СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ МНОГОСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МОДУЛЕЙ

I. Внешний отвод тепла

Дударев Ю.И.

Кубанский государственный университет

E-mail: student171@mail.ru

Рассмотрим стационарный режим работы многослойного термоэлектрического модуля с внутренним отводом тепла. В этом случае математическая модель теплопереноса имеет вид:

$$\frac{1}{z}\frac{\partial}{\partial z}\left(z\ae(z)\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial z}\right)+\ae(z)\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial z}=0 \qquad (1)$$

$$+\ae_{мх}\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial z}=\beta\left[\mathcal{U}-R_x\left(Q\left(1-\frac{W}{Q_{общ}}\right)+D_x+\frac{D}{2}\right)\right],\quad z=R_1 \qquad (2)$$

$$+\ae_{мх}\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial z}=Q+D_г+\frac{D}{2}-j\alpha\left(\mathcal{U}+T_{cp}\right),\quad z=R_2 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial z}=0,\ Z=0\quad \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial z}=j\mathcal{U},\qquad z=L \qquad (4)$$

$$J=\frac{\beta}{\ae_{л}},\qquad \boldsymbol{\mathcal{U}}=T-T_{cp} \qquad (5)$$

Эту задачу можно приближенно рассмотреть как перенос тепла, в многослойном бесконечном цилиндре, который пересекается бесконечной пластиной с усредненным коэффициентом теплопроводности $\bar{\ae}$.

Вводя подстановку Кирхгофа в цилиндре $\xi=\int\frac{\partial r}{\ae(r)}$ и представляя решение $\boldsymbol{\mathcal{U}}$ как $\boldsymbol{\mathcal{U}}=\boldsymbol{\mathcal{U}}_1(\xi)\boldsymbol{\mathcal{U}}_2(Z)$, получим, при слабой зависимости □$(\xi(r))$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{U}_1}{\partial \xi^2}+\frac{1}{\xi}\frac{d\mathcal{U}_1}{d\xi}=0 \qquad (6)$$

$$+\frac{\ae_{мх}}{\bar{\ae}}\frac{\partial \mathcal{U}_1}{\partial \xi}=\beta\left[\mathcal{U}_1-R_x\left(Q\left(1-\frac{W}{Q_{общ}}\right)+D_x+\frac{D}{2}\right)\right],\qquad \xi=\xi(R_1) \qquad (7)$$

$$+\frac{\ae_{мг}}{\bar{\ae}}\frac{\partial \mathcal{U}_1}{\partial \xi}=Q+D_г+\frac{D}{2}-j\alpha\left(\mathcal{U}_1+T_{cp}\right),\qquad \xi=\xi(R_2) \qquad (8)$$

Решение этой задачи приведено в [1]
Получаем:

$$\mathcal{U}_1(\xi)=\frac{\xi(R_1)\beta R_x\left(Q\left(1-\frac{W}{Q_{общ}}\right)+D_x+\frac{D}{2}\right)\left[\frac{\ae_{мх}}{\bar{\ae}}-\xi(R_2)(j\alpha)\ell_n\frac{\xi(z)}{\xi(R_2)}\right]}{\xi(R_1)\beta\frac{\ae_{мг}}{\bar{\ae}_м}+\xi(R_2)\frac{\ae_{м}}{\bar{\ae}}j\alpha+\xi(R_1)\xi(R_2)\beta j\alpha\ell_n\frac{\xi(R_2)}{\xi(R_1)}}+$$

$$+\frac{\xi(R_2)\left(Q+D_г+\frac{D}{2}-j\alpha T_{cp}\right)\frac{\ae_{мх}}{\bar{\ae}}\xi(R_1)\beta\ell_n\frac{\xi(R_2)}{\xi(R_1)}}{\xi(R_1)\beta\frac{\ae_{мг}}{\bar{\ae}_м}+\xi(R_2)\frac{\ae_{мх}}{\bar{\ae}}j\alpha+\xi(R_2)\xi(R_1)\beta j\alpha\ell_n\frac{\xi(R_2)}{\xi(R_1)}} \qquad (9)$$

Для распределения тепла в бесконечной пластине толщиной 2L получим [2]:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{U}_2}{\partial z^2}+\frac{D}{\bar{\ae}}=0 \qquad (10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{U}_2}{\partial z}=0,\quad Z=0 \qquad (11)$$

$$\frac{\partial \mathcal{U}_2}{\partial z}=J\mathcal{U}_2 \qquad (12)$$

Решение этой задачи имеет вид:

$$\mathcal{U}_2(Z)=\frac{D}{2\bar{\ae}}\left(L^2-x^2+\frac{2L^2}{Bi}\right),\qquad Bi=\frac{\beta L}{\bar{\ae}} \qquad (13)$$

Решение исходной задачи представимо в виде:

$$\mathcal{U}(z,Z) \simeq \mathcal{U}_1(\xi)\mathcal{U}_2(Z) \tag{14}$$

Здесь и выше:

D- джоулево тепловыделение в термоэлектрическом материале, D_x и $D_г$ – джлулево тепловыделение в коммутации холодных и горячих спаев, $T_{ср}$ – температура среды, j – плотность тока на горячем спае $\bar{æ}$- среднеинмегральный коэффициент теплопроводности термоэлектрического материала, α- средний коэффициент термоэда, β- средний коэффициент теплопередачи поверхности модуля, $\square_{п}$- коэффициент теплопроводности покрытия, $Q_{общ}$, Q-общее количество тепла и тепловой поток, W – общая электрическая мощность модуля; R_x – термическое сопротивление холодных спаев; L – половина высоты (толщины) модуля.

Электрические параметры модуля определяются методом итераций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карслоу Г., Егер Д., Теплопроводность твердых тел. М.: наука, 1964. 487с.
2. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967, 487с.