ обозначено усреднение, и τ_1 – зависящее от энергии время релаксации импульса, которое теперь определим как $1/\tau_1 = -\langle \mathbf{v} \text{St} f \rangle / \langle \mathbf{v} f \rangle$.

Подставив выражение для $\langle v_y f_2 \rangle$ из (4.17) в уравнение для плотности тока (4.6), получим

$$j_y(x) = -e\nu \sum_{\mathbf{p}} \tau_1 v_x v_y \frac{\partial f_2}{\partial x} - e\nu \sum_{\mathbf{p}} \tau_1 v_y \left(e\boldsymbol{\mathcal{E}} \cdot \frac{\partial f_1^*}{\partial \mathbf{p}} + \text{c.c.} \right). \quad (4.18)$$

После интегрирования второго члена по частям, уравнение (4.18) принимает вид

$$\begin{aligned} j_y(x) &= -e\nu \sum_{\mathbf{p}} \tau_1 v_x v_y \frac{\partial f_2}{\partial x} + e^2 g \sum_{\mathbf{p}} \left(\frac{\tau_1}{m} \right)' m v_x v_y (\boldsymbol{\mathcal{E}}_x f_1^* + \text{c.c.}) \\ &+ e^2 \nu \sum_{\mathbf{p}} \left[\frac{\tau_1}{m} + \left(\frac{\tau_1}{m} \right)' \frac{m v^2}{2} - m \left(\frac{\tau_1}{m} \right)' \frac{v_x^2 - v_y^2}{2} \right] (E_y f_1^* + \text{c.c.}), \end{aligned} \quad (4.19)$$

где штрихом обозначена производная по энергии $(\dots)' = d(\dots)/d\varepsilon$, $m = p/v$ – зависящая от энергии эффективная масса и $v = d\varepsilon/dp$ – групповая скорость. В случае параболической дисперсии $\varepsilon(p) = p^2/(2m^*)$ эффективная масса m совпадает с m^* и не зависит от энергии, в то время как для линейного спектра $\varepsilon(p) = v_0 p$ эффективная масса пропорциональна энергии электрона $m = \varepsilon/v_0^2$.

Вычисления по формуле (4.19) для вырожденного электронного газа и зеркального рассеяния приводят к следующему окончательному результату для интегрального тока $J_y = \int_0^{+\infty} j_y(x) dx$ [A15]

$$\begin{aligned} J_y &= \frac{e|\mathbf{E}|^2 \text{Re } \sigma}{m} \left\{ \tau_1(\tau_1 - 2\tau_2) + \frac{m^2 v^2}{2} \left[\frac{\tau_1}{2} \left(\frac{\tau_1}{m} \right)' - m \left(\frac{\tau_1 \tau_2}{m^2} \right)' \right] + \frac{m^2 v^2 (\tau_1 + \tau_2)}{4[1 + (\omega \tau_2)^2]} \left(\frac{\tau_1}{m} \right)' \right\} S_2 \\ &- \frac{e \text{Re } \sigma}{m\omega} \left[\tau_1 + \frac{m^2 v^2 [2 + \omega^2 \tau_2 (\tau_2 - \tau_1)]}{4[1 + (\omega \tau_2)^2]} \left(\frac{\tau_1}{m} \right)' \right] S_3. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Здесь $\text{Re } \sigma = ne^2 \tau_1 / [m(1 + \omega^2 \tau_1^2)]$ – вещественная часть высокочастотной проводимости, и τ_2 – зависящее от энергии время релаксации второй угловой гармоники функции распределения $1/\tau_2 = -\langle (v_x^2 - v_y^2) \text{St } f \rangle / \langle (v_x^2 - v_y^2) f \rangle$. В формуле (4.20) все зависящие от энергии выражения взяты на уровне Ферми $\varepsilon = \varepsilon_F$.

Формула (4.20) является общей и описывает краевой фототок, возникающий в двумерном электронном газе с произвольной энергетической дисперсией и для

произвольных зависящих от энергии времён релаксации. В случае параболического спектра $\varepsilon(p) = p^2/(2m^*)$ выражение для краевого тока принимает вид:

$$J_y^{(\text{par})} = \frac{e|\mathbf{E}|^2 \text{Re} \sigma}{m^*} \left\{ \tau_1(\tau_1 - 2\tau_2) + \left[\frac{\tau_1 \tau_1'}{2} - (\tau_1 \tau_2)' \right] \varepsilon_F + \frac{(\tau_1 + \tau_2) \tau_1' \varepsilon_F}{2[1 + (\omega \tau_2)^2]} \right\} S_2 - \frac{e|\mathbf{E}|^2 \text{Re} \sigma}{m^* \omega} \left\{ \tau_1 + \frac{2 + \omega^2 \tau_2 (\tau_2 - \tau_1)}{2(1 + \omega^2 \tau_2^2)} \tau_1' \varepsilon_F \right\} S_3. \quad (4.21)$$

Для короткодействующих рассеивателей τ_1 и τ_2 равны и не зависят от энергии. В этом пределе фототок (4.21) совпадает с полученным выше результатом (4.14), взятым при $\omega_c = 0$.

Для линейного спектра $\varepsilon(p) = v_0 p$ формула (4.20) переходит в

$$J_y^{(\text{lin})} = \frac{e v_0^2 |\mathbf{E}|^2 \text{Re} \sigma}{2\varepsilon_F} \left\{ \tau_1 \left(\frac{3\tau_1}{2} - 2\tau_2 \right) + \left[\frac{\tau_1 \tau_1'}{2} - (\tau_1 \tau_2)' \right] \varepsilon_F + \frac{(\tau_1 + \tau_2)(\tau_1' \varepsilon_F - \tau_1)}{2[1 + (\omega \tau_2)^2]} \right\} S_2 - \frac{e v_0^2 |\mathbf{E}|^2 \text{Re} \sigma}{2\varepsilon_F \omega} \left\{ 2\tau_1 + \frac{[2 + \omega^2 \tau_2 (\tau_2 - \tau_1)](\tau_1' \varepsilon_F - \tau_1)}{2[1 + (\omega \tau_2)^2]} \right\} S_3. \quad (4.22)$$

На рис. 4.5 приведены рассчитанные частотные зависимости краевого фототока J_y в двумерной системе с линейным энергетическим спектром $\varepsilon(p) = v_0 p$. Параметры, использованные в расчётах, соответствуют высококачественному графену с концентрацией электронов $n = 5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$, которая связана с энергией Ферми как $n = \varepsilon_F^2 / (\pi \hbar^2 v_0^2)$. Кривые рассчитаны с помощью уравнения (4.22) для линейно поляризованного излучения с электрическим полем, направленным под углом $\pi/4$ к краю ($S_2 = 1, S_3 = 0$) и для циркулярно поляризованного излучения ($S_3 = 1, S_2 = 0$). Рассмотрены два типа рассеивающего потенциала: (i) короткодействующие примеси, которые приводят к энергетической зависимости времён релаксации $\tau_1 = 2\tau_2 \propto \varepsilon^{-1}$, и (ii) заряженные примеси с кулоновским потенциалом, для которых выполняется $\tau_1 = 3\tau_2 \propto \varepsilon$ [209]. Для заряженных примесей отношение $\tau_{1,2}/m$ не зависит от энергии и краевой ток имеет вид $J_y = e|\mathbf{E}|^2 \text{Re} \sigma v_0^2 \tau_1^2(\varepsilon_F) / 3\varepsilon_F$ в случае линейной поляризации и $J_y = -e|\mathbf{E}|^2 \text{Re} \sigma v_0^2 \tau_1(\varepsilon_F) / \omega \varepsilon_F$ в случае циркулярной поляризации. Таким образом, частотные зависимости токов, возбуждаемых линейно и циркулярно поляризованным излучением, определяются, соответственно,

множителями $\text{Re } \sigma \propto 1/(1+\omega^2\tau_1^2)$ и $\text{Re } \sigma/\omega$. В случае рассеяния на короткодействующих примесях все члены в (4.20) вносят вклад в ток и частотная зависимость становится более сложной. В частности, линейный фототок выходит на постоянную при низких частотах, меняет свой знак в промежуточной области частот и затухает, как $\propto \omega^{-2}$ при высоких частотах. Циркулярный фототок для короткодействующих примесей ведёт себя как $\propto \omega$ при низких частотах в противоположность расходящейся зависимости $\propto \omega^{-1}$ для заряженных примесей. Амплитуда краевого фототока имеет порядок $J_y \sim 10$ нА для 1 Вт/см² падающего излучения.

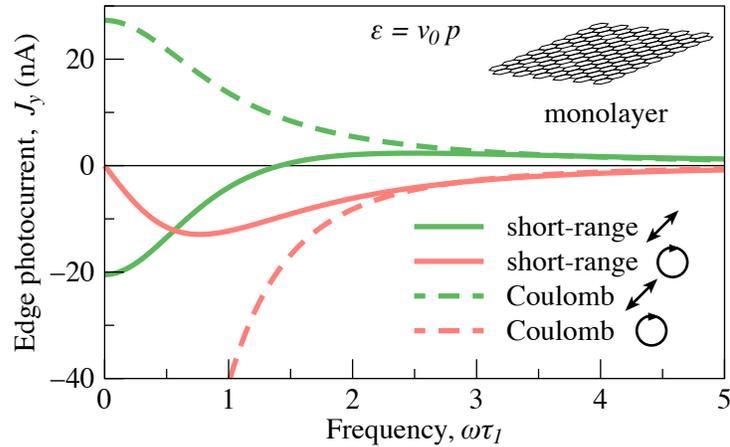


Рис. 4.5: Частотная зависимость краевого фототока в двумерных проводящих системах с *линейным* спектром. Сплошными линиями показаны зависимости для короткодействующих примесей, а также линейно (зелёная кривая) и циркулярно (красная кривая) поляризованного излучения. Штриховыми линиями показаны зависимости для рассеяния на заряженных примесях. Кривые рассчитаны с помощью уравнения (4.22) для параметров, соответствующих однослойному графену: $v_0 = 10^8$ см/с, $n = 5 \times 10^{11}$ см⁻² (энергия Ферми $\varepsilon_F \approx 80$ мэВ и эффективная масса на уровне Ферми $m^* \approx 0.013 m_0$), $\tau_1(\varepsilon_F) = 1$ пс, и $E = 8$ В/см, что соответствует интенсивности излучения $I = 1$ Вт/см².

На рис. 4.6 приведены частотные зависимости краевого фототока J_y в двумерных системах с параболическим спектром $\varepsilon(p) = p^2/2m^*$. Выбранные параметры соответствуют двуслойному графену высокого качества с концентрацией электронов $n = 5 \times 10^{11}$ см⁻², которая связана с энергией Ферми как $n = 2m^*\varepsilon_F/(\pi\hbar^2)$. В системах с параболическим спектром и короткодействующими примесями как масса, так и времена релаксации $\tau_1 = \tau_2$ не зависят от энергии, и из уравне-

ния (4.20) следует, что $J_y = -e|\mathbf{E}|^2 \text{Re} \sigma \tau_1^2(\varepsilon_F)/m^*$ для линейной поляризации и $J_y = -e|\mathbf{E}|^2 \text{Re} \sigma \tau_1(\varepsilon_F)/\omega m^*$ для циркулярной поляризации, см. также (4.14) при $\omega_c = 0$. В случае заряженных примесей $\tau_1 = 2\tau_2 \propto \varepsilon$ и частотная зависимость тока становится более сложной. Отметим, что и направление, и величина тока в значительной степени определяются механизмом рассеяния. Расчёты показывают, что величина тока в двуслойном графене составляет несколько нА для излучения интенсивностью 1 Вт/см². Это меньше, чем в однослойном графене при той же плотности электронов из-за большей эффективной массы электронов в двуслойном графене.

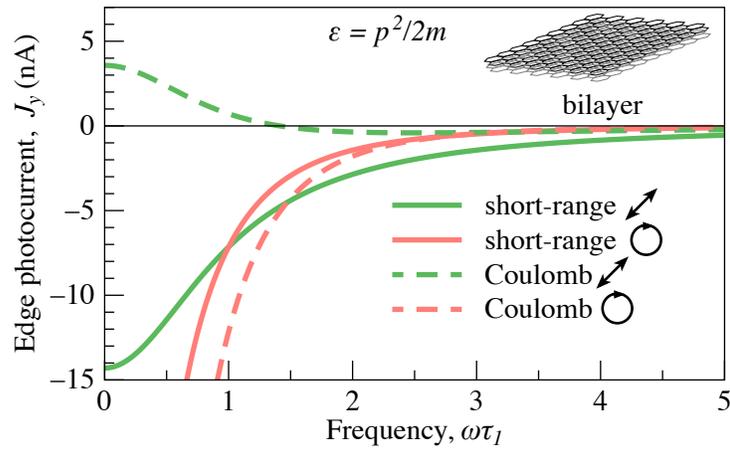


Рис. 4.6: Частотная зависимость краевого фототока в двумерных проводящих системах с *параболическим* спектром. Сплошными линиями показаны зависимости для короткодействующих примесей, а также линейно (зелёная кривая) и циркулярно (красная кривая) поляризованного излучения. Штриховыми линиями показаны зависимости для рассеяния на заряженных примесях. Кривые рассчитаны с помощью уравнения (4.21) для параметров, соответствующих двуслойному графену: $m^* = 0.03 m_0$, $n = 5 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$, $\tau_1(\varepsilon_F) = 1 \text{ пс}$, и $E = 8 \text{ В/см}$, что соответствует интенсивности излучения $I = 1 \text{ Вт/см}^2$.

4.4 Циклотронный резонанс в краевом фототоке

Теория краевых фототоков, развитая в разделе 4.2.1, предсказывает усиление фотоотклика в достаточно больших магнитных полях, когда выполняется условие циклотронного резонанса, т.е. когда частота переменного поля ω и циклотронная

частота $\omega_c = eB_z/(m^*c)$ близки. Действительно, подставив в выражение (4.13) для краевого тока в магнитном поле тензор проводимости (4.11) и положив $\tau_1 = \tau_2 \equiv \tau$, получим

$$J_y = \frac{e\tau^2\sigma_0|\mathbf{E}|^2}{m^*} [\mathcal{A} + \mathcal{B}S_3 + \mathcal{C}S_2 + \mathcal{D}S_1], \quad (4.23)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \frac{2\omega_c\tau}{1 + 2(\omega^2 + \omega_c^2)\tau^2 + (\omega^2 - \omega_c^2)^2\tau^4}, \\ \mathcal{B} &= -\frac{1 + (\omega^2 + \omega_c^2)\tau^2}{\omega\tau [1 + 2(\omega^2 + \omega_c^2)\tau^2 + (\omega^2 - \omega_c^2)^2\tau^4]}, \\ \mathcal{C} &= -\frac{1 + (\omega^2 - 5\omega_c^2)\tau^2}{(1 + 4\omega_c^2\tau^2)[1 + 2(\omega^2 + \omega_c^2)\tau^2 + (\omega^2 - \omega_c^2)^2\tau^4]}, \\ \mathcal{D} &= \frac{2\omega_c\tau [2 + (\omega^2 - \omega_c^2)\tau^2]}{(1 + 4\omega_c^2\tau^2)[1 + 2(\omega^2 + \omega_c^2)\tau^2 + (\omega^2 - \omega_c^2)^2\tau^4]}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

В случае $\omega\tau \gg 1$ коэффициенты (4.24) имеют резонансные особенности при $\omega = \omega_c$.

Рассмотрим поведение краевого фототока (4.23) вблизи циклотронного резонанса, т.е. в частотном диапазоне $|\omega - |\omega_c|| \ll |\omega_c|$ и $\omega\tau \gg 1$. В случае циркулярно поляризованного излучения краевой ток определяется первыми двумя вкладками в (4.23). Циклотронный резонанс возникает для конкретного направления магнитного поля, определяемого знаком заряда и циркулярной поляризации, при $B_z = -(e/|e|)S_3B_c$, где $B_c = m^*\omega_c/|e|$. Вблизи резонанса краевой ток имеет вид

$$J_y^{\text{circ}} = \frac{\text{sign}(B_z)c\tau\eta I}{B_c}, \quad (4.25)$$

где

$$\eta = \frac{2\pi\sigma_0}{n_\omega c} \frac{1}{1 + (\omega - |\omega_c|)^2\tau^2} \quad (4.26)$$

– коэффициент поглощения неограниченного двумерного слоя вблизи циклотронного резонанса для неполяризованного излучения. Для линейно поляризованного излучения краевой фототок определяется первым, третьим и четвёртым слагаемыми в (4.23). В этом случае циклотронный резонанс возникает для обоих направлений магнитного поля при $B_z = \pm B_c$, и вблизи резонанса краевой ток имеет

вид

$$J_y^{\text{lin}} = \frac{\text{sign}(B_z)c\tau\eta I}{2B_c} \left[1 + \frac{\sqrt{1 + (\omega - |\omega_c|)^2\tau^2}}{2|\omega_c|\tau} \sin(2\alpha + \theta_B) \right]. \quad (4.27)$$

Здесь α – угол электрического поля относительно края, и фазовый сдвиг θ_B определяется соотношением

$$\tan \theta_B = \frac{1 + |\omega_c|(\omega - |\omega_c|)\tau^2}{\omega_c\tau}. \quad (4.28)$$

Уравнения (4.25) и (4.27) отражают ключевые особенности краевого тока в условиях циклотронного резонанса. В частности, в отличие от случая малых магнитных полей, см. рис. 4.4, направление тока при циклотронном резонансе определяется знаком магнитного поля, а не поляризацией падающего излучения и совпадает для электронов и дырок. Такое же поведение фототока характерно и для более сильных магнитных полей, когда двумерная система переходит в режим квантового эффекта Холла, см. раздел 2.5. Из (4.25) и (4.27) также следует, что краевой ток в условиях циклотронного резонанса пропорционален поглощаемой энергии $\propto \eta I$, и следовательно, увеличение амплитуды тока в резонансе связано с увеличением поглощения.

На рис. 4.7 представлен расчёт краевого тока в широком диапазоне магнитных полей. В нулевом магнитном поле краевые токи, возбуждаемые волнами, поляризованными по правому и левому кругу, имеют одинаковую амплитуду и текут в противоположных направлениях, рис. 4.7 (а). Приложение магнитного поля приводит к уменьшению краевого тока для одной циркулярной поляризации (σ^+ или σ^- в зависимости от направления \mathbf{B}) и к резонансному увеличению тока для противоположной циркулярной поляризации. В случае линейно поляризованного излучения зависимость краевого тока от магнитного поля устроена по-другому, рис. 4.7 (b). В нулевом магнитном поле направление тока определяется ориентацией электрического поля падающей волны относительно края, в то время как в резонансе направление тока определяется знаком магнитного поля, а амплитуда тока слабо зависит от поляризации. Эта слабая зависимость даётся малым вкладом $\propto \sin(2\alpha + \theta_B)/\omega_c\tau$ в уравнении (4.27).

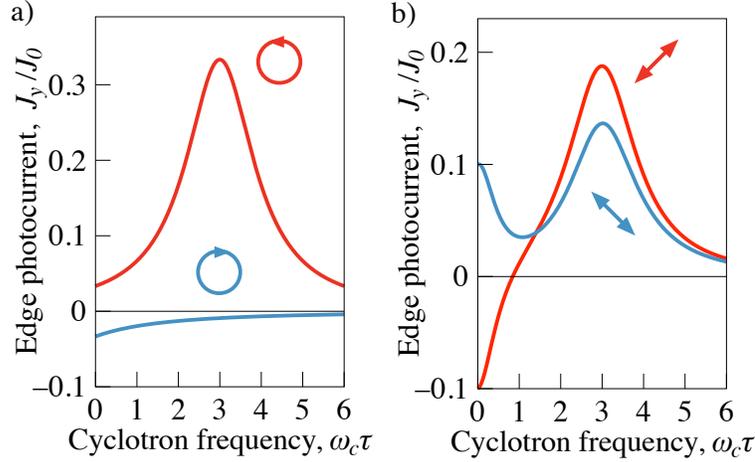


Рис. 4.7: Краевые токи, возбуждаемые (а) циркулярно поляризованным и (б) линейно поляризованным полем, как функции постоянного магнитного поля \mathbf{B} , приложенного перпендикулярно плоскости электронного газа. Зависимости рассчитаны с помощью уравнений (4.23) и (4.24) для $\omega\tau = 3$ и нормированы на $J_0 = e\tau^2\sigma_0|\mathbf{E}|^2/m^*$.

Пространственное распределение плотности краевого тока $j_y(x)$ в магнитном поле приведено на рис. 4.8. Рассмотрен случай циркулярно поляризованного излучения, когда первое слагаемое в (4.7) обращается в ноль. Функция распределения $f_1(\mathbf{p}, x)$ была найдена численно из уравнения (4.4) в пренебрежении эффектами экранирования, т.е. при $\mathcal{E} = \mathbf{E}$, для зеркального отражения электронов от края. Из рисунка видно, что при $\omega_c\tau \gg 1$ постоянный ток течёт в основном в полоске шириной порядка циклотронной длины $l_c = 2l_0/(\omega_c\tau)$, которая при таком условии много меньше длины свободного пробега l_0 . Напротив, в нулевом магнитном поле краевой ток распределён в полоске значительно большей ширины $\sim l_0$.

Краевые фототоки в режиме циклотронного резонанса наблюдались в работе [A13]. Для измерений использовались образцы на основе двуслойного графена, аналогичные тем, что обсуждались в разделе 4.2.2, см. рис. 4.2 (а). При освещении образца, находящегося во внешнем магнитном поле, линейно поляризованным излучением с частотой $f = 2.54$ ТГц наблюдались выраженные резонансы, рис. 4.9. При небольшом напряжении на затворе, и соответственно, низкой концентрации свободных электронов, рис. 4.9 (а), резонансы возникали при трёх значениях маг-

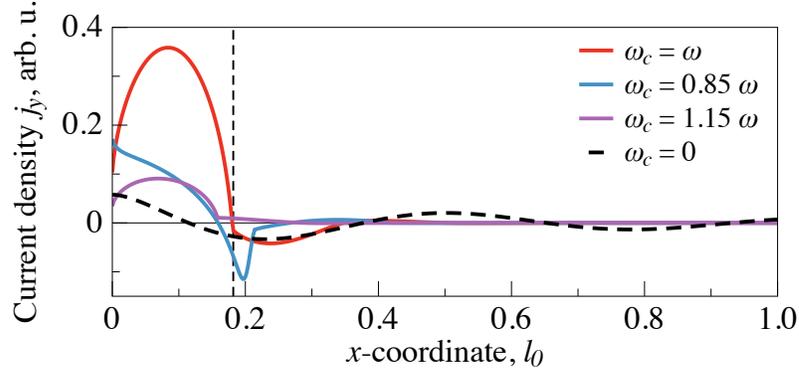


Рис. 4.8: Пространственное распределение плотности краевого фототока для циркулярно поляризованного излучения и различных значений магнитного поля. Вертикальная штриховая линия указывает диаметр циклотронной орбиты $l_c = 2l_0/(\omega_c\tau)$, где l_0 – длина свободного пробега. Частота падающего излучения $\omega = 11/\tau$.

нитного поля, отмеченных индексами CR1, CR2 и CR3. Расчёт структуры уровней Ландау в двуслойном графене позволил сопоставить эти резонансы переходам между различными уровнями Ландау: CR1 и CR3 – переходам между уровнями Ландау в валентной зоне и в зоне проводимости, и CR2 – переходу между двумя уровнями Ландау внутри зоны проводимости. При больших концентрациях электронов, соответствующих заполнению большого числа уровней Ландау, рис. 4.9 (b-d), в краевом фототоке наблюдались осцилляции Шубникова – де Гааза, амплитуда которых резонансно возрастала в магнитном поле, соответствующем классическому циклотронному резонансу. Наблюдаемое в эксперименте изменение величины циклотронного поля B_c с изменением концентрации, рис. 4.9 (b-d), может быть связано с непараболичностью спектра двуслойного графена, которая проявляется в зависимости эффективной массы электронов m^* от положения уровня Ферми. В согласии с предсказаниями теории, смена направления магнитного поля приводила к смене знака наблюдаемого фотонапряжения. Более того, поляризационная зависимость фотонапряжения, измеренная вблизи резонанса, хорошо описывается формулой (4.27) [A13].

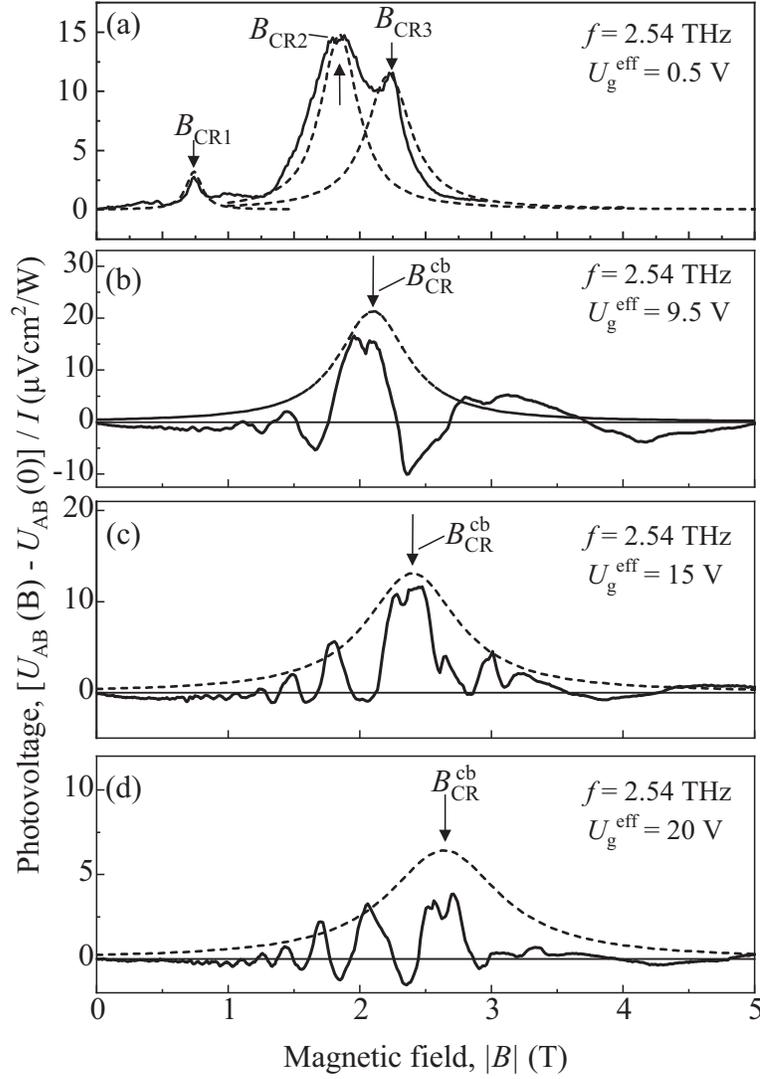


Рис. 4.9: Экспериментальные измерения краевого фотонапряжения в широком диапазоне магнитных полей. Результаты получены в образцах на основе двуслойного графена с затвором и приведены для линейно поляризованного излучения с $\alpha = 45^\circ$ и различных значений напряжения на затворе в диапазоне от (a) $U_g^{\text{eff}} = 0.5$ В до (d) $U_g^{\text{eff}} = 20$ В. Вертикальными линиями отмечены магнитные поля, соответствующие циклотронным резонансам, см. пояснения в тексте. [A13]

4.5 Генерация второй гармоники на краю двумерного электронного газа

Нелинейный краевой транспорт электронов проявляется не только в возникновении электрического тока на нулевой частоте, но и на удвоенной частоте, т.е. генерации второй гармоники. В этом разделе показано, что «раскачивание» двумерных электронов переменным электрическим полем на частоте ω приводит к возникновению электрического тока на частоте 2ω вблизи края структуры. Ниже представлена микроскопическая теория краевого тока на удвоенной частоте и рассчитано излучение второй гармоники краевыми токами.

4.5.1 Излучение второй гармоники краевыми токами

Рассмотрим двумерный электронный газ, занимающий полуплоскость $x \geq 0$ при $z = 0$, который возбуждается плоской электромагнитной волной с электрическим полем $\mathbf{E}_\omega(t) = \mathbf{E}_\omega e^{-i\omega t} + \mathbf{E}_\omega^* e^{i\omega t}$, рис. 4.10. Как будет показано ниже, вблизи края возникает электрический ток, осциллирующий на удвоенной частоте, с плотностью $\mathbf{j}_{2\omega}(x, t) = \mathbf{j}_{2\omega}(x) e^{-2i\omega t} + \mathbf{j}_{2\omega}^*(x) e^{2i\omega t}$. Направление краевого тока зависит от поляризации падающего поля. Если электрическое поле поляризовано перпендикулярно краю, $\mathbf{E}_\omega \perp y$ на рис. 4.10 (b), то ток $\mathbf{j}_{2\omega}$ также направлен перпендикулярно краю. Электрическое поле, которое содержит и параллельную, и перпендикулярную краю составляющие, приводит к генерации тока $\mathbf{j}_{2\omega}$ вдоль края, рис. 4.10 (a).

В свою очередь, краевой ток излучает электромагнитные волны с частотой 2ω и векторным потенциалом $\mathbf{A}_{2\omega}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}_{2\omega}(\mathbf{r}) e^{-2i\omega t} + \mathbf{A}_{2\omega}^*(\mathbf{r}) e^{2i\omega t}$. Поле $\mathbf{A}_{2\omega}(\mathbf{r})$ удовлетворяет волновому уравнению [260]

$$\Delta \mathbf{A}_{2\omega} + k_{2\omega}^2 \mathbf{A}_{2\omega} = -\frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_{2\omega}(x) \delta(z), \quad (4.29)$$

где $k_{2\omega} = 2\omega/c$ – волновой вектор излучаемой волны и $\delta(z)$ – дельта-функция Дирака. Потенциал $\mathbf{A}_{2\omega}$ не зависит от y вследствие трансляционной инвариантности системы в этом направлении.

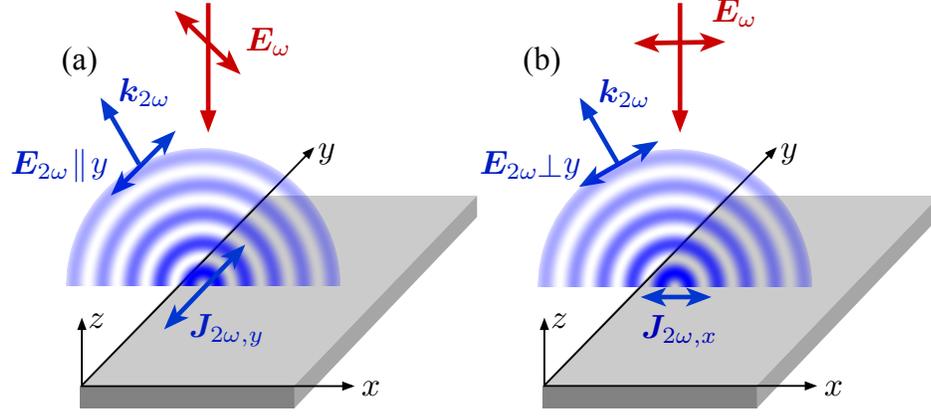


Рис. 4.10: Генерация второй гармоники на краю двумерного электронного газа. Падающая электромагнитная волна с электрическим полем \mathbf{E}_ω , осциллирующим на частоте ω , приводит к генерации электрического тока $\mathbf{J}_{2\omega}$ на удвоенной частоте в узкой полоске вблизи края. В свою очередь, краевой ток $\mathbf{J}_{2\omega}$ излучает электромагнитную волну на частоте 2ω с амплитудой электрического поля $\mathbf{E}_{2\omega}$. (а) Падающее поле \mathbf{E}_ω с отличными от нуля x - и y -компонентами индуцирует ток вдоль края $J_{2\omega,y} \propto E_{\omega,x}E_{\omega,y}$, который излучает волну с $\mathbf{E}_{2\omega} \parallel y$. (б) В случае падающего поля $\mathbf{E}_\omega \parallel x$ краевой ток течёт перпендикулярно краю, $J_{2\omega,x} \propto E_{\omega,x}^2$, и поле излучаемой волны $\mathbf{E}_{2\omega} \perp y$.

Решение уравнения (4.29) можно записать с помощью функции Грина двумерного уравнения Гельмгольца:

$$\mathbf{A}_{2\omega}(\mathbf{r}) = \frac{i\pi}{c} \int \mathbf{j}_{2\omega}(x') H_0^{(1)} \left(k_{2\omega} \sqrt{(x-x')^2 + z^2} \right) dx', \quad (4.30)$$

где $H_0^{(1)}$ – функция Ханкеля первого рода. Вдали от края $\mathbf{A}_{2\omega}(\mathbf{r})$ имеет вид расходящейся цилиндрической волны, параметры которой можно найти, анализируя асимптотику $\mathbf{A}_{2\omega}(\mathbf{r})$ при больших $R = \sqrt{x^2 + z^2}$. Асимптотика функции Ханкеля при больших значениях аргумента имеет вид $H_0^{(1)}(\xi) \approx \sqrt{2/(\pi\xi)} \exp(i\xi - i\pi/4)$. Таким образом, в дальнем поле, т.е. при $R \gg 2\pi/k_{2\omega}$, а также в рамках дипольного приближения [260], $k_{2\omega}l \ll 2\pi$, где l – ширина полоски с током¹, потенциал электромагнитного поля имеет вид

$$\mathbf{A}_{2\omega}(\mathbf{r}) = \frac{i\sqrt{2\pi}}{c\sqrt{k_{2\omega}R}} \exp \left[i \left(k_{2\omega}R - \frac{\pi}{4} \right) \right] \mathbf{J}_{2\omega}, \quad (4.31)$$

¹Отметим, что $k_{2\omega}l \sim \sigma_0/c$, поэтому пренебрежение эффектами запаздывания, использованное ранее в (4.2), позволяет также использовать и дипольное приближение при выводе уравнения (4.31).

где

$$\mathbf{J}_{2\omega} = \int_0^{+\infty} \mathbf{j}_{2\omega}(x) dx \quad (4.32)$$

– интегральный краевой ток на частоте 2ω .

Магнитное и электрическое поле излучаемой волны связаны с векторным потенциалом следующими соотношениями:

$$\mathbf{H}_{2\omega} = i\mathbf{k}_{2\omega} \times \mathbf{A}_{2\omega}, \quad \mathbf{E}_{2\omega} = \mathbf{H}_{2\omega} \times \frac{\mathbf{k}_{2\omega}}{k_{2\omega}}, \quad (4.33)$$

где $\mathbf{k}_{2\omega} = (x/R, 0, z/R)k_{2\omega}$. Из них следует, что ток $\mathbf{J}_{2\omega}$, протекающий вдоль края, излучает электромагнитные волны с полем $\mathbf{E}_{2\omega}$, параллельным краю, в то время как ток, осциллирующий в направлении, перпендикулярном краю, излучает волны с полем $\mathbf{E}_{2\omega}$, лежащем в плоскости (x, z) , рис. 4.10.

4.5.2 Кинетическое уравнение

Рассчитаем теперь интегральный краевой ток $\mathbf{J}_{2\omega}$ для внутризонного электронного транспорта. Для этого воспользуемся кинетическим уравнением (4.1) на функцию распределения электронов $f(\mathbf{p}, x, t)$ в нулевом магнитном поле $\mathbf{B} = 0$.

Поскольку внешнее поле монохроматично, мы можем искать функцию распределения и электрическое поле \mathcal{E} в виде следующих разложений

$$f(\mathbf{p}, x, t) = f_0 + [f_1(\mathbf{p}, x)e^{-i\omega t} + \text{c.c.}] + [f_2(\mathbf{p}, x)e^{-2i\omega t} + \text{c.c.}],$$

$$\mathcal{E}(x, t) = [\mathcal{E}_\omega(x)e^{-i\omega t} + \text{c.c.}] + [\mathcal{E}_{2\omega}(x)e^{-2i\omega t} + \text{c.c.}], \quad (4.34)$$

где $f_1, \mathcal{E}_\omega \propto E_\omega$ и $f_2, \mathcal{E}_{2\omega} \propto E_\omega^2$. Уравнения на поправки f_1 и f_2 имеют вид

$$-i\omega f_1 + v_x \frac{\partial f_1}{\partial x} + e\mathcal{E}_\omega \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} = \text{St} f_1, \quad (4.35)$$

$$-2i\omega f_2 + v_x \frac{\partial f_2}{\partial x} + e\mathcal{E}_\omega \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{p}} + e\mathcal{E}_{2\omega} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} = \text{St} f_2, \quad (4.36)$$

где

$$\mathcal{E}_{n\omega, x}(x) = E_{\omega, x} \delta_{n,1} + \int_0^{+\infty} \frac{2\rho_{n\omega}(x') dx'}{x - x'}, \quad (4.37)$$

$\mathcal{E}_{n\omega,y} = E_{\omega,y}\delta_{n,1}$, и $\rho_{n\omega}(x) = e\nu \sum_{\mathbf{p}} f_n(\mathbf{p}, x)$.

Плотность тока, осциллирующего на частоте 2ω , определяется поправкой f_2 и имеет вид

$$\mathbf{j}_{2\omega}(x) = e\nu \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{v} f_2(\mathbf{p}, x) . \quad (4.38)$$

Ниже мы решим уравнения (4.35)-(4.37) и найдём компоненты тока, параллельные и перпендикулярные краю.

4.5.3 Ток вдоль края

Для расчёта компонент краевого тока будем использовать процедуру, аналогичную использованной выше для тока на нулевой частоте, см. раздел 4.2.1. Для того чтобы рассчитать y -компоненту краевого тока, умножим уравнение (4.36) на v_y и просуммируем по \mathbf{p} . После упрощений для электронов с параболическим законом дисперсии получим

$$j_{2\omega,y} = -\frac{e\nu\tau_1}{1 - 2i\omega\tau_1} \left(\sum_{\mathbf{p}} v_x v_y \frac{\partial f_2}{\partial x} - \frac{eE_{\omega,y}}{m^*} \sum_{\mathbf{p}} f_1 \right) . \quad (4.39)$$

Интегральный ток $J_{2\omega,y}$, который даётся уравнением (4.32), найдём, проинтегрировав (4.39) по x . Используя соотношение $\sum_{\mathbf{p}} f_1 = -(i/\omega) \sum_{\mathbf{p}} v_x \partial f_1 / \partial x$, которое следует из уравнения (4.35), получим

$$J_{2\omega,y} = -\frac{e\nu\tau_1}{1 - 2i\omega\tau_1} \sum_{\mathbf{p}} v_x v_y [f_2(\mathbf{p}, +\infty) - f_2(\mathbf{p}, 0)] - \frac{ie^2\nu\tau_1 E_{\omega,y}}{m^*\omega(1 - 2i\omega\tau_1)} \sum_{\mathbf{p}} v_x [f_1(\mathbf{p}, +\infty) - f_1(\mathbf{p}, 0)] . \quad (4.40)$$

Уравнение (4.40) имеет общий вид и не зависит от конкретного вида граничных условий. Оно показывает, что ток на частоте 2ω возникает, если индуцированные полем поправки к функции распределения отличаются в толще образца и на краю.

Для зеркального отражения электронов от края уравнение (4.40) после упрощений принимает вид [A16]

$$J_{2\omega,y} = -\frac{ie\sigma_0\tau_1(1 - 4i\omega\tau_2)}{m^*\omega(1 - i\omega\tau_1)(1 - 2i\omega\tau_1)(1 - 2i\omega\tau_2)} E_{\omega,x} E_{\omega,y} . \quad (4.41)$$

Ток $J_{2\omega,y}$ пропорционален произведению $E_{\omega,x}E_{\omega,y}$, так что он достигает максимума для поля \mathbf{E}_ω , линейно поляризованного под углами $\pm\pi/4$ к краю, и для циркулярно поляризованного поля. Ток равен нулю, если поле \mathbf{E}_ω направлено вдоль или перпендикулярно краю.

На рис. 4.11 представлена частотная зависимость тока $J_{2\omega,y}$, рассчитанного с помощью (4.41) для линейно поляризованного падающего поля и двух различных отношений времён релаксации, $\tau_2 = \tau_1$ и $\tau_2 \ll \tau_1$. Первый случай соответствует рассеянию электронов на короткодействующих примесях, а второй отвечает гидродинамическому режиму, когда вторая угловая гармоника функции распределения быстро релаксирует за счёт электрон-электронных столкновений. В этом случае первый вклад в краевой ток в уравнении (4.40) исчезает. Из рисунка видно, что $J_{2\omega,y}$ слабо зависит от отношения τ_2/τ_1 . Ток пропорционален $\propto 1/\omega$ и $\propto 1/\omega^3$ при низких и высоких частотах, соответственно. Оценка амплитуды тока для $n = 2 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$, $m^* = 0.067m_0$, что соответствует квантовым ямам на основе GaAs, $\tau_1 = 1 \text{ пс}$, $\omega\tau_1 = 1$, и электрического поля $E_\omega = 1 \text{ кВ/см}$, ориентированного под углом 45° к краю, даёт $J_{2\omega,y} \approx 0.3 \times 10^{-5} \text{ А}$.

На рис. 4.12 показано пространственное распределение плотности тока $j_{2\omega,y}(x)$ вблизи края для различных значений $\omega\tau_1$. Зависимости получены из уравнения (4.39) для $\tau_2 \ll \tau_1$, когда первым вкладом в уравнении можно пренебречь. Второе же слагаемое найдено с помощью численного расчёта плотности заряда $\rho_\omega(x) = e\nu \sum_{\mathbf{p}} f_1$ в рамках приближения локального отклика (см. следующий раздел). В этом приближении затухание краевого тока $j_{2\omega,y}(x)$ в глубь образца определяется длиной экранирования $l_{\text{scr}} = \sigma_0/\omega$, так что профиль тока сужается с ростом частоты. При больших значениях $\omega\tau_1$ аргумент тока испытывает пространственные осцилляции, т.е. токи $j_{2\omega,y}$ в разных точках x сдвинуты по фазе и текут в противоположных направлениях в соседних областях. Эти осцилляции вызваны возбуждением краевых плазмонов с волновыми векторами $q \sim \omega^2/(2\pi n_e e^2) = \omega\tau_1/(2\pi l_{\text{scr}})$ [256, 261].

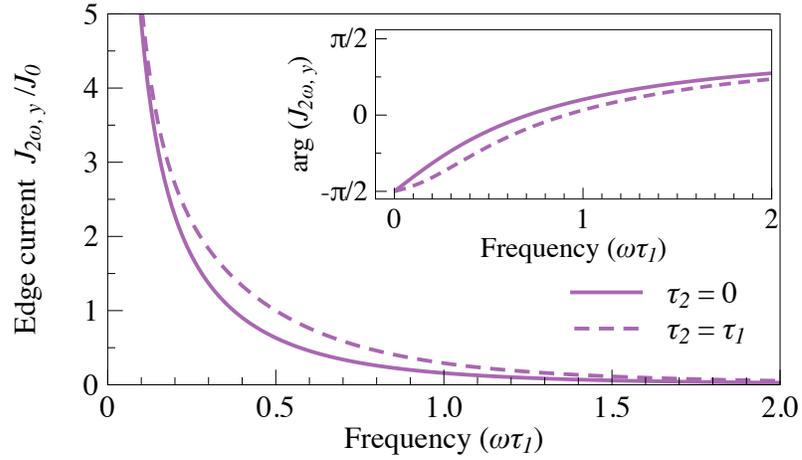


Рис. 4.11: Частотная зависимость тока на частоте 2ω , протекающего параллельно краю. Штриховая линия соответствует короткодействующему рассеивающему потенциалу с $\tau_1 = \tau_2$, сплошной линией изображены результаты в гидродинамическом режиме, когда $\tau_2 \ll \tau_1$. На основном графике и на вставке показаны, соответственно, абсолютное значение $|J_{2\omega,y}|$ и аргумент $\arg(J_{2\omega,y})$ комплексной амплитуды $J_{2\omega,y}$. Значения тока приведены в единицах $J_0 = 2e\sigma_0\tau_1^2 E_{\omega,x}E_{\omega,y}/m^*$.

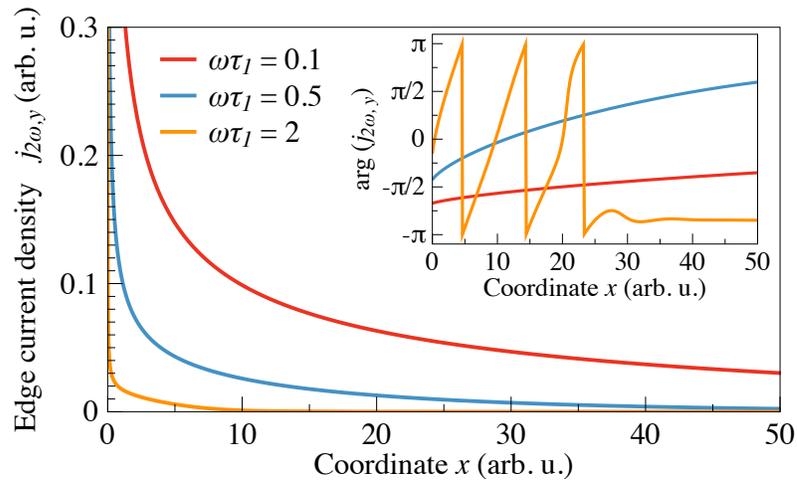


Рис. 4.12: Пространственное распределение плотности краевого тока $j_{2\omega,y}(x)$, индуцированного линейно поляризованным излучением с $E_{\omega,x} = E_{\omega,y}$. На основном графике и на вставке показаны, соответственно, абсолютное значение $|j_{2\omega,y}|$ и аргумент $\arg(j_{2\omega,y})$ комплексной амплитуды $j_{2\omega,y}$. Плотность тока рассчитана численно в рамках приближения локального отклика.

4.5.4 Ток, перпендикулярный краю

Рассмотрим теперь x -компоненту краевого тока. Умножив уравнение (4.36) на v_x и суммируя по \mathbf{p} , получим после упрощений

$$j_{2\omega,x} = \frac{-e\nu\tau_1}{1 - 2i\omega\tau_1} \left(\sum_{\mathbf{p}} v_x^2 \frac{\partial f_2}{\partial x} - \frac{e\mathcal{E}_{\omega,x}}{m^*} \sum_{\mathbf{p}} f_1 \right) + \sigma_{2\omega} \mathcal{E}_{2\omega,x}, \quad (4.42)$$

где $\sigma_{2\omega} = \sigma_0/(1 - 2i\omega\tau_1)$ – проводимость на удвоенной частоте. Интегрируя уравнение (4.42) по x , получим полный ток

$$\begin{aligned} J_{2\omega,x} = & -\frac{e\nu\tau_1}{1 - 2i\omega\tau_1} \sum_{\mathbf{p}} v_x^2 [f_2(\mathbf{p}, +\infty) - f_2(\mathbf{p}, 0)] \\ & - \frac{ie^2\nu\tau_1 E_{\omega,x}}{m^*\omega(1 - 2i\omega\tau_1)} \sum_{\mathbf{p}} v_x [f_1(\mathbf{p}, +\infty) - f_1(\mathbf{p}, 0)] \\ & + \frac{ie^2\nu\tau_1}{m^*\omega(1 - 2i\omega\tau_1)} \int \frac{d\mathcal{E}_{\omega,x}}{dx} \sum_{\mathbf{p}} v_x f_1 dx + \sigma_{2\omega} \int \mathcal{E}_{2\omega,x}(x) dx. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Сравнивая уравнения (4.40) и (4.43), заметим, что ток, перпендикулярный краю, содержит два дополнительных вклада, которые не пропорциональны разности функций распределения на краю и в толще образца. Вычисление этих вкладов требует знания функций распределения f_1 и f_2 и электрического поля \mathcal{E}_x во всей полуплоскости $x > 0$. Эти величины можно найти численно из уравнений (4.35)-(4.37), однако такая задача в общем случае является затруднительной, и поэтому в дальнейшем мы ограничимся двумя предельными случаями.

Отметим, что из соображений симметрии краевой ток $J_{2\omega,x}$ может быть пропорционален как $E_{\omega,x}^2$, так и $E_{\omega,y}^2$. Однако анализ уравнений (4.42), (4.35) и (4.36) показывает, что для зеркального отражения электронов от края ток содержит только вклад, пропорциональный $E_{\omega,x}^2$. Этот результат справедлив также и для приближения локального отклика, рассмотренного ниже.

Сильное экранирование: приближение локального отклика

Если двумерный слой окружен средой с не слишком большой диэлектрической проницаемостью, то кулоновское взаимодействие является наиболее сильным в

системе и, следовательно, дрейфовые токи, индуцированные локальными электрическими полями, преобладают над диффузионными токами. В этом случае разумно воспользоваться приближением локального отклика [256], в рамках которого слагаемые с пространственными градиентами в уравнениях для токов не учитываются. В результате, уравнения для токов на частотах ω и 2ω принимают следующий вид:

$$j_{\omega,x}(x) = \sigma_{\omega} \mathcal{E}_{\omega,x}(x) \quad (4.44)$$

и

$$j_{2\omega,x}(x) = \frac{e\tau_1\rho_{\omega}(x)\mathcal{E}_{\omega,x}(x)}{m^*(1-2i\omega\tau_1)} + \sigma_{2\omega}\mathcal{E}_{2\omega,x}(x). \quad (4.45)$$

Для того чтобы найти пространственное распределение плотности тока $j_{2\omega,x}(x)$, нужно самосогласованно решить уравнения (4.44) и (4.45) вместе с уравнениями (4.37) для полей $\mathcal{E}_{n\omega,x}(x)$ и уравнениями неразрывности $-in\omega\rho_{n\omega} + dj_{n\omega,x}/dx = 0$. Отсутствие тока через границу учитывается с помощью граничных условий $j_{n\omega,x}(0) = 0$. Подробности такого численного расчёта приведены в статье [A16].

На рис. 4.13 приведены спектральные зависимости интегрального тока $J_{2\omega,x}$. Сплошными линиями показаны результаты численного расчёта в рамках приближения локального отклика для линейно поляризованного поля $\mathbf{E}_{\omega} \parallel x$. Зависимость очень похожа на зависимость тока $J_{2\omega,y}$, показанную на рис. 4.11, при этом фазовый сдвиг между компонентами $J_{2\omega,x}$ и $J_{2\omega,y}$ близок к нулю для линейно поляризованного падающего излучения. На рис. 4.14 представлено пространственное распределение плотности краевого тока $j_{2\omega,x}(x)$; разные кривые соответствуют разным значениям $\omega\tau_1$. Так же, как и ток вдоль края, ток $j_{2\omega,x}$ спадает в толще образца на масштабе, определяемом длиной экранирования $l_{scr} = \sigma_0/\omega$. В отличие от $j_{2\omega,y}$ ток $j_{2\omega,x}$ обнуляется при $x = 0$ в соответствии с граничными условиями.

Пренебрежимо слабое экранирование

Противоположный случай слабого экранирования реализуется, когда двумерный слой окружён средой с большой диэлектрической проницаемостью, так что

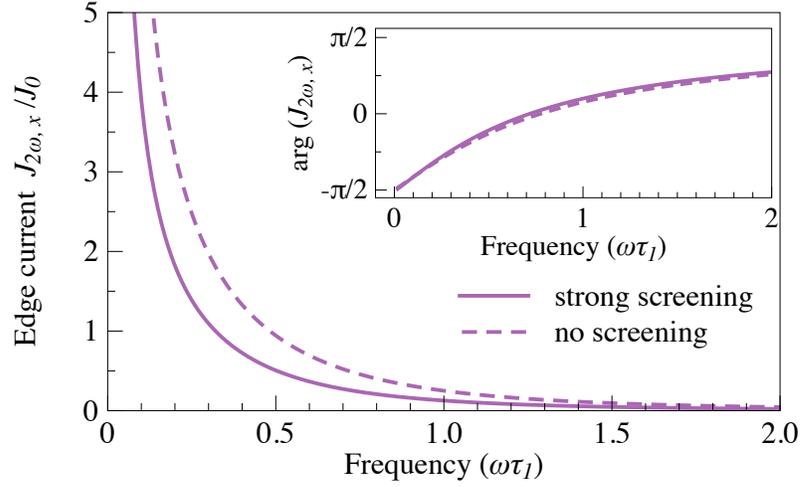


Рис. 4.13: Частотная зависимость тока на частоте 2ω , протекающего перпендикулярно краю. Сплошная линия соответствует приближению локального отклика в режиме сильного экранирования. Штриховой линией изображены результаты в гидродинамическом режиме, $\tau_2 \ll \tau_1$, и в пренебрежении экранированием. На основном графике и на вставке показаны, соответственно, абсолютное значение $|J_{2\omega, x}|$ и аргумент $\arg(J_{2\omega, x})$ комплексной амплитуды $J_{2\omega, x}$. Значения тока приведены в единицах $J_0 = e\sigma_0\tau_1^2 E_{\omega, x}^2/m^*$.

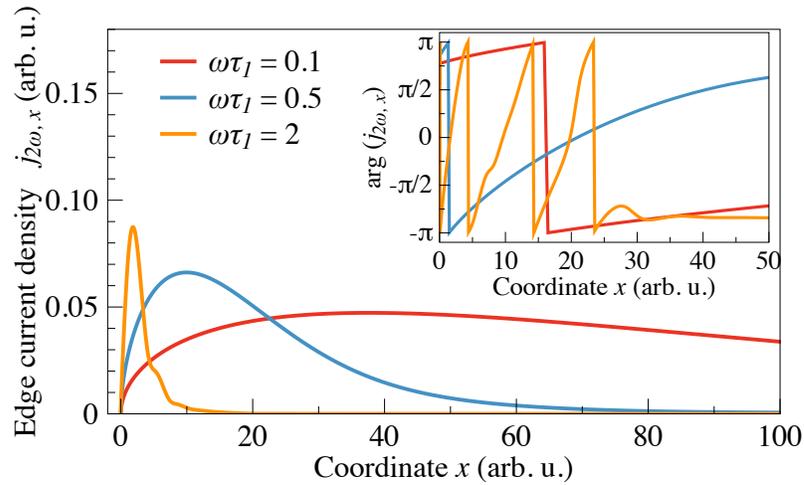


Рис. 4.14: Пространственное распределение плотности краевого тока $j_{2\omega, x}(x)$, индуцированного линейно поляризованным излучением с $\mathbf{E}_\omega \parallel x$. На основном графике и на вставке показаны, соответственно, абсолютное значение $|j_{2\omega, x}|$ и аргумент $\arg(j_{2\omega, x})$ комплексной амплитуды $j_{2\omega, x}$. Плотность тока рассчитана численно в рамках приближения локального отклика, уравнение (4.45).

можно пренебречь электрическим полем, создаваемым зарядами в слое. В этом случае электрическое поле \mathcal{E} , действующее на электроны, совпадает с падающим полем \mathbf{E}_ω , и последняя строчка в (4.43) обнуляется. Чтобы рассчитать оставшиеся вклады в $J_{2\omega,x}$, нужно найти разницу между функциями распределения на краю и в толще образца, решив уравнения (4.35) и (4.36) с $\mathcal{E}_{\omega,x} = E_\omega$, $\mathcal{E}_{\omega,y} = 0$, и $\mathcal{E}_{2\omega} = 0$. Сделаем это аналитически в пределе $\tau_2 \ll \tau_1$, соответствующем гидродинамическому течению электронов, и $\omega\tau_2 \ll 1$. В этом режиме можно оставить только первую и вторую угловые гармоники в функциях распределения f_1 и f_2 .

Функции $f_n(\mathbf{p}, x)$ ($n = 1, 2$) будем искать в виде $f_n(\mathbf{p}, x) = a_n(p, x) + v_x b_n(p, x)$. Отсутствие тока через край, тока на частоте 2ω и осцилляций заряда и энергии на частоте ω в толще образца накладывают, соответственно, следующие ограничения: $b_n(p, 0) = 0$, $b_2(p, +\infty) = 0$ и $a_1(p, +\infty) = 0$. Решение уравнения (4.35) с такими граничными условиями имеет вид

$$a_1 = e\lambda_\omega^{-1} E_{\omega,x} f'_0 e^{-\lambda_\omega x}, \quad b_1 = -e\tau_\omega E_{\omega,x} f'_0 (1 - e^{-\lambda_\omega x}), \quad (4.46)$$

где

$$\tau_\omega = \frac{\tau_1}{1 - i\omega\tau_1}, \quad \lambda_\omega = (1 - i)\sqrt{\frac{m^*\omega}{2\varepsilon\tau_\omega}}. \quad (4.47)$$

Уравнение (4.36) приводит к системе связанных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} -2im^*\omega a_2 + \varepsilon \frac{\partial b_2}{\partial x} &= -eE_{\omega,x} (b_1 \varepsilon)', \\ \frac{\partial a_2}{\partial x} + (\tau_1^{-1} - 2i\omega) b_2 &= -eE_{\omega,x} a'_1. \end{aligned} \quad (4.48)$$

Решение системы имеет вид

$$\begin{aligned} a_2 &= A + B e^{-\lambda_\omega x} + C x e^{-\lambda_\omega x} - D e^{-\lambda_{2\omega} x} / (\lambda_{2\omega} \tau_{2\omega}), \\ b_2 &= D (e^{-\lambda_\omega x} - e^{-\lambda_{2\omega} x}) + F x e^{-\lambda_\omega x}, \end{aligned} \quad (4.49)$$

где $\tau_{2\omega}$ и $\lambda_{2\omega}$ даются формулой (4.47) с заменой $\omega \rightarrow 2\omega$, а коэффициенты A , B , C , D , F нужно искать из уравнений (4.48).

Решив систему (4.48) и подставив решения в уравнение (4.43) для тока, получим окончательно [A16]:

$$J_{2\omega,x} = -\frac{ie\sigma_0\tau_1 E_{\omega,x}^2}{m^*\omega(1-i\omega\tau_1)(1-2i\omega\tau_1)} F(\omega), \quad (4.50)$$

где

$$F(\omega) = \frac{3[8\tau_\omega^2 + \sqrt{2\tau_\omega}\sqrt{\tau_{2\omega}}(\tau_{2\omega} - 6\tau_\omega)]}{4(\tau_{2\omega} - 2\tau_\omega)^2}, \quad (4.51)$$

и знак $\sqrt{\tau_{n\omega}}$ выбран так, что $\text{Re}\sqrt{\tau_{n\omega}} > 0$. Частотные зависимости $J_{2\omega,x}$, рассчитанные по формуле (4.50), показаны на рис. 4.13 штриховыми линиями. Сравнение штриховых и сплошных линий показывает, что токи, рассчитанные в режиме сильного и пренебрежимо слабого экранирования, близки по величине.

Напомним, что уравнение (4.50) получено в гидродинамическом режиме, $\tau_2 \ll \tau_1, \omega^{-1}$. В рамках того же подхода ток вдоль края $J_{2\omega,y}$ даётся формулой (4.41) с $\tau_2 = 0$. Отношение $J_{2\omega,x}/J_{2\omega,y}$ в этом случае определяется поляризацией падающего поля и функцией $F(\omega)$. Абсолютное значение функции $F(\omega)$ лежит в диапазоне $0.7 \div 0.8$, а её аргумент близок к нулю во всём частотном диапазоне. Из этого следует, что переменный ток $\mathbf{J}_{2\omega}$ линейно поляризован в случае линейно поляризованного поля \mathbf{E}_ω .

4.6 Краткие итоги

В главе 4 получены следующие основные результаты:

- Показано, что освещение края двумерного электронного газа переменным электрическим полем терагерцового диапазона приводит к генерации постоянного краевого тока. Этот ток протекает вблизи края в узкой полоске шириной, определяемой длиной свободного пробега и длиной экранирования падающего поля. Генерация краевого фототока вызвана двумя механизмами. Первый из них связан с динамическим накоплением электрического заряда вблизи края и его последующим продвижением вдоль края. Второй

механизм обусловлен выстраиванием импульсов свободных носителей заряда при внутризонном поглощении высокочастотного электрического поля с их последующим рассеянием на краю.

- Построена кинетическая теория краевого фототока, в том числе в присутствии постоянного магнитного поля, перпендикулярного плоскости, в которой расположен двумерный электронный газ. Теоретические результаты качественно и количественно согласуются с экспериментальными данными по крайевым фототокам, полученными на образцах двуслойного графена в университете г. Регенсбурга (Германия).
- Получены аналитические выражения для краевого фототока, справедливые для произвольной энергетической дисперсии электронов и произвольного рассеивающего потенциала. Показано, что величина и направление краевого тока в значительной степени определяются механизмами электронного рассеяния.
- Показано, что в достаточно сильных магнитных полях, когда циклотронная частота близка к частоте падающего поля, крайевой фототок усиливается резонансным образом. Рассчитана поляризационная зависимость и пространственное распределение краевого тока в режиме циклотронного резонанса. Предсказанный циклотронный резонанс в крайевом токе впоследствии наблюдался экспериментально на образцах двуслойного графена в университете г. Регенсбурга.
- Показано, что освещение края двумерного газа электромагнитным полем терагерцового диапазона приводит к появлению тока на удвоенной частоте, который протекает вблизи края. Краевой ток на удвоенной частоте имеет компоненты как вдоль края, так и перпендикулярно ему; эти компоненты излучают электромагнитные волны на частоте 2ω с различными поляризациями. Развита теория краевого эффекта генерации второй гармоники, учи-

тывающая экранировку падающего электрического поля двумерными электронами.

Глава 5

Фотоиндуцированные эффекты Холла и Фарадея в двумерном электронном газе

5.1 Введение

В главах 2, 3 и 4 рассмотрены нелинейные транспортные и фотогальванические эффекты, в которых фотоиндуцированный ток или поляризация среды квадратичны по электромагнитному полю падающего излучения. Такие эффекты возможны, если в структуре каким-либо образом нарушена пространственная инверсия. В данной главе мы продолжим изучение нелинейного фотоотклика дираковских систем, рассмотрев эффекты, пропорциональные третьей степени падающего электромагнитного поля. В общем случае, такие эффекты можно отнести к классу эффектов четырёхволнового смешения, когда в результате взаимодействия трёх волн с разными частотами ω_1 , ω_2 и ω_3 возникает четвёртая волна с суммарной частотой и волновым вектором [262]. Феноменологически эффекты третьего порядка при нормальном падении излучения описываются следующим соотношением [209]:

$$j_{\alpha}(t) = \sum_{\beta\gamma\delta} \sigma_{\alpha\beta\gamma\delta}(\omega_1, \omega_2, \omega_3) E_{\omega_1, \beta} E_{\omega_2, \gamma} E_{\omega_3, \delta} e^{-i(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t} + \text{c.c.}, \quad (5.1)$$

где $\sigma_{\alpha\beta\gamma\delta}$ – тензор обобщённой проводимости. В нелинейной оптике соотношение, аналогичное (5.1), обычно записывается для компонент вектора поляризации $\mathbf{P}(t)$. В этом случае в роли коэффициентов выступают компоненты тензора вос-

приимчивости третьего порядка $\chi_{\alpha\beta\gamma\delta}$, связанного с тензором проводимости как $\sigma_{\alpha\beta\gamma\delta} = -i(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)\chi_{\alpha\beta\gamma\delta}$.

Уравнение (5.1) описывает широкий класс явлений, включающий изменение проводимости под действием излучения (фотопроводимость), индуцированную электрическим полем генерацию второй гармоники [233], генерацию третьей гармоники, когерентный фотогальванический эффект [263], оптически индуцированные эффекты Фарадея и Керра. Все эти эффекты не требуют отсутствия центра инверсии, и следовательно, могут наблюдаться в однородных и изотропных дираковских системах.

Среди разнообразных эффектов, описываемых уравнением (5.1), можно выделить фотоиндуцированные эффекты Холла и Фарадея, которые будут рассмотрены в данной главе. Фотоиндуцированным эффектом Холла (также, фотовольтаическим или циркулярным эффектом Холла) называют возникновение постоянного электрического тока в направлении, перпендикулярном тянущему электрическому полю, под действием циркулярно поляризованного излучения [264], рис. 5.1. Таким образом, циркулярно поляризованное электромагнитное поле в этом случае играет роль постоянного магнитного поля, заворачивающего носители заряда в традиционном эффекте Холла. В широком смысле, циркулярный эффект Холла принадлежит к классу аномальных эффектов Холла, в которых генерация поперечного тока не связана с действием силы Лоренца на заряженные частицы [265]. В качестве других примеров аномального эффекта Холла можно привести эффект Холла в ферромагнетиках, а также спиновый эффект Холла, приводящий к генерации поперечных спиновых токов, и долинный эффект Холла, в результате которого возникают поперечные токи противоположного знака в различных долинах зоны Бриллюэна [266–268].

С точки зрения феноменологического соотношения (5.1) циркулярный эффект Холла является проявлением фотоиндуцированной анизотропии статической проводимости, что соответствует случаю $\omega_1 = -\omega_2$ и $\omega_3 = 0$ (при этом считаем, что

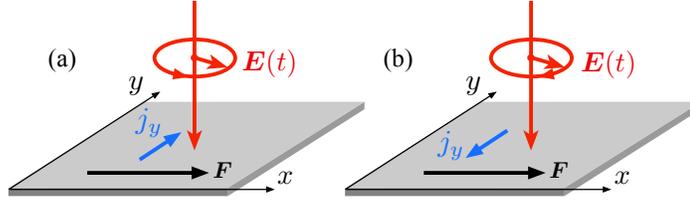


Рис. 5.1: Схематическое изображение фотоиндуцированного эффекта Холла. Циркулярно поляризованное электрическое поле $\mathbf{E}(t)$ вызывает постоянный ток, перпендикулярный тянущему полю \mathbf{F} . Поперечный ток течёт в противоположных направлениях для (a) σ^+ и (b) σ^- поляризованного излучения.

$\mathbf{E}_{-\omega} = \mathbf{E}_{\omega}^*$). Фотоиндуцированная анизотропия проводимости изучалась в трёхмерных кристаллах и тонких плёнках в ранних работах [269–272]. Было показано, что при освещении трёхмерного кристалла, к которому приложено тянущее электрическое поле, циркулярно или линейно поляризованной электромагнитной волной, возникает постоянный поперечный ток. Направление этого тока контролируется поляризацией падающей волны. Интерес к поперечной фотопроводимости усилился в последнее время в связи с появлением двумерных кристаллов, таких как графен и монослои дихалькогенидов переходных металлов. Циркулярный эффект Холла и поперечная фотопроводимость, индуцированная линейно поляризованным излучением, активно изучаются в двумерных дираковских материалах как теоретически [264, 268, 273–277], так и экспериментально [266, 278–281].

Теория анизотропной фотопроводимости в двумерных системах развита для высокочастотного излучения, которое вызывает межзонные оптические переходы в режиме низкой интенсивности [268, 274, 275, 277] или приводит к формированию «одетых» электрон-фотонных состояний (состояния Флоке) в режиме высоких интенсивностей [264, 275, 276, 282, 283]. С уменьшением частоты падающего излучения межзонные переходы в легированных системах становятся запрещёнными, и в игру вступают внутризонные переходы между состояниями свободных носителей заряда. В этом случае холловский ток определяется кинетикой электронов в присутствии переменного и статического электрических полей и рассеивающих примесей. Такое кинетическое описание использовалась при моделировании попе-

речного тока в графене методом Монте Карло [273], однако аналитическая теория построена не была.

Циркулярно поляризованная накачка приводит также к повороту плоскости поляризации линейно поляризованного пробного луча при его прохождении или отражении от двумерной структуры, рис. 5.2. Такие фотоиндуцированные эффекты Фарадея и Керра лежат в основе метода «накачка-зондирование», широко используемого для изучения динамики спиновой и орбитальной намагниченности в объёмных и низкоразмерных кристаллических структурах [284–291]. Теория фотоиндуцированных эффектов Фарадея и Керра хороша развита для межзонных оптических переходов, приводящих к спиновой поляризации электронов или дырок [289, 292–294]. Напротив, в режиме внутризонных переходов циркулярно поляризованное излучение вызывает орбитальные токи носителей заряда, и соответственно, орбитальный, а не спиновый магнитный момент – эффект, известный также как обратный эффект Фарадея [295–299]. Последовательная микроскопическая теория эффектов Фарадея и Керра, индуцированных орбитальными токами в двумерном электронном газе, на данный момент отсутствует. Отметим, что простейший механизм фарадеевского вращения, связанный с магнитным полем орбитальных токов, не вносит существенного вклада в эффект, поскольку это магнитное поле чрезвычайно мало.

В главе 5 диссертации развита микроскопическая теория фотоиндуцированных эффектов Холла и Фарадея в режиме внутризонного транспорта в двумерном электронном газе. Эффекты связаны с появлением недиагональной компоненты тензора статической и высокочастотной проводимости двумерных электронов, линейной по интенсивности поля накачки. Такая поправка к проводимости является поляризационно зависимой – она возникает для циркулярно или линейно поляризованной накачки и меняет свой знак при смене знака поляризации. В рамках кинетической теории получены аналитические выражения для поперечной фотопроводимости двумерных электронов, а также углов фарадеевского и керровского

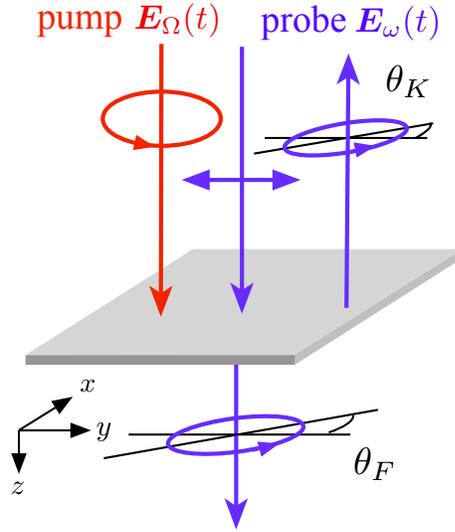


Рис. 5.2: Схематическое изображение индуцированных накачкой эффектов Фарадея и Керра в двумерной системе. Циркулярно поляризованное электрическое поле накачки приводит к повороту плоскости поляризации линейно поляризованного пробного пучка. θ_F и θ_K – фарадеевский и керровский углы поворота, соответственно.

вращения и соответствующих эллиптичностей, применимые для широкого круга дираковских материалов.

5.2 Кинетическая теория циркулярного эффекта Холла

Рассмотрим двумерный электронный газ в присутствии переменного электрического поля накачки $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}e^{-i\Omega t} + \text{c.c.}$ и тянущего статического электрического поля \mathbf{F} , лежащих в плоскости электронного газа. В дополнение к току $\mathbf{j}_0 = \sigma_0\mathbf{F}$, параллельному тянущему полю, совместное действие переменного и статического полей приводит к возникновению постоянного тока в направлении, перпендикулярном \mathbf{F} . Поперечный ток $\mathbf{j} \perp \mathbf{F}$ появляется в случае циркулярно или линейно поляризованного поля $\mathbf{E}(t)$ и меняет своё направление при смене знака поляризации, рис. 5.1.

В общем случае, постоянный ток в изотропном электронном газе с учётом по-

правок третьего порядка, пропорциональных EE^*F , имеет вид [270]

$$\mathbf{j} = \sigma_0 \mathbf{F} + \gamma_1 |\mathbf{E}|^2 \mathbf{F} + \gamma_2 [\mathbf{E}^* (\mathbf{E} \cdot \mathbf{F}) + \text{c.c.}] + i\gamma_3 [\mathbf{F} \times [\mathbf{E} \times \mathbf{E}^*]] , \quad (5.2)$$

где γ_j – вещественные параметры. Это уравнение можно также записать в виде $j_\alpha = \sigma_0 F_\alpha + \sum_\beta \sigma_{\alpha\beta}^{(\text{ph})} F_\beta$, где $\sigma_{\alpha\beta}^{(\text{ph})} \propto EE^*$ – тензор фотопроводимости со следующими компонентами

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(\text{ph})} &= [(\gamma_1 + \gamma_2) + \gamma_2 S_1] |\mathbf{E}|^2, & \sigma_{yy}^{(\text{ph})} &= [(\gamma_1 + \gamma_2) - \gamma_2 S_1] |\mathbf{E}|^2, \\ \sigma_{xy}^{(\text{ph})} &= (\gamma_2 S_2 + \gamma_3 S_3) |\mathbf{E}|^2, & \sigma_{yx}^{(\text{ph})} &= (\gamma_2 S_2 - \gamma_3 S_3) |\mathbf{E}|^2, \end{aligned} \quad (5.3)$$

и S_j – параметры Стокса накачки, см. (3.19).

Как следует из уравнения (5.3), параметр $\gamma_1 + \gamma_2$ описывает изменение изотропной части тензора проводимости электронного газа под действием излучения (в том числе, неполяризованного), в то время как γ_2 и γ_3 описывают анизотропию проводимости, индуцированную линейно и циркулярно поляризованным излучением, соответственно. Поперечный ток $\mathbf{j} \perp \mathbf{F}$ определяется анизотропной частью фотопроводимости, он максимален для циркулярно поляризованного излучения ($S_3 = \pm 1$) и линейно поляризованного излучения с вектором \mathbf{E} , направленным под углом $\pm\pi/4$ к тянущему полю, и исчезает, когда $\mathbf{E} \parallel \mathbf{F}$ или $\mathbf{E} \perp \mathbf{F}$. Отметим, что уравнение (5.2) без дополнительных параметров справедливо также для двумерного газа в высоко симметричных двумерных кристаллах, таких как графен. Ниже мы рассчитаем параметры γ_2 и γ_3 при внутризонных оптических переходах, соответствующих классическим частотам $\hbar\Omega \ll \bar{\epsilon}$, где $\bar{\epsilon}$ – средняя энергия электрона.

Для расчёта поперечного тока воспользуемся кинетическим уравнением Больцмана для электронной функции распределения $f(\mathbf{p}, t)$:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + e[\mathbf{F} + \mathbf{E}(t)] \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = \text{St } f . \quad (5.4)$$

Направим тянущее поле \mathbf{F} по оси x , и будем рассчитывать компоненту тока $j_y = \sigma_{yx}^{(\text{ph})} F$. Как и в главе 4, будем решать уравнение (5.4) по теории возмущений,

раскладывая функцию распределения в ряд по амплитуде электрического поля

$$f(\mathbf{p}, t) = f_0 + \bar{f}_1(\mathbf{p}) + [\tilde{f}_1(\mathbf{p})e^{-i\Omega t} + \text{c.c.}] + \bar{f}_2(\mathbf{p}) + [\tilde{f}_2(\mathbf{p})e^{-i\Omega t} + \text{c.c.}] + \bar{f}_3(\mathbf{p}). \quad (5.5)$$

В отсутствие электрического поля, распределение электронов равновесно и описывается функцией Ферми-Дирака f_0 . Поправки первого порядка $\bar{f}_1 \propto F$ и $\tilde{f}_1 \propto E$ определяют линейную проводимость Друде, ответственную за постоянный электрический ток и ток, осциллирующий на частоте падающего поля. Поправки второго порядка имеют вид $\bar{f}_2 \propto EE^*$ и $\tilde{f}_2 \propto FE$, в то время как интересующий нас холловский ток определяется поправкой третьего порядка $\bar{f}_3 \propto FEE^*$. Отметим, что мы не рассматриваем поправки $\propto F^2$ и $\propto E^2$, поскольку они не вносят вклад в статическую фотопроводимость.

Для интеграла столкновений воспользуемся приближением времени релаксации. Как и в разделе 4.3, релаксация первой и второй угловых гармоник функции распределения описывается временами τ_1 и τ_2 , определёнными следующим образом: $\tau_1^{-1} = -\langle \mathbf{v} \text{St } f \rangle / \langle \mathbf{v} f \rangle$ и $\tau_2^{-1} = -\langle v_x v_y \text{St } f \rangle / \langle v_x v_y f \rangle$. В отличие от краевых токов, однако, нулевая гармоника функции распределения также вносит вклад в фотопроводимость. Для описания релаксации нулевой гармоники воспользуемся интегралом столкновения вида:

$$\text{St } \langle f \rangle = -\frac{\langle f \rangle - f_0}{\tau_0}, \quad (5.6)$$

где τ_0 – время энергетической релаксации, связанной, например, с рассеянием на фононах. Далее рассматриваются достаточно низкие температуры, так что $\tau_{1,2} \ll \tau_0$. Отметим, что нулевая гармоника функции распределения релаксирует также за счёт электрон-электронных столкновений, однако, как показано в работе [A17], учёт такой релаксации количественно не меняет полученные ниже ответы в пределе низких температур.

Поперечный ток даётся следующим выражением

$$j_y = e\nu \sum_{\mathbf{p}} v_y \bar{f}_3, \quad (5.7)$$

где ν – фактор спинового и долинного вырождения. В случае двумерных электронов с параболической дисперсией энергии выражение для тока принимает вид [A17]

$$j_y = e^2 \nu F \sum_{\mathbf{p}} v_x v_y \tau_1' \bar{f}_2 + \frac{e^2 \nu}{m^*} \sum_{\mathbf{p}} (\tau_1 \varepsilon)' (E_y^* \tilde{f}_2 + E_y \tilde{f}_2^*) + \frac{e^2 \nu}{2} \sum_{\mathbf{p}} \left[2v_x v_y E_x^* \tilde{f}_2 - (v_x^2 - v_y^2) E_y^* \tilde{f}_2 + \text{с.с} \right] \tau_1' . \quad (5.8)$$

Холловский ток (5.8) содержит три вклада. Первый из них, пропорциональный $v_x v_y \bar{f}_2$, связан с выстраиванием импульсов свободных носителей заряда при внутризонном поглощении линейно поляризованного электрического поля (см. также (4.9); аналогичный вклад для межзонных переходов рассмотрен в работе [274]). В отсутствие тянущего поля ($F = 0$) распределение электронов и дырок, имеющее форму «восьмёрки», чётно по импульсу \mathbf{p} , и суммарный ток равен нулю. Тянущее поле $\mathbf{F} \parallel x$ нарушает симметрию функции распределения относительно замены $p_y \rightarrow -p_y$ и приводит, тем самым, к генерации постоянного поперечного тока j_y . Второе слагаемое в (5.8), содержащее $(\tau_1 \varepsilon)' \tilde{f}_2$, связано с динамическим нагревом и охлаждением электронного газа, вызванным совместным действием статического и переменного поля [269]. Поглощаемая/теряемая электронами мощность содержит осциллирующий на частоте Ω вклад, пропорциональный произведению $F E_x(t)$. Таким образом, в течение одного периода средняя энергия электрона увеличивается или уменьшается в зависимости от знака $F E_x(t)$. В свою очередь, компонента E_y приводит к дрейфу электронов вдоль y , а зависимость подвижности электронов от энергии (которая, в общем случае, определяется энергетической зависимостью эффективной массы и времени релаксации импульса) приводит к тому, что токи в первом и втором полупериоде отличаются по абсолютной величине. Таким образом, возникает суммарный ток вдоль оси y . И наконец, третий вклад в j_y связан с динамическим выстраиванием импульсов носителей заряда при совместном действии полей $\mathbf{E}(t)$ и \mathbf{F} . Этот вклад отличен от нуля только для циркулярно поляризованного излучения ($S_3 \neq 0$). Таким образом, циркулярный

эффект Холла даётся вторым и третьим вкладками в уравнении (5.8), в то время как первый и второй вклады приводят к поперечной фотопроводимости, индуцированной линейно поляризованным излучением с отличным от нуля параметром Стокса S_2 .

Подставляя в (5.8) поправки к функции распределения \bar{f}_2 и \tilde{f}_2 , которые удовлетворяют кинетическому уравнению (5.4), получим после упрощений окончательные выражения для параметров γ_2 и γ_3 в вырожденном электронном газе с параболической дисперсией [A17]

$$\begin{aligned}\gamma_2 &= \frac{\sigma_0 e^2}{m^*} \operatorname{Re} \left\{ (\varepsilon_F \tau_1'' + 2\tau_1') \alpha_\Omega \tau_{0\Omega} + (1 - i\Omega\tau_1)^{-1} [2\tau_1' \tau_2 + \varepsilon_F (\tau_1' \tau_2)'] \right\}, \\ \gamma_3 &= \frac{\sigma_0 e^2}{m^*} \operatorname{Im} \left\{ (\varepsilon_F \tau_1'' + 2\tau_1') \alpha_\Omega \tau_{0\Omega} - \alpha_\Omega [2\tau_1' \tau_{2\Omega} + \varepsilon_F (\tau_1' \tau_{2\Omega})'] \right\}.\end{aligned}\quad (5.9)$$

Здесь $\tau_{j\Omega} = \tau_j / (1 - i\Omega\tau_j)$, $\alpha_\Omega = (2 - i\Omega\tau_1) / (1 - i\Omega\tau_1)$, Re и Im обозначают вещественную и мнимую часть, соответственно, и все зависящие от энергии величины взяты при $\varepsilon = \varepsilon_F$. Из формул (5.9) следует, что в электронном газе с параболическим спектром анизотропная фотопроводимость возникает только тогда, когда времена релаксации τ_1 и τ_2 зависят от энергии. В частности, рассеяние на короткодействующих примесях (τ_1 и τ_2 равны и не зависят от энергии) не вносит вклада в фотопроводимость.

На рис. 5.3 приведены зависимости поперечной фотопроводимости, индуцированной линейно поляризованным излучением, $\sigma_{xy} = \gamma_2 |\mathbf{E}|^2$, и циркулярно поляризованным излучением, $\sigma_{xy} = \gamma_3 |\mathbf{E}|^2$, в электронном газе с параболическим законом дисперсии. Коэффициенты $\gamma_{2,3}$ рассчитаны по формуле (5.9) с $\tau_1 = 2\tau_2 \propto \varepsilon$, что соответствует рассеянию на заряженных примесях. Параметры, использованные при расчёте, приведены в подписи к рисунку и приблизительно соответствуют двуслойному графену. При $\Omega\tau_0 \lesssim 1$ в фотопроводимости преобладает первый вклад в (5.9), связанный с разогревым механизмом. Этот вклад даёт $\sigma_{xy}/\sigma_0 = \xi / (1 + \Omega^2 \tau_0^2)$ для линейной и $\sigma_{xy}/\sigma_0 = \xi \Omega \tau_0 / (1 + \Omega^2 \tau_0^2)$ для циркулярной фотопроводимости, где безразмерный параметр $\xi = 4e^2 |\mathbf{E}|^2 \tau_1 \tau_0 / (m^* \varepsilon_F)$ равен примерно 2.8×10^{-2} для использованных параметров.

С увеличением частоты при $\Omega\tau_0 \gg 1$ имеем $\tau_{0\Omega} = i/\Omega$, так что первый и второй вклады в (5.9) становятся сравнимыми. Как видно из рис. 5.3, конкуренция этих вкладов приводит к смене знака σ_{xy} с ростом частоты. В промежуточной области частот, $\Omega\tau_1 \sim 1$, фотопроводимость $\sigma_{xy}/\sigma_0 \sim \xi\tau_1/\tau_0$, а при больших частотах, $\Omega\tau_1 \gg 1$, фотопроводимость затухает $\propto 1/\Omega^2$ для линейно поляризованного излучения и $\propto 1/\Omega^3$ для циркулярно поляризованного излучения.

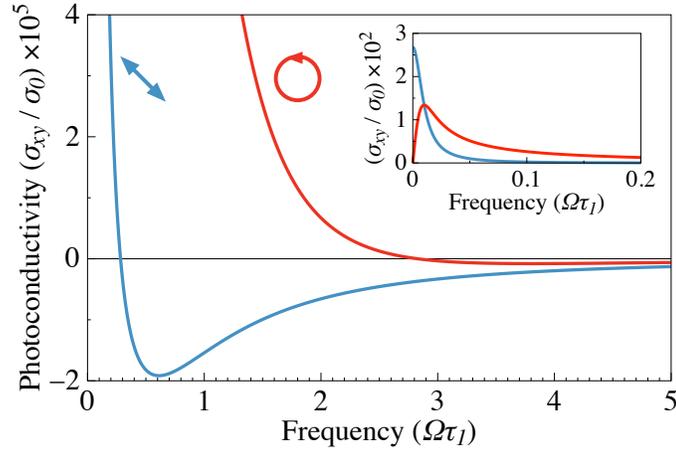


Рис. 5.3: Поперечная фотопроводимость двумерного электронного газа с *параболическим* законом дисперсии, индуцированная линейно (синие линии) и циркулярно (красные линии) поляризованным излучением. На вставке показано поведение при низких частотах $\Omega\tau_0 \lesssim 1$. Кривые построены по формуле (5.9) с $\tau_1 = 2\tau_2 \propto \varepsilon$, что соответствует рассеянию на заряженных примесях. Другие параметры: $I = 1$ Вт/см², $\tau_1 = 1$ пс, $\tau_0 = 100\tau_1$, $m^* = 0.03 m_0$, $\varepsilon_F = 50$ мэВ, $n_\Omega = 3$.

Выражения, аналогичные (5.9), для произвольного закона дисперсии $\varepsilon(p)$ имеют вид [A17]

$$\begin{aligned} \gamma_2 &= \sigma_0 e^2 \text{Re} \left\{ \alpha_\Omega \tau_{0\Omega} \left[\frac{\tau_1}{m} + \frac{mv^2}{2} \left(\frac{\tau_1}{m} \right)' \right]' + \frac{m^2 v^2}{2(1 - i\Omega\tau_1)} \left[\frac{\tau_2}{m} \left(\frac{\tau_1}{m} \right)' \right]' + \frac{2\tau_2}{1 - i\Omega\tau_1} \left(\frac{\tau_1}{m} \right)' \right\}, \\ \gamma_3 &= \sigma_0 e^2 \text{Im} \left\{ \alpha_\Omega \tau_{0\Omega} \left[\frac{\tau_1}{m} + \frac{mv^2}{2} \left(\frac{\tau_1}{m} \right)' \right]' - \frac{\alpha_\Omega m^2 v^2}{2} \left[\frac{\tau_{2\Omega}}{m} \left(\frac{\tau_1}{m} \right)' \right]' - 2\alpha_\Omega \tau_{2\Omega} \left(\frac{\tau_1}{m} \right)' \right\}, \end{aligned} \quad (5.10)$$

где эффективная масса теперь зависит от энергии, $m(\varepsilon) = p/v$, и $v = \partial\varepsilon/\partial p$.

На рис. 5.4 приведены результаты расчёта поперечной фотопроводимости в графене, полученные с помощью (5.10). Для линейного спектра $v = v_0$, $\varepsilon = v_0 p$ и

$m = \varepsilon/v_0^2$. При рассеянии на короткодействующих примесях времена релаксации $\tau_1 = 2\tau_2 \propto \varepsilon^{-1}$, и уравнение (5.10) даёт

$$\gamma_2 = \frac{\sigma_0 e^2 v_0^2 \tau_1^2}{2\varepsilon_F^2 (1 + \Omega^2 \tau_1^2)}, \quad \gamma_3 = -\frac{12\Omega\tau_1}{4 + \Omega^2 \tau_1^2} \gamma_2. \quad (5.11)$$

Отметим, что разогревный вклад исчезает в графене с короткодействующими примесями, и поэтому параметры $\gamma_{2,3}$ в (5.11) не зависят от τ_0 . Однако добавление заряженных примесей восстанавливает разогревный вклад и, тем самым, значительно увеличивает фотопроводимость при $\Omega\tau_0 \lesssim 1$. При этом рассеяние только на заряженных примесях ($\tau_{1,2} \propto \varepsilon$) приводит к $\sigma_{xy} = 0$. Для того чтобы смоделировать наличие в образце примесей обоих типов, выберем времена релаксации в виде $\tau_{1,2} \propto \varepsilon/(\varepsilon^2 + \varepsilon_0^2)$, где ε_0 – параметр. Такая зависимость от энергии учитывает, что в пределах $\varepsilon \ll \varepsilon_0$ и $\varepsilon \gg \varepsilon_0$ основной вклад в рассеяние дают заряженные и короткодействующие примеси, соответственно.

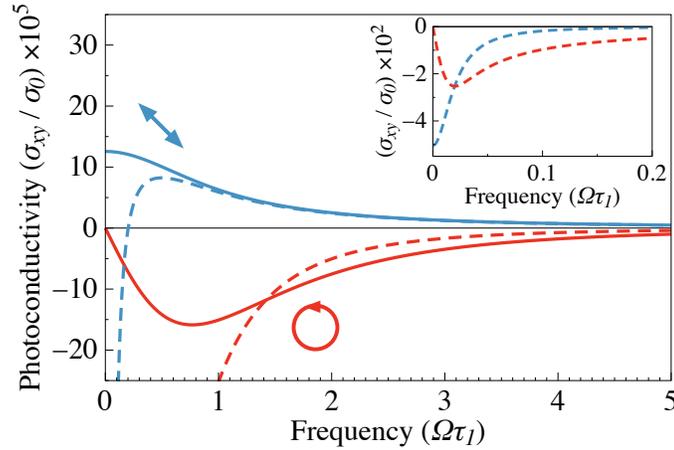


Рис. 5.4: Поперечная фотопроводимость двумерного электронного газа с *линейным* законом дисперсии, индуцированная линейно (синие линии) и циркулярно (красные линии) поляризованным излучением. На вставке показано поведение при низких частотах $\Omega\tau_0 \lesssim 1$. Сплошные кривые построены по формулам (5.11) для короткодействующих рассеивателей, $\tau_1 = 2\tau_2 \propto \varepsilon^{-1}$. Штриховые кривые рассчитаны по формулам (5.10) с зависимостями $\tau_1 = 2\tau_2 \propto \varepsilon/(\varepsilon^2 + \varepsilon_0^2)$, которые моделируют рассеяние на короткодействующих и заряженных примесях. Другие параметры: $I = 1$ Вт/см², $\tau_1 = 1$ пс, $\tau_0 = 100\tau_1$, $\varepsilon_F = \varepsilon_0 = 50$ мэВ, $v_0 = 10^8$ см/с, $n_\Omega = 3$.

Как показано выше, циркулярно поляризованное излучение приводит к дрейфу носителей заряда в направлении, перпендикулярном тянущему полю. В этом

смысле действие циркулярно поляризованного излучения эквивалентно наличию некоторого эффективного (или «синтетического») магнитного поля $\mathbf{B}_{\text{syn}} \parallel z$ в классическом эффекте Холла. Чтобы рассчитать величину этого поля, воспользуемся выражением для холловской проводимости $\sigma_{xy} \approx \omega_c \tau_1 \sigma_0$, где $\omega_c = eB_{\text{syn}}/m^*c$ – эффективная циклотронная частота. Результаты такого расчёта приведены на рис. 5.5. Из них следует, что в частотной области $\Omega\tau_1 \sim 1$ величина синтетического магнитного поля в однослойном и двуслойном графене составляет ~ 10 мТ на 1 кВт/см² падающей интенсивности.

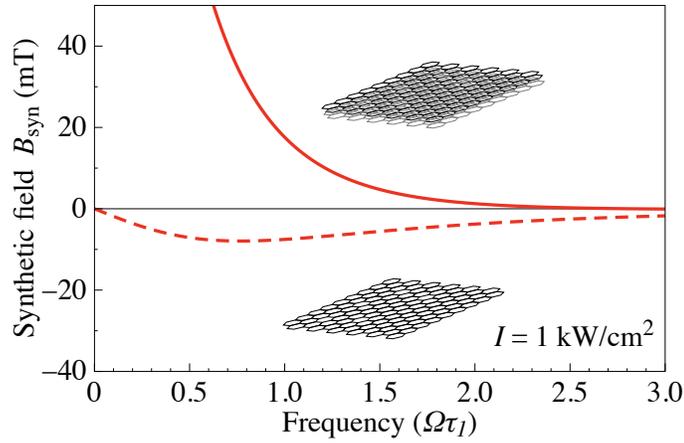


Рис. 5.5: Синтетическое магнитное поле, которое наводится циркулярно поляризованным излучением в однослойном графене с короткодействующими примесями (штриховые линии) и двуслойном графене с заряженными примесями (сплошные линии). Параметры, использованные при расчёте, приведены в подписях к рис. 5.3 и 5.4, за исключением интенсивности падающего излучения, которая здесь выбрана $I = 1$ кВт/см².

Циркулярный эффект Холла, индуцированный излучением терагерцового диапазона, наблюдался экспериментально в графене в работе [281]. Для циркулярно поляризованного излучения с частотой $f = 2$ ТГц и интенсивностью $I = 20$ кВт/см² измеренная величина поперечной фотопроводимости в графене с концентрацией электронов $n = 5 \times 10^{11}$ см⁻² составила $\sigma_{xy,\text{exp}} \approx c/850$, где c – скорость света. Измеренное значение подвижности при такой величине n равнялось $\mu \approx 1.2 \times 10^5$ см²/Вс, что соответствует «темновой» проводимости $\sigma_0 \approx c/3.5$. Измеренные значения n и μ соответствуют $\varepsilon_F \approx 82$ мэВ и $\tau_1 \approx 1$ пс ($\Omega\tau_1 \approx 12.5$).

Вычисление по формуле (5.11) с такими параметрами даёт $\sigma_{xy,th} = \gamma_3 |\mathbf{E}|^2 \approx c/620$, что хорошо согласуется с экспериментальным значением.

5.3 Фотоиндуцированные эффекты Фарадея и Керра

5.3.1 Фарадеевское и керровское вращение в двумерном проводящем слое

Рассмотрим двумерный электронный газ в плоскости $z = 0$, окружённый диэлектриками с показателями преломления n_1 при $z < 0$ и n_2 при $z > 0$. На систему падают нормально две электромагнитных волны – волна накачки с электрическим полем $\mathbf{E}_\Omega(t) = \mathbf{E}_\Omega e^{-i\Omega t} + \text{с.с}$ и зондирующая волна с полем $\mathbf{E}_\omega(t) = \mathbf{E}_\omega e^{-i\omega t} + \text{с.с}$, рис. 5.2. В отсутствие накачки, $E_\Omega = 0$, зондирующее поле создаёт электрический ток двумерных электронов $\mathbf{j}(t) = \mathbf{j}_\omega e^{-i\omega t} + \text{с.с}$, осциллирующий на частоте ω и параллельный зондирующему полю \mathbf{E}_ω . Амплитуда тока связана с амплитудой поля как $\mathbf{j}_\omega = \sigma \mathbf{E}_\omega$, где $\sigma = \sigma_0 / (1 - i\omega\tau_1)$ – высокочастотная проводимость двумерного электронного газа.

В присутствии накачки появляются поправки третьего порядка к току \mathbf{j}_ω . Аналогично случаю $\omega = 0$, см. (5.2), эти поправки описываются тремя (комплексными) параметрами $\gamma_{\omega j}$:

$$\mathbf{j}_\omega = \sigma \mathbf{E}_\omega + \gamma_{\omega 1} |\mathbf{E}_\Omega|^2 \mathbf{E}_\omega + \gamma_{\omega 2} [\mathbf{E}_\Omega^* (\mathbf{E}_\Omega \cdot \mathbf{E}_\omega) + \mathbf{E}_\Omega (\mathbf{E}_\Omega^* \cdot \mathbf{E}_\omega)] + i\gamma_{\omega 3} [\mathbf{E}_\omega \times [\mathbf{E}_\Omega \times \mathbf{E}_\Omega^*]] . \quad (5.12)$$

Параметр $\gamma_{\omega 1}$ описывает изменение изотропной части тензора проводимости за счёт накачки, в то время как $\gamma_{\omega 2}$ и $\gamma_{\omega 3}$ приводят к появлению поперечного осциллирующего тока в направлении, перпендикулярном \mathbf{E}_ω , индуцированного, соответственно, линейно и циркулярно поляризованной накачкой. Далее мы будем рассматривать только циркулярно поляризованную накачку и, соответственно, вклад, пропорциональный $\gamma_{\omega 3}$.¹ В этом случае поперечный ток определя-

¹Линейно поляризованная накачка приводит к линейному двулучепреломлению и дихроизму,

ется недиагональной компонентой тензора (высокочастотной) фотопроводимости $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \gamma_{\omega 3} |\mathbf{E}_\Omega|^2 S_3$, где S_3 – циркулярный параметр Стокса накачки.

Индукцированная накачкой поперечная проводимость $\sigma_{xy} = -\sigma_{yx}$ приводит к циркулярному двулучепреломлению и дихроизму, т.е. различным коэффициентам прохождения и поглощения для компонент зондирующего поля, поляризованных по правому и левому кругу. Линейно поляризованное зондирующее поле можно представить в виде суперпозиции циркулярно поляризованных полей $\mathbf{E}_{\omega, \pm}^{(i)} = E_\omega^{(i)} \mathbf{o}_\pm$, где \mathbf{o}_\pm – циркулярно поляризованные орты, связанные с ортами $\mathbf{e}_x \parallel x$ и $\mathbf{e}_y \parallel y$ как $\mathbf{o}_\pm = (\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$. Амплитудные коэффициенты прохождения и отражения компонент $\mathbf{E}_{\omega, \pm}^{(i)}$ имеют вид [300]

$$t_\pm = \frac{t_{12}}{1 + \alpha_\pm}, \quad r_\pm = \frac{r_{12} - \alpha_\pm}{1 + \alpha_\pm}, \quad (5.13)$$

где $r_{12} = (n_1 - n_2)/(n_1 + n_2)$ и $t_{12} = r_{12} + 1$ – амплитудные коэффициенты отражения и прохождения излучения, падающего на границу двух диэлектриков в отсутствие слоя с двумерными электронами, $\alpha_\pm = 2\pi\sigma_\pm/(c\bar{n})$, $\sigma_\pm = \sigma_{xx} \pm i\sigma_{xy}$, и $\bar{n} = (n_1 + n_2)/2$.

Разница фаз и абсолютных величин коэффициентов прохождения t_\pm приводит, соответственно, к повороту плоскости линейной поляризации прошедшей зондирующей волны и появлению в ней циркулярно поляризованной составляющей (эллиптичности). Рассмотрим далее накачку не слишком большой интенсивности, так что анизотропная поправка к проводимости много меньше изотропной, т.е. $|\sigma_{xy}| \ll |\sigma_{xx}|$, и $\sigma_{xx} \approx \sigma$. В этом случае разности $t_+ - t_-$ и $r_+ - r_-$ много меньше соответствующих сумм, и можно показать, что угол вращения θ_F и эллиптичность ϵ_F прошедшей зондирующей волны даются следующим выражением [289, 301, 302]:

$$\epsilon_F - i\theta_F \approx \frac{t_+ - t_-}{t_+ + t_-}. \quad (5.14)$$

Аналогично, угол вращения θ_K и эллиптичность ϵ_K отражённой зондирующей волны, которые проявляются в различных коэффициентах прохождения, отражения и поглощения для зондирующего поля, поляризованного вдоль и поперёк полю накачки.

волны можно представить в виде

$$\epsilon_K - i\theta_K \approx \frac{r_+ - r_-}{r_+ + r_-}. \quad (5.15)$$

Подставив (5.13) в (5.14) и (5.15), получим

$$\theta_F + i\epsilon_F \approx \frac{2\pi\sigma_{xy}}{c\bar{n}(1 + \alpha)}, \quad (5.16)$$

и

$$\theta_K + i\epsilon_K \approx \frac{2\pi t_{12}\sigma_{xy}}{c\bar{n}(1 + \alpha)(r_{12} - \alpha)}, \quad (5.17)$$

где $\alpha = 2\pi\sigma/(c\bar{n})$. Отметим, что формула (5.17) неприменима, когда разница $r_{12} - \alpha$ близка к нулю, поскольку в этом случае не выполняется условие $|r_+ - r_-| \ll |r_+ + r_-|$. Будем далее считать, что параметр α мал, т.е. $|\alpha| \ll 1$. При наличии достаточного контраста показателей преломления окружающих слой диэлектриков выполнено также неравенство $|\alpha| \ll |r_{12}|$. Тогда из уравнений (5.16) и (5.17) следует, что отношение фарадеевского и керровского углов не зависит от частоты, $\theta_K/\theta_F = \epsilon_K/\epsilon_F \approx t_{12}/r_{12}$. В случае же, когда диэлектрический контраст отсутствует, $n_1 = n_2 = \bar{n}$, и $r_{12} = 0$, $t_{12} = 1$, частотные зависимости фарадеевского и керровского углов различны, а именно $\theta_F \approx 2\pi\text{Re}\{\sigma_{xy}\}/(c\bar{n})$, в то время как $\theta_K \approx -\text{Re}\{\sigma_{xy}/\sigma\}$.

В типичном эксперименте «накачка-зондирование», см., например, [303], измеряются фарадеевский и керровский сигналы, равные разностям интенсивностей прошедшего и отражённого зондирующего луча в различных поляризациях, например, $I_{\omega,x'}^{(t)} - I_{\omega,y'}^{(t)}$ и $I_{\omega,\sigma+}^{(t)} - I_{\omega,\sigma-}^{(t)}$ (при этом считается, что падающий луч поляризован, например, по оси y , см. рис. 5.2). Здесь оси (x', y') повернуты на угол $\pi/4$ по отношению к начальным осям (x, y) , а σ_{\pm} обозначают циркулярную поляризацию по правому и левому кругу. Эти сигналы связаны с углами поворота и эллиптичностью следующими соотношениями

$$I_{\omega,x'}^{(t)} - I_{\omega,y'}^{(t)} = 2\theta_F T I_{\omega}, \quad I_{\omega,\sigma+}^{(t)} - I_{\omega,\sigma-}^{(t)} = 2\epsilon_F T I_{\omega}, \quad (5.18)$$

и

$$I_{\omega,x'}^{(r)} - I_{\omega,y'}^{(r)} = 2\theta_K R I_{\omega}, \quad I_{\omega,\sigma+}^{(r)} - I_{\omega,\sigma-}^{(r)} = 2\epsilon_K R I_{\omega}, \quad (5.19)$$

где

$$T = \frac{n_2 |\bar{t}|^2}{n_1}, \quad R = |\bar{r}|^2, \quad (5.20)$$

$\bar{t} = (t_+ + t_-)/2$, $\bar{r} = (r_+ + r_-)/2$, и I_ω – интенсивность падающего зондирующего поля. Диэлектрический контраст $n_1 \neq n_2$ играет важную роль в экспериментах по керровскому вращению, поскольку в отсутствие контраста отражение происходит только от двумерного электронного газа и может быть мало, если $|\alpha| \ll 1$, см. (5.13).

5.3.2 Результаты

Формулы (5.16) и (5.17) позволяют рассчитать углы вращения Фарадея и Керра зондирующего поля, а также соответствующие эллиптичности по заданной поперечной проводимости σ_{xy} двумерного электронного газа. Например, в присутствии постоянного магнитного поля $\mathbf{B} \parallel z$, холловская проводимость на частоте ω даётся формулой (4.11). Для того чтобы рассчитать проводимость $\sigma_{xy}(\omega, \Omega)$ на частоте ω , индуцированную полем накачки, используем кинетический подход, изложенный в разделе 5.2 для расчёта статической проводимости $\sigma_{xy}(0, \Omega)$. Опуская промежуточные выкладки, получим [A18]

$$\sigma_{xy}(\omega, \Omega) = F(\omega, \Omega) - F(\omega, -\Omega), \quad (5.21)$$

где функция $F(\omega, \Omega)$ имеет вид

$$F^{(\text{par})}(\omega, \Omega) = -\frac{i\sigma e^2 |\mathbf{E}_\Omega|^2 S_3 [2 - i(\omega + \Omega)\tau_1]}{2m^*(1 - i\Omega\tau_1)} \times [(\varepsilon_F \tau_{1\omega}'' + 2\tau_{1\omega}')\tau_{0,\omega+\Omega} - \varepsilon_F (\tau_{1\omega}'\tau_{2,\omega+\Omega})' - 2\tau_{1\omega}'\tau_{2,\omega+\Omega}] \quad (5.22)$$

для параболического закона дисперсии, и

$$F^{(\text{lin})}(\omega, \Omega) = -\frac{i\sigma e^2 v_0^2 |\mathbf{E}_\Omega|^2 S_3 [2 - i(\omega + \Omega)\tau_1]}{4\varepsilon_F (1 - i\Omega\tau_1)} \times \left[\left(\varepsilon_F \tau_{1\omega}'' + \tau_{1\omega}' - \frac{\tau_{1\omega}}{\varepsilon_F} \right) \tau_{0,\omega+\Omega} - \varepsilon_F (\tau_{1\omega}'\tau_{2,\omega+\Omega})' - \tau_{1\omega}'\tau_{2,\omega+\Omega} + \tau_{1\omega} \left(\tau_{2,\omega+\Omega}' + \frac{\tau_{2,\omega+\Omega}}{\varepsilon_F} \right) \right] \quad (5.23)$$

для линейного закона дисперсии двумерных электронов.

Отметим, что при $\omega = 0$ фотопроводимость (5.21)–(5.23) совпадает с фотопроводимостью в статическом тянущем поле, см. выражения (5.9) и (5.10) для параметра γ_3 , при этом нужно считать $\mathbf{F} = \mathbf{E}_\omega + \mathbf{E}_\omega^*$ и $\omega \rightarrow 0$. Проводимость (5.22) и (5.23) пропорциональна квадрату поля накачки $|\mathbf{E}_\Omega|^2$, действующего на двумерные электроны, т.е. при $z = 0$. Величина $|\mathbf{E}_\Omega|^2$ связана с интенсивностью падающего поля $I_\Omega = cn_1[E_\Omega^{(i)}]^2/2\pi$ как $|\mathbf{E}_\Omega|^2 = 2\pi T(\Omega)I_\Omega/(cn_2)$, где коэффициент прохождения T даётся формулой (5.20).

Формулы (5.16), (5.17) и (5.21)–(5.23) можно использовать для расчёта фотоиндуцированных эффектов Фарадея и Керра в различных двумерных дираковских материалах со свободными электронами или дырками. В качестве примера, рассмотрим две системы с параболическим и линейным спектром – однослойный и двуслойный графен. Кроме того, проанализируем влияние диэлектрического контраста $(n_2 - n_1)/\bar{n}$ на углы поворота и эллиптичности.

Для начала, рассмотрим двумерный слой на подложке, выбрав показатели преломления $n_1 = 1$ и $n_2 = 3$. Для выбранных значений n_1 и n_2 из уравнений (5.16) и (5.17) следует, что $\theta_K \approx -\theta_F$ и $\epsilon_K \approx -\epsilon_F$, поэтому далее будем анализировать только фарадеевское вращение и эллиптичность.

Параболический закон дисперсии. Двуслойный графен

На рис. 5.6 представлены результаты расчёта угла вращения Фарадея и соответствующей эллиптичности для электронов с параболическим спектром энергии и параметров двуслойного графена. Расчёты выполнены для плотности электронов $n_e = 10^{12} \text{ см}^{-2}$ и времени релаксации импульса $\tau_1(\epsilon_F) = 0.1 \text{ пс}$, что соответствует $\epsilon_F \approx 39 \text{ мэВ}$ и $2\pi\sigma_0/(c\bar{n}) \approx 0.088$. В рассмотренном частотном диапазоне коэффициенты прохождения и отражения (5.20) лежат в диапазоне $T = 0.63 - 0.7$ и $R = 0.27 - 0.29$.

В зависимости угла вращения и эллиптичности от частоты ω зондирующего поля наблюдаются резкие резонансы в области, где ω близка к частоте накачки Ω .

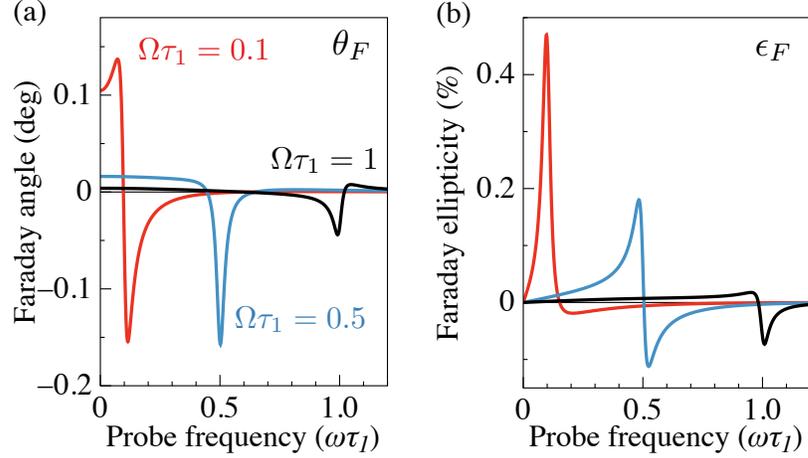


Рис. 5.6: (a) Фотоиндуцированный фарадеевский угол вращения θ_F и (b) эллиптичность ϵ_F двумерного электронного газа с *параболическим* законом дисперсии в случае значительного диэлектрического контраста между окружающими средами. Три кривые отвечают трём значениям частоты накачки: $\Omega\tau_1 = 0.1, 0.5, 1$. Резкие резонансы наблюдаются при $\omega \approx \Omega$. Кривые рассчитаны по формулам (5.16), (5.21) и (5.22) для следующих параметров: $\tau_1(\epsilon_F) = 0.1$ пс, $n_e = 10^{12}$ см $^{-2}$, $\tau_0 = 5$ пс, $m^* = 0.03m_0$, $\tau_1 = 2\tau_2 \propto \epsilon$ (заряженные примеси), $I_\Omega = 1$ кВт/см 2 , $n_1 = 1$, $n_2 = 3$ и $S_3 = 1$.

При $\Omega\tau_1 \lesssim 1$ и интенсивности накачки $I_\Omega = 1$ кВт/см 2 , фарадеевский угол вблизи резонанса достигает $\theta_F \sim 0.1^\circ$, а эллиптичность $\epsilon_F \sim 0.1\%$, см. рис. 5.6. Отметим, что для такой интенсивности, по-прежнему, $|\sigma_{xy}| \ll |\sigma_{xx}|$, так что используемый подход, основанный на теории возмущений по падающему полю, применим. Чтобы изучить форму резонансной особенности, проанализируем фотопроводимость при $\tau_0 \gg \tau_1$ и $\Omega\tau_0 \gg 1$. В этом случае уравнения (5.21) и (5.22) в области $\omega \approx \Omega$ дают

$$\sigma_{xy}(\omega) \approx \frac{2i\sigma_0 e^2 \tau_1 \tau_0 |\mathbf{E}_\Omega|^2 S_3}{m^* \epsilon_F [1 - i(\omega - \Omega)\tau_0] (1 + \Omega^2 \tau_1^2) (1 - i\Omega\tau_1)^3}. \quad (5.24)$$

Рассчитанная с помощью (5.24) частотная зависимость фарадеевского угла вращения вблизи резонанса имеет вид

$$\theta_F(\omega) \approx \frac{4\pi\sigma_0}{c\bar{n}} \frac{e^2 \tau_1 \tau_0 |\mathbf{E}_\Omega|^2 S_3}{m^* \epsilon_F} \frac{\Omega\tau_1 (\Omega^2 \tau_1^2 - 3) + (\omega - \Omega)\tau_0 (3\Omega^2 \tau_1^2 - 1)}{(1 + \Omega^2 \tau_1^2)^4 [1 + (\omega - \Omega)^2 \tau_0^2]}. \quad (5.25)$$

Из уравнения (5.25) следует, что в зависимости от $\Omega\tau_1$, форма резонанса варьируется между чистой функцией Лоренца и функцией Лоренца, умноженной на $(\omega - \Omega)$, см. рис. 5.6 (a). Интересно отметить, что ширина резонанса определяет-

ся длинным временем энергетической релаксации τ_0 , а не более коротким временем релаксации импульса. Амплитуда резонанса даётся произведением $4\pi\sigma_0/(c\bar{n})$ и безразмерного параметра $e^2|\mathbf{E}_\Omega|^2\tau_1\tau_0/(m^*\varepsilon_F)$, пропорционального интенсивности накачки.

Отметим, что строго в резонансе при $\omega = \Omega$, развитая теория применима только в случае, когда поля накачки и зондирования различны и некогерентны. Если же вместо двух различных полей рассматривать одно эллиптически поляризованное поле на частоте ω , то изложенная теория становится неприменимой. В этом случае, нужно последовательно рассматривать отклик третьего порядка на монохроматическое электрическое поле. В результате будет возникать эффект самоиндуцированного вращения электрического поля, когда падающее поле одновременно индуцирует анизотропию проводимости двумерного слоя и вращается благодаря этой анизотропии. Такое самоиндуцированное вращение в графене кратко рассмотрено в работах [209, A18].

Линейный закон дисперсии. Однослойный графен

На рис. 5.7 представлены результаты расчёта угла вращения Фарадея и соответствующей эллиптичности для электронов с линейным спектром энергии и параметров однослойного графена. Расчёты выполнены для плотности электронов $n_e = 3 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$ и времени релаксации импульса $\tau_1(\varepsilon_F) = 0.1 \text{ пс}$, что соответствует $\varepsilon_F \approx 64 \text{ мэВ}$ и $2\pi\sigma_0/(c\bar{n}) \approx 0.071$. В рассмотренном частотном диапазоне коэффициенты прохождения и отражения (5.20) лежат в диапазоне $T = 0.65 - 0.71$ и $R = 0.26 - 0.28$.

Как и для двумерных электронов с параболическим спектром, углы вращения и эллиптичности имеют резонансные особенности при $\omega \approx \Omega$. Фотопроводимость σ_{xy} вблизи резонанса имеет вид

$$\sigma_{xy}(\omega) \approx -\frac{\sigma_0 e^2 v_0^2 (3 - i\Omega\tau_1)\Omega\tau_1^2\tau_0|\mathbf{E}_\Omega|^2 S_3}{2\varepsilon_F^2 [1 - i(\omega - \Omega)\tau_0](1 + \Omega^2\tau_1^2)(1 - i\Omega\tau_1)^3}, \quad (5.26)$$

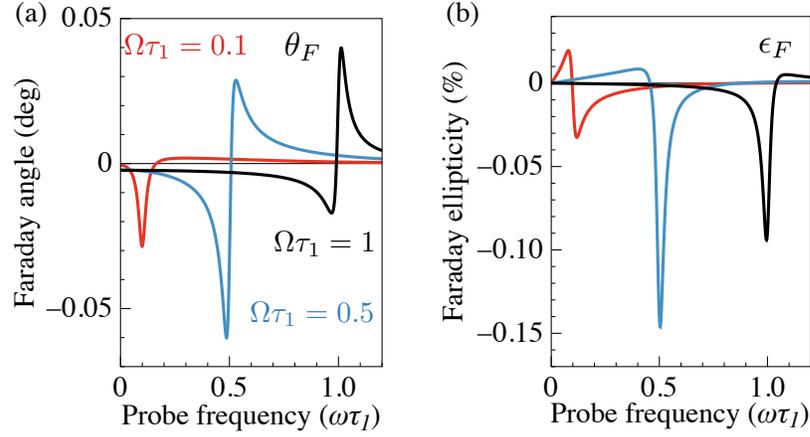


Рис. 5.7: (а) Фотоиндуцированный фарадеевский угол вращения θ_F и (б) эллиптичность ϵ_F двумерного электронного газа с *линейным* законом дисперсии в случае значительного диэлектрического контраста между окружающими средами. Три кривые отвечают трём значениям частоты накачки: $\Omega\tau_1 = 0.1, 0.5, 1$. Резкие резонансы наблюдаются при $\omega \approx \Omega$. Кривые рассчитаны по формулам (5.16), (5.21) и (5.23) для следующих параметров: $\tau_1(\epsilon_F) = 0.1$ пс, $n_e = 3 \times 10^{11}$ см $^{-2}$, $\tau_0 = 5$ пс, $v_0 = 10^8$ см/с, $\tau_1 = 2\tau_2 \propto \epsilon^{-1}$ (короткодействующие примеси), $I_\Omega = 1$ кВт/см 2 , $n_1 = 1$, $n_2 = 3$ и $S_3 = 1$.

а угол фарадеевского вращения

$$\theta_F(\omega) \approx \frac{\pi\sigma_0}{c\bar{n}} \frac{e^2 v_0^2 \tau_1 \tau_0 |\mathbf{E}_\Omega|^2 S_3}{\epsilon_F^2} \frac{\Omega \tau_1 [\Omega^4 \tau_1^4 + 6\Omega^2 \tau_1^2 - 3 + 8\Omega \tau_1 (\omega - \Omega) \tau_0]}{(1 + \Omega^2 \tau_1^2)^4 [1 + (\omega - \Omega)^2 \tau_0^2]}. \quad (5.27)$$

Амплитуда резонанса определяется произведением $\pi\sigma_0/(c\bar{n})$ и безразмерного параметра $e^2 |\mathbf{E}_\Omega|^2 \tau_1 \tau_0 / (m^* \epsilon_F)$ с эффективной массой $m^* = \epsilon_F / v_0^2$ ($m^* \approx 0.01 m_0$ в расчёте).

Свободно подвешенный однослойный графен

В заключение, рассмотрим свободно подвешенный двумерный слой, задав коэффициенты преломления $n_1 = n_2 = 1$. В этом случае $r_{12} = 0$, $t_{12} = 1$, и, как следует из (5.17), углы фарадеевского и керровского вращения имеют различные спектральные зависимости. На рис. 5.8 представлены результаты расчёта для свободно подвешенного однослойного графена. Значения углов вращения и эллиптичностей для свободно подвешенного слоя больше, чем для слоя, лежащего на подложке, по двум причинам. Во-первых, $\theta_{F,K}$ и $\epsilon_{F,K}$ пропорциональны $1/\bar{n}$, см. (5.16) и (5.17). Во-вторых, поле накачки в двумерном слое, $|\mathbf{E}_\Omega|^2 = 2\pi T(\Omega) I_\Omega / (c n_2)$, больше при

том же значении интенсивности накачки. Более того, в отсутствие диэлектрического контраста угол вращения и эллиптичность отраженного излучения значительно превышают те же величины для прошедшего излучения, поскольку $\theta_F \propto \text{Re}\{\sigma_{xy}\}$, в то время как $\theta_K \propto \text{Re}\{\sigma_{xy}/\alpha\}$, где $|\alpha| \ll 1$. Отметим однако, что измеряемые в эксперименте абсолютные величины керровского вращения, см. (5.19), при этом будут маленькими в виду малости коэффициента отражения R от свободно подвешенного слоя.

Рассчитанные углы поворота в однослойном и двуслойном графене лежат в диапазоне $\sim 0.1^\circ - 1^\circ$ при интенсивности накачки 1 кВт/см^2 . Схожие значения фарадеевского вращения $\theta_F \sim 1^\circ$ обнаружены в недавней экспериментальной работе [304] в массиве дисков из двуслойного графена при накачке и зондировании полями терагерцового диапазона ($f = 3.5 \text{ ТГц}$) в условиях плазмонного резонанса.

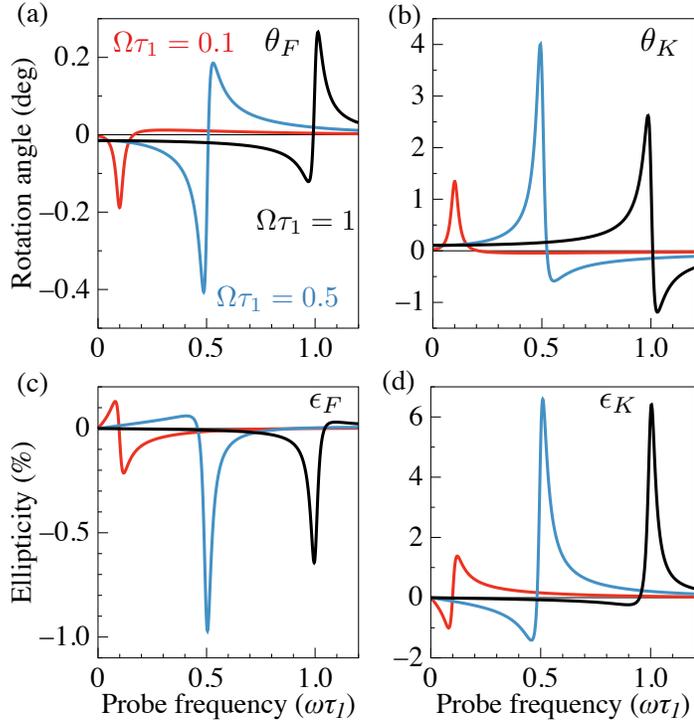


Рис. 5.8: (a, b) Фотоиндуцированные фарадеевский и керровский углы вращения θ_F и θ_K и (c, d) эллиптичности ϵ_F и ϵ_K двумерного электронного газа в *свободно подвешенном* графене. Три кривые отвечают трём значениям частоты накачки: $\Omega\tau_1 = 0.1, 0.5, 1$. Резкие резонансы наблюдаются при $\omega \approx \Omega$. Кривые рассчитаны по формулам (5.16), (5.17) и (5.23) для следующих параметров: $\tau_1(\epsilon_F) = 0.1$ пс, $n_e = 3 \times 10^{11}$ см⁻², $\tau_0 = 5$ пс, $v_0 = 10^8$ см/с, $\tau_1 = 2\tau_2 \propto \epsilon^{-1}$ (короткодействующие примеси), $I_\Omega = 1$ кВт/см², $n_1 = n_2 = 1$ и $S_3 = 1$.

5.4 Краткие итоги

В главе 5 получены следующие основные результаты:

- Построена кинетическая теория циркулярного эффекта Холла в двумерном электронном газе. Показано, что возникающий в присутствии циркулярно или линейно поляризованной накачки поперечный ток содержит два вклада. Первый из них связан с оптическим выстраиванием импульсов носителей заряда при внутризонном поглощении излучения, а второй – с динамическим нагревом и охлаждением электронного газа, вызванным совместным действием статического и переменного поля.
- Получены аналитические выражения для статической поперечной фотопроводимости двумерного электронного газа, применимые для произвольного закона энергетической дисперсии электронов и произвольной зависимости времён релаксации от энергии. Рассчитаны спектральные зависимости поперечной фотопроводимости в системах с параболическим и линейным спектром при рассеянии на короткодействующих и заряженных примесях. Установлено, что действие циркулярно поляризованного излучения с интенсивностью 1 кВт/см^2 на электроны в графене эквивалентно наличию эффективного («синтетического») магнитного поля $\mathbf{B}_{\text{syn}} \parallel z$ в классическом эффекте Холла величиной $B_{\text{syn}} \sim 10 \text{ мТ}$.
- Построена теория фарадеевского и керровского вращения, индуцированных орбитальными электрическими токами в двумерном электронном газе. Показано, что циркулярно поляризованное электрическое поле накачки приводит к появлению поперечной (высокочастотной) проводимости двумерных электронов $\sigma_{xy}(\omega, \Omega)$, которая пропорциональна интенсивности накачки и зависит как от частоты зондирующего поля ω , так и от частоты поля накачки Ω . Индуцированная накачкой анизотропия проводимости, в свою очередь, приводит к циркулярному двулучепреломлению и дихроизму для зондирующего

поля.

- Получены аналитические выражения для $\sigma_{xy}(\omega, \Omega)$ и углов фарадеевского и керровского вращения для двумерных электронов с параболическим и линейным спектром и произвольного рассеивающего потенциала. Показано, что при $\omega \approx \Omega$ углы поворота плоскости линейной поляризации зондирующего поля резонансно усиливаются, достигая $0.1^\circ - 1^\circ$ на 1 кВт/см^2 интенсивности накачки в структурах на основе графена.

Заключение

В диссертации получены следующие основные результаты:

1. Построена теория тонкой структуры энергетического спектра двумерных дираковских состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe с произвольной кристаллографической ориентацией вида $(0lh)$, где l и h — индексы Миллера. Показано, что спектр дираковских состояний в квантовых ямах HgTe/CdHgTe вблизи топологического перехода в общем случае содержит четыре вейлевские точки, положение которых определяется конкуренцией объёмной, интерфейсной и структурной асимметрии квантовой ямы.
2. Предсказана сильная анизотропия эффекта Зеемана для краевых спиральных состояний в двумерном топологическом изоляторе на основе квантовой ямы HgTe/CdHgTe в магнитном поле, лежащем в плоскости ямы.
3. Показано, что благодаря отсутствию центра инверсии в квантовых ямах HgTe/CdHgTe, прямые оптические переходы между спиральными состояниями со спином «вверх» и «вниз» возникают не только в магнитном дипольном приближении, но и в значительно более сильном электрическом дипольном приближении.
4. Развита теория циркулярного фотогальванического эффекта, возникающего за счёт прямых электрических дипольных переходов внутри спиральных краевых каналов двумерных топологических изоляторов. Показано, что интерференция электрических дипольных и магнитных дипольных оптических

переходов внутри спирального краевого канала приводит к линейному эффекту фотонного увлечения при нормальном падении излучения, а также к циркулярному дихроизму.

5. Описаны экспериментальные данные по циркулярному краевому фотогальваническому эффекту, полученные в образцах с квантовыми ямами HgTe/CdHgTe в фазе топологического изолятора. Показано, что наибольший вклад в экспериментально наблюдаемый фототок связан с фотоионизацией краевых каналов.
6. Предложен механизм генерации краевых фототоков в двумерных системах в сильных магнитных полях, соответствующих режиму квантового эффекта Холла. Появление тока вызвано непрямыми оптическими переходами в киральных краевых каналах. Построена теория такого кирального фотогальванического эффекта, которая позволила объяснить характерные особенности фототока, измеренного в графене, – смену направления тока при смене знака магнитного поля и нечувствительность направления тока к типу носителей заряда (электроны или дырки) в киральных каналах.
7. На основе сопоставления расчетов в методе функционала плотности, эмпирической модели сильной связи и $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -методе получены параметры δ -зонной $\mathbf{k}\cdot\mathbf{p}$ -модели для атомарно тонких кристаллов MoS₂, MoSe₂, WS₂ и WSe₂. Полученные параметры хорошо описывают не только дисперсию электронных зон, но и экспериментально наблюдаемые величины зеемановского расщепления экситонов и экситонных комплексов в этих кристаллах.
8. Разработана теория краевого фотогальванического эффекта, возникающего при межзонных оптических переходах в двумерных дираковских материалах. Показано, что краевой ток течёт в узкой полоске вблизи края шириной порядка длины свободного пробега носителей заряда и имеет две составляющие – электронную и дырочную. Суммарный ток отличен от нуля при

нарушении электрон-дырочной симметрии энергетического спектра или рассеяния, а также в магнитном поле, направленном по нормали к слою.

9. Развита последовательная теория краевых фототоков при внутризонном транспорте свободных носителей заряда в двумерных проводящих системах. Исследованы механизмы генерации краевого тока и получены аналитические выражения, справедливые для произвольной энергетической дисперсии электронов и произвольного рассеивающего потенциала. Построенная теория качественно и количественно описывает экспериментальные данные по краевым фототокам, полученные на образцах двуслойного графена.
10. Показано, что в достаточно сильных магнитных полях, когда циклотронная частота близка к частоте возбуждающего излучения, краевой фототок усиливается резонансным образом. Предсказанный циклотронный резонанс в краевом токе впоследствии наблюдался экспериментально на образцах двуслойного графена в университете г. Регенсбурга.
11. Предсказан и теоретически исследован краевой эффект генерации второй гармоники. Краевой ток на удвоенной частоте имеет компоненты как вдоль края, так и перпендикулярно ему, которые излучают электромагнитные волны на частоте 2ω с различными поляризациями. Показано, что при $\omega\tau > 1$, где τ – время релаксации импульса, пространственное распределение тока содержит осцилляции, вызванные возбуждением краевых плазмонов.
12. Построена кинетическая теория фотоиндуцированных эффектов Холла и Фарадея в двумерном электронном газе. Эффекты связаны с появлением поперечной проводимости двумерных электронов σ_{xy} под действием циркулярно поляризованного электрического поля накачки. Установлено, что действие циркулярно поляризованного излучения терагерцового диапазона с интенсивностью 1 кВт/см^2 на электроны в графене эквивалентно наличию эффективного («синтетического») магнитного поля величиной $\sim 10\text{--}100 \text{ мТ}$.

Основные результаты диссертационной работы изложены в публикациях:

- A1. Photogalvanic probing of helical edge channels in two-dimensional HgTe topological insulators / K.-M. Dantscher, D. A. Kozlov, M. T. Scherr, S. Gebert, J. Bärenfänger, M. V. Durnev, S. A. Tarasenko, V. V. Bel'kov, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky, Z. D. Kvon, J. Ziegler, D. Weiss, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. B.* — 2017. — Vol. 95, issue 20. — P. 201103.
- A2. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Magnetic field effects on edge and bulk states in topological insulators based on HgTe/CdHgTe quantum wells with strong natural interface inversion asymmetry // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 93. — P. 075434.
- A3. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Optical properties of helical edge channels in zinc-blende-type topological insulators: selection rules, circular and linear dichroism, circular and linear photocurrents // *Journal of Physics: Condensed Matter.* — 2019. — Vol. 31, no. 3. — P. 035301.
- A4. *Дурнев М., Будкин Г., Тарасенко С.* Расщепление дираковских состояний в квантовых ямах HgTe. Роль кристаллографической ориентации, интерфейсной, объемной и структурной асимметрии // *ЖЭТФ.* — 2022. — Т. 162. — С. 570.
- A5. *Дурнев М.* Влияние электрон-дырочной асимметрии на электронную структуру спиральных краевых состояний в квантовой яме HgTe/HgCdTe // *ФТТ.* — 2020. — Т. 62. — С. 447.
- A6. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* High-frequency nonlinear transport and photogalvanic effects in 2D topological insulators // *Annalen der Physik.* — 2019. — Vol. 531. — P. 1800418.
- A7. Edge currents driven by terahertz radiation in graphene in quantum Hall regime / H. Plank, M. V. Durnev, S. Candussio, J. Pernul, K.-M. Dantscher, E. Mönch, A. Sandner, J. Eroms, D. Weiss, V. V. Bel'kov, S. A. Tarasenko, S. D. Ganichev // *2D Materials.* — 2019. — Vol. 6, no. 1. — P. 011002.
- A8. Edge photocurrent driven by terahertz electric field in bilayer graphene / S. Candussio, M. V. Durnev, S. A. Tarasenko, J. Yin, J. Keil, Y. Yang, S.-K. Son, A. Mishchenko, H. Plank, V. V. Bel'kov, S. Slizovskiy, V. Fal'ko, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. B.* — 2020. — Vol. 102, issue 4. — P. 045406.
- A9. *Дурнев М., Глазов М. М.* Экситоны и трионы в двумерных полупроводниках на основе дихалькогенидов переходных металлов // *Успехи физических наук.* — 2018. — Т. 188, № 9. — С. 913–934.
- A10. *Rybkovskiy D. V., Gerber I. C., Durnev M. V.* Atomically inspired $k \cdot p$ approach and valley Zeeman effect in transition metal dichalcogenide monolayers // *Phys. Rev. B.* — 2017. — Vol. 95, issue 15. — P. 155406.

- A11. Zeeman splitting and inverted polarization of biexciton emission in monolayer WS_2 / P. Nagler, M. V. Ballottin, A. A. Mitioglu, M. V. Durnev, T. Taniguchi, K. Watanabe, A. Chernikov, C. Schüller, M. M. Glazov, P. C. M. Christianen, T. Korn // *Phys. Rev. Lett.* — 2018. — Vol. 121, issue 5. — P. 057402.
- A12. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Edge photogalvanic effect caused by optical alignment of carrier momenta in two-dimensional Dirac materials // *Phys. Rev. B.* — 2021. — Vol. 103, issue 16. — P. 165411.
- A13. Edge photocurrent in bilayer graphene due to inter-Landau-level transitions / S. Candussio, M. V. Durnev, S. Slizovskiy, T. Jötten, J. Keil, V. V. Bel'kov, J. Yin, Y. Yang, S.-K. Son, A. Mishchenko, V. Fal'ko, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. B.* — 2021. — Vol. 103, issue 12. — P. 125408.
- A14. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Rectification of ac electric current at the edge of 2D electron gas // *Physica status solidi (b).* — 2021. — Vol. 258. — P. 2000291.
- A15. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Edge currents induced by ac electric field in two-dimensional Dirac structures // *Applied Sciences.* — 2023. — Vol. 13, no. 7. — P. 4080.
- A16. *Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Second harmonic generation at the edge of a two-dimensional electron gas // *Phys. Rev. B.* — 2022. — Vol. 106, issue 12. — P. 125426.
- A17. *Durnev M. V.* Photovoltaic Hall effect in the two-dimensional electron gas: Kinetic theory // *Phys. Rev. B.* — 2021. — Vol. 104, issue 8. — P. 085306.
- A18. *Durnev M. V.* Faraday and Kerr rotation due to photoinduced orbital magnetization in a two-dimensional electron gas // *Phys. Rev. B.* — 2023. — Vol. 108, issue 12. — P. 125418.

Я благодарен сотрудникам Сектора теории квантовых когерентных явлений в твёрдом теле, в особенности С. А. Тарасенко, М. М. Глазову и Е. Л. Ивченко, за поддержку и помощь в работе над диссертацией. Я также признателен всем своим соавторам за плодотворное сотрудничество и неоценимый опыт, который я приобрёл во время нашей совместной работы. Я выражаю благодарность участникам Низкоразмерного и Чайного семинаров ФТИ за интерес к моим работам и обсуждения, принесшие мне огромную пользу. Наконец, я благодарен моей жене Мартюковой Дарье и нашим котам.

Список литературы

1. *Wehling T., Black-Schaffer A., Balatsky A.* Dirac materials // *Advances in Physics*. — 2014. — Vol. 63, no. 1. — P. 1–76.
2. The electronic properties of graphene / A. H. Castro Neto, F. Guinea, N. M. R. Peres, K. S. Novoselov, A. K. Geim // *Rev. Mod. Phys.* — 2009. — Vol. 81, issue 1. — P. 109–162.
3. *Geim A. K., Grigorieva I. V.* Van der Waals heterostructures // *Nature*. — 2013. — Vol. 499, no. 7459. — P. 419–425.
4. Quantum Spin Hall Insulator State in HgTe Quantum Wells / M. König, S. Wiedmann, C. Brüne, A. Roth, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, X.-L. Qi, S.-C. Zhang // *Science*. — 2007. — Vol. 318, no. 5851. — P. 766–770.
5. Топологические изоляторы на основе HgTe / З. Д. Квон, Д. А. Козлов, Е. Б. Ольшанецкий, Г. М. Гусев, Н. Н. Михайлов, С. А. Дворецкий // *Усп. физ. наук*. — 2020. — Т. 190, № 7. — С. 673–692.
6. Nonlinear Optical Characterization of 2D Materials / L. Zhou, H. Fu, T. Lv, C. Wang, H. Gao, D. Li, L. Deng, W. Xiong // *Nanomaterials*. — 2020. — Vol. 10, no. 11. — P. 2263.
7. Photodetectors based on graphene, other two-dimensional materials and hybrid systems / F. H. L. Koppens, T. Mueller, P. Avouris, A. C. Ferrari, M. S. Vitiello, M. Polini // *Nature Nanotechnology*. — 2014. — Vol. 9, no. 10. — P. 780–793.
8. *Hasan M. Z., Kane C. L.* Colloquium: Topological Insulators // *Rev. Mod. Phys.* — 2010. — Vol. 82, issue 4. — P. 3045–3067.
9. *Qi X.-L., Zhang S.-C.* Topological insulators and superconductors // *Rev. Mod. Phys.* — 2011. — Vol. 83, issue 4. — P. 1057–1110.
10. *Moore J. E.* The birth of topological insulators // *Nature*. — 2010. — Vol. 464. — P. 194.
11. *Тарасенко С. А.* Электронные свойства топологических изоляторов. Структура краевых состояний и фотогальванические эффекты // *УФН*. — 2018. — Т. 188, № 10. — С. 1129–1134.
12. *Панкратов О. А.* Поверхностные состояния топологических изоляторов // *Усп. физ. наук*. — 2018. — Т. 188, № 11. — С. 1226–1237.

13. Волков Б. А., Панкратов О. А. Безмассовые двумерные электроны в инверсном контакте // Письма в ЖЭТФ. — 1985. — Т. 42. — С. 145.
14. Bernevig B. A., Zhang S.-C. Quantum Spin Hall Effect // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 96, issue 10. — P. 106802.
15. Kane C. L., Mele E. J. Z_2 Topological Order and the Quantum Spin Hall Effect // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Vol. 95, issue 14. — P. 146802.
16. Fu L., Kane C. L., Mele E. J. Topological Insulators in Three Dimensions // Phys. Rev. Lett. — 2007. — Vol. 98, issue 10. — P. 106803.
17. Ando Y. Topological Insulator Materials // Journal of the Physical Society of Japan. — 2013. — Vol. 82, no. 10. — P. 102001.
18. A topological Dirac insulator in a quantum spin Hall phase / D. Hsieh, D. Qian, L. Wray, Y. Xia, Y. S. Hor, R. J. Cava, M. Z. Hasan // Nature. — 2008. — Vol. 452, no. 7190. — P. 970–974.
19. Topological insulators in Bi_2Se_3 , Bi_2Te_3 and Sb_2Te_3 with a single Dirac cone on the surface / H. Zhang, C.-X. Liu, X.-L. Qi, X. Dai, Z. Fang, S.-C. Zhang // Nature Physics. — 2009. — Vol. 5. — P. 438.
20. Observation of a large-gap topological-insulator class with a single Dirac cone on the surface / Y. Xia, D. Qian, D. Hsieh, L. Wray, A. Pal, H. Lin, A. Bansil, D. Grauer, Y. S. Hor, R. J. Cava, M. Z. Hasan // Nature Physics. — 2009. — Vol. 5. — P. 398.
21. Experimental Realization of a Three-Dimensional Topological Insulator, Bi_2Te_3 / Y. L. Chen, J. G. Analytis, J.-H. Chu, Z. K. Liu, S.-K. Mo, X. L. Qi, H. J. Zhang, D. H. Lu, X. Dai, Z. Fang, S. C. Zhang, I. R. Fisher, Z. Hussain, Z.-X. Shen // Science. — 2009. — Vol. 325, no. 5937. — P. 178–181.
22. Observation of topological surface state quantum Hall effect in an intrinsic three-dimensional topological insulator / Y. Xu, I. Miotkowski, C. Liu, J. Tian, H. Nam, N. Alidoust, J. Hu, C.-K. Shih, M. Z. Hasan, Y. P. Chen // Nature Physics. — 2014. — Vol. 10, no. 12. — P. 956–963.
23. Fu L., Kane C. L. Topological insulators with inversion symmetry // Phys. Rev. B. — 2007. — Vol. 76, issue 4. — P. 045302.
24. Quantum Hall Effect from the Topological Surface States of Strained Bulk HgTe / C. Brüne, C. X. Liu, E. G. Novik, E. M. Hankiewicz, H. Buhmann, Y. L. Chen, X. L. Qi, Z. X. Shen, S. C. Zhang, L. W. Molenkamp // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 106, issue 12. — P. 126803.
25. Transport Properties of a 3D Topological Insulator based on a Strained High-Mobility HgTe Film / D. A. Kozlov, Z. D. Kvon, E. B. Olshanetsky, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky, D. Weiss // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 112, issue 19. — P. 196801.

26. Massive and Topological Surface States in Tensile-Strained HgTe / D. M. Mahler, V. L. Müller, C. Thienel, J. Wiedenmann, W. Beugeling, H. Buhmann, L. W. Molenkamp // *Nano Letters*. — 2021. — Vol. 21, no. 23. — P. 9869–9874.
27. *Bernevig B. A., Hughes T. L., Zhang S.-C.* Quantum Spin Hall Effect and Topological Phase Transition in HgTe Quantum Wells // *Science*. — 2006. — Vol. 314, no. 5806. — P. 1757–1761.
28. *Knez I., Du R.-R., Sullivan G.* Evidence for Helical Edge Modes in Inverted InAs/GaSb Quantum Wells // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107, issue 13. — P. 136603.
29. Quantum Spin Hall Effect in Inverted Type-II Semiconductors / C. Liu, T. L. Hughes, X.-L. Qi, K. Wang, S.-C. Zhang // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 100, issue 23. — P. 236601.
30. Temperature-dependent terahertz spectroscopy of inverted-band three-layer InAs/GaSb/InAs quantum well / S. S. Krishtopenko, S. Ruffenach, F. Gonzalez-Posada, G. Boissier, M. Marcinkiewicz, M. A. Fadeev, A. M. Kadykov, V. V. Rumyantsev, S. V. Morozov, V. I. Gavrilenko, C. Consejo, W. Desrat, B. Jouault, W. Knap, E. Tournié, F. Teppe // *Phys. Rev. B*. — 2018. — Vol. 97, issue 24. — P. 245419.
31. Quantum spin Hall effect in two-dimensional transition metal dichalcogenides / X. Qian, J. Liu, L. Fu, J. Li // *Science*. — 2014. — Vol. 20. — P. 1256815.
32. Edge conduction in monolayer WTe₂ / Z. Fei, T. Palomaki, S. Wu, W. Zhao, X. Cai, B. Sun, P. Nguyen, J. Finney, X. Xu, D. H. Cobden // *Nature Physics*. — 2017. — Vol. 13. — P. 677.
33. Nonlocal Transport in the Quantum Spin Hall State / A. Roth, C. Brüne, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, J. Maciejko, X.-L. Qi, S.-C. Zhang // *Science*. — 2009. — Vol. 325, no. 5938. — P. 294–297.
34. Transport in disordered two-dimensional topological insulators / G. M. Gusev, Z. D. Kvon, O. A. Shegai, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky, J. C. Portal // *Phys. Rev. B*. — 2011. — Vol. 84, issue 12. — P. 121302.
35. Magnetospectroscopy of two-dimensional HgTe-based topological insulators around the critical thickness / M. Zholudev, F. Teppe, M. Orlita, C. Consejo, J. Torres, N. Dyakonova, M. Czapkiewicz, J. Wróbel, G. Grabecki, N. Mikhailov, S. Dvoretzky, A. Ikonnikov, K. Spirin, V. Aleshkin, V. Gavrilenko, W. Knap // *Phys. Rev. B*. — 2012. — Vol. 86, issue 20. — P. 205420.
36. Imaging currents in HgTe quantum wells in the quantum spin Hall regime / K. C. Nowack, E. M. Spanton, M. Baenninger, M. König, J. R. Kirtley, B. Kalisky, C. Ames, P. Leubner, C. Brüne, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, D. Goldhaber-Gordon, K. A. Moler // *Nat Mater*. — 2013. — Vol. 12, no. 9. — P. 787–791.

37. Unexpected edge conduction in mercury telluride quantum wells under broken time-reversal symmetry / E. Y. Ma, M. R. Calvo, J. Wang, B. Lian, M. Mühlbauer, C. Brüne, Y.-T. Cui, K. Lai, W. Kundhikanjana, Y. Yang, M. Baeninger, M. König, C. Ames, H. Buhmann, P. Leubner, L. W. Molenkamp, S.-C. Zhang, D. Goldhaber-Gordon, M. A. Kelly, Z.-X. Shen // *Nature Communications*. — 2015. — Vol. 6, no. 1. — P. 7252.
38. Проводимость латерального р-п-перехода в двумерных структурах HgTe с инвертированным спектром: роль краевых состояний / Г. М. Миньков, А. А. Шерстобитов, А. В. Германенко, О. Э. Рут, С. А. Дворецкий, Н. Н. Михайлов // *Письма в ЖЭТФ*. — 2015. — Т. 101, № 7. — С. 522.
39. Shot noise of the edge transport in the inverted band HgTe quantum wells / E. S. Tikhonov, D. V. Shovkun, V. S. Khrapai, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky // *JETP Letters*. — 2015. — Vol. 101, no. 10. — P. 708–713.
40. Evidence on the macroscopic length scale spin coherence for the edge currents in a narrow HgTe quantum well / A. Kononov, S. V. Egorov, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky, E. V. Deviatov // *JETP Letters*. — 2015. — Vol. 101, no. 12. — P. 814–819.
41. Strain Engineering of the Band Gap of HgTe Quantum Wells Using Superlattice Virtual Substrates / P. Leubner, L. Lunczer, C. Brüne, H. Buhmann, L. W. Molenkamp // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Vol. 117, issue 8. — P. 086403.
42. Temperature-Induced Topological Phase Transition in HgTe Quantum Wells / A. M. Kadykov, S. S. Krishtopenko, B. Jouault, W. Desrat, W. Кнап, S. Ruffenach, C. Consejo, J. Torres, S. V. Morozov, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzkii, F. Teppe // *Phys. Rev. Lett.* — 2018. — Vol. 120, issue 8. — P. 086401.
43. Topological Protection Brought to Light by the Time-Reversal Symmetry Breaking / S. U. Piaturusha, E. S. Tikhonov, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky, V. S. Khrapai // *Phys. Rev. Lett.* — 2019. — Vol. 123, issue 5. — P. 056801.
44. Single valley Dirac fermions in zero-gap HgTe quantum wells / B. Buttner, C. X. Liu, G. Tkachov, E. G. Novik, C. Brune, H. Buhmann, E. M. Hankiewicz, P. Recher, B. Trauzettel, S. C. Zhang, L. W. Molenkamp // *Nat. Physics*. — 2011. — Vol. 7, no. 5. — P. 418–422.
45. Split Dirac cones in HgTe/CdTe quantum wells due to symmetry-enforced level anticrossing at interfaces / S. A. Tarasenko, M. V. Durnev, M. O. Nestoklon, E. L. Ivchenko, J.-W. Luo, A. Zunger // *Phys. Rev. B*. — 2015. — Vol. 91, issue 8. — P. 081302.
46. Helical edge and surface states in HgTe quantum wells and bulk insulators / X. Dai, T. L. Hughes, X.-L. Qi, Z. Fang, S.-C. Zhang // *Phys. Rev. B*. — 2008. — Vol. 77, issue 12. — P. 125319.

47. The Quantum Spin Hall Effect: Theory and Experiment / M. König, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, T. Hughes, C.-X. Liu, X.-L. Qi, S.-C. Zhang // Journal of the Physical Society of Japan. — 2008. — Vol. 77, no. 3. — P. 031007.
48. Robust level coincidences in the subband structure of quasi-2D systems / R. Winkler, L. Wang, Y. Lin, C. Chu // Solid State Communications. — 2012. — Vol. 152, no. 23. — P. 2096–2099.
49. *Weithofer L., Recher P.* Chiral Majorana edge states in HgTe quantum wells // New Journal of Physics. — 2013. — Vol. 15, no. 8. — P. 085008.
50. Fine structure of zero-mode Landau levels in HgTe/Hg_xCd_{1-x}Te quantum wells / M. Orlita, K. Masztalerz, C. Faugeras, M. Potemski, E. G. Novik, C. Brüne, H. Buhmann, L. W. Molenkamp // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 83, issue 11. — P. 115307.
51. Giant photocurrents in a Dirac fermion system at cyclotron resonance / P. Olbrich, C. Zoth, P. Vierling, K.-M. Dantscher, G. V. Budkin, S. A. Tarasenko, V. V. Bel'kov, D. A. Kozlov, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky, S. D. Ganichev // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 87, issue 23. — P. 235439.
52. Spin-orbit splitting of valence and conduction bands in HgTe quantum wells near the Dirac point / G. M. Minkov, A. V. Germanenko, O. E. Rut, A. A. Sherstobitov, M. O. Nestoklon, S. A. Dvoretzki, N. N. Mikhailov // Phys. Rev. B. — 2016. — Vol. 93, issue 15. — P. 155304.
53. *Раиба Э. И.* Свойства полупроводников с петлей экстремумов. I. Циклотронный и комбинированный резонанс в магнитном поле, перпендикулярном плоскости петли // ФТТ. — 1960. — Т. 2. — С. 1224.
54. *Васько Ф. Т.* Спиновое расщепление спектра двумерных электронов, обусловленное поверхностным потенциалом // Письма в ЖЭТФ. — 1979. — Т. 30. — С. 574.
55. *Бычков Ю., Раиба Э. И.* Свойства двумерного электронного газа со снятым вырождением спектра // Письма в ЖЭТФ. — 1984. — Т. 39. — С. 66.
56. *Dresselhaus G.* Spin-orbit coupling effects in Zinc Blende Structures // Phys. Rev. — 1955. — Vol. 100. — P. 580.
57. *Дьяконов М. И., Качоровский В. Ю.* Спиновая релаксация двумерных электронов в полупроводниках без центра инверсии // ФТП. — 1986. — Т. 20, № 1. — С. 178.
58. *Пукс Г. Е., Маруцак В. А., Тутков А. Н.* Спиновое расщепление зон и спиновая релаксация носителей в кубических кристаллах АЗВ5 // ФТП. — 1988. — Т. 22. — С. 185.
59. *Rashba E. I., Sherman E. Y.* Spin-orbital band splitting in symmetric quantum wells // Physics Letters A. — 1988. — Vol. 129, no. 3. — P. 175–179.

60. Valence band energy spectrum of HgTe quantum wells with an inverted band structure / G. M. Minkov, V. Y. Aleshkin, O. E. Rut, A. A. Sherstobitov, A. V. Germanenko, S. A. Dvoretzki, N. N. Mikhailov // Phys. Rev. B. — 2017. — Vol. 96, issue 3. — P. 035310.
61. Cyclotron-resonance-assisted photocurrents in surface states of a three-dimensional topological insulator based on a strained high-mobility HgTe film / K.-M. Dantscher, D. A. Kozlov, P. Olbrich, C. Zoth, P. Faltermeier, M. Lindner, G. V. Budkin, S. A. Tarasenko, V. V. Bel'kov, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky, D. Weiss, B. Jenichen, S. D. Ganichev // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 92, issue 16. — P. 165314.
62. Methods for Film Synthesis and Coating Procedures / S. Dvoretzky, N. Mikhailov, D. Ikusov, V. Kartashev, A. Kolesnikov, I. Sabinina, Y. G. Sidorov, V. Shvets ; ed. by L. Nanai. — IntechOpen, 2020.
63. *Raichev O. E.* Effective Hamiltonian, energy spectrum, and phase transition induced by in-plane magnetic field in symmetric HgTe quantum wells // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 85, issue 4. — P. 045310.
64. *Budkin G. V., Tarasenko S. A.* Spin splitting in low-symmetry quantum wells beyond Rashba and Dresselhaus terms // Phys. Rev. B. — 2022. — Vol. 105, issue 16. — P. L161301.
65. Finite Size Effects on Helical Edge States in a Quantum Spin-Hall System / B. Zhou, H.-Z. Lu, R.-L. Chu, S.-Q. Shen, Q. Niu // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 101, issue 24. — P. 246807.
66. *Sonin E. B.* Edge accumulation and currents of moment in two-dimensional topological insulators // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 82, issue 11. — P. 113307.
67. *Klipstein P. C.* Structure of the quantum spin Hall states in HgTe/CdTe and InAs/GaSb/AlSb quantum wells // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 91, issue 3. — P. 035310.
68. *Enaldiev V. V., Zagorodnev I. V., Volkov V. A.* Boundary conditions and surface state spectra in topological insulators // Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 2015. — Vol. 101. — P. 94.
69. *Klipstein P. C.* Hard-wall edge confinement in two-dimensional topological insulators and the energy of the Dirac point // Phys. Rev. B. — 2021. — Vol. 104, issue 19. — P. 195407.
70. Transition from insulating to metallic phase induced by in-plane magnetic field in HgTe quantum wells / G. M. Gusev, E. B. Olshanetsky, Z. D. Kvon, O. E. Raichev, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzky // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 88, issue 19. — P. 195305.

71. *Cheng F., Lin L. Z., Zhang D.* Transport in a quantum spin Hall bar: Effect of in-plane magnetic field // *Solid State Communications*. — 2014. — Vol. 188. — P. 45–48.
72. *Tkachov G., Hankiewicz E. M.* Ballistic Quantum Spin Hall State and Enhanced Edge Backscattering in Strong Magnetic Fields // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Vol. 104, issue 16. — P. 166803.
73. *Scharf B., Matos-Abiague A., Fabian J.* Magnetic properties of HgTe quantum wells // *Phys. Rev. B*. — 2012. — Vol. 86, issue 7. — P. 075418.
74. *Chen J.-c., Wang J., Sun Q.-f.* Effect of magnetic field on electron transport in HgTe/CdTe quantum wells: Numerical analysis // *Phys. Rev. B*. — 2012. — Vol. 85, issue 12. — P. 125401.
75. Probing topological transitions in HgTe/CdTe quantum wells by magneto-optical measurements / *B. Scharf, A. Matos-Abiague, I. Žutić, J. Fabian* // *Phys. Rev. B*. — 2015. — Vol. 91, issue 23. — P. 235433.
76. *Герчиков Л. Г., Субашиев А. В.* Немонотонная зависимость ширины запрещенной зоны в плёнке бесщелевого полупроводника // *ФТП*. — 1989. — Т. 23. — С. 2210.
77. *Алейнер И., Ивченко Е. Л.* Природа анизотропного обменного расщепления в сверхрешётках GaAs/AlAs типа II // *Письма в ЖЭТФ*. — 1992. — Т. 55. — С. 662.
78. *Ivchenko E. L., Kaminski A. Y., Rössler U.* Heavy-light hole mixing at zincblende (001) interfaces under normal incidence // *Phys. Rev. B*. — 1996. — Т. 54, вып. 8. — С. 5852–5859.
79. Inversion Asymmetry in Heterostructures of Zinc-Blende Semiconductors: Interface and External Potential versus Bulk Effects / *O. Krebs, D. Rondi, J. L. Gentner, L. Goldstein, P. Voisin* // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — Vol. 80. — P. 5770.
80. *Magri R., Zunger A.* Anticrossing and coupling of light-hole and heavy-hole states in (001) GaAs/Al_xGa_{1-x}As heterostructures // *Phys. Rev. B*. — 2000. — Vol. 62. — P. 10364–10372.
81. Band structure of semimagnetic Hg_{1-y}Mn_yTe quantum wells / *E. G. Novik, A. Pfeuffer-Jeschke, T. Jungwirth, V. Latussek, C. R. Becker, G. Landwehr, H. Buhmann, L. W. Molenkamp* // *Phys. Rev. B*. — 2005. — Vol. 72, issue 3. — P. 035321.
82. *Kane E. O.* Band structure of indium antimonide // *Journal of Physics and Chemistry of Solids*. — 1957. — Vol. 1, no. 4. — P. 249–261.
83. *Сурис Р. А.* Пограничные состояния в гетеропереходах // *ФТП*. — 1986. — Т. 20, № 11. — С. 2008.

84. *Voon L. C. L. Y., Willatzen M.* The ***kp*** Method: Electronic Properties of Semiconductors. — Springer-Verlag Berlin, 2009.
85. *Winkler R.* Spin-Orbit Coupling Effects in Two-Dimensional Electron and Hole Systems. — Springer, 2003.
86. *Бур Г. Л., Пукис Г. Е.* Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. — Наука, Москва, 1972.
87. Atomistic spin-orbit coupling and ***kp*** parameters in III – V semiconductors / J.-M. Jancu, R. Scholz, E. A. de Andrada e Silva, G. C. L. Rocca // Phys. Rev. B. — 2005. — Vol. 72, no. 19. — P. 193201.
88. *Durnev M. V., Glazov M. M., Ivchenko E. L.* Spin-orbit splitting of valence subbands in semiconductor nanostructures // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 89, issue 7. — P. 075430.
89. *Entin M. V., Mahmoodian M. M., Magarill L. I.* Linearity of the edge states energy spectrum in the 2D topological insulator // EPL (Europhysics Letters). — 2017. — Vol. 118, no. 5. — P. 57002.
90. *Medhi A., Shenoy V. B.* Continuum theory of edge states of topological insulators: variational principle and boundary conditions // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2012. — Vol. 24, no. 35. — P. 355001.
91. *Jackiw R., Rebbi C.* Solitons with fermion number 1/2 // Phys. Rev. D. — 1976. — Vol. 13, issue 12. — P. 3398–3409.
92. Hole spin quantum beats in quantum-well structures / X. Marie, T. Amand, P. Le Jeune, M. Paillard, P. Renucci, L. E. Golub, V. D. Dymnikov, E. L. Ivchenko // Phys. Rev. B. — 1999. — Vol. 60. — P. 5811.
93. *Klitzing K. v., Dorda G., Pepper M.* New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance // Phys. Rev. Lett. — 1980. — Vol. 45, issue 6. — P. 494–497.
94. *Halperin B. I.* Quantized Hall conductance, current-carrying edge states, and the existence of extended states in a two-dimensional disordered potential // Phys. Rev. B. — 1982. — Vol. 25, issue 4. — P. 2185–2190.
95. *Aoki H.* Quantised Hall effect // Reports on Progress in Physics. — 1987. — Vol. 50, no. 6. — P. 655.
96. *Büttiker M.* Absence of backscattering in the quantum Hall effect in multiprobe conductors // Phys. Rev. B. — 1988. — Vol. 38, issue 14. — P. 9375–9389.
97. Non-equilibrium edge-channel spectroscopy in the integer quantum Hall regime / C. Altimiras, H. le Sueur, U. Gennser, A. Cavanna, D. Mailly, F. Pierre // Nature Physics. — 2010. — Vol. 6, no. 1. — P. 34–39.
98. *Долгополов В. Т.* Целочисленный квантовый эффект Холла и сопряжённые с ним явления // Усп. физ. наук. — 2014. — Т. 184, № 2. — С. 113–136.

99. Spin polarization of the quantum spin Hall edge states / C. Brüne, A. Roth, H. Buhmann, E. M. Hankiewicz, L. W. Molenkamp, J. Maciejko, X.-L. Qi, S.-C. Zhang // *Nature Physics*. — 2012. — Vol. 8, no. 6. — P. 485–490.
100. Induced superconductivity in the quantum spin Hall edge / S. Hart, H. Ren, T. Wagner, P. Leubner, M. Mühlbauer, C. Brüne, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, A. Yacoby // *Nat. Phys.* — 2014. — Vol. 10. — P. 638.
101. *Tanaka Y., Furusaki A., Matveev K. A.* Conductance of a Helical Edge Liquid Coupled to a Magnetic Impurity // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 106, issue 23. — P. 236402.
102. *Lunde A. M., Platero G.* Helical edge states coupled to a spin bath: Current-induced magnetization // *Phys. Rev. B.* — 2012. — Vol. 86, issue 3. — P. 035112.
103. *Altshuler B. L., Aleiner I. L., Yudson V. I.* Localization at the Edge of a 2D Topological Insulator by Kondo Impurities with Random Anisotropies // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 111, issue 8. — P. 086401.
104. *Väyrynen J. I., Goldstein M., Glazman L. I.* Helical Edge Resistance Introduced by Charge Puddles // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 110, issue 21. — P. 216402.
105. *Entin M. V., Magarill L. I.* Localization of edge electrons in a 2D topological insulator strip // *JETP Letters*. — 2015. — Vol. 100, no. 9. — P. 566–569.
106. Helical edge transport in the presence of a magnetic impurity / P. D. Kurilovich, V. D. Kurilovich, I. S. Burmistrov, M. Goldstein // *JETP Letters*. — 2017. — Vol. 106, no. 9. — P. 593–599.
107. *Nagaev K. E.* AC Response of the Edge States in a Two-Dimensional Topological Insulator Coupled to a Conducting Puddle // *Physica Status Solidi (RRL) – Rapid Research Letters*. — 2018. — Vol. 12, no. 3. — P. 1700422.
108. *Kaladzhyan V., Aseev P. P., Artemenko S. N.* Photogalvanic effect in the HgTe/CdTe topological insulator due to edge-bulk optical transitions // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 92, issue 15. — P. 155424.
109. *Магарилл Л. И., Энтин М. В.* Циркулярный фотогальванический эффект, вызванный переходами между краевыми и двумерными состояниями двумерного топологического изолятора // *Письма в ЖЭТФ*. — 2016. — Т. 104. — С. 792.
110. Optically Engineering the Topological Properties of a Spin Hall Insulator / B. Dóra, J. Cayssol, F. Simon, R. Moessner // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 108, issue 5. — P. 056602.
111. *Artemenko S. N., Kaladzhyan V. O.* Photogalvanic effects in topological insulators // *JETP Letters*. — 2013. — Vol. 97, no. 2. — P. 82–86.

112. *Стурман Б., Фридкин В.* Фотогальванический эффект в средах без центра симметрии и родственные явления. — М.: Наука, 1992.
113. *Ivchenko E. L.* Optical spectroscopy of semiconductor nanostructures. — Alpha Science, Harrow UK, 2005.
114. *Glass A. M., Linde D. von der, Negran T. J.* High-voltage bulk photovoltaic effect and the photorefractive process in LiNbO₃ // *Appl. Phys. Lett.* — 1974. — Vol. 25. — P. 233.
115. Обнаружение фотоэдс, зависящей от знака циркулярной поляризации света / В. Аснин, А. Бакун, А. Данишевский, Е. Ивченко, Г. Пикус, А. Рогачев // *Письма в ЖЭТФ.* — 1978. — Т. 28, № 2. — С. 80—84.
116. Resonant inversion of the circular photogalvanic effect in *n*-doped quantum wells / S. D. Ganichev, V. V. Bel'kov, P. Schneider, E. L. Ivchenko, S. A. Tarasenko, W. Wegscheider, D. Weiss, D. Schuh, E. V. Beregulin, W. Prettl // *Phys. Rev. B.* — 2003. — Vol. 68, issue 3. — P. 035319.
117. Ultrafast spin-polarized electrical currents injected in a strained zinc blende semiconductor by single color pulses / M. Bieler, N. Laman, H. M. van Driel, A. L. Smirl // *Applied Physics Letters.* — 2005. — Vol. 86, no. 6. — P. 061102.
118. Spectral Dependence of Spin Photocurrent and Current-Induced Spin Polarization in an InGaAs/InAlAs Two-Dimensional Electron Gas / C. L. Yang, H. T. He, L. Ding, L. J. Cui, Y. P. Zeng, J. N. Wang, W. K. Ge // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Vol. 96, issue 18. — P. 186605.
119. Magnetogyrotropic photogalvanic effect and spin dephasing in (110)-grown GaAs/Al_xGa_{1-x}As quantum well structures / P. Olbrich, J. Allerdings, V. V. Bel'kov, S. A. Tarasenko, D. Schuh, W. Wegscheider, T. Korn, C. Schüller, D. Weiss, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. B.* — 2009. — Vol. 79, issue 24. — P. 245329.
120. *Priyadarshi S., Pierz K., Bieler M.* All-Optically Induced Ultrafast Photocurrents: Beyond the Instantaneous Coherent Response // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 109, issue 21. — P. 216601.
121. *Ganichev S. D., Golub L. E.* Interplay of Rashba/Dresselhaus spin splittings probed by photogalvanic spectroscopy – A review // *physica status solidi (b).* — 2014. — Vol. 251, no. 9. — P. 1801–1823.
122. Enhanced circular photogalvanic effect in HgTe quantum wells in the heavily inverted regime / J. Li, W. Yang, J.-T. Liu, W. Huang, C. Li, S.-Y. Chen // *Phys. Rev. B.* — 2017. — Vol. 95, issue 3. — P. 035308.
123. Interplay of the photon drag and the surface photogalvanic effects in the metal-semiconductor nanocomposite / G. M. Mikheev, A. S. Saushin, V. M. Styapshin, Y. P. Svirko // *Scientific Reports.* — 2018. — Vol. 8, no. 1. — P. 8644.

124. *Entin M. V., Kovalev V. M.* Nonlinear circular valley photogalvanic effect // *Phys. Rev. B.* — 2021. — Vol. 104, issue 7. — P. 075424.
125. Nonlinear Optical Probe of Tunable Surface Electrons on a Topological Insulator / D. Hsieh, J. W. McIver, D. H. Torchinsky, D. R. Gardner, Y. S. Lee, N. Gedik // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 106, issue 5. — P. 057401.
126. Control over topological insulator photocurrents with light polarization / J. W. McIver, D. Hsieh, H. Steinberg, P. Jarillo-Herrero, N. Gedik // *Nature Nanotechnology.* — 2012. — Vol. 7, no. 2. — P. 96.
127. Room-Temperature High-Frequency Transport of Dirac Fermions in Epitaxially Grown Sb_2Te_3 - and Bi_2Te_3 -Based Topological Insulators / P. Olbrich, L. E. Golub, T. Herrmann, S. N. Danilov, H. Plank, V. V. Bel'kov, G. Mussler, C. Weyrich, C. M. Schneider, J. Kampmeier, D. Grützmacher, L. Plucinski, M. Eschbach, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 113, issue 9. — P. 096601.
128. Поверхностные спин-поляризованные токи, генерируемые в топологических изоляторах циркулярно-поляризованным синхротронным излучением, и их индикация методом фотоэлектронной спектроскопии / А. М. Шикин, И. И. Климовских, М. Филянина, А. А. Рыбкина, Д. А. Пудиков, К. А. Кох, О. Е. Терещенко // *ФТТ.* — 2016. — Т. 58, № 8. — С. 1617.
129. Helicity-dependent photocurrent in a Bi_2Se_3 thin film probed by terahertz emission spectroscopy / S. Y. Hamh, S.-H. Park, S.-K. Jerng, J. H. Jeon, S.-H. Chun, J. S. Lee // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 94, issue 16. — P. 161405.
130. Manifestation of topological surface electron states in the photoelectromagnetic effect induced by terahertz laser radiation / A. V. Galeeva, S. G. Egorova, V. I. Chernichkin, M. E. Tamm, L. V. Yashina, V. V. Rumyantsev, S. V. Morozov, H. Plank, S. N. Danilov, L. I. Ryabova, D. R. Khokhlov // *Semiconductor Science and Technology.* — 2016. — Vol. 31, no. 9. — P. 095010.
131. Helicity dependent photocurrent in electrically gated $(\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x)_2\text{Te}_3$ thin films / Y. Pan, Q.-Z. Wang, A. L. Yeats, T. Pillsbury, T. C. Flanagan, A. Richardella, H. Zhang, D. D. Awschalom, C.-X. Liu, N. Samarth // *Nature Communications.* — 2017. — Vol. 8, no. 1. — P. 1037.
132. Ultrafast energy- and momentum-resolved surface Dirac photocurrents in the topological insulator Sb_2Te_3 / K. Kuroda, J. Reimann, K. A. Kokh, O. E. Tereshchenko, A. Kimura, J. Gdde, U. Hfer // *Phys. Rev. B.* — 2017. — Vol. 95, issue 8. — P. 081103.
133. Spin injection and helicity control of surface spin photocurrent in a three dimensional topological insulator / Y. Q. Huang, Y. X. Song, S. M. Wang, I. A. Buyanova, W. M. Chen // *Nature Communications.* — 2017. — Vol. 8. — P. 15401.

134. *Plank H., Ganichev S. D.* A review on terahertz photogalvanic spectroscopy of Bi₂Te₃- and Sb₂Te₃-based three dimensional topological insulators // *Solid-State Electronics*. — 2018. — Vol. 147. — P. 44–50.
135. *Barlow H. M.* The Hall Effect and Its Application to Microwave Power Measurement // *Proceedings of the IRE*. — 1958. — Vol. 46, no. 7. — P. 1411–1413.
136. Увлечение свободных носителей фотонами при прямых межзонных переходах в полупроводниках / А. Данишевский, А. Кастальский, С. Рывкин, И. Ярощцкий // *ЖЭТФ*. — 1970. — Т. 58, № 2. — С. 544.
137. *Gibson A. F., Kimmitt M. F., Walker A. C.* Photon drag in germanium // *Appl. Phys. Lett.* — 1970. — Vol. 17, no. 2. — P. 75.
138. *Перель В., Пинский Я.* Постоянный ток в проводящей среде, обусловленный высокочастотным электромагнитным полем // *ФТТ*. — 1973. — Т. 15, № 4. — С. 996.
139. *Luryi S.* Photon-Drag Effect in Intersubband Absorption by a Two-Dimensional Electron Gas // *Phys. Rev. Lett.* — 1987. — Vol. 58, issue 21. — P. 2263–2266.
140. Spin photocurrents and the circular photon drag effect in (110)-grown quantum well structures / V. A. Shalygin, H. Diehl, C. Hoffmann, S. N. Danilov, T. Herrle, S. A. Tarasenko, D. Schuh, C. Gerl, W. Wegscheider, W. Prettl, S. D. Ganichev // *JETP Letters*. — 2007. — Vol. 84, no. 10. — P. 570–576.
141. Transverse Photovoltage Induced by Circularly Polarized Light / T. Hatano, T. Ishihara, S. G. Tikhodeev, N. A. Gippius // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Vol. 103, issue 10. — P. 103906.
142. Dynamic Hall Effect Driven by Circularly Polarized Light in a Graphene Layer / J. Karch, P. Olbrich, M. Schmalzbauer, C. Zoth, C. Brinsteiner, M. Fehrenbacher, U. Wurstbauer, M. M. Glazov, S. A. Tarasenko, E. L. Ivchenko, D. Weiss, J. Eroms, R. Yakimova, S. Lara-Avila, S. Kubatkin, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Vol. 105, issue 22. — P. 227402.
143. *Entin M. V., Magarill L. I., Shepelyansky D. L.* Theory of resonant photon drag in monolayer graphene // *Phys. Rev. B*. — 2010. — Vol. 81, issue 16. — P. 165441.
144. Cyclotron-resonance-assisted photon drag effect in InSb/InAlSb quantum wells excited by terahertz radiation / S. Stachel, G. V. Budkin, U. Hagner, V. V. Bel'kov, M. M. Glazov, S. A. Tarasenko, S. K. Clowes, T. Ashley, A. M. Gilbertson, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. B*. — 2014. — Vol. 89, issue 11. — P. 115435.
145. Photon-drag-induced terahertz emission from graphene / P. A. Obraztsov, N. Kanda, K. Konishi, M. Kuwata-Gonokami, S. V. Garnov, A. N. Obraztsov, Y. P. Svirko // *Phys. Rev. B*. — 2014. — Vol. 90, issue 24. — P. 241416.

146. Photon drag effect in $(\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x)_2\text{Te}_3$ three-dimensional topological insulators / H. Plank, L. E. Golub, S. Bauer, V. V. Bel'kov, T. Herrmann, P. Olbrich, M. Eschbach, L. Plucinski, C. M. Schneider, J. Kampmeier, M. Lanius, G. Mussler, D. Grützmacher, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 93, issue 12. — P. 125434.
147. Geometric Photon-Drag Effect and Nonlinear Shift Current in Centrosymmetric Crystals / L.-k. Shi, D. Zhang, K. Chang, J. C. W. Song // *Phys. Rev. Lett.* — 2021. — Vol. 126, issue 19. — P. 197402.
148. *Mironov S. V., Mel'nikov A. S., Buzdin A. I.* AC Hall Effect and Photon Drag of Superconducting Condensates // *Phys. Rev. Lett.* — 2024. — Vol. 132, issue 9. — P. 096001.
149. Circular photon drag effect in bulk tellurium / V. A. Shalygin, M. D. Moldavskaya, S. N. Danilov, I. I. Farbshtein, L. E. Golub // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 93, issue 4. — P. 045207.
150. *Del Maestro A., Hyart T., Rosenow B.* Backscattering between helical edge states via dynamic nuclear polarization // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Vol. 87, issue 16. — P. 165440.
151. *Lunde A. M., Platero G.* Hyperfine interactions in two-dimensional HgTe topological insulators // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Vol. 88, issue 11. — P. 115411.
152. *Tarasenko S. A., Burkard G.* Limitation of electron mobility from hyperfine interaction in ultraclean quantum wells and topological insulators // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 94, issue 4. — P. 045309.
153. *Krishtopenko S. S., Teppe F.* Realistic picture of helical edge states in HgTe quantum wells // *Phys. Rev. B.* — 2018. — Vol. 97, issue 16. — P. 165408.
154. *Entin M., Magarill L.* Edge absorption and circular photogalvanic effect in 2D topological insulator edges // *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* — 2016. — Vol. 103. — P. 804.
155. Optical detection of the integer and fractional quantum Hall effects in GaAs / A. J. Turberfield, S. R. Haynes, P. A. Wright, R. A. Ford, R. G. Clark, J. F. Ryan, J. J. Harris, C. T. Foxon // *Phys. Rev. Lett.* — 1990. — Vol. 65, issue 5. — P. 637–640.
156. Quantum Hall effect in HgTe quantum wells at nitrogen temperatures / D. A. Kozlov, Z. D. Kvon, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoret'skii, S. Weishäupl, Y. Krupko, J. Portal // *Applied Physics Letters.* — 2014. — Vol. 105, no. 13. — P. 132102.
157. High-temperature quantum Hall effect in finite gapped HgTe quantum wells / T. Khouri, M. Bendias, P. Leubner, C. Brüne, H. Buhmann, L. W. Molenkamp, U. Zeitler, N. E. Hussey, S. Wiedmann // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 93, issue 12. — P. 125308.

158. Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in graphene / Y. Zhang, Y.-W. Tan, H. L. Stormer, P. Kim // *Nature*. — 2005. — Vol. 438, no. 7065. — P. 201–204.
159. Room-Temperature Quantum Hall Effect in Graphene / K. S. Novoselov, Z. Jiang, Y. Zhang, S. V. Morozov, H. L. Stormer, U. Zeitler, J. C. Maan, G. S. Boebinger, P. Kim, A. K. Geim // *Science*. — 2007. — Vol. 315, no. 5817. — P. 1379–1379.
160. Terahertz Radiation Driven Chiral Edge Currents in Graphene / J. Karch, C. Drexler, P. Olbrich, M. Fehrenbacher, M. Hirmer, M. M. Glazov, S. A. Tarasenko, E. L. Ivchenko, B. Birkner, J. Eroms, D. Weiss, R. Yakimova, S. Lara-Avila, S. Kubatkin, M. Ostler, T. Seyller, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107, issue 27. — P. 276601.
161. *Abanin D. A., Lee P. A., Levitov L. S.* Charge and spin transport at the quantum Hall edge of graphene // *Solid State Communications*. — 2007. — Vol. 143, no. 1. — P. 77–85.
162. Peculiar Localized State at Zigzag Graphite Edge / M. Fujita, K. Wakabayashi, K. Nakada, K. Kusakabe // *Journal of the Physical Society of Japan*. — 1996. — Vol. 65, no. 7. — P. 1920–1923.
163. *Tarasenko S. A.* Orbital mechanism of the circular photogalvanic effect in quantum wells // *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* — 2007. — Vol. 85. — P. 216.
164. *Svintsov D., Ryzhii V., Otsuji T.* Negative dynamic Drude conductivity in pumped graphene // *Applied Physics Express*. — 2014. — Vol. 7, no. 11. — P. 115101.
165. *Song J. C. W., Reizer M. Y., Levitov L. S.* Disorder-Assisted Electron-Phonon Scattering and Cooling Pathways in Graphene // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 109, issue 10. — P. 106602.
166. Monolayer MoS₂: Trigonal warping, the Γ valley, and spin-orbit coupling effects / A. Kormányos, V. Zólyomi, N. D. Drummond, P. Rakya, G. Burkard, V. I. Fal'ko // *Phys. Rev. B*. — 2013. — Vol. 88, issue 4. — P. 045416.
167. *Leppenen N. V., Golub L. E., Ivchenko E. L.* Exciton oscillator strength in two-dimensional Dirac materials // *Phys. Rev. B*. — 2020. — Vol. 102, issue 15. — P. 155305.
168. Electronics and optoelectronics of two-dimensional transition metal dichalcogenides / Q. H. Wang, K. Kalantar-Zadeh, A. Kis, J. N. Coleman, M. S. Strano // *Nature Nanotechnology*. — 2012. — Vol. 7, no. 11. — P. 699–712.
169. *Mak K. F., Shan J.* Photonics and optoelectronics of 2D semiconductor transition metal dichalcogenides // *Nature Photonics*. — 2016. — Vol. 10, no. 4. — P. 216–226.

170. Recent development of two-dimensional transition metal dichalcogenides and their applications / W. Choi, N. Choudhary, G. H. Han, J. Park, D. Akinwande, Y. H. Lee // *Materials Today*. — 2017. — Vol. 20, no. 3. — P. 116–130.
171. 2D transition metal dichalcogenides / S. Manzeli, D. Ovchinnikov, D. Pasquier, O. V. Yazyev, A. Kis // *Nature Reviews Materials*. — 2017. — Vol. 2, no. 8. — P. 17033.
172. Colloquium: Excitons in atomically thin transition metal dichalcogenides / G. Wang, A. Chernikov, M. M. Glazov, T. F. Heinz, X. Marie, T. Amand, B. Urbaszek // *Rev. Mod. Phys.* — 2018. — Vol. 90, issue 2. — P. 021001.
173. 2D materials and van der Waals heterostructures / K. S. Novoselov, A. Mishchenko, A. Carvalho, A. H. Castro Neto // *Science*. — 2016. — Vol. 353, no. 6298. — aac9439.
174. Ultrafast dynamics in van der Waals heterostructures / C. Jin, E. Y. Ma, O. Karni, E. C. Regan, F. Wang, T. F. Heinz // *Nature Nanotechnology*. — 2018. — Vol. 13, no. 11. — P. 994–1003.
175. *Tran K., Choi J., Singh A.* Moiré and beyond in transition metal dichalcogenide twisted bilayers // *2D Materials*. — 2020. — Vol. 8, no. 2. — P. 022002.
176. Exciton diamagnetic shifts and valley Zeeman effects in monolayer WS₂ and MoS₂ to 65 Tesla / A. V. Stier, K. M. McCreary, B. T. Jonker, J. Kono, S. A. Crooker // *Nat Commun*. — 2016. — Vol. 7. — P. 10643.
177. Fine Structure Constant Defines Visual Transparency of Graphene / R. R. Nair, P. Blake, A. N. Grigorenko, K. S. Novoselov, T. J. Booth, T. Stauber, N. M. R. Peres, A. K. Geim // *Science*. — 2008. — Vol. 320, no. 5881. — P. 1308–1308.
178. Realization of an Electrically Tunable Narrow-Bandwidth Atomically Thin Mirror Using Monolayer MoSe₂ / P. Back, S. Zeytinoglu, A. Ijaz, M. Kroner, A. Imamoglu // *Phys. Rev. Lett.* — 2018. — Vol. 120, issue 3. — P. 037401.
179. Control of valley polarization in monolayer MoS₂ by optical helicity / K. F. Mak, K. He, J. Shan, T. F. Heinz // *Nat. Nanotechnology*. — 2012. — Vol. 7, no. 8. — P. 494.
180. Valley separation in graphene by polarized light / L. E. Golub, S. A. Tarasenko, M. V. Entin, L. I. Magarill // *Phys. Rev. B*. — 2011. — Vol. 84, issue 19. — P. 195408.
181. *Saroka V. A., Hartmann R. R., Portnoi M. E.* Momentum Alignment and the Optical Valley Hall Effect in Low-Dimensional Dirac Materials // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. — 2022. — Vol. 135, no. 4. — P. 513–530.
182. *Магарилл Л. И., Энтин М. В.* Фотогальванический эффект в пленках // *ФТТ*. — 1979. — Т. 21, № 5. — С. 1280.

183. Поверхностный фотогальванический эффект в твердых телах. Теория и эксперимент для межзонных переходов в арсениде галлия / В. Л. Альперович, В. И. Белиничер, В. Н. Новиков, А. С. Терехов // ЖЭТФ. — 1981. — Т. 80, № 6. — С. 2298—2311.
184. *Alperovich V. L., Minaev A. O., Terekhov A. S.* Ballistic electron transport through epitaxial GaAs films in a magnetically induced surface photocurrent // JETP Lett. — 1989. — Vol. 49, no. 11. — P. 702.
185. *Gurevich V. L., Laiho R.* Photomagnetism of metals: Microscopic theory of the photoinduced surface current // Phys. Rev. B. — 1993. — Vol. 48, issue 11. — P. 8307–8316.
186. Ultrafast magneto-photocurrents in GaAs: Separation of surface and bulk contributions / C. B. Schmidt, S. Priyadarshi, S. A. Tarasenko, M. Bieler // Applied Physics Letters. — 2015. — Vol. 106, no. 14. — P. 142108.
187. Three-band tight-binding model for monolayers of group-VIB transition metal dichalcogenides / G.-B. Liu, W.-Y. Shan, Y. Yao, W. Yao, D. Xiao // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 88, issue 8. — P. 085433.
188. Quasiparticle band structures and optical properties of strained monolayer MoS₂ and WS₂ / H. Shi, H. Pan, Y.-W. Zhang, B. I. Yakobson // Phys. Rev. B. — 2013. — Т. 87, вып. 15. — С. 155304.
189. Robust optical emission polarization in MoS₂ monolayers through selective valley excitation / G. Sallen, L. Bouet, X. Marie, G. Wang, C. R. Zhu, W. P. Han, Y. Lu, P. H. Tan, T. Amand, B. L. Liu, B. Urbaszek // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 86, issue 8. — P. 081301.
190. Theory of strain in single-layer transition metal dichalcogenides / H. Rostami, R. Roldán, E. Cappelluti, R. Asgari, F. Guinea // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 92, issue 19. — P. 195402.
191. *Ab initio* tight-binding Hamiltonian for transition metal dichalcogenides / S. Fang, R. Kuate Defo, S. N. Shirodkar, S. Lieu, G. A. Tritsarlis, E. Kaxiras // Phys. Rev. B. — 2015. — Vol. 92, issue 20. — P. 205108.
192. Tight-binding model and direct-gap/indirect-gap transition in single-layer and multilayer MoS₂ / E. Cappelluti, R. Roldán, J. A. Silva-Guillén, P. Ordejón, F. Guinea // Phys. Rev. B. — 2013. — Vol. 88, issue 7. — P. 075409.
193. A tight-binding model for MoS₂ monolayers / E. Ridolfi, D. Le, T. S. Rahman, E. R. Mucciolo, C. H. Lewenkopf // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2015. — Vol. 27, no. 36. — P. 365501.
194. Valley Splitting and Polarization by the Zeeman Effect in Monolayer MoSe₂ / Y. Li, J. Ludwig, T. Low, A. Chernikov, X. Cui, G. Arefe, Y. D. Kim, A. M. van der Zande, A. Rigosi, H. M. Hill, S. H. Kim, J. Hone, Z. Li, D. Smirnov, T. F. Heinz // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 113, issue 26. — P. 266804.

195. Magneto-optics in transition metal diselenide monolayers / G. Wang, L. Bouet, M. M. Glazov, T. Amand, E. L. Ivchenko, E. Palleau, X. Marie, B. Urbaszek // 2D Materials. — 2015. — Vol. 2, no. 3. — P. 034002.
196. Valley Zeeman effect in elementary optical excitations of monolayer WSe₂ / A. Srivastava, M. Sidler, A. V. Allain, D. S. Lembke, A. Kis, A. Imamoglu // Nat. Phys. — 2015. — Vol. 11, no. 2. — P. 141–147.
197. Magnetic control of valley pseudospin in monolayer WSe₂ / G. Aivazian, Z. Gong, A. M. Jones, R.-L. Chu, J. Yan, D. G. Mandrus, C. Zhang, D. Cobden, W. Yao, X. Xu // Nat Phys. — 2015. — Vol. 11, no. 2. — P. 148–152.
198. Excitonic Linewidth Approaching the Homogeneous Limit in MoS₂-Based van der Waals Heterostructures / F. Cadiz, E. Courtade, C. Robert, G. Wang, Y. Shen, H. Cai, T. Taniguchi, K. Watanabe, H. Carrere, D. Lagarde, M. Manca, T. Amand, P. Renucci, S. Tongay, X. Marie, B. Urbaszek // Phys. Rev. X. — 2017. — Vol. 7, issue 2. — P. 021026.
199. Exciton g-factors in monolayer and bilayer WSe₂ from experiment and theory / J. Förste, N. V. Tepliakov, S. Y. Kruchinin, J. Lindlau, V. Funk, M. Förg, K. Watanabe, T. Taniguchi, A. S. Baimuratov, A. Högele // Nature Communications. — 2020. — Vol. 11, no. 1. — P. 4539.
200. *Deilmann T., Krüger P., Rohlfing M.* Ab Initio Studies of Exciton *g* Factors: Monolayer Transition Metal Dichalcogenides in Magnetic Fields // Phys. Rev. Lett. — 2020. — Vol. 124, issue 22. — P. 226402.
201. Exciton *g* factors of van der Waals heterostructures from first-principles calculations / T. Wozniak, P. E. Faria Junior, G. Seifert, A. Chaves, J. Kunstmann // Phys. Rev. B. — 2020. — Vol. 101, issue 23. — P. 235408.
202. *Xuan F., Quek S. Y.* Valley Zeeman effect and Landau levels in two-dimensional transition metal dichalcogenides // Phys. Rev. Res. — 2020. — Vol. 2, issue 3. — P. 033256.
203. *Земский В., Захарченя Б., Мирлин Д.* Поляризация горячей фотолюминесценции в полупроводниках типа GaAs // Письма в ЖЭТФ. — 1976. — Т. 24. — С. 96.
204. *Дымников В., Дьяконов М., Перель В.* Анизотропия импульсного распределения фотовозбужденных электронов и поляризация горячей люминесценции в полупроводниках // ЖЭТФ. — 1976. — Т. 12. — С. 2373.
205. Спектр и поляризация фотолюминесценции горячих электронов в полупроводниках / Б. П. Захарченя, Д. Н. Мирлин, В. И. Перель, И. И. Решина // Усп. физ. наук. — 1982. — Т. 136, № 3. — С. 459–499.
206. *Mirlin D.* Optical orientation / ed. by F. Meier, B. P. Zakharchenya. — North-Holland, Amsterdam, 1984. — Chap. IV.

207. Меркулов И., Перель В., Портной М. Выстраивание импульсов и ориентация спинов фотовозбужденных электронов в квантовых ямах // ЖЭТФ. — 1991. — Т. 99, № 4. — С. 1202.
208. Coherent Nonlinear Optical Response of Graphene / E. Hendry, P. J. Hale, J. Moger, A. K. Savchenko, S. A. Mikhailov // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Vol. 105, issue 9. — P. 097401.
209. Glazov M., Ganichev S. High frequency electric field induced nonlinear effects in graphene // Physics Reports. — 2014. — Vol. 535, no. 3. — P. 101–138.
210. Giant enhancement of third-harmonic generation in graphene-metal heterostructures / I. Alonso Calafell, L. A. Rozema, D. Alcaraz Iranzo, A. Trenti, P. K. Jenke, J. D. Cox, A. Kumar, H. Bieliaiev, S. Nanot, C. Peng, D. K. Efetov, J.-Y. Hong, J. Kong, D. R. Englund, F. J. Garcia de Abajo, F. H. L. Koppens, P. Walther // Nature Nanotechnology. — 2021. — Vol. 16, no. 3. — P. 318.
211. Photo-Thermoelectric Effect at a Graphene Interface Junction / X. Xu, N. M. Gabor, J. S. Alden, A. M. van der Zande, P. L. McEuen // Nano Letters. — 2010. — Vol. 10, no. 2. — P. 562–566.
212. Sensitive room-temperature terahertz detection via the photothermoelectric effect in graphene / X. Cai, A. B. Sushkov, R. J. Suess, M. M. Jadidi, G. S. Jenkins, L. O. Nyakiti, R. L. Myers-Ward, S. Li, J. Yan, D. K. Gaskill, T. E. Murphy, H. D. Drew, M. S. Fuhrer // Nature Nanotechnology. — 2014. — Vol. 9, no. 10. — P. 814–819.
213. Fast and Sensitive Terahertz Detection Using an Antenna-Integrated Graphene p - n Junction / S. Castilla, B. Terrés, M. Autore, L. Viti, J. Li, A. Y. Nikitin, I. Vangelidis, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Lidorikis, M. S. Vitiello, R. Hillenbrand, K.-J. Tielrooij, F. H. L. Koppens // Nano Letters. — 2019. — Vol. 19, no. 5. — P. 2765–2773.
214. Photoconductivity of biased graphene / M. Freitag, T. Low, F. Xia, P. Avouris // Nature Photonics. — 2013. — Vol. 7, no. 1. — P. 53–59.
215. Gate-controlled polarization-resolving mid-infrared detection at metal-graphene junctions / V. Semkin, D. Mylnikov, E. Titova, S. Zhukov, D. Svintsov // Applied Physics Letters. — 2022. — Vol. 120, no. 19. — P. 191107.
216. Graphene field-effect transistors as room-temperature terahertz detectors / L. Vicarelli, M. S. Vitiello, D. Coquillat, A. Lombardo, A. C. Ferrari, W. Knap, M. Polini, V. Pellegrini, A. Tredicucci // Nature Materials. — 2012. — Vol. 11, no. 10. — P. 865–871.
217. Plasmonic and bolometric terahertz detection by graphene field-effect transistor / A. V. Muraviev, S. L. Rumyantsev, G. Liu, A. A. Balandin, W. Knap, M. S. Shur // Applied Physics Letters. — 2013. — Vol. 103, no. 18. — P. 181114.

218. Resonant terahertz detection using graphene plasmons / D. A. Bandurin, D. Svinsov, I. Gayduchenko, S. G. Xu, A. Principi, M. Moskotin, I. Tretyakov, D. Yagodkin, S. Zhukov, T. Taniguchi, K. Watanabe, I. V. Grigorieva, M. Polini, G. N. Goltsman, A. K. Geim, G. Fedorov // *Nature Communications*. — 2018. — Vol. 9, no. 1. — P. 5392.
219. *Tarasenko S. A.* Direct current driven by ac electric field in quantum wells // *Phys. Rev. B*. — 2011. — Vol. 83, issue 3. — P. 035313.
220. Magnetic quantum ratchet effect in graphene / C. Drexler, S. A. Tarasenko, P. Olbrich, J. Karch, M. Hirmer, F. Müller, M. Gmitra, J. Fabian, R. Yakimova, S. Lara-Avila, S. Kubatkin, M. Wang, R. Vajtai, P. M. Ajayan, J. Kono, S. D. Ganichev // *Nature Nanotechnology*. — 2013. — Vol. 8, no. 2. — P. 104–107.
221. *Kheirabadi N., McCann E., Fal'ko V. I.* Cyclotron resonance of the magnetic ratchet effect and second harmonic generation in bilayer graphene // *Phys. Rev. B*. — 2018. — Vol. 97, issue 7. — P. 075415.
222. *Fateev D. V., Mashinsky K. V., Popov V. V.* Terahertz plasmonic rectification in a spatially periodic graphene // *Applied Physics Letters*. — 2017. — Vol. 110, no. 6. — P. 061106.
223. *Lyanda-Geller Y. B., Li S., Andreev A. V.* Polarization-dependent photocurrents in polar stacks of van der Waals solids // *Phys. Rev. B*. — 2015. — Vol. 92, issue 24. — P. 241406.
224. Symmetry regimes for circular photocurrents in monolayer MoSe₂ / J. Quereda, T. S. Ghiasi, J.-S. You, J. van den Brink, B. J. van Wees, C. H. van der Wal // *Nature Communications*. — 2018. — Vol. 9, no. 1. — P. 3346.
225. Giant intrinsic photoresponse in pristine graphene / Q. Ma, C. H. Lui, J. C. W. Song, Y. Lin, J. F. Kong, Y. Cao, T. H. Dinh, N. L. Nair, W. Fang, K. Watanabe, T. Taniguchi, S.-Y. Xu, J. Kong, T. Palacios, N. Gedik, N. M. Gabor, P. Jarillo-Herrero // *Nature Nanotechnology*. — 2019. — Vol. 14, no. 2. — P. 145–150.
226. Ratchet effect in spatially modulated bilayer graphene: Signature of hydrodynamic transport / E. Mönch, S. O. Potashin, K. Lindner, I. Yahniuk, L. E. Golub, V. Y. Kachorovskii, V. V. Bel'kov, R. Huber, K. Watanabe, T. Taniguchi, J. Eroms, D. Weiss, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. B*. — 2022. — Vol. 105, issue 4. — P. 045404.
227. Second harmonic generation in 2D layered materials / J. Zhang, W. Zhao, P. Yu, G. Yang, Z. Liu // *2D Materials*. — 2020. — Vol. 7, no. 4. — P. 042002.
228. *Dean J. J., Driiel H. M. van.* Second harmonic generation from graphene and graphitic films // *Applied Physics Letters*. — 2009. — Vol. 95, no. 26. — P. 261910.
229. *Glazov M. M.* Second harmonic generation in graphene // *JETP Letters*. — 2011. — Vol. 93, no. 7. — P. 366–371.

230. *Mikhailov S. A.* Theory of the giant plasmon-enhanced second-harmonic generation in graphene and semiconductor two-dimensional electron systems // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Vol. 84, issue 4. — P. 045432.
231. *Wang Y., Tokman M., Belyanin A.* Second-order nonlinear optical response of graphene // *Phys. Rev. B.* — 2016. — Vol. 94, issue 19. — P. 195442.
232. Doping-Induced Second-Harmonic Generation in Centrosymmetric Graphene from Quadrupole Response / *Y. Zhang, D. Huang, Y. Shan, T. Jiang, Z. Zhang, K. Liu, L. Shi, J. Cheng, J. E. Sipe, W.-T. Liu, S. Wu* // *Phys. Rev. Lett.* — 2019. — Vol. 122, issue 4. — P. 047401.
233. Second harmonic generation in multilayer graphene induced by direct electric current / *A. Y. Bykov, T. V. Murzina, M. G. Rybin, E. D. Obraztsova* // *Phys. Rev. B.* — 2012. — Vol. 85, issue 12. — P. 121413.
234. *Golub L. E., Tarasenko S. A.* Valley polarization induced second harmonic generation in graphene // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Vol. 90, issue 20. — P. 201402.
235. Probing of valley polarization in graphene via optical second-harmonic generation / *T. O. Wehling, A. Huber, A. I. Lichtenstein, M. I. Katsnelson* // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 91, issue 4. — P. 041404.
236. Measuring Valley Polarization in Two-Dimensional Materials with Second-Harmonic Spectroscopy / *Y. W. Ho, H. G. Rosa, I. Verzhbitskiy, M. J. L. F. Rodrigues, T. Taniguchi, K. Watanabe, G. Eda, V. M. Pereira, J. Viana-Gomes* // *ACS Photonics.* — 2020. — Vol. 7, no. 4. — P. 925–931.
237. Giant Enhancement of the Optical Second-Harmonic Emission of WSe₂ Monolayers by Laser Excitation at Exciton Resonances / *G. Wang, X. Marie, I. Gerber, T. Amand, D. Lagarde, L. Bouet, M. Vidal, A. Balocchi, B. Urbaszek* // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 114, issue 9. — P. 097403.
238. *Gunyaga A. A., Durnev M. V., Tarasenko S. A.* Photocurrents induced by structured light // *Phys. Rev. B.* — 2023. — Vol. 108, issue 11. — P. 115402.
239. Probing structural inhomogeneity of graphene layers via nonlinear optical scattering / *A. Y. Bykov, P. S. Rusakov, E. D. Obraztsova, T. V. Murzina* // *Opt. Lett.* — 2013. — Vol. 38, no. 22. — P. 4589–4592.
240. Probing Symmetry Properties of Few-Layer MoS₂ and h-BN by Optical Second-Harmonic Generation / *Y. Li, Y. Rao, K. F. Mak, Y. You, S. Wang, C. R. Dean, T. F. Heinz* // *Nano Letters.* — 2013. — Vol. 13, no. 7. — P. 3329–3333.
241. *Mennel L., Paur M., Mueller T.* Second harmonic generation in strained transition metal dichalcogenide monolayers: MoS₂, MoSe₂, WS₂, and WSe₂ // *APL Photonics.* — 2018. — Vol. 4, no. 3. — P. 034404.

242. Direct Observation of Incommensurate–Commensurate Transition in Graphene-hBN Heterostructures via Optical Second Harmonic Generation / E. A. Stepanov, S. V. Semin, C. R. Woods, M. Vandelli, A. V. Kimel, K. S. Novoselov, M. I. Katsnelson // *ACS Applied Materials & Interfaces*. — 2020. — Vol. 12, no. 24. — P. 27758–27764.
243. Nonlinear intensity dependence of edge photocurrents in graphene induced by terahertz radiation / S. Candussio, L. E. Golub, S. Bernreuter, T. Jötten, T. Rockinger, K. Watanabe, T. Taniguchi, J. Eroms, D. Weiss, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. B*. — 2021. — Vol. 104, issue 15. — P. 155404.
244. Edge Nonlinear Optics on a MoS₂ Atomic Monolayer / X. Yin, Z. Ye, D. A. Chenet, Y. Ye, K. O’Brien, J. C. Hone, X. Zhang // *Science*. — 2014. — Vol. 344, no. 6183. — P. 488–490.
245. Edge effects in second-harmonic generation in nanoscale layers of transition-metal dichalcogenides / E. D. Mishina, N. E. Sherstyuk, A. P. Shestakova, S. D. Lavrov, S. V. Semin, A. S. Sigov, A. Mitioglu, S. Anghel, L. Kulyuk // *Semiconductors*. — 2015. — Vol. 49, no. 6. — P. 791–796.
246. *Jha S. S.* Theory of Optical Harmonic Generation at a Metal Surface // *Phys. Rev.* — 1965. — Vol. 140, 6A. — A2020–A2030.
247. Optical Second-Harmonic Generation in Reflection from Media with Inversion Symmetry / N. Bloembergen, R. K. Chang, S. S. Jha, C. H. Lee // *Phys. Rev.* — 1968. — Vol. 174, issue 3. — P. 813–822.
248. *Rudnick J., Stern E. A.* Second-Harmonic Radiation from Metal Surfaces // *Phys. Rev. B*. — 1971. — Vol. 4, issue 12. — P. 4274–4290.
249. Analysis of second-harmonic generation at metal surfaces / J. E. Sipe, V. C. Y. So, M. Fukui, G. I. Stegeman // *Phys. Rev. B*. — 1980. — Vol. 21, issue 10. — P. 4389–4402.
250. Surface and bulk contributions to the second-order nonlinear optical response of a gold film / F. X. Wang, F. J. Rodriguez, W. M. Albers, R. Ahorinta, J. E. Sipe, M. Kauranen // *Phys. Rev. B*. — 2009. — Vol. 80, issue 23. — P. 233402.
251. Second harmonic generation hotspot on a centrosymmetric smooth silver surface / M. Galanty, O. Shavit, A. Weissman, H. Aharon, D. Gachet, E. Segal, A. Salomon // *Light: Science and Applications*. — 2018. — Vol. 7, no. 1. — P. 49.
252. Optical second harmonic generation from LaAlO₃/SrTiO₃ interfaces with different in-plane anisotropies / A. Rubano, M. Scigaj, F. Sanchez, G. Herranz, D. Paparo // *Journal of Physics: Condensed Matter*. — 2019. — Vol. 32, no. 13. — P. 135001.

253. Mapping Electrochemical Heterogeneity at Gold Surfaces: A Second Harmonic Imaging Study / I. Nahalka, G. Zwaschka, R. K. Campen, A. Marchioro, S. Roke // *The Journal of Physical Chemistry C*. — 2020. — Vol. 124, no. 37. — P. 20021–20034.
254. Волков В. А., Михайлов С. А. Краевые магнетоплазмоны: низкочастотные слабозатухающие возбуждения в неоднородных двумерных электронных системах // *ЖЭТФ*. — 1988. — Т. 94. — С. 217.
255. Дьяконов М. И., Фурман А. Релаксация заряда в анизотропной среде и в средах с низкой размерностью // *ЖЭТФ*. — 1987. — Т. 92. — С. 1012.
256. Mikhailov S. A., Savostianova N. A. Microwave response of a two-dimensional electron stripe // *Phys. Rev. B*. — 2005. — Vol. 71, issue 3. — P. 035320.
257. Observation of Retardation Effects in the Spectrum of Two-Dimensional Plasmons / I. V. Kukushkin, J. H. Smet, S. A. Mikhailov, D. V. Kulakovskii, K. von Klitzing, W. Wegscheider // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Vol. 90, issue 15. — P. 156801.
258. Zagorodnev I. V., Rodionov D. A., Zabolotnykh A. A. Effect of retardation on the frequency and linewidth of plasma resonances in a two-dimensional disk of electron gas // *Phys. Rev. B*. — 2021. — Vol. 103, issue 19. — P. 195431.
259. Budkin G. V., Tarasenko S. A. Ratchet transport of a two-dimensional electron gas at cyclotron resonance // *Phys. Rev. B*. — 2016. — Vol. 93, issue 7. — P. 075306.
260. Ландау Л., Лифшиц Е. Теоретическая физика: учеб. пособие в 10 т. Т. II. Теория поля. — М.: Наука, 1988.
261. Zabolotnykh A. A., Volkov V. A. Interaction of gated and ungated plasmons in two-dimensional electron systems // *Phys. Rev. B*. — 2019. — Vol. 99, issue 16. — P. 165304.
262. Бломберген Н. Нелинейная оптика. — Мир, Москва, 1966.
263. Энтин М. В. Теория когерентного фотогальванического эффекта // *ФТП*. — 1989. — Т. 23. — С. 1066.
264. Oka T., Aoki H. Photovoltaic Hall effect in graphene // *Phys. Rev. B*. — 2009. — Vol. 79, issue 8. — P. 081406.
265. Spin physics in semiconductors / ed. by M. I. Dyakonov. — Springer-Verlag: Berlin, Heidelberg, 2008.
266. The valley Hall effect in MoS₂ transistors / K. F. Mak, K. L. McGill, J. Park, P. L. McEuen // *Science*. — 2014. — Vol. 344, no. 6191. — P. 1489–1492.
267. Glazov M. M., Golub L. E. Valley Hall effect caused by the phonon and photon drag // *Phys. Rev. B*. — 2020. — Vol. 102, issue 15. — P. 155302.

268. *Vakulchuk I., Kovalev V. M., Savenko I. G.* Nonequilibrium theory of the photoinduced valley Hall effect // *Phys. Rev. B.* — 2021. — Vol. 103, issue 3. — P. 035434.
269. *Гальперн Ю. С., Коган Ш. М.* Анизотропные фотоэлектрические эффекты // *ЖЭТФ.* — 1969. — Т. 56. — С. 355.
270. *Белиничер В. И., Новиков В. Н.* Неравновесная фотопроводимость и влияние внешних полей на поверхностный фотогальванический эффект // *ФТП.* — 1981. — Т. 15. — С. 1957.
271. *Караман М. И., Мушинский В. П., Шмелев Г. М.* Обнаружение поперечной фотоэдс, зависящей от поляризации возбуждающего света // *ЖТФ.* — 1983. — Т. 53. — С. 1198.
272. Анизотропная фотопроводимость в сегнетоэлектриках / С. Х. Эсаян, Е. Л. Ивченко, В. В. Леманов, А. Ю. Максимов // *Письма в ЖЭТФ.* — 1984. — Т. 40. — С. 462.
273. *Завьялов Д. В., Крючков С. В., Тюлькина Т. А.* Численное моделирование эффекта выпрямления тока, индуцированного электромагнитной волной в графене // *ФТП.* — 2010. — Т. 44. — С. 910.
274. *Trushin M., Schliemann J.* Anisotropic photoconductivity in graphene // *EPL (Europhysics Letters).* — 2011. — Vol. 96, no. 3. — P. 37006.
275. Microscopic theory for the light-induced anomalous Hall effect in graphene / S. A. Sato, J. W. McIver, M. Nuske, P. Tang, G. Jotzu, B. Schulte, H. Hübener, U. De Giovannini, L. Mathey, M. A. Sentef, A. Cavalleri, A. Rubio // *Phys. Rev. B.* — 2019. — Vol. 99, issue 21. — P. 214302.
276. *Nguyen P. X., Tse W.-K.* Photoinduced anomalous Hall effect in two-dimensional transition metal dichalcogenides // *Phys. Rev. B.* — 2021. — Vol. 103, issue 12. — P. 125420.
277. Riemannian geometry of resonant optical responses / J. Ahn, G.-Y. Guo, N. Nagaosa, A. Vishwanath // *Nature Physics.* — 2021. — Vol. 18. — P. 290.
278. Observation of the photoinduced anomalous Hall effect in GaN-based heterostructures / C. M. Yin, N. Tang, S. Zhang, J. X. Duan, F. J. Xu, J. Song, F. H. Mei, X. Q. Wang, B. Shen, Y. H. Chen, J. L. Yu, H. Ma // *Applied Physics Letters.* — 2011. — Vol. 98, no. 12. — P. 122104.
279. In-plane anisotropy of the photon-helicity induced linear Hall effect in few-layer WTe₂ / P. Seifert, F. Sigger, J. Kiemle, K. Watanabe, T. Taniguchi, C. Kastl, U. Wurstbauer, A. Holleitner // *Phys. Rev. B.* — 2019. — Vol. 99, issue 16. — P. 161403.
280. Light-induced anomalous Hall effect in graphene / J. W. McIver, B. Schulte, F. U. Stein, T. Matsuyama, G. Jotzu, G. Meier, A. Cavalleri // *Nature Physics.* — 2020. — Vol. 16, no. 1. — P. 38–41.

281. Terahertz radiation induced circular Hall effect in graphene / S. Candussio, S. Bernreuter, T. Rockinger, K. Watanabe, T. Taniguchi, J. Eroms, I. A. Dmitriev, D. Weiss, S. D. Ganichev // *Phys. Rev. B.* — 2022. — Vol. 105, issue 15. — P. 155416.
282. Transport properties of a two-dimensional electron gas dressed by light / S. Morina, O. V. Kibis, A. A. Pervishko, I. A. Shelykh // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 91, issue 15. — P. 155312.
283. Valley Hall transport of photon-dressed quasiparticles in two-dimensional Dirac semiconductors / V. M. Kovalev, W.-K. Tse, M. V. Fistul, I. G. Savenko // *New Journal of Physics.* — 2018. — Vol. 20, no. 8. — P. 083007.
284. Giant specular inverse Faraday effect in $\text{Cd}_{0.6}\text{Mn}_{0.4}\text{Te}$ / N. Zheludev, M. Brummell, R. Harley, A. Malinowski, S. Popov, D. Ashenford, B. Lunn // *Solid State Communications.* — 1994. — Vol. 89, no. 10. — P. 823–825.
285. Observation of the Spin Hall Effect in Semiconductors / Y. K. Kato, R. C. Myers, A. C. Gossard, D. D. Awschalom // *Science.* — 2004. — Vol. 306, no. 5703. — P. 1910–1913.
286. *Crooker S. A., Smith D. L.* Imaging Spin Flows in Semiconductors Subject to Electric, Magnetic, and Strain Fields // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 94, issue 23. — P. 236601.
287. Mode Locking of Electron Spin Coherences in Singly Charged Quantum Dots / A. Greilich, D. R. Yakovlev, A. Shabaev, A. L. Efros, I. A. Yugova, R. Oulton, V. Stavarache, D. Reuter, A. Wieck, M. Bayer // *Science.* — 2006. — Vol. 313, no. 5785. — P. 341–345.
288. Effect of pump-probe detuning on the Faraday rotation and ellipticity signals of mode-locked spins in (In,Ga)As/GaAs quantum dots / M. M. Glazov, I. A. Yugova, S. Spatzek, A. Schwan, S. Varwig, D. R. Yakovlev, D. Reuter, A. D. Wieck, M. Bayer // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 82, issue 15. — P. 155325.
289. *Глазов М. М.* Когерентная спиновая динамика электронов и экситонов в наноструктурах // *ФТТ.* — 2012. — Т. 54. — С. 3.
290. Persistent spin helix manipulation by optical doping of a CdTe quantum well / F. Passmann, S. Anghel, T. Tischler, A. V. Poshakinskiy, S. A. Tarasenko, G. Karczewski, T. Wojtowicz, A. D. Bristow, M. Betz // *Phys. Rev. B.* — 2018. — Vol. 97, issue 20. — P. 201413.
291. *Cheng O. H.-C., Son D. H., Sheldon M.* Light-induced magnetism in plasmonic gold nanoparticles // *Nature Photonics.* — 2020. — Vol. 14, no. 6. — P. 365–368.
292. *Аронов А., Ивченко Е.* Дихроизм и оптическая анизотропия в среде с ориентированными спинами свободных электронов // *ФТТ.* — 1973. — Т. 15. — С. 231.

293. *Svirko Y. P., Zheludev N. I.* Coherent and incoherent pump-probe specular inverse Faraday effect in media with instantaneous nonlinearity // *J. Opt. Soc. Am. B.* — 1994. — Vol. 11, no. 8. — P. 1388–1393.
294. Pump-probe Faraday rotation and ellipticity in an ensemble of singly charged quantum dots / *I. A. Yugova, M. M. Glazov, E. L. Ivchenko, A. L. Efros* // *Phys. Rev. B.* — 2009. — Vol. 80, issue 10. — P. 104436.
295. *Путаевский Л.* Электрические силы в прозрачной среде с дисперсией // *ЖЭТФ.* — 1960. — Т. 39, № 5. — С. 1450.
296. *Ziel J. P. van der, Pershan P. S., Malmstrom L. D.* Optically-Induced Magnetization Resulting from the Inverse Faraday Effect // *Phys. Rev. Lett.* — 1965. — Vol. 15, issue 5. — P. 190–193.
297. *Hertel R.* Theory of the inverse Faraday effect in metals // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials.* — 2006. — Vol. 303, no. 1. — P. L1–L4.
298. *Potashin S. O., Kachorovskii V. Y., Shur M. S.* Hydrodynamic inverse Faraday effect in a two-dimensional electron liquid // *Phys. Rev. B.* — 2020. — Vol. 102, issue 8. — P. 085402.
299. Inverse Faraday Effect for Superconducting Condensates / *S. V. Mironov, A. S. Mel'nikov, I. D. Tokman, V. Vadimov, B. Lounis, A. I. Buzdin* // *Phys. Rev. Lett.* — 2021. — Vol. 126, issue 13. — P. 137002.
300. *Chiu K., Lee T., Quinn J.* Infrared magneto-transmittance of a two-dimensional electron gas // *Surf. Sci.* — 1976. — Vol. 58, no. 1. — P. 182–184.
301. *Palik E. D., Furdyna J. K.* Infrared and microwave magnetoplasma effects in semiconductors // *Reports on Progress in Physics.* — 1970. — Vol. 33, no. 3. — P. 1193–1322.
302. *O'Connell R. F., Wallace G.* Ellipticity and Faraday rotation due to a two-dimensional electron gas in a metal-oxide-semiconductor system // *Phys. Rev. B.* — 1982. — Vol. 26, issue 4. — P. 2231–2234.
303. Spin coherence of a two-dimensional electron gas induced by resonant excitation of trions and excitons in CdTe/(Cd,Mg)Te quantum wells / *E. A. Zhukov, D. R. Yakovlev, M. Bayer, M. M. Glazov, E. L. Ivchenko, G. Karczewski, T. Wojtowicz, J. Kossut* // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 76, issue 20. — P. 205310.
304. Strong transient magnetic fields induced by THz-driven plasmons in graphene disks / *J. W. Han, P. Sai, D. B. But, E. Uykur, S. Winnerl, G. Kumar, M. L. Chin, R. L. Myers-Ward, M. T. Dejarld, K. M. Daniels, T. E. Murphy, W. Knap, M. Mittendorff* // *Nature Communications.* — 2023. — Vol. 14, no. 1. — P. 7493.