

УТВЕРЖДАЮ:
Проректор по научной работе СПбПУ
Ю.В. Фомин

«14» октября 2024 г.

Отзыв

ведущей организации Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого на диссертацию Гарбузова Федора Евгеньевича на тему «Моделирование нелинейных волн и солитонов деформации в упругих и вязкоупругих телах», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.8 - «Физика конденсированного состояния»

Актуальность темы. Изучение волн деформации в нелинейно-упругих средах и элементах конструкций представляет интерес как с фундаментальной точки зрения, так и для практических приложений, таких как задачи неразрушающего контроля. Существующие методы неразрушающего контроля часто основываются на линейных моделях материалов. В тоже время учет различных нелинейных эффектов позволяет значительно расширить объем получаемой информации об исследуемом объекте. Особое значение среди нелинейных эффектов занимают солитоны деформации — уединенные волны, устойчивость которых обусловлена балансом между нелинейными характеристиками среды и дисперсией. Применение солитонов деформации для поиска внутренних повреждений элементов конструкций является предметом продолжающихся исследований.

Реальные материалы, в особенности мягкие, например полимеры или биологические ткани, помимо нелинейного закона упругости обладают значительной вязкоупругостью. В существующих теоретических исследованиях солитонов деформации зачастую не учитываются эффекты вязкоупругой диссипации или используются наиболее простые линейные модели для ее описания. Построение теории, учитывающей нелинейные вязкоупругие эффекты, и ее применение для описания волн деформации представляет собой важную задачу в свете последних экспериментальных данных, показавших наличие сильной нелинейности в вязкоупругих характеристиках ряда материалов.

В **Главе 1** проведен обзор литературы, в рамках которого рассмотрены основные работы, связанные с открытием и описанием в различных физических системах особого класса устойчивых волн — солитонов. Особое внимание уделено объемным солитонам в упругих волноводах и их потенциальному применению в задачах неразрушающего контроля. В завершение главы приведён обзор работ, посвящённых применению других нелинейных эффектов в задачах неразрушающего контроля, например генерации высших гармоник.

Глава 2 посвящена моделированию волн конечной амплитуды в абсолютно упругих волноводах. Опираясь на имеющиеся работы о волнах в линейно-упругих волноводах конечной толщины, уточнены дисперсионные члены в нелинейной модели для продольных волн деформации малой амплитуды в стержне круглого сечения. Полученная модель распространена на случай умеренных амплитуд деформации, при которых существенный вклад в упругие силы вносят не только линейные члены и квадратичные поправки по деформации, но и кубические. Показано соответствие между точными солитонными решениями асимптотических одномерных моделей и результатами трехмерного численного моделирования.

Глава 3 посвящена различным аспектам распространения волн в вязкоупругих волноводах. Во-первых, проведено численное моделирование зарождения длинной уединенной волны в результате кратковременного воздействия на торец нелинейно-упругого полимерного стержня. При этом согласие с результатами экспериментального исследования этого процесса удалось добиться лишь при учете вязких характеристик материала волновода. Во-вторых, автором построена модель нелинейного вязкоупругого тела в режиме малых, но конечных деформаций, позволяющая описать частотную зависимость нелинейных эффектов. Мотивацией данной работы послужили результаты недавних экспериментальных исследований, показавших сильную частотную зависимость акустоупругого эффекта в некоторых типах полистирола, и представленная автором модель позволила описать эту зависимость. Кроме того, в рамках данной модели рассмотрена генерация высшей гармоники при нелинейном взаимодействии волн на разных частотах.

В **главе 4** приведено описание многодоменного псевдоспектрального метода, применявшегося для трёхмерного численного моделирования волн деформации в данном диссертационном исследовании. На примере модельной задачи продемонстрирована возможность оптимизации времени вычислений для заданной точности за счёт разбиения области задачи на домены.

В диссертации получены новые фундаментальные научные результаты, способствующие развитию методов решения задач физики конденсированного состояния.

Автореферат диссертации **соответствует ее содержанию**, отражает актуальность темы исследования, ее цели и задачи, научную новизну, практическую значимость, обоснованность и достоверность научных положений, результатов и выводов, сформулированных в диссертации.

Научную новизну работы представляют следующие результаты, выносимые на защиту:

1. В рамках асимптотического анализа уравнений нелинейной теории упругости уточнены дисперсионные члены в уравнении типа Буссинеска, описывающем распространение длинных продольных волн малой, но конечной амплитуды в стержнях.
2. Показано, что в режиме средних амплитуд волны деформации описываются расширенным уравнением Кортевега–де Фриза, учитывающим нелинейные и дисперсионные эффекты следующего порядка. В случае, если упругие модули третьего или четвертого порядка существенно превышают упругие модули второго порядка, то кубически-нелинейный эффект оказывается наиболее существенным среди эффектов следующего порядка, а волны деформации асимптотически описываются уравнением Гарднера.
3. В рамках формализма внутренних (скрытых) переменных и много-интегрального подхода Грина-Ривлина построена новая квадратично-нелинейная модель вязкоупругого материала. С помощью этой модели получена частотная зависимость упругих модулей третьего порядка в нелинейном вязкоупругом материале. Полученные зависимости позволяют описать сильную частотную зависимость акустоупругого эффекта в полистироле, наблюдавшуюся экспериментально.
4. Показано, что в общем случае упругие модули третьего порядка являются функциями двух частот, поэтому наиболее полным образом их частотная зависимость проявляется при нелинейном взаимодействии двух волн на разных частотах. Продемонстрировано, что амплитуда генерируемой гармоники на суммарной частоте предоставляет достаточно информации для определения частотно-зависимых упругих модулей третьего порядка.

Достоверность и обоснованность результатов и выводов. Представленные в диссертации результаты изложены в 6 научных статьях и 2 расширенных тезисах, индексируемых базами данных Web of Science и Scopus. Полученные в работе результаты обладают высокой степенью достоверности благодаря согласию между асимптотическими аналитическими моделями, полным трехмерным численным моделированием и приведенными в литературе экспериментальными данными.

Научная и практическая значимость. Полученные в работе результаты дополняют и уточняют теорию нелинейных волн деформации в упругих телах, на основе которой, в частности, создаются новые и модифицируются существующие методы поиска внутренних повреждений элементов конструкций. В работе уточнена модель солитонов деформации малой амплитуды в нелинейно-упругих волноводах и проведено ее обобщение на случай средних амплитуд. Проведенное численное моделирование позволило установить связь между теоретическими исследованиями солитонов деформации и имеющимися экспериментальными данными об их формировании. Представленная модель нелинейного вязкоупругого тела позволяет описать частотную зависимость различных нелинейных волновых эффектов и учесть нелинейность затухания волн. Разработанный численный метод решения полных трехмерных уравнений нелинейной теории вязкоупругости позволяет эффективно моделировать волны деформации в телах со сложным законом упругости, не прибегая к упрощенным моделям.

Теоретическая и практическая значимость работы, рекомендации по использованию результатов. Результаты, полученные в работе, представляют ценность как для фундаментального изучения волн деформации в нелинейно-упругих телах, так и для практического применения в области неразрушающего контроля материалов. В главе 2 уточнена модель солитонов деформации малой амплитуды в нелинейно-упругих волноводах, а также расширена её применимость до средних амплитуд. В главе 3 теоретические исследования солитонов деформации сопоставлены с экспериментальными данными об их формировании, что открывает путь к более общему описанию частотной зависимости различных нелинейных волновых эффектов. В главе 4 разработан численный метод решения полных трехмерных уравнений нелинейной теории вязкоупругости. Этот метод позволяет эффективно моделировать волны деформации в телах со сложным законом упругости, обходясь без упрощённых подходов.

Результаты работ могут быть использованы в научно-исследовательской деятельности ИПМаш РАН, ИГ СО РАН, ИПМех РАН, ИПФ РАН, ИТПМ СО РАН, МГУ им. М.В. Ломоносова, ПОМИ РАН, СПбПУ, СПбГУ, ФИЦ ХФ РАН, ФТИ им. А.Ф. Иоффе и других организаций, занимающихся изучением волновых процессов в упругих и вязкоупругих средах.

Апробация работы. Результаты исследований докладывались автором на различных конференциях и научных школах: ФизикА.СПб (Санкт-Петербург, 2016 и 2017 гг.), Нелинейные волны–2018 (Нижний Новгород, 2018 г.), Days on diffraction (Санкт-Петербург, 2018 и 2021 гг.), Solitons, collapses and turbulence (Ярославль, 2019 г.), International conference of numerical analysis and applied mathematics (Родос, 2021 г.), Нелинейные дни в

Саратове (Саратов, 2023 г.), а также на теоретических семинарах ФТИ им. А.Ф. Иоффе, университета Nottingham Trent и ИПМаш РАН.

Замечания по диссертационной работе. Несмотря на общее положительное впечатление от работы, имеются следующие вопросы и замечания:

1. Из текста диссертации неясно, проверялась ли материальная объективность полученных определяющих соотношений для вязкоупругого материала.
2. В работе следовало бы пояснить, почему дисперсионное соотношение, соответствующее уравнению (2.46), имеет две ветки, а точное дисперсионное соотношение – три (см. рис. 2.2). Также неясно, из каких соображений выбирался диапазон волновых чисел, показанный на рис. 2.2.
3. В параграфе 2.2.6 следовало бы привести значения параметров (шага по времени, размера сетки и др.), использованных для получения численного решения.
4. На Рис. 3.5 изображены деформации стержня, рассчитанные с использованием одномерной и трехмерной моделей с трением и без. В чем причина существенного различия результатов вблизи конца стержня?
5. В заключении к главе 3 утверждается, что “В разделе 3.3 представлена наиболее общая модель, описывающая малые, но конечные деформации в нелинейном вязкоупругом теле.” Данное утверждение следовало бы либо смягчить либо привести его строгое доказательство.
6. В главе 4 демонстрируется сходимости решения задачи при измельчении пространственной сетке, но при этом за кадром остается сходимости по временному шагу. Из текста неясно, зависела ли величина временного шага от размера сетки?
7. В главе 4 используется известный численный метод, описанный в монографиях [143, 144]. В чем заключается новизна результатов, полученных в данной главе?

Заключение

Диссертация Гарбузова Федора Евгеньевича «Моделирование нелинейных волн и солитонов деформации в упругих и вязкоупругих телах» представляет собой самостоятельное законченное исследование, отвечает всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.8 - «Физика конденсированного состояния» согласно Положению о присуждении ученых степеней в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, а ее автор Гарбузов Федор Евгеньевич заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Доклад Гарбузова Федора Евгеньевича по материалам диссертации был заслушан и обсужден на семинаре высшей школы теоретической механики и математической физики (протокол от 02.10.2024 г.) в присутствии 11 человек, включая 5 докторов физико-математических наук. На все вопросы, возникшие во время обсуждения, были получены ответы.

Отзыв составлен

Профессор Высшей школы теоретической механики и
математической физики, д.ф.-м.н.

Кузькин Виталий
Андреевич

Председатель заседания:

Доцент Высшей школы теоретической механики и
математической физики, к.ф.-м.н.

Лобода Ольга
Сергеевна

Подпись сотрудников заверяю

Сведения о ведущей организации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», 195251, Санкт-
Петербург, ул. Политехническая, д. 29

Тел.: +7 (812) 775-05-30

e-mail: office@spbstu.ru